ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

1° Semestre

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 7 gennaio 1894.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle forme quaternarie quadratiche e sui gruppi poliedrici.* Nota del Socio Luigi Bianchi.

« Nei miei lavori sui gruppi di sostituzioni lineari, inseriti nei volumi 42° e 43° dei « Mathematische Annalen, » avevo già toccato delle relazioni fra la teoria dei gruppi poliedrici e quella delle forme quaternarie quadratiche. Questi concetti fondamentali furono poi da me ripresi e sviluppati in una Memoria, consegnata lo scorso agosto alla Direzione degli « Annali di matematica, e testè pubblicata. Ivi mi sono occupato della determinazione del gruppo aritmetico riproduttivo delle forme quaternarie quadratiche riducibili con trasformazione reale al tipo

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - u_4^2.$$

« Ma volendo studiare completamente la composizione di questo gruppo sino ad assegnarne in diversi casi concreti, colla determinazione del poliedro fondamentale, le sostituzioni generatrici, mi sono limitato per brevità e semplicità al caso delle forme

$$x_1^2 + x_2^2 + \mu\,(x_3^2 - \nu\, x_4^2),$$

ove μ, ν indicano numeri interi positivi. Però, come è avvertito nella prefazione, il metodo è applicabile anche nei casi più generali.

« Frattanto è comparsa una Nota del signor Fricke (1), ove, in altro

(1) *Ueber indefinite quadratische Formen mit drei und vier Veränderlichen* (Nachrichten der k. Gesellschaft zu Göttingen 18 november, 1893).

modo, viene effettuata la trasformazione del gruppo riproduttivo di una forma quaternaria

$$px_1^2 + qx_2^2 + rx_3^2 - sx_4^2$$

in un gruppo poliedrico. Nella sua pregevole Nota il signor Fricke si arresta per altro alla definizione aritmetica del gruppo poliedrico corrispondente, la quale riesce inoltre piuttosto complicata, a causa delle congruenze cui sono assoggettati i coefficienti della sostituzione.

« Nella presente nota mi propongo di applicare il metodo della mia ultima Memoria [1] al caso delle forme quaternarie:

$$px_1^2 + qx_2^2 + rx_3^2 - sx_4^2,$$

in cui p, q, r, s denotano, in generale, numeri primi. I gruppi poliedrici che così ottengo hanno, come si vedrà, una costituzione molto più semplice di quelli trovati dal signor Fricke, la forma delle loro sostituzioni permettendo immediatamente di constatare la proprietà fondamentale, che esse formano appunto un gruppo.

§ 1.

« Alle sostituzioni lineari a coefficienti reali coll'ultimo coefficiente positivo, e a determinante $+1$, che trasformano in sè stessa la forma quaternaria

$$f = px_1^2 + qx_2^2 + rx_3^2 - sx_4^2, \tag{1}$$

possiamo dare, secondo il § 8 M. A. la forma seguente:

$$(2)\left\{\begin{aligned}
x'_1 = {} & \frac{1}{2}\left\{a^2+a_0^2-b^2-b_0^2-c^2-c_0^2+d^2+d_0^2\right\}x_1 + \frac{i\sqrt{q}}{2\sqrt{p}}\left\{a^2-a_0^2+b_0^2-b^2+\right. \\
& \left.+c_0^2-c^2+d^2-d_0^2\right\}x_2 + \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{p}}\left\{ac_0+a_0c+bd_0+b_0d\right\}x_3 + \\
& + \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{p}}\left\{ad_0+a_0d+bc_0+b_0c\right\}x_4 \\
x'_2 = {} & \frac{i\sqrt{p}}{2\sqrt{q}}\left\{a_0^2-a^2+b^2-b_0^2+c_0^2-c^2+d^2-d_0^2\right\}x_1 + \\
& + \frac{1}{2}\left\{a^2+a_0^2-b^2-b_0^2+c^2+c_0^2-d^2-d_0^2\right\}x_2 + \\
& + \frac{i\sqrt{r}}{\sqrt{q}}\left\{a_0c-ac_0+b_0d-bd_0\right\}x_3 + \frac{i\sqrt{s}}{\sqrt{q}}\left\{a_0d-ad_0+b_0c-bc_0\right\}x_4 \\
x'_3 = {} & \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{r}}\left\{bd+b_0d_0-ac-a_0c_0\right\}x_1 + \frac{i\sqrt{q}}{\sqrt{r}}\left\{bd-b_0d_0+a_0c_0-ac\right\}x_2 + \\
& + \left\{aa_0+bb_0-cc_0-dd_0\right\}x_3 + \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{r}}\left\{ab_0+a_0b-cd_0-c_0d\right\}x_4 \\
x'_4 = {} & \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{s}}\left\{ad+a_0d_0-bc-b_0c_0\right\}x_1 + \frac{i\sqrt{q}}{\sqrt{s}}\left\{ad-a_0d_0+b_0c_0-bc\right\}x_2 + \\
& + \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{s}}\left\{ab_0+a_0b+cd_0+c_0d\right\}x_3 + \left\{aa_0+bb_0+cc_0+dd_0\right\}x_4,
\end{aligned}\right.$$

[1] Citerò questo lavoro con (M. A.).

dove a, b, c, d indicano costanti complesse legate alle loro conjugate a_0, b_0, c_0, d_0 dalla relazione

$$(3) \qquad (a+b)\ (a_0-b_0)+(c+d)\ (c_0-d_0)=1\,.$$

« A questa sostituzione quaternaria facciamo corrispondere univocamente la sostituzione sulla variabile complessa z

$$(4) \qquad z'=\frac{(a+b)\,z+(c+d)}{(-c_0+d_0)\,z_0+(a_0-b_0)}\,.$$

« Cangiando nella (2) il segno di x'_2, avremo le sostituzioni lineari a determinante — 1, che riproducono la forma f. A queste corrispondono le sostituzioni lineari di 2^a *specie*.

$$(4^*) \qquad z'=\frac{(a+b)\,z_0+(c+d)}{(-c_0+d_0)\,z_0+(a_0-b_0)}\,.$$

« Ora consideriamo quel sottogruppo G del gruppo aritmetico riproduttivo di f, le cui sostituzioni sono congrue coll'identità (mod. 2) ed hanno l'ultimo coefficiente positivo [1]. A G corrisponde un gruppo poliedrico Γ di sostituzioni (4), (4*), che ci proponiamo di studiare.

« Per ciò ricercheremo anzi tutto la forma delle *riflessioni* in Γ e la natura del sottogruppo eccezionale Γ' di Γ, che nasce combinando fra loro soltanto le riflessioni di Γ. Da Γ' si potrà poi risalire a Γ nel modo spiegato nella Memoria citata.

« Ora le riflessioni proprie, date dalla (4*), si ottengono quando b è nullo e c, d sono puramente immaginarii. Ponendo

$$a=a_1+ia_2 \quad ,\ b=0 \quad ,\ c=ic_1\,, \quad d=id_1\,,$$

col tener conto della relazione

$$a_1^2+a_2^2+c_1^2-d_1^2=1\,,$$

per la corrispondente sostituzione quaternaria (2) si ottiene lo schema seguente:

$$(5) \qquad \begin{vmatrix} 1-2a_2^2, & -\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{p}}\,2a_1a_2\,, & \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{p}}\,2a_2c_1\,, & \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{p}}\,2a_2d_1 \\ -\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}\,2a_1a_2, & 1-2a_1^2\,, & \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{q}}\,2a_1c_1\,, & \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{q}}\,2a_1d_1 \\ \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{r}}\,2a_2c_1, & \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}\,2a_1c_1\,, & 1-2c_1^2\,, & -\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{r}}\,2c_1d_1 \\ -\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{s}}\,2a_2d_1\,, & -\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{s}}\,2a_1d_1\,, & \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{s}}\,2c_1d_1\,, & 1+2d_1^2 \end{vmatrix}.$$

[1] Nella Memoria degli « Annali » si trovano diffusamente spiegate le ragioni che rendono preferibile alla ricerca diretta del gruppo totale quella del suo sottogruppo eccezionale G, dal quale è poi facile risalire al gruppo totale stesso.

« Dobbiamo ora vedere quali valori sono da attribuirsi alle costanti reali a_1, a_2, c_1, d_1, affinchè i coefficienti dello schema precedente riescano numeri interi e di più quelli della diagonale principale *dispari*, gli altri tutti *pari*. Intanto

$$a_1^2\,,\ a_2^2\,,\ c_1^2\,,\ d_1^2$$

dovranno essere interi e, se con

$$\alpha_1^2\,,\ \alpha_2^2\,,\gamma_1^2\,,\ \delta_1^2\,,$$

indichiamo rispettivamente i loro massimi fattori quadrati, potremo porre:

$$a_1=\alpha_1\sqrt{\lambda}\,,\qquad a_2=\alpha_2\sqrt{\mu}\,,\qquad c_1=\gamma_1\sqrt{\nu}\,,\qquad d_1=\delta_1\sqrt{\tau}\,,$$

essendo λ, μ, ν, τ interi, positivi e privi di fattori quadrati. Ciascuno dei sei numeri

$$\sqrt{pq\lambda\mu}\,,\ \sqrt{pr\mu\nu}\,,\ \sqrt{ps\mu\tau}\,,\ \sqrt{qr\lambda\nu}\,,\ \sqrt{qs\lambda\tau}\,,\ \sqrt{rs\nu\tau}$$

dovrà allora risultare intero.

§ 2.

« Supponiamo dapprima che p, q, r, s *siano numeri primi differenti.* Perchè $\sqrt{pq\lambda\mu}$ riesca intero, occorre che ciascuno dei numeri p, q o divida λ, o divida μ, nè può dividerli simultaneamente, che altrimenti, essendo λ, μ privi di fattori quadrati, resterebbe in $\sqrt{pq\lambda\mu}$ l'irrazionalità $\sqrt{p}$ o l'altra $\sqrt{q}$.

« Potremo quindi distinguere i quattro casi seguenti:

A) p e q dividono μ,
B) p divide λ, q divide μ,
C) p divide μ, q divide λ,
D) p e q dividono λ.

« Consideriamo ad esempio il caso A). Avremo

$$\mu=pq\,\mu',$$

con μ' intero e dovendo essere $\sqrt{\lambda\,\mu'}$ intero, mentre λ, μ non hanno fattori quadrati, sarà $\mu'=\lambda$, cioè

$$\mu=pq\,\lambda.$$

Dovendo poi i tre numeri

$$\sqrt{qr\,\lambda\nu},\quad \sqrt{qs\,\lambda\tau},\quad \sqrt{rs\,\nu\tau}$$

risultare interi, dovrà q, che non divide λ, dividere ν e τ; se poniamo

$$\nu=q\,\nu'\ ,\quad \tau=q\,\tau',$$

dovranno essere

$$\sqrt{r\,\lambda\nu'},\quad \sqrt{s\,\lambda\tau'}$$

interi, quindi r dividerà λ ovvero ν'.

« Se r divide ν', avremo

$$\nu' = r\lambda,$$

indi

$$\mu = pq\lambda, \quad \nu = qr\lambda, \quad \tau = q\tau'$$

e i numeri λ, τ', a causa di

$$a_1^2 + a_2^2 + c_1^2 - d_1^2 = \lambda\ (\alpha_1^2 + pq\ \alpha_2^2 + qr\gamma_1^2) - q\tau'\ \delta_1^2 = 1,$$

saranno primi fra loro. Per ciò, essendo

$$\sqrt{s\lambda\tau'}$$

intero, avremo necessariamente

$$\lambda = 1\,, \quad \tau' = s,$$

ovvero

$$\lambda = s, \quad \tau' = 1,$$

cioè rispettivamente

$$\lambda = 1, \quad \mu = pq, \quad \nu = qr, \quad \tau = qs,$$

ovvero

$$\lambda = s \quad \mu = pqs, \quad \nu = qrs, \quad \tau = q.$$

« Se r divide λ, sarà

$$\lambda = r\nu'$$

ed r dividerà conseguentemente anche τ'. Poniamo

$$\tau' = r\tau'',$$

dopo di che, dovendo $\sqrt{s\nu'\tau''}$ risultare intero con ν', τ'' primi fra loro, avremo

$$\nu' = 1 \quad \tau'' = s$$

ovvero

$$\nu' = s \quad \tau'' = 1,$$

onde i due nuovi casi

$$\lambda = r, \quad \mu = pqr, \quad \nu = q, \quad \tau = qrs$$
$$\lambda = rs, \quad \mu = pqrs, \quad \nu = qs, \quad \tau = qr.$$

« Nello stesso modo si vedrà che ciascuno degli altri tre casi B) C) D) dà luogo a quattro sottocasi, che riuniamo nella tabella seguente:

$$\text{A)}\quad \begin{cases} \lambda = 1\ , & \mu = pq\ , & \nu = qr\ , & \tau = qs\ , \\ \lambda = s\ , & \mu = pqs\ , & \nu = qrs\ , & \tau = q\ , \\ \lambda = r\ , & \mu = pqr\ , & \nu = q\ , & \tau = qrs\ , \\ \lambda = rs\ , & \mu = pqrs, & \nu = qs\ ; & \tau = qr\ , \end{cases}$$

$$\text{B)}\quad \begin{cases} \lambda = p\ , & \mu = q\ , & \nu = pqr\ , & \tau = pqs\ , \\ \lambda = ps\ , & \mu = qs\ , & \nu = pqrs, & \tau = pq\ , \\ \lambda = pr\ , & \mu = qr\ , & \nu = pq\ , & \tau = pqrs, \\ \lambda = prs\ , & \mu = qrs\ , & \nu = pqs\ , & \tau = pqr\ , \end{cases}$$

$$\text{C)}\quad\begin{cases}\lambda = qr\ , & \mu = pr\ , & \nu = 1\ , & \tau = rs\ ,\\ \lambda = qrs\ , & \mu = prs\ , & \nu = s\ , & \tau = r\ ,\\ \lambda = q\ , & \mu = p\ , & \nu = r\ , & \tau = s\ ,\\ \lambda = qs\ , & \mu = ps\ , & \nu = rs\ , & \tau = 1\ ,\end{cases}$$

$$\text{D)}\quad\begin{cases}\lambda = pqrs\ , & \mu = rs\ , & \nu = ps\ , & \tau = pr\ ,\\ \lambda = pqr\ , & \mu = r\ , & \nu = p\ , & \tau = prs\ ,\\ \lambda = pq\ , & \mu = 1\ , & \nu = pr\ , & \tau = ps\ ,\\ \lambda = pqs\ , & \mu = s\ , & \nu = prs\ , & \tau = p\ .\end{cases}$$

« Viceversa, se λ, μ, ν, τ hanno i valori di uno dei 16 sistemi forniti da questa tabella e α_1, α_2, γ_1, δ_1, sono numeri interi, che soddisfano la relazione

$$\lambda\alpha_1^2 + \mu\alpha_2^2 + \nu\gamma_1^2 - \tau\delta_1^2 = 1,$$

la riflessione

$$z' = \frac{(\alpha_1\sqrt{\lambda} + i\alpha_2\sqrt{\mu})\, z_0 + (i\gamma_1\sqrt{\nu} + i\delta_1\sqrt{\tau})}{(i\gamma_1\sqrt{\nu} - i\delta_1\sqrt{\tau})\, z_0 + (\alpha_1\sqrt{\lambda} - i\alpha_2\sqrt{\mu})}$$

appartiene, come subito si vede, al gruppo Γ.

§ 3.

« Se scriviamo le riflessioni (6) corrispondenti ai 16 tipi sopra trovati, avvertendo di moltiplicare per i i quattro coefficienti di quelle che provengono dai tipi B) D) (sicchè queste sostituzioni vengono ad acquistare il determinante -1), per esse e per tutte le sostituzioni di 1ª o 2ª specie, che ne risultano per combinazione, si riscontreranno le leggi di formazione che andiamo a descrivere.

« Indichiamo con lettere ordinarie maiuscole i numeri della forma

$$(\mathrm{M})\quad m + in\sqrt{pq},$$

essendo m, n razionali interi, con lettere greche i numeri della forma

$$(\mathrm{M}')\quad m\sqrt{q} + in\sqrt{p}.$$

« Le indicate sostituzioni apparteranno allora ad uno degli 8 tipi seguenti [1]:

$$\text{I)}\ \begin{pmatrix} \mathrm{A} + \sqrt{rs}\,\mathrm{B}\ , & \sqrt{r}\alpha + \sqrt{s}\beta \\ -\sqrt{r}\alpha_0 + \sqrt{s}\beta_0\ , & \mathrm{A}_0 - \sqrt{rs}\,\mathrm{B}_0 \end{pmatrix},\quad \text{II)}\ \begin{pmatrix} \mathrm{A} + \sqrt{rs}\,\mathrm{B}\ , & \sqrt{r}\alpha + \sqrt{s}\beta \\ \sqrt{r}\alpha_0 - \sqrt{s}\beta_0\ , & -\mathrm{A}_0 + \sqrt{rs}\,\mathrm{B}_0 \end{pmatrix}$$

$$\text{III)}\ \begin{pmatrix} \alpha + \sqrt{rs}\,\beta\ , & \sqrt{r}\mathrm{A} + \sqrt{s}\,\mathrm{B} \\ -\sqrt{r}\mathrm{A}_0 + \sqrt{s}\,\mathrm{B}_0\ , & \alpha_0 - \sqrt{rs}\,\beta_0 \end{pmatrix},\quad \text{IV)}\ \begin{pmatrix} \alpha + \sqrt{rs}\,\beta\ , & \sqrt{r}\mathrm{A} + \sqrt{s}\,\mathrm{B} \\ \sqrt{r}\mathrm{A}_0 - \sqrt{s}\,\mathrm{B}_0\ , & -\alpha_0 + \sqrt{rs}\,\beta_0 \end{pmatrix}$$

$$\text{V)}\ \begin{pmatrix} \sqrt{r}\mathrm{A} + \sqrt{s}\,\mathrm{B}, & \alpha + \sqrt{rs}\,\beta \\ \alpha_0 - \sqrt{rs}\,\beta_0\ , & -\sqrt{r}\mathrm{A}_0 + \sqrt{s}\,\mathrm{B}_0 \end{pmatrix},\quad \text{VI)}\ \begin{pmatrix} \sqrt{r}\mathrm{A} + \sqrt{s}\,\mathrm{B}\ , & \alpha + \sqrt{rs}\,\beta \\ -\alpha_0 + \sqrt{rs}\,\beta_0\ , & \sqrt{r}\mathrm{A}_0 - \sqrt{s}\,\mathrm{B}_0 \end{pmatrix}$$

$$\text{VII)}\ \begin{pmatrix} \sqrt{r}\alpha + \sqrt{s}\beta\ , & \mathrm{A} + \sqrt{rs}\,\mathrm{B} \\ \mathrm{A}_0 - \sqrt{rs}\,\mathrm{B}_0\ , & -\sqrt{r}\alpha_0 + \sqrt{s}\beta_0 \end{pmatrix},\quad \text{VIII)}\ \begin{pmatrix} \sqrt{r}\alpha + \sqrt{s}\beta\ , & \mathrm{A} + \sqrt{rs}\,\mathrm{B} \\ -\mathrm{A}_0 + \sqrt{rs}\,\mathrm{B}_0, & \sqrt{r}\alpha_0 + \sqrt{s}\beta_0 \end{pmatrix}.$$

[1] Coll'apposizione dell'indice 0 ad una quantità complessa ne indichiamo, al modo di Hermite, la coniugata.

« Ora, se consideriamo tutte le possibili sostituzioni di 1ª e 2ª specie, col determinante ± 1, appartenenti ad uno di questi 8 tipi, potremo facilmente constatare che esse formano un gruppo, che indicheremo con H. Basta per ciò osservare che il prodotto di due numeri del modulo (M) o di due numeri del modulo (M′) è un numero in (M), mentre il prodotto di un numero di (M) per un numero di (M′) appartiene ad (M′), dopo di che si vede subito che le dette sostituzioni formano effettivamente un gruppo. Di più si vede che il tipo della sostituzione composta dipende unicamente dai tipi, cui appartengono le due sostituzioni componenti, secondo la legge espressa dalla tavola seguente, costruita al modo della tavola pitagorica:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
II	I	IV	III	VI	V	VIII	VII
III	IV	I	II	VII	VIII	V	VI
IV	III	II	I	VIII	VII	VI	V
V	VI	VII	VIII	I	II	III	IV
VI	V	VIII	VII	II	I	IV	III
VII	VIII	V	VI	III	IV	I	II
VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I

« Di qui si desume p. e. che le sostituzioni dei primi quattro tipi formano di per sè un sottogruppo eccezionale in H.

« Cangiando le sostituzioni del gruppo H sopra definito in sostituzioni quaternarie, secondo il § 1, si vede subito che queste appartengono tutte al gruppo G, cioè sono congrue coll'identità (mod. 2). È chiaro quindi che H o coincide con Γ o ne è un sottogruppo; in ogni caso esso ne contiene tutte le riflessioni e non ne contiene altre, e però contiene Γ', il quale è sottogruppo eccezionale sì in H che in Γ. Quando si possa fissare il poliedro fondamentale di H, limitato da sole sfere di riflessione, è facile risalire da H agli altri gruppi considerati (Cf. M. A).

§ 4.

« Fino ad ora abbiamo supposto i numeri primi p, q, r, s differenti. Se alcuni di essi diventano eguali fra loro, ne risulta modificata la costituzione del gruppo H, ma in ogni caso il metodo esposto è ancora applicabile. E

qui, fra i casi possibili, ne considererò ancora alcuni, che conducono a gruppi di maggiore interesse.

« Supponiamo in primo luogo che sia soltanto $q = p$ e si tratti dunque del gruppo riproduttivo della forma quaternaria

$$f = p\,(x_1^2 + x_2^2) + r x_3^2 - s x_4^2\,,$$

con p, r, s numeri primi diversi. Riprendendo la discussione del § 2, si vedrà immediatamente che deve essere

$$\mu = \lambda$$

e successivamente si troveranno per λ, μ, ν, τ i seguenti 8 sistemi di valori:

$$(A)\qquad \begin{cases} \lambda = \mu = 1 \;,\; \nu = pr \;,\; \tau = ps \\ \lambda = \mu = s \;,\; \nu = prs \;,\; \tau = p \end{cases}$$

$$(B)\qquad \begin{cases} \lambda = \mu = p \;,\; \nu = r \;,\; \tau = s \\ \lambda = \mu = ps \;,\; \nu = rs \;,\; \tau = 1 \end{cases}$$

$$(C)\qquad \begin{cases} \lambda = \mu = r \;,\; \nu = p \;,\; \tau = prs \\ \lambda = \mu = rs \;,\; \nu = ps \;,\; \tau = pr \end{cases}$$

$$(D)\qquad \begin{cases} \lambda = \mu = pr \;,\; \nu = 1 \;,\; \tau = rs \\ \lambda = \mu = prs \;,\; \nu = s \;,\; \tau = r\,. \end{cases}$$

« Scrivendo le corrispondenti riflessioni, col moltiplicare per i i coefficienti di quelle dei tipi C), D), si vedrà che queste sostituzioni e quelle che ne derivano per composizione appartengono al gruppo H, che andiamo ora a definire.

« Indichiamo qui con lettere maiuscole ordinarie i numeri della forma

$$(P)\qquad a + b\sqrt{rs}$$

con lettere greche i numeri della forma

$$(P')\qquad a\sqrt{r} + b\sqrt{s}\,,$$

dove attualmente a, b indicano interi complessi di Gauss. Essendo poi A, α due numeri qualunque in (P), (P′) rispettivamente, indichiamo con

$$\overline{\mathrm{A}},\ \overline{\alpha}$$

il numero della medesima specie che ne risulta cangiando i in $-i$ e contemporaneamente $\sqrt{r}$ in $-\sqrt{r}$. Allora le sostituzioni di 1ª e 2ª specie, a determinante ± 1, appartenenti ad uno dei quattro tipi seguenti

$$\text{I)}\begin{pmatrix} \mathrm{A} \;, \sqrt{p}\,\alpha \\ \sqrt{p}\,\overline{\alpha}\,, \;\overline{\mathrm{A}} \end{pmatrix} \;,\quad \text{II)}\begin{pmatrix} \alpha \;, \sqrt{p}\,\mathrm{A} \\ \sqrt{p}\,\overline{\mathrm{A}}\;, \;\overline{\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\text{III)}\begin{pmatrix} \sqrt{p}\,\mathrm{A}\,, \;\alpha \\ \overline{\alpha} \;, \sqrt{p}\,\overline{\mathrm{A}} \end{pmatrix} \;,\quad \text{IV)}\begin{pmatrix} \sqrt{p}\,\alpha\,, \;\mathrm{A} \\ \overline{\mathrm{A}} \;, \sqrt{p}\,\overline{\alpha} \end{pmatrix}$$

formano il gruppo H in questione.

« Che esse costituiscano un gruppo risulta ancora dall'osservare che il prodotto di due numeri appartenenti simultaneamente a (P) o a (P′) è un numero di (P), mentre il prodotto di un numero di (P) per un numero di (P′) è contenuto in (P′). Anche qui il tipo della sostituzione composta dipende solo dai tipi delle sostituzioni componenti, secondo la semplice legge espressa nella tavola:

I	II	III	IV
II	I	IV	III
III	IV	I	II
IV	III	II	I

« D'altronde, come nel caso generale, H è un sottogruppo di Γ, col quale ha a comune tutte le riflessioni.

§ 5.

« Consideriamo in fine i due casi seguenti, che conducono a gruppi già studiati direttamente nei miei lavori citati.

« Supponiamo dapprima $q=r=1$, indi

$$f=px_1^2+x_2^2+x_3^2-sx_4^2,$$

con p, s numeri primi diversi. Dai risultati generali dei §§ 2, 3, o dalla discussione diretta, si vedrà che λ, μ, ν, τ possono assumere i quattro sistemi di valori:

$$\left\{\begin{array}{lll} \lambda=\nu=1 , & \mu=p , & \tau=s \\ \lambda=\nu=s , & \mu=ps , & \tau=1 \\ \lambda=\nu=p , & \mu=1 , & \tau=ps \\ \lambda=\nu=ps , & \mu=s , & \tau=p \end{array}\right. .$$

« Il gruppo H a cui siamo così condotti consta in questo caso delle sostituzioni di 1ª e 2ª specie, a determinante ± 1, di una delle due forme

$$\text{I)}\begin{pmatrix} a+b\sqrt{s} & ,c+d\sqrt{s} \\ -c_0+d_0\sqrt{s} & ,a_0-b_0\sqrt{s} \end{pmatrix} , \quad \text{II)}\begin{pmatrix} a+b\sqrt{s} & , \quad c+d\sqrt{s} \\ c_0-d_0\sqrt{s} & ,-a_0+b_0\sqrt{s} \end{pmatrix}$$

essendo a, b, c, d interi complessi della forma

$$m+in\sqrt{p}$$

(Cfr. M. A. § 6).

« Da ultimo consideriamo le forme quaternarie

$$f=x_1^2+q\,(x_2^2+x_3^2)-x_4^2,$$

ove q sia un numero primo o composto, ma in ogni caso privo di fattori quadrati. La discussione del § 2 ci prova subito che qui si ha

$$\nu = \lambda, \quad \tau = \mu$$

essendo λ, μ privi fra loro e, poichè

$$\sqrt{q\lambda\mu}$$

deve essere intero, avremo

$$q = \lambda\mu.$$

« Viceversa, essendo

$$q = q' q''$$

una qualunque decomposizione di q in due fattori, potremo fare

$$\lambda = \nu = q' \ , \ \mu = \tau = q'' .$$

« Il gruppo H da considerarsi è in questo caso composto delle sostituzioni di 1ª e 2ª specie, a determinante $+1$, della forma

$$\begin{pmatrix} a\sqrt{\lambda} + b\sqrt{\frac{q}{\lambda}} & , & c\sqrt{\lambda} + d\sqrt{\frac{q}{\lambda}} \\ -c\sqrt{\lambda} + d\sqrt{\frac{q}{\lambda}} & , & a\sqrt{\lambda} - b\sqrt{\frac{q}{\lambda}} \end{pmatrix},$$

dove a, b, c, d sono interi complessi di Gauss e λ percorre tutti i divisori di q. Se q è il prodotto di n fattori primi, abbiamo così 2^n tipi di sostituzioni, sulle quali si verificherà subito la proprietà di formare gruppo.

« La ristrettezza dello spazio non mi consente qui di fare seguire la definizione dei nuovi gruppi da esempî effettivi di determinazione dei loro poliedri fondamentali. Il lettore potrà a tale oggetto consultare la mia Memoria negli Annali di Matematica ».

Matematica. — *Sulle equazioni alle differenze.* Nota del Corrispondente S. Pincherle.

« La presente Nota ha origine da uno studio suggeritomi da benevoli comunicazioni epistolari del ch. prof. Hermite. Nelle sue ricerche sulla generalizzazione dell'algoritmo delle frazioni continue, si sono presentate all'insigne analista delle equazioni alle differenze del secondo ordine, i cui coefficienti contengono linearmente un parametro x, e di cui un integrale è costituito da un sistema di polinomî in x di grado costante. Ciò mi ha condotto a cercare le condizioni affinchè una equazione data alle differenze dell'ordine r, ammetta s integrali $(s < r)$ di grado costante in x e più particolarmente indipendenti da x.

« In tale ricerca mi si è presentato così spontaneo e luminoso il concetto di divisione e divisibilità delle espressioni lineari alle differenze da

essere condotto a ritenerlo come di grande e naturale sussidio per la risoluzione della questione di sopra enunciata e di molte altre analoghe; dando nelle righe seguenti alcune proposizioni fondamentali ispirate a tale concetto, credo di non fare cosa inutile per la teoria interessante e forse troppo ingiustamente negletta delle equazioni alle differenze. Il riavvicinamento che ne risulta fra le equazioni alle differenze e le ordinarie equazioni algebriche, appunto per la sua spontaneità, sarà forse già stato notato altre volte; a questo proposito il ch. prof. Beltrami ha gentilmente richiamata la mia attenzione sul § 492 del T. II delle *Lezioni di calcolo sublime* del Bordoni, dove è resa manifesta l'analogia fra l'equazione alle differenze

$$y_n\, y_{n+1} - a_n\, y_{n+1} - b_n\, y_n + c_n = 0$$

e l'ordinaria equazione di secondo grado. Però, per quanto io sappia, non sono state date proposizioni generali su tale argomento, meno che per il caso assai ovvio delle equazioni lineari a coefficienti costanti (1). Il metodo simbolico applicato dal Boole (2) alle equazioni differenziali lineari ha, colle notazioni usate in ciò che segue, una somiglianza di sola apparenza.

« 1. Si dirà *forma lineare alle differenze*, o semplicemente *forma*, ogni espressione

$$(1)\qquad F(f) = f_{n+r} + a_{1.n}\, f_{n+r-1} + \cdots + a_{r-1.n}\, f_{n+1} + a_{r.n}\, f_n\,;$$

f_n è una funzione indeterminata dell'indice; r è *l'ordine* della forma. La F è una operazione funzionale distributiva.

« Date due forme $F(f)$, $G(f)$, ponendo G in luogo di f nella prima si avrà una nuova forma, di ordine uguale alla somma degli ordini di F e G e che si dirà *prodotto* delle forme F, G: essa verrà indicata con $FG(f)$. Così si definirà il prodotto di tre o più forme: avendosi con ciò una specie di moltiplicazione per cui vale la legge associativa, ma non la commutativa.

« 2. Date due forme F, G, la prima di ordine r, la seconda di ordine s, e supponendo $r > s$, si può sempre trovare una forma H dell'ordine $r - s$ e tale che

$$(2)\qquad F - HG = R,$$

essendo R una forma di ordine inferiore ad s. Infatti, indicando con $h_{1.n}$, $h_{2.n}$, ... $h_{r-s.n}$ i coefficienti di $f_{n+r-s-1}$, $f_{n+r-s-2}$, ... f_n in H, si potranno determinare le $h_{i.n}$ in modo da annullare in $F - HG$ i termini in f_{n+r}, f_{n+r-1}, ... f_{n+s}: si avranno all'uopo equazioni lineari a determinante certamente diverso da zero, e rimane una forma R (resto) di ordine al più uguale ad $s - 1$.

« 3. Qualora accada che $R = 0$, il che porta ad s relazioni fra i coefficienti di G e di F, si dirà che la forma F è *divisibile* per G, o che G è *divisore* di F; si dirà pure che H è il *quoziente* di F per G.

(1) V. p. es. Casorati, *Il calcolo alle differenze finite interpretato* ecc. (Ann. di Mat., serie 2ª, t. II, 1880, § 6).

(2) Treatise on differential Equations, 2ª ed., 1865, pag. 381.

« 4. Posto $F = 0$, si ha un' equazione lineare alle differenze dell'ordine r, di cui ogni soluzione è detta un *integrale* di F; più integrali si dicono indipendenti quando fra di essi non passa una relazione lineare omogenea a coefficienti sia indipendenti da n, sia periodici e ad un sol valore in n col periodo 1; r integrali indipendenti formano un sistema fondamentale.

« Se F è divisibile per G, ogni integrale di G è integrale anche di F; un sistema fondamentale di G dà un sistema di s integrali indipendenti di F. Inoltre, sia μ_n un integrale del quoziente H di F per G; si ponga l'equazione

$$G = \mu_n ,$$

lineare (non omogenea) alle differenze d'ordine s; questa avrà un integrale linearmente indipendente dagli s integrali ottenuti per G, e che soddisfarà ad $HG = F = 0$. Con questo metodo si possono ottenere $r - s$ integrali di F indipendenti fra loro e coi precedenti s, in guisa da avere un sistema fondamentale di F.

« 5. Si eseguisca la divisione di F per una forma di prim'ordine

$$E = f_{n+1} - \lambda_n f_n .$$

« Essendo

$$F = GE + R, \quad G = f_{n+r-1} + b_{1.n} f_{n+r-2} + \cdots + b_{r-1.n} f_n ,$$

si avrà per la determinazione delle $b_{i.n}$ un semplice sistema di equazioni lineari, dalle quali per sostituzione successiva si ottiene:

$$b_{1.n} = \lambda_{n+r-1} + a_{1.n}$$
$$b_{2.n} = \lambda_{n+r-1} \lambda_{n+r-2} + a_{1.n} \lambda_{n+r-2} + a_{2.n}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$b_{r-1.n} = \lambda_{n+r-1} \lambda_{n+r-2} \ldots \lambda_{n+1} + a_{1.n} \lambda_{n+r-2} \ldots \lambda_{n+1} + \cdots + a_{r-2.n}\lambda_{n+1} + a_{r-1.n}$$
$$R = (\lambda_{n+r-1} \lambda_{n+r-2} \ldots \lambda_n + a_{1.n} \lambda_{n+r-2} \ldots \lambda_n + \cdots + a_{r-1.n} \lambda_n + a_{r.n}) f_n .$$

« È appena necessario di rilevare la perfetta analogia della regola che discende da queste formole per la determinazione del quoziente G, colla nota regola del Ruffini che vale per la formazione del quoziente e del resto nella divisione di un polinomio razionale intero in x per un binomio $x - a$.

« 6. La condizione affinchè F sia divisibile per E viene data da $R = 0$, cioè da

$$\lambda_{n+r-1} \lambda_{n+r-2} \ldots \lambda_n + a_{1.n} \lambda_{n+r-2} \ldots \lambda_n + \cdots + a_{r-1.n} \lambda_n + a_{r.n} = 0 ; \tag{3}$$

ora, posto

$$\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1} = \alpha_n , \tag{4}$$

la (3) viene soddisfatta se e soltanto se α_n è un integrale di F. Ma dalla (4) segue

$$\alpha_{n+1} - \lambda_n \alpha_n = 0 ,$$

e quindi si ha il teorema:

« Condizione necessaria e sufficiente affinchè una forma F sia divisibile per una forma di prim'ordine, è che l'integrale di questa sia un integrale della F.

« 7. Da quanto precede risulta facilmente la scomposizione di una forma F, di cui si conosca un sistema fondamentale d'integrali $\alpha^{(1)}{}_n$, $\alpha^{(2)}{}_n$, ... $\alpha^{(r)}{}_n$, sotto forma di prodotto di forme di prim'ordine. Preso infatti

$$E^{(1)} = f_{n+1} - \lambda_n{}^{(1)} f_n , \quad \lambda_n{}^{(1)} = \frac{\alpha^{(1)}_{(n+1)}}{\alpha^{(1)}_n},$$

si avrà

$$F = G^{(1)} E^{(1)},$$

e saranno integrali di $G^{(1)}$ le $E^{(1)} (\alpha_n{}^{(2)})$, $E^{(1)} (\alpha_n{}^{(3)})$, ... $E^{(1)} (\alpha_n{}^{(r)})$. Mediante uno di questi integrali, e posto

$$E^{(2)} = f_{n+1} - \lambda_n{}^{(2)} f_n,$$

si può scrivere $G^{(1)}$ sotto la forma $G^{(2)} E^{(2)}$, onde

$$F = G^{(2)} E^{(2)} E^{(1)}$$

e così continuando, si ottiene la scomposizione cercata:

$$F = E^{(r)} E^{(r-1)} ... E^{(2)} E^{(1)}. \tag{5}$$

« È chiaro che varierà la scomposizione al variare della successione degli integrali $\alpha_n{}^{(1)}$, $\alpha_n{}^{(2)}$, ... $\alpha_n{}^{(r)}$, adoperati.

« 8. Inversamente, se una F è data sotto forma di prodotto di forme di prim'ordine, come la (5), è facile di ottenere un sistema fondamentale d'integrali. Si ponga all'uopo

$$E^{(r-1)} E^{(r-2)} ... E^{(1)} = H^{(1)}, \text{ onde } F = E^{(r)} H^{(1)},$$

e si supponga determinato un sistema fondamentale di $H^{(1)}$. Esso ci darà $r - 1$ integrali indipendenti di F: ora, dico che un r^{simo} integrale indipendente dai precedenti, si può avere mediante integrazione di sole equazioni del primo ordine. Infatti un integrale di F che non lo sia di $H^{(1)}$ dovrà dare $E^{(r)} H^{(1)} = 0$, cioè $H^{(1)}$ dovrà essere l'integrale $\theta^{(1)}{}_n$ di $E^{(r)} = 0$, facile a determinarsi. Ma si faccia

$$H^{(1)} = E^{(r-1)} H^{(2)} \text{ e si ponga l'equazione } E^{(r-1)} = \theta_n{}^{(1)};$$

trovando l'integrale $\theta^{(2)}{}_n$ di questa equazione del prim'ordine, si ponga la nuova equazione $H^{(2)} = \theta^2{}_n$, indi $H^{(2)} = E^{(r-2)} H^{(3)}$ e così via: mediante la risoluzione di sole equazioni di prim'ordine, si giunge ad un integrale di F che non è integrale di $H^{(1)}$ e che perciò, insieme a questi, dà un sistema fondamentale di F.

« 9. Scomponendo una forma F nel modo indicato dalla (5), ed essendo

$$E^{(h)} = f_{n+1} - \lambda_n{}^{(h)} f_n,$$

si trovano fra i coefficienti $a_{1.n}$, $a_{2.n}$, ... $a_{r.n}$ della F e le quantità $\lambda_n{}^{(h)}$ delle relazioni notevoli, in corrispondenza perfetta colle volgari relazioni fra i coefficenti e le radici di un'equazione algebrica. Sembra superfluo di scrivere qui per disteso queste relazioni, che il lettore scorgerà senza fatica e che sup-

poste vere per una forma d'ordine $r-1$, si desumono immediatamente per la forma di ordine r; basterà notare le più semplici:

$$a_{1.n} = -\left(\lambda^{(1)}_{n+r-1} + \lambda^{(2)}_{n+r-2} + \dots \lambda^{(r)}_{n}\right) \tag{6}$$

ed

$$a_{r.n} = (-1)^n \lambda_n{}^{(1)} \lambda_n{}^{(2)} \dots \lambda_n{}^{(r)}. \tag{7}$$

« 10. La formola (7) ci conduce ad un'altra relazione notevole. Se $\alpha^{(1)}{}_n, \alpha^{(2)}{}_n, \dots \alpha^{(r)}{}_n$ è un sistema fondamentale di F, si può scrivere:

$$F = \begin{vmatrix} f_n & f_{n+1} & \dots & f_{n+r} \\ \alpha^{(1)}_n & \alpha^{(1)}_{n+1} & \dots & \alpha^{(1)}_{n+r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha^{(r)}_n & \alpha^{(r)}_{n+1} & \dots & \alpha^{(r)}_{n+r} \end{vmatrix};$$

ne risulta che si avrà, usando le parentesi ad indicare i determinanti:

$$a_{r.n} = (-1)^r \frac{(\alpha^{(1)}_{n+1}\, \alpha^{(2)}_{n+2} \dots \alpha^{(r)}_{n+r}\ )}{(\alpha^{(1)}_{n}\ \ \alpha^{(2)}_{n+1} \dots \alpha^{(r)}_{n+r-1})},$$

onde

$$\lambda_n{}^{(1)} \lambda_n{}^{(2)} \dots \lambda_n{}^{(r)} = \frac{(\alpha^{(1)}_{n+1}\, \alpha^{(2)}_{n+2} \dots \alpha^{(r)}_{n+r}\ )}{(\alpha^{(1)}_{n}\ \ \alpha^{(2)}_{n+1} \dots \alpha^{(r)}_{n+r-1})}. \tag{8}$$

« Applicando questa stessa formola al prodotto $E^{(h)} E^{(h-1)} \dots E^{(1)}$, $h \leq r$, si avrà

$$\lambda_n{}^{(1)} \lambda_n{}^{(2)} \dots \lambda_n{}^{(h)} = \frac{(\alpha^{(1)}_{n+1}\, \alpha^{(2)}_{n+2} \dots \alpha^{(h)}_{n+h}\ )}{(\alpha^{(1)}_{n}\ \ \alpha^{(2)}_{n+1} \dots \alpha^{(h)}_{n+h-1})},\ (h = 1, 2, 3, \dots r), \tag{9}$$

che permette di ottenere le successive $\lambda^{(h)}{}_n$ in funzione delle α_n e quindi di determinare i divisori di una forma, dati i suoi integrali (§ 7) e che mostra inoltre come si troverebbero per le λ stesse valori illusorî qualora non si adoperassero, per la formazione delle E, integrali indipendenti.

« Se $\frac{P_n}{Q_n}$, $\frac{P_{n+1}}{Q_{n+1}}$ sono le ridotte di una frazione continua ordinaria, la nota relazione $P_n Q_{n+1} - Q_n P_{n+1} = \pm 1$, nonchè le estensioni che se ne possono dare nella generalizzazione delle frazioni continue (¹), sono contenute nelle formole (7) ed (8), come sarebbe facile a dimostrare.

« 11. Definita per le forme lineari alle differenze la divisione, si presenta ovvio il teorema che ogni integrale e quindi ogni divisore di prim'ordine del dividendo e del divisore appartiene anche al resto, e ogni integrale o divisore di prim'ordine del divisore e del resto appartiene anche al dividendo. Onde un algoritmo identico a quello del massimo comun divisore algebrico per

(¹) V. il mio *Saggio di una generalizzazione delle frazioni continue*, § 17. Mem. della R. Accad. di Bologna, s. 4ª, t. X, 1890.

riconoscere se due forme hanno integrali comuni e, nel caso affermativo, per ottenerli come integrali di una forma d'ordine inferiore.

« 12. Supponiamo ora che i coefficienti della forma sieno polinomî razionali interi rispetto ad un parametro x: per tali forme potremo definire il concetto di irriducibilità, chiamando *irriducibili* quelle forme che non ammettono divisori aventi coefficienti razionali in x.

« Riserbandomi di tornare in altra occasione su questo concetto onde mostrarne le applicazioni, basti per ora di indicare come le considerazioni che precedono permettano di dare le condizioni affinchè una forma a coefficienti lineari in x abbia un certo numero di integrali, fra loro indipendenti, che non contengano la x. Se la forma

$$f_{n+r}+(a_{1.n}\,x+a'_{1.n})\,f_{n+r-1}+\cdots+(a_{r.n}\,x+a'_{r.n})\,f_n$$

deve avere integrali indipendenti da x, per questi saranno nulle le forme

$$f_{n+r}+a'_{1.n}f_{n+r-1}+\ldots a'_{r.n}f_n \quad \text{ed} \quad a_{1.n}f_{n+r-2}+a_{2.n}f_{n+r-2}+\cdots+a_{1.n}f_n\,,$$

e quindi col metodo del § 11 applicato a queste due forme si avranno le condizioni affinchè vi siano s integrali indipendenti comuni, e la forma di ordine s che ammette questi integrali come sistema fondamentale.

« In particolare, l'equazione di second'ordine

$$f_{n+2}=(a_n\,x+a'_n)\,f_{n+1}+x\,f_n$$

ha un integrale indipendente da x sotto la condizione

$$a_n\,a'_{n-1}+1=0 \tag{10}$$

e l'integrale stesso è

$$\alpha_n=\frac{(-1)^n c}{a_0\,a_1\ldots a_{n-1}}\,.$$

« Sotto la condizione (10), la frazione continua

$$\sigma=\cfrac{x}{a_0\,x+a'_0+\cfrac{x}{a_1\,x+a'_1+\cfrac{x}{a_2\,x+a'_2+\cdots}}}$$

può avere un valore indipendente da x: indicando infatti con P_n, Q_n i numeratori e denominatori delle ridotte, sarà

$$\alpha_n=\alpha_0\,P_n+\alpha_1\,Q_n\,;$$

se ora si ha, per valori convenienti di x, $\lim\limits_{n=\infty}\frac{\alpha_n}{Q_n}=0$, viene

$$\sigma=\lim_{n=\infty}\frac{P_n}{Q_n}=-\frac{\alpha_1}{\alpha_0}=\frac{1}{a_0}\text{ ».}$$

Astronomia. — *Sulle scoperte dei pianetini fra Marte e Giove.* Nota del Corrispondente E. MILLOSEVICH.

« Alcuni anni or sono, per mezzo del prof. Tacchini, informai, a più riprese, l'Accademia sulle scoperte dei pianetini fra Marte e Giove; ma, dall'ultima mia Nota su quell'argomento, la messe si è cotanto arricchita che non deve essere discaro il conoscere lo stato presente delle nostre cognizioni.

« Riferendomi alla mia Nota del 13 novembre 1887, in quella ricordava che il pianetino (271) Penthesilea era stato scoperto da Knorre a Berlino il 19 ottobre di quell'anno.

« Le scoperte del 1888 vennero fatte da Charlois a Nizza e da Palisa a Vienna dal (272) Antonia al (281) Lucretia.

« Nel 1889 i pianetini scoperti furono sei, l'ultimo dei quali (287) Nephtys venne trovato da C. H. F. Peters, un celebre scopritore americano e caldo amico dell'Italia, il quale, con quella scoperta, chiudeva la sua ammirabile carriera, morendo alcuni mesi dopo (19 lugllo 1890). Gli altri cinque pianetini vennero scoperti da Charlois e da Palisa.

« Nel 1890 si aggiunsero 15 pianetini, il primo trovato da R. Luther, cioè (288) Glauke, gli altri da Charlois e da Palisa da (289) Nenetta a (302) Clarissa.

« Nel 1891 furono trovati ben 21 pianetini da (303) Josephina, da me scoperto, fino a (323) Brucia trovato da M. Wolf ad Heidelberg; gli altri 19 vennero scoperti, uno da me (306) Unitas, due da Borelly a Marsiglia, cioè (308) Polixo e (322) Phaeo, tutti gli altri da Charlois e da Palisa. Senonchè la scoperta del (323) Brucia è memoranda, perchè segna il primo frutto della fotografia applicata a questa parte della scienza.

« I primi 322 pianetini vennero sempre trovati o col confronto minuzioso e prolungato del cielo con carte contenenti le stelle, da principio puramente zodiacali fino alla 11ma grandezza, poi circum-zodiacali fino alla 12ma, oppure collo studio di regioni di cielo senza il sussidio cartografico collo scopo in generale di costruire le carte o mancanti o imperfette, salvo alcune scoperte dovute all'eventualità; in una maniera o nell'altra il metodo era faticosissimo, ed è veramente maravigliosa l'attitudine di dar la caccia ai pianetini di Luther, Peters, Charlois e Palisa.

« Ma, esponendo una lastra sensibile nel piano focale d'un oggettivo fotografico facente parte d'un equatoriale condotto da un orologio di precisione, che simula il moto della terra, avviene che, se un astro ha moto proprio, lascia una piccola striscia in causa delle successive impressioni della luce, la qual striscia si riconosce ben presto, e si distingue dai punti lucidi, che lasciano le stelle fisse.

« L'ultimo punto della striscia, o meglio il punto medio di essa, col tempo medio locale, al quale corrisponde, è riferito a stelle note, che pur sono fotografate sulla lastra, e con ciò si hanno le coordinate apparenti dell'astro nuovo, colla precisione che viene raggiunta osservando direttamente col micrometro filare.

« Il campo fotografato può essere di qualche grado quadrato, e un'ora di esposizione corrisponde all'incirca a qualche notte di lavoro assiduo e prolungato almeno per quattro ore, anche nell'ipotesi di esplorare con una carta celeste, assai buona, come sono quelle di Peters e di Palisa; guai poi se il paragone del cielo si faccia con alcuna delle vecchie carte di Parigi, dove le omissioni di stelle sono frequentissime e per lo splendore ingiustificate. Che se poi si dovesse costruire la carta corrispondente all'area fotografata è questione di lavoro ben più lungo e di un altro ordine.

« La condizione più favorevole per il lavoro fotografico è fra 11^h30^m e 12^h30^m di t. m. locale in angolo orario $352° \frac{1}{2}$ e $7° \frac{1}{2}$ in zona lontana dal polo, i pianetini essendo generalmente non molto inclinati al piano dell'orbita della terra. Osservando in queste condizioni (opposizione) la striscia può essere ampia da un minimo di circa 18″ a un massimo di circa 70″, tali essendo i valori estremi del moto retrogrado in opposizione dei pianetini fra Marte e Giove.

« La prima scoperta fotografica avvenne il 20 dicembre 1891 da M. Wolf ad Heidelberg. Il Wolf cominciò il 28 novembre a ricercare pianetini vecchi e nuovi con quel prezioso metodo, e i risultati furono fecondi. Parecchi pianeti rimasero incogniti, cioè andarono perduti, o perchè di essi si ebbe una sola posizione, o perchè l'accertamento della identità in diverse lastre non riuscì possibile.

« Il metodo antico venne detronizzato, e pochissimi pianeti vennero ritrovati con questo dopo quel tempo; anzi, mentre il Charlois a Nizza pensò di adottare per la ricerca il medesimo procedimento di Wolf, il Palisa pare abbia smesso di cercare sistematicamente colla costruzione delle carte, probabilmente intendendo di ricorrere anch'egli alla fotografia, ove credesse di perseverare nelle ricerche di pianetini vecchi e nuovi.

« La rapidità, colla quale si successero le scoperte fotografiche dei pianetini dopo il dicembre 1891, senza essere eccessiva e quale forse alcuno avrebbe pensato, rese difficile il tener dietro a quelle per mezzo del calcolo, anche per accertare se alcuno di quelli, che parevano nuovi non fosse per avventura alcuno dei perduti: di qui una probabile confusione di numerazione, ed una necessità di continue rettifiche. A provvedere a quest'ultima parte fu stabilita una nomenclatura provvisoria, ad es. 1893 A, 1893 B,.... 1893 AA, 1893 AB... ecc., ecc., riservando all'avvenire la vera numerazione, e la denominazione da parte degli scopritori.

« Le scoperte avvenute nel 1892 vanno dal (324) non ancora denomi-

nato, rinvenuto da Palisa col metodo antico, fino al (351) trovato da Wolf al 16 dicembre. Splendido non tanto, per natura dell'orbita (eccentricità 4°), quanto probabilmente per notabile volume è (349) Dembowska, così denominato dallo scopritore Charlois in omaggio del celebre astronomo ben noto all'Accademia.

« Coll'equatoriale, cha usava il Dembowski, ora all'osservatorio di Padova, il prof. A. Abetti fece numerose osservazioni di questo pianeta.

« Fra i 29 pianetini, scoperti e ritenuti nuovi nei 1892, vi è il (330), che tardi il dott. Berberich riconobbe identico con (298) Baptistina. Per non alterare la numerazione già fatta si passa da (329) a (331); poi non assunse numero il pianetino 1892 S, perchè le osservazioni non permisero alcun calcolo d'orbita. Sono adunque 27 i nuovi pianetini trovati (e in debole misura assicurati) nel 1892. Quattro soltanto vennero scoperti col metodo antico, due da Palisa e due da Charlois, prima che quest'ultimo adottasse il metodo fotografico.

« I pianetini scoperti nel 1893, testè finito, sono in numero ben maggiore di quello che risulti dalla numerazione, e ciò in causa che parecchi sono fotografati due sole volte, oppure a periodi troppo stretti, per il calcolo plausibile degli elementi ellittici.

« Di quelli fotografati due volte con sufficiente intervallo è possibile un'orbita circolare, come calcolò il dott. Berberich per i pianeti 1893 X e 1893 Y. Il (359) tardi fu riconosciuto essere Iulia (89).

« Escludendo questi tre dalla numerazione, ben 27 pianetini si possono considerare come nuovi acquisti della scienza, cioè da (352) [(1893 B, 12 gennaio, Wolf)] fino a (379) [(1893 AP Wolf, 6 dic. 1893)], uno di questi fu scoperto col vecchio metodo da Borelly a Marsiglia, cioè il (369) [(AE 4 luglio, 1893)]. Per evitare ricorrezioni si passa da (358) a (360). Alcuni scoperti in questi due ultimi anni col metodo fotografico sono veramente interessanti; abbiamo già ricordato (349) Dembowska; ora ci piace ricordare (334) Chicago, il quale, secondo recentissimi calcoli del dott. Berberich, ha un'eccentricità così piccola (all'incirca quella di Nettuno) e subisce perturbazioni gravissime per Giove, a cui si può accostare fino ad una distanza di circa 96 milioni di miglia cosmopolite, in modo che l'orbita può in un istante essere un circolo e poi la longitudine del perielio mutare di due retti; poi ricordo il (354), scoperto il 17 gennaio da Charlois, e detto 1893 A, perchè annunciato prima del (352) e del (353), fotografati per la prima volta il 12 e il 16 gennaio; ha notabile inclinazione (18°,4), ed è certamente grosso, dacchè io lo potei osservare e bene fino al 30 giugno (vedi orbita del prof. Abetti, AN 3190); ed ancora per un altro, non numerato, da due osservazioni, separate da solo tre dì, il dott. Berberich ebbe un moto medio di 423″, cioè molto piccolo; senonchè tale valore ha poco significato, ed è suscettibile di fortissima correzione (1893 X).

« I beneficî quindi resi dalla fotografia anche in questa parte della scienza sono ben manifesti. Ma non è soltanto nell'acquisto di nuovi corpi che consista il massimo bene, chè anzi può parere anche un grave ingombro di calcolo futuro, ma invece nell'osservare un gran numero, e rapidamente, dei pianeti già conosciuti, e ciò con una precisione di pochissimo inferiore a quella che si ottiene usando il micrometro filare, con forte ingrandimento, e ripetendo l'osservazione parecchie volte.

« Anzi a questo proposito cade in acconcio far notare che esaminando il periodo da 28 nov. 1891 a 24 marzo 1892, nel quale A. Wolf fotografò regioni di cielo per la ricerca di pianetini, ben 37 erano pianeti conosciuti e 19 incogniti, e, benchè la proporzionalità non sia tollerabile, specialmente sur una base sì piccola, pure un criterio si può avere sul limite nel numero di simili corpuscoli, almeno fino alle grandezze 12,5 — 13,0. E se uno asserisse che forse dopo averne trovato 600 di veramente distinti, per trovarne un altro centinaio dovrebbe scorrere un lungo tempo di assiduo lavoro, non direbbe cosa destituita di sano criterio.

« E per avvalorare questa tesi valga un altro argomento.

« Al momento dell'applicazione della fotografia a simili ricerche (dic. 1891) alcuni pianeti, per orbite imperfette, erano perduti, lasciando peraltro tracce di riconoscimento, e solo una ricerca casuale, o quasi, poteva ridonarli; essi erano (99) Dike; (132) Aethra; (155) Scylla; (156) Xantippe; (157) Dejanira; (163) Erigone; (175) Andromache; (188) Menippe; (193) Ambrosia; (220) Stephania; (228) Agathe; (274) Philagoria e (275) Sapientia.

« Sapientia (275) venne ritrovato da Wolf nel primo mese di lavoro fotografico; Erigone (163) fu riscoperto dallo stesso l'1 sett. 1892; Agathe (228) venne trovato da Wolf il 17 ottobre 1892; (175) Andromache fu scoperto da Charlois il 18 maggio 1893, ai quali aggiungo, da una Nota di Berberich nelle AN 3201, (274) Philagoria. Resistono ancora alle ricerche fotografiche i seguenti:

« (99), (132), (155), (156), (157), (188), (193) e (220), ma la resistenza è presto spiegata quando si pensi che, per quel poco che si conosce delle loro orbite, (99) è inclinato di 14° sull'ectittica; (132) di ben 24°; (155) di 14°; (157) di 12° ecc. ecc.; così che io penso che se questi quattro avessero avuto piccola inclinazione di già non sarebbero isfuggiti all'ampio e sensibile occhio fotografico, perocchè le ricerche essendo dirette in regioni del cielo poco lontane dall'eclittica, la probabilità di imbattersi in astri che hanno orbite fortemente inclinate è piccola, poichè sono necessarie due condizioni, cioè l'opposizione in prossimità del nodo.

« Tutto sommato anche questo secondo argomento corrobora la tesi precedente, che cioè non ve ne sia un gran numero da scoprire.

« Attualmente con grandi sforzi l'Ufficio di calcolo di Berlino, mercè

specialmente il valore del dott. Berberich, tiene testa alle irruenti scoperte fotografiche, ma sono ben note le fatiche di calcolo domandate da ciascuno di questi pianeti, e si può prevedere che in avvenire le perdite si succederanno ai ritrovamenti, se per questo argomento, e per tanti altri, che il metodo moderno fotografico offre, non vi sia il concorso collettivo di forze internazionali in un Istituto grandioso di calcolo, che a tutto possa provvedere. Non è qui mio proposito di sviluppare questa idea, perchè sarebbe necessario dimostrare quanto materiale possa porgere la fotografia al calcolo in confronto dei metodi attuali di osservazione diretta, nelle diverse parti della scienza, ma lo accennarla non mi parve mal fatto ».

Chimica. — *Sul potere rifrangente dei composti contenenti il carbonile.* Nota di R. Nasini e F. Anderlini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sulle superficie algebriche che ammettono un sistema doppiamente infinito di sezioni piane riduttibili.* Nota di Guido Castelnuovo, presentata dal Socio Cremona.

« L'illustre Kronecker assistendo ad una seduta di questa Accademia (2 maggio 1886) [1] comunicò verbalmente un suo teorema *Sulle superficie algebriche irreduttibili aventi infinite sezioni piane che si spezzano in due curve*; e manifestò l'intenzione di presentare in seguito (per l'inserzione nei Rendiconti) una Nota contenente il preciso enunciato e la dimostrazione di quel teorema. La Nota però non fu più inviata all'Accademia (nè pubblicata altrove), tanto che del teorema non rimane nessuna traccia sicura. Tuttavia le informazioni che gentilmente mi diedero i prof. Cremona e Cerruti presenti a quella seduta, ed alcuni amici i quali ebbero occasione di discorrere col Kronecker, mi inducono a ritenere che il nominato teorema coincida con quello che si trova enunciato e dimostrato nella presente Nota. La mia dimostrazione differirà probabilmente in vari punti da quella che il Kronecker aveva in mente; della quale sarebbe desiderabile una ricostruzione, se nei manoscritti lasciati dal compianto geometra di Berlino si trovassero traccie sufficienti.

« Il teorema che qui si tratta di dimostrare, può enunciarsi così:

« Una superficie algebrica irriduttibile, la quale dai piani di un sistema doppiamente infinito venga segata in

(1) Si vedano in proposito i Rendiconti dell'Acc. d. Lincei, serie 4ª, vol. II.

curve riduttibili, è rigata oppure è la superficie di Steiner (del quarto ordine, con tre rette doppie concorrenti in un punto triplo, segata in due coniche da ogni piano tangente).

« È chiaro che una rigata viene segata da ∞^2 piani in curve riduttibili: ogni generatrice appartiene ad ∞^1 di tali sezioni. Noi potremo dunque limitarci a considerare quelle superficie *non rigate* che godono la proprietà enunciata nel teorema.

« Indichiamo con F una di siffatte superficie, con π uno generico degli ∞^2 piani secanti F lungo curve riduttibili, con $C_1, C_2 \ldots C_i$ $(i \geqq 2)$ le componenti irriduttibili della sezione praticata con π. Ed osserviamo anzitutto che se due delle i curve giacenti su π hanno in comune un punto P semplice per F, il piano π è tangente alla F in P. Dal che segue subito che due tra le i curve del piano generico π non possono coincidere, poichè altrimenti π toccherebbe F lungo una curva, e potendosi ripetere altrettanto per ciascuno degli ∞^2 piani, ogni punto di F avrebbe ∞^1 piani tangenti, il che è assurdo.

« Ciò premesso, facciamo variare con continutà il piano π entro al sistema ∞^2, (sistema evidentemente algebrico, perchè algebrica è la condizione di riduttibilità di una sezione di F). Al variare di π le linee $C_1, C_2 \ldots C_i$ (che non sono rette) varieranno sopra F con continuità (conservando quindi inalterati i loro ordini, generi ....), e descriveranno certi sistemi algebrici doppiamente infiniti. Indichiamo con Σ_1 il sistema ∞^2 di tutte le curve di F su cui si porta C_1 al variare di π: e analogamente siano $\Sigma_2, \ldots \Sigma_i$ i sistemi descritti da $C_2, \ldots C_i$; non è escluso che questi sistemi algebrici possano in parte o tutti coincidere (quando due o più curve irriduttibili di π appartengano ad uno stesso sistema algebrico ∞^2).

« Per due punti generici di F passano una o più curve di ciascuno dei sistemi $\Sigma_1, \Sigma_2 \ldots \Sigma_i$; e le curve del sistema Σ_1 (ad es.) che passano per un punto P generico di F, formano un sistema algebrico ∞^1 che indicheremo con Σ'_1. La curva generica C_1 di Σ'_1 sta in un piano, il quale sega inoltre F lungo $i - 1$ curve $C_2 \ldots C_i$; ma queste non passano per P, perchè altrimenti quel piano, generico in un sistema ∞^1, toccherebbe la superficie F in P, mentre uno solo è il piano tangente ad F in P. Ne viene che mentre C_1 descrive il sistema Σ'_1, la curva C_2 descrive un sistema algebrico, pure ∞^1, Σ'_2 *certo distinto* da Σ'_1. Vi sarà almeno una curva C_2 di Σ'_2 che passerà per P, la qual curva, insieme alla C_1 di Σ'_1 che giace nel suo piano, darà una curva composta $C_1 + C_2$ avente un punto doppio in P; quel piano dunque sarà tangente ad F in P. E così si vede intanto che il piano π tangente ad F in un punto generico P appartiene al sistema ∞^2 dei piani secanti F lungo curve riduttibili, e che pel punto di contatto P passano due C_1, C_2 tra le curve componenti la sezione piana. Anzi pel punto P non può passare una terza componente C_3,

poichè altrimenti P sarebbe (punto triplo per la sezione con π e quindi) punto di flesso per la curva segata su F da un piano generico per P; ma essendo P un punto generico di F quella curva dovrebbe ridursi ad una retta (avendo ∞^1 flessi) e quindi F sarebbe un piano, il che evidentemente si esclude.

« Noi ora vogliamo determinare il numero dei punti comuni a due curve generiche C_1, C_2 l'una di Σ_1, l'altra di Σ_2. Osserviamo anzitutto che se i due sistemi algebrici ∞^2 Σ_1 e Σ_2 coincidono, può ben accadere che due curve C_1 e C_2 abbiano una sola intersezione (certo *una* almeno), nel qual caso per due punti generici di F passa una sola curva del sistema $\Sigma_1 \equiv \Sigma_2$. Ma se Σ_1 e Σ_2 sono distinti, poichè per due punti generici di F deve passare almeno una curva di Σ_1 ed una (diversa) di Σ_2, segue che *due* almeno sono le intersezioni di C_1 e C_2. Premesse queste considerazioni (che possono ripetersi per due qualisivogliano dei sistemi $\Sigma_1 \ldots \Sigma_i$) riprendiamo il piano π tangente ad F in P, e le curve $C_1, C_2 \ldots C_i$ $(i \geqq 2)$ che esso sega su F, delle quali due sole C_1 e C_2 passano per P. Supponiamo poi che un punto si muova con continuità sulla superficie F partendo da P e descrivendo una curva qualsiasi γ; ed insieme al punto mobile consideriamo il piano mobile ivi tangente ad F, e le successive posizioni che su F va assumendo la curva C_1 al variare del piano stesso. Siano P', π', C'_1 tre posizioni corrispondenti dei tre elementi mobili (punto, piano, e curva). La curva C'_1 del piano π' sega la curva fissa $C_2 + \ldots + C_i$ del piano fisso π, in un certo numero $k \geqq i - 1$ di punti $M'_1, \ldots, M'_k$, i quali si trovano sulla retta $\pi\pi'$ comune ai due piani. Se ora facciamo che il punto P' torni alla posizione iniziale P lungo la γ, e seguiamo nei loro movimenti il piano π' e la curva C'_1, vediamo che i punti $M'_1, \ldots, M'_k$ andranno muovendosi con continuità lungo le curve fisse $C_2, \ldots, C_i$, mentre la retta $\pi\pi'$ che li contiene varia con continuità sul piano fisso π. Al limite, per P' coincidente con P, la curva C'_1 si è portata sulla C_1 di π, ed i punti $M'_1, \ldots, M'_k$ sono venuti a cadere in certi punti $M_1, \ldots, M_k$ comuni alle due curve C_1 e $C_2 + \ldots + C_i$, dei quali punti uno almeno cade in P. La retta $\pi\pi'$ (contenente i punti $M'_1, \ldots, M'_k$) ammette alla sua volta come posizione limite (per una nota proprietà) quella retta t' del fascio (P, π) che è *tangente coniugata* (rispetto ad F) alla tangente t a γ in P; sulla t' adunque devono cadere, oltre a P, altre $k - 1$ intersezioni delle due curve C_1 e $C_2 + \ldots + C_i$ [1]. Ora si osservi che la curva γ, di cui ci siamo valsi nell'ultimo ragionamento, è in nostro arbitrio. Si faccia variare γ su F intorno a P, in guisa che la sua tangente t in P

[1] Di queste intersezioni alcune, giacenti su C_2, possono anche venire a cadere in P; allora però t' riesce tangente a C_2 in P, perchè P è punto semplice per C_2. (Se infatti P fosse doppio per C_2, esso riuscirebbe almeno triplo per la sezione completa di F con π, e ciò non è possibile, come sopra si dimostrò).

descriva il fascio (P, π); sempre troveremo che $k-1$ intersezioni, oltre a P, delle due curve fisse C_1 e $C_2 + \ldots + C_i$ devono giacere sulla retta t' passante per P e tangente coniugata alla tangente variabile t. Ora se si suppone $k-1>0$, deve certo presentarsi uno dei due casi seguenti: o mentre t descrive il fascio (P, π), la tangente coniugata t' varia essa pure, e variano in conseguenza le $k-1$ intersezioni nominate, sicchè le due curve C_1 e $C_2 + \ldots + C_i$ hanno infiniti punti in comune, il che però abbiamo dimostrato assurdo sin dal principio; oppure t' non varia al variare di t, e allora il punto P (generico di F) è un punto parabolico, e la F che ha tutti i suoi punti parabolici è una *superficie sviluppabile* (nota proprietà di Geometria differenziale), mentre le sviluppabili (particolari rigate) furono escluse dalle nostre ricerche.

« Dobbiamo dunque concludere che $k-1=0$, $k=1$, ossia che la curva generica del sistema Σ_1 sega in un sol punto la curva $C_2 + \ldots + C_i$. Dal che segue anzitutto che $i=2$ (perchè $k \geqq i-1$), e in secondo luogo che coincidono i sistemi Σ_1, Σ_2 descritti dalle curve C_1 e C_2 (perchè ogni curva di Σ_1 incontra in un sol punto ogni curva di Σ_2). Segue finalmente che le curve C_1 dell'unico sistema $\Sigma_1 \equiv \Sigma_2$ sono coniche, perchè una C_1 è segata da ciascuno degli ∞^2 piani tangenti ad F in due soli punti (intersezioni di C_1 coll'una e coll'altra delle due curve di Σ_1 che costituiscono l'intersezione di F col piano tangente considerato). Sicchè concludiamo che la superficie F contiene un sistema doppiamente infinito di coniche tali che due coniche si segano in un sol punto e per due punti passa una sola conica; la sezione di F con un suo piano tangente generico è costituita da due coniche del sistema passanti pel punto di contatto (e secantisi ulteriormente in tre punti doppi per F). La F dunque ha l'*ordine* 4, ed è la nota *superficie di Steiner*, il che appunto si doveva dimostrare.

« Quali corollari immediati del teorema ora dimostrato possono considerarsi ad es. una proposizione del sig. Darboux (1), (secondo la quale le superficie contenenti ∞^2 coniche sono quadriche, o rigate cubiche, o superficie di Steiner), ed il noto teorema dei sigg. Picard (2) e Guccia (3) il quale afferma che ogni superficie di cui le sezioni piane sono curve razionali è rigata oppure è la superficie di Steiner. Il teorema del presente lavoro può anche giovare nello studio delle superficie a sezioni piane ellittiche, come mostrerò in un'altra Nota ».

(1) *Sur le contact des courbes et des surfaces.* Bulletin des Sciences Mathém. 1880.
(2) *Sur les surfaces algébriques dont toutes les sections planes sont unicursales.* Journal für die r. u. a. Mathem. Bd. 100.
(3) *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono curve unicursali.* Rendic. Circolo Matem. di Palermo, tomo I.

Matematica. — *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono curve ellittiche.* Nota di GUIDO CASTELNUOVO, presentata dal Socio CREMONA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Termodinamica. — *Di alcune relazioni termodinamiche sui vapori.* Nota del prof. STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio BLASERNA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Influenza delle scosse e della durata d'azione delle forze sui cicli di deformazione.* Nota del dott. M. CANTONE, presentata dal Socio BLASERNA.

I. Scosse.

« L'argomento che trattiamo in questa prima parte può avere interesse pratico sotto due aspetti, sia che si voglia indagare come agisca uno sforzo applicato o soppresso troppo rapidamente, sia che si prenda in esame l'effetto di vere scosse comunicate al corpo, e poichè in entrambi i casi questo è sollecitato ad oscillare attorno la posizione d'equilibrio, ho creduto opportuno di comprendere sotto unico titolo [1] le due specie di azioni.

« Noi già sappiamo [2] che cambiando il senso di variazione della forza muta la legge che segue il corpo nel deformarsi, in modo che se noi, invece di venire direttamente ad un determinato carico, vi arriviamo usando forze con valori oscillanti attorno quello definitivo, dobbiamo cadere in un punto del diagramma più alto o più basso dell'altro fornitoci dagli ordinari processi a seconda che si operi per forze crescenti o decrescenti. Ne viene di conseguenza che i due punti della *curva d'isteresi*, relativi allo stesso valore della forza, tenderanno ad avvicinarsi fra loro, e ciò mostra sino ad

[1] Il sig. G. Wiedemann (V. Wied. Ann. 6, p. 506) dà il nome di scossa a diverse azioni capaci di disturbare l'assetto molecolare, come scuotimenti, forze magnetiche, variazioni di temperatura. Io ho voluto contenermi per ora fra limiti assai più ristretti.

[2] V. Rend. Acc. dei Lincei, vol. II, 2° sem., p. 246, 295.

un certo punto dover esser l'influenza delle scosse nello stesso senso dell'accomodazione [1].

« L'esperienza conferma tutte queste previsioni, e rivela del pari come per effetto delle scosse si abbia in una lastra presa allo stato iniziale un aumento di cedevolezza quando si operi con forze crescenti con continuità.

« Le serie cui si riferiscono le seguenti tabelle, furono eseguite facendo prima compiere al corpo diversi *cicli bilaterali* [2]. nelle condizioni ordinarie e fra i medesimi limiti di forza da usare nell'esperienze colle scosse. Alla produzione di queste servivano tre pesi da 38 grammi, che applicati opportunamente sui due piatti generavano le piccole variazioni del carico attorno il valore determinato dai pezzi di piombo.

« Il processo che seguivo era abbastanza semplice. Arrivato per forze decrescenti, ad esempio, ad un valore P del peso flettente e notata l'altezza della mira, producevo coi pesi da 38 gr., che voglio indicare con p, le alternazioni $\}(P-3p)\cdot P\cdot(P+2p)\{$, $\}(P+2p)\cdot P\cdot(P-p)\{$, $\}P-p)\cdot P\{$, e facevo la nuova lettura al catetometro. Nel caso che si raggiungesse il punto in esame per forze crescenti, si cominciavano invece le alternazioni parziali da $P+3p$, ma per il resto si operava in modo del tutto analogo.

« Ho voluto nello studio della questione procedere coll'ordine avanti esposto, tenendo di mira specialmente l'azione di un carico esercitato o soppresso con grande rapidità. Ma anche invertendo l'ordine, per realizzare casi possibili di scosse meccaniche in senso opposto a quello pocanzi stabilito, non ne rimaneva alterata la natura del fenomeno, solo che l'effetto era minore.

« I valori di L dànno le altezze della mira nei cicli ordinari. In quelli colle scosse le letture L^0_σ, fatte appena dopo l'applicazione dei pesi di piombo, risentono talvolta l'influenza delle scosse precedenti, ma si discostano sempre dalle letture L'_σ compiute quando si ultimava la scossa. Ai valori di L'_σ corrispondono le variazioni delle saette $\Delta s'_\sigma$, riportate per uno studio approssimato dell'andamento del modulo.

Colla O_0 *ricotta* si operarono per ogni punto di fermata due scosse; le letture L''_σ fatte dopo la seconda non sono molto diverse da quelle che si riferiscono alla prima, ed il senso delle divergenze è incerto; pare dunque che scosse ripetute a brevi intervalli di tempo non debbano produrre in seguito al primo spostamento effetti ulteriori notevoli.

[1] V. loc. cit. p.
[2] V. loc. cit. p. 247.

O_0 *ric.* TABELLA I. 15 Febb.

P	L	$L^0\sigma$	$L'\sigma$	$L''\sigma$
0	134.27	138.98	—	—
4	121.68	121.47	121.40	—
6	115.71	115.39	115.06	115.08
8	109.40	109.00	107.02	107.00
10	101.12	101.32	96.95	96.90
8	106.39	102.33	102.40	102.40
6	112.18	108.11	108.17	108.17
4	118.14	114.04	114.31	114.34
0	130.90	127.32	127.83	127.96
— 4	144.76	142.27	143.90	143.86
— 6	151.70	149.82	152.11	152.13
— 8	158.60	157.98	160.93	160.93
— 10	167.08	167.02	172.74	172.94
— 8	162.98	167.16	166.35	166.33
— 6	157.18	161.23	160.63	160.71
— 4	151.00	154.98	154.56	154.49
0	137.16	141.07	140.30	140.33
4	123.28	125.77	124.78	124.78
6	116.42	118.20	116.71	116.71
8	109.25	110.07	108.10	108.03
10	101.16	101.04	96.83	96.75
A	93.10		169.68	169.00

O_4 TABELLA II. 17 Marzo

P	L	Δ_s	$L^0\sigma$	$L'\sigma$	$\Delta_s'\sigma$
0	132.06		132.12	—	
		10.06			10.06
4	122.00		122.06	122.02	
		9.76			9.78
8	112.24		112.30	112.24	
		9.56			9.88
12	102.68		102.74	102.36	
		5.24			5.98
14	97.44		97.50	96.38	
		— 4.28			— 4.34
12	101.72		100.70	100.72	
		— 9.08			— 9.06
8	110.80		109.76	109.78	
		— 9.70			— 9.74
4	120.50		119.48	119.52	
		— 10.24			— 10.41
0	130.74		129.82	129.43	
		— 10.38			— 10.63
— 4	141.12		140.30	140.56	
		— 10.22			— 10.58
— 8	151.34		150.86	151.14	
		— 10.30			— 11.26
— 12	161.64		161.64	162.40	
		— 5.61			— 6.42
— 14	167.25		167.54	168.82	
		4.35			4.58
— 12	162.90		164.32	164.24	
		9.37			9.34
— 8	153.53		154.98	154.90	
		9.67			9.80
— 4	143.86		145.24	145.10	
		10.27			10.34
0	133.59		134.94	134.76	
		10.55			10.86
4	123.04		124.12	123.90	
		10.22			10.66
8	112.82		113.58	113.24	
		10.18			10.98
12	102.64		102.88	102.26	
		5.24			5.98
14	97.40		97.36	96.28	
A		54.81			94.02

O_6 *ric.* TABELLA III. 18 Maggio

P	L	Δ_s	L	Δ_s	L^0_σ	L'_σ	$\Delta_s'_\sigma$
0	135.49				135.48	—	
		4.85					5.00
3	130.64				130.60	130.48	
		3.40					3.68
5	127.24				127.14	126.80	
		3.94					4.28
7	123.30				123.16	122.52	
		2.26					2.44
8	121.04		121.04		120.97	120.08	
		—1.50		—1.54			—1.50
7	122.54		122.58		121.58	121.58	
		—3.10		—3.10			—3.20
5	125.64		125.68		124.70	124.78	
		—3.24		—3.22			—3.36
3	128.88		128.90		128.00	128.14	
		—5.18		— 5.18			—5.56
0	134.06		134.08		133.36	133.70	
		—5.75		—5.71			—6.10
— 3	139.81		139.79		139.32	139.80	
		—3.84		—3.90			—4.14
— 5	143.65		143.69		143.40	143.94	
		—4.02		—4.05			—4.43
— 7	147.67		147.74		147.60	148.37	
		—2.21		—2.12			— 2.47
— 8	149.88		140.86		149.92	150.84	
		—1.52		1.54			1.56
— 7	148.36		148.32		149.30	149.28	
		3.16		3.13			3.20
— 5	145.20		145.19		146.14	146.08	
		3.24		3.24			3.42
— 3	141.96		141.95		142.82	142.66	
		5.18		5.17			5.50
0	136.78		136.78		137.45	137.16	
		5.58		5.58			5.98
3	131.20		131.20		131.62	131.18	
		3.84		3.86			4.15
5	127.36		137.34		127.56	127.03	
		4.14		4.10			4.43
7	123.22		123.24		123.35	122.60	
		2.18		2.22			2.50
8	121.04		121.02		121.02	120.10	
A	27.92		28.43			36.77	

O_{12} *ric.* TABELLA IV. 9 Agosto

P	L 1° ciclo	L 2° ciclo	L^0_σ	L'_σ	$L'_\sigma - L^0_\sigma$
8	102.32	102.36	102.40	—	—
6	107.48	107.49	107.56	107.58	0.02
4	112.86	112.88	112.94	112.97	0.03
0	124.32	124.36	124.39	124.50	0.11
— 4	136.24	136.27	136.30	136.51	0.21
— 6	142.12	142.20	142.22	142.64	0.42
— 8	148.59	148.51	148.50	—	—
— 6	143.29	143.28	143.20	143.15	—0.05
— 4	137.82	137.73	137.70	137.65	—0.05
0	126.20	126.14	126.12	126 00	—0.12
4	114.30	114.25	114.22	114.02	—0.20
6	108.49	108.45	108.42	108.05	—0.37
8	102.36	102.40	102.42	—	—
A	20.94	19.56	14.53		

« Come si vede le scosse agiscono nel senso avanti indicato. Di più i cicli colle alternazioni parziali si chiudono, ed il modulo nelle varie fasi del processo è notevolmente diminuito.

« Bisogna osservare intanto che, mentre ogni singola scossa ha tendenza a diminuire l'*area d'isteresi*, questa risulta invece accresciuta. Il paradosso non è dovuto ad altro che all'influenza delle oscillazioni attorno i punti estremi del ciclo, le quali facendone aumentare l'ampiezza portano l'aumento cennato dell'area. Infatti la tabella IV, che contiene i risultati di un ciclo colle scosse nei vari punti, eccettuati gli estremi, mostra appunto che l'energia dissipata diminuisce sotto l'azione di scosse che non alterino l'ampiezza del ciclo.

« I fatti di cui ci siamo occupati, servono a giustificare le cautele da usarsi nella carica e nella soppressione delle forze deformatrici, poichè le

oscillazioni che ne derivano sul corpo possono aumentare la deformazione o diminuire l'effetto permanente, recando così disturbi sistematici atti a modificare la legge elastica che si vuol prendere in esame.

« Il sig. Wiedmann (1) ritiene che queste azioni dovute alle scosse riguardino l'elasticità susseguente, uniformandosi in ciò al concetto espresso da altri fisici. Pure ammettendo che un'influenza possano avere i moti vibratori sulle azioni elastiche susseguenti, credo che l'esperienze riportate sieno bastevoli a mostrare come gli effetti delle scosse da noi studiate sieno da ascriversi in massima parte alla legge di deformazione del corpo.

« Il processo delle *alternazioni decrescenti* non è che un caso particolare di scosse applicato alla saetta residua: la diminuzione che ne consegue per questa può, come si è visto, essere tanto grande da farla sparire. Però se usando di tali scosse la prima deformazione di senso opposto a quella da cui si è partiti, ne fosse per una ragione qualunque maggiore, dovremo aspettarci, e l'esperienza lo prova, una saetta residua di senso contrario alla primitiva.

II. Elasticità susseguente.

« È noto che le azioni elastiche susseguenti nei corpi poco plastici, non sono così grandi da alterare in modo notevole la natura delle leggi che essi seguono nel deformarsi. Ciò nonpertanto ho creduto opportuno un esame superficiale dell'argomento, per accertare l'entità di quelle azioni nei processi ciclici da noi avanti studiati.

« Con diverse lastre prese nello stato iniziale, vennero compiute ricerche intese a valutare gli spostamenti della mira dall'applicazione del carico sino a quando fosse raggiunto l'equilibrio definitivo. Avuto riguardo al metodo usato per la misura delle saette, non erano da aspettarsi risultati di grande esattezza, occorrendo un certo tempo per puntare la mira ad ogni nuovo carico; però, siccome nei metalli crudi il fenomeno in questione non era molto marcato, le incertezze da cui potevano essere affetti i valori delle saette residue ci lasciavano un campo d'indagine abbastanza libero per il nostro esame. Nel caso dei metalli ricotti, essendovi una variazione più rapida dell'altezza della mira, specialmente per le grandi forze, siamo in condizioni ancora meno favorevoli, ma ad onta di ciò si riesce ad apprezzare un comportamento del corpo in tutto analogo a quello che si ha col metallo crudo.

« Comincio dal riassumere i risultati ottenuti colla O_6 nei primi cicli bilaterali fra $+16$ e -16. Per brevità di locuzione indico con Δ le variazioni delle saette dovute all'elasticità susseguente.

(1) Wied. Ann. 29, p. 226, 1886.

« Procedendo per forze crescenti i valori di Δ cominciano a rendersi apprezzabili a partire dal carico 10, e crescono poi con rapidità sempre maggiore sino a raggiungere con 16 pesi $0^{mm}14$, ossia circa $^1/_{20}$ della deformazione dovuta al 16° peso. Cambiando il senso di variazione della forza le Δ si annullano per ricomparire con segno cambiato quando si è già ai carichi negativi a cominciare da -7, dal quale limite crescono in valore assoluto con andamento meno accelerato di prima sino ad un massimo di $0^{mm}14$. Per la seconda metà del ciclo si riproducono sensibilmente i fenomeni relativi alla trasformazione da $+16$ a -16, ma con intensità alquanto minore: infatti si hanno valori sensibili di Δ solo fra $P = 13$ e $P = 16$, ed il massimo relativo a quest'ultima forza trovasi ridotto a $0^{mm}08$.

« In un secondo ciclo abbiamo un accenno ad analoghe vicissitudini, se non che l'elasticità susseguente si fa sentire alla fine di ogni mezzo ciclo e per circa $0^{mm}04$. Procedendo oltre, questi spostamenti residui diventano ancora meno apprezzabili, sicchè dopo tre o quattro cicli le azioni dovute al tempo mancano quasi del tutto, nè si riproducono dopo avere scaricata la lastra colle *alternazioni decrescenti*, a meno che non avvenga un lungo riposo del corpo.

« I valori di Δ si riferiscono ad un intervallo di tempo che variava da 3′ a 7′ a seconda della minore o maggiore grandezza di Δ. Si riteneva conseguito l'equilibrio stabile quando per 2′ non si aveva spostamento visibile della mira.

« È giusto intanto osservare che la seconda lettura non poteva considerarsi come definitiva; l'esperienza mostrò infatti ulteriori variazioni per essa in un periodo di tempo molto lungo; ma il senso ne era sempre lo stesso, per cui le nostre esperienze, se non ci permettono di valutare la totalità dell'effetto, sono bastevoli a farci riconoscere l'indole del fenomeno.

« Si potè constatare del resto che lasciando per qualche giorno uno dei carichi relativi al passaggio da P a zero, non variava affatto l'altezza della mira. Viene così assodato che i particolari studiati nei cicli di deformazione non possono essere dovuti all'elasticità susseguente, nè subire da essa influenza notevole.

« Altre lastre di ottone crudo cimentate per cicli bilaterali, diedero risultati analoghi a quelli avuti colla O_6; si aveano solo differenze quantitative da un caso all'altro, ottenendosi in generale azioni susseguenti tanto più forti quanto più pronunziate erano le deformazioni dovute ai singoli carichi, e non manifestandosi in modo sensibile il fenomeno nei limiti di forza dentro i quali gli scostamenti dalla legge di Hooke nòn apparivano rilevanti.

« L'ottone ricotto sotto questi aspetti si comporta come il metallo crudo, giacchè le grandi variazioni delle saette col tempo si hanno solo quando il corpo presenta una cedevolezza considerevole.

« Facendo subire ad una lastra cicli unilaterali, le letture fatte appena dopo la modificazione del carico sono definitive, se si eccettuino quelle che corrispondono al carico massimo, le quali riescono alterate col tempo, ma di pochissimo.

« È notevole come l'*area d'isteresi*, e quindi anche la legge di deformazione lungo il ciclo, dipendano dalla rapidità con cui questo si compie. Colla lastra O_1 che a causa del lavorìo precedente non presentava saette variabili col tempo, si produssero in tre giorni parecchi cicli bilaterali, taluni alla maniera ordinaria, altri passando da un valore della forza al successivo dopo 3'. Le *aree d'isteresi* ottenute trovansi qui appresso segnate:

12 Dic. Cicli fra $+10$ e -10: 3,37 , (3,91) , 3,09.

16 Dic. Cicli fra $+18$ e -18: 50,41 , 44,98 , (45,62) , 43,57.

20 Dic. Cicli fra $+20$ e -20: 135,60 , 129,97 , 122,67 , (123,88) , 120,32.

« I numeri dentro parentesi, che misurano le aree relative al processo lento, sono in ciascuna delle tre serie più grandi di quelli che li precedono nello stesso rigo, mentre operando nelle condizioni ordinarie dovrebbero essere più piccoli.

« Si viene pertanto alla conseguenza che durante l'accomodazione l'avvicinamento dei due rami della *curva d'isteresi* nei cicli successivi dovrebbe riuscire meno marcato se si aspettasse per ogni valore del carico il tempo necessario ad aversi l'equilibrio delle particelle. A risultati di natura opposta si sarebbe condotti nel caso di un corpo oscillante sotto l'azione delle forze elastiche, poichè, a causa della rapidità, con cui esso si deforma, si devono avere allora aree d'isteresi più piccole di quelle che si ricavano col metodo statico.

« Se teniamo presenti i fatti esposti in una precedente Nota [1], risulta che il fenomeno in esame va di pari passo con quello di accomodazione. Abbiamo dunque due specie di processi per i quali cambia in modo progressivo la forma del corpo sottoposto ad un determinato carico. Però mentre il primo si rende palese per tutta la sua durata, l'altro accusa per ogni interruzione un lavorìo interno che, senza modificare in apparenza il corpo, si rivela quando vengano riprodotti cicli compiuti uno o più giorni avanti. Questo particolare distingue essenzialmente i due ordini di fenomeni; e se per le cifre avanti riportate dobbiamo ammettere un'influenza dell'elasticità susseguente sull'accomodazione, non parmi ci si possa spingere fino a supporre, come da taluni si è voluto, che sia questa dovuta alla prima, inquantochè la circostanza ora rilevata ed il fatto che il lavorìo produce sul nichel aumento dell'*area d'isteresi*, bastano a provare che l'accomodazione costituisce un fenomeno a sè.

[1] V. Rend. Accad. dei Lincei, fasc. 12°, 2° sem. 1893.

« Debbo infine notare che, siccome gli effetti delle scosse sono concomitanti con quelli relativi all'azione prolungata delle forze, e durante il preteso riposo del corpo possono in esso generarsi per cause disturbatrici moti vibratorî, lo studio dell'elasticità susseguente richiede l'uso di un sito abbastanza tranquillo, perchè agli spostamenti dovuti al tempo non si aggiungano quelli provocati dalle oscillazioni ».

Fisica. — *Sulla struttura e morfologia della grandine.* Nota del prof. MARANGONI, presentata dal Socio BLASERNA.

« La Nota che presentai nella decorsa seduta a codesta Accademia, trattava della produzione del freddo e dell'elettricità, per spiegare la formazione, e l'ingrossamento dei chicchi di grandine. La presente tratterà della struttura, e della forma dei chicchi, su cui i Fisici hanno detto poco o nulla. Il prof. Bombicci ha insistito sul notare l'importanza delle forze cristallogeniche nel fenomeno della grandine (¹); ed è appunto questo caldo appello, a studiare mineralogicamente la grandine, che mi ha indotto a tentarne un abbozzo.

« *Struttura.* — Fra neve e grandine v'è un passaggio graduale: neve in aghi esagonali (fig. 1 *a*); in cristalli tabulari *b*; in stelle esagonali, o *cristalliti c*; in fiocchi di neve, che sono ammassi irregolari delle forme precedenti, che aderiscono perchè bagnate; in sferoedrie o neve granulare o nevischio *d*, come infarinata; poi grandine minuta (gérsil); grandine grossa come ceci, come nocciole, come noci, come uova, come arancie, come poponi ecc. (²).

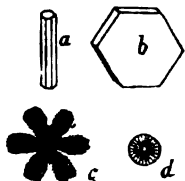



FIG. 1.
Forme di neve.

« Le prime 4 o 5 forme cadono di solito senza lampi, ma con forte potenziale negativo; le altre forme cadono con un apparato di lampi e tuoni, proporzionato alla grossezza dei chicchi.

« Interessa di notare che la solidificazione dell'acqua nell'atmosfera avviene in due modi 1° per sublimazione, sotto forma di cristalli esagonali; 2° per solidificazione di goccioline, sotto forma di ghiaccio, come nel noto fenomeno detto *galaverna* (verglas) (³), nel quale una moltitudine di canalicoli

(¹) Bombicci, *Memoria sulla formazione della grandine, e sui fenomeni ad essa concomitanti.* Bologna, 26 febbraio 1888.

(²) Vedi la descrizione di varie grandinate curiose nella Rivista scient. ind. del Vimercati dal giugno all'ottobre 1893.

(³) Tutti i vocabolari traducono verglas colle voci: nevischio, gelicicio; le quali non hanno nulla a che fare col verglas. Nell'Alta Italia e nel Casentino si dice *galaverna*; al Coviglaio si dice *solvetro*; alle Piastre si dice *brucello*; a Firenzuola si dice *vernasca.*

aerei, normali alla superficie di congelazione, danno spesse volte al ghiaccio l'aspetto latteo (1).

« Il ghiaccio delle nostre ghiacciaie è formato di strati trasparenti ed opachi; ed eccone la spiegazione che mi ha data il parroco D. Antonio Tosi, delle Piastre, di dove ci viene il ghiaccio: « Il ghiaccio chiaro e cristallino è dovuto alle notti serene, tranquille, e molto fredde. Notte per notte, e d'alto in basso si vanno formando diversi strati più o meno alti a seconda della maggiore o minore intensità del freddo; a mano a mano che si avvicina all'ultimo la chiarezza cresce, e l'ultimo è il più trasparente, perchè meno a contatto dell'aria. Il ghiaccio spumoso, o poroso, o bianco è dovuto a nevicate in precedenza alla congelazione dell'acqua, o caduta sul primo strato di ghiaccio. I primi strati bianchi che si vedono in certi pezzi di ghiaccio si hanno quando i laghi incominciano a congelare con forte vento. Parimente il sole e lo scirocco, disciogliendo il primo strato di ghiaccio, e restando questo granelloso come piccola grandine, ricongelandosi forma uno strato bianco, perchè compenetrato di aria ».

« Questa struttura del ghiaccio ha grande analogia con quella della grandine. Nel chicco conico (fig. 2 *a b c*) i primi strati al vertice sono prevalentemente nevosi e raggiati; essi si alternano con strati trasparenti, che diventano più chiari e più potenti verso la base *b c*, e questi sono attraversati da canalicoli aerei in direzione radiale. Si può quindi concludere che gli strati nevosi si sono formati a guisa di una brina, per sublimazione entro il velo nevoso; e che gli strati di ghiaccio trasparente si sono formati per la congelazione delle goccioline dello strato nebbioso, come si forma la galaverna sui rami degli alberi (2). La struttura della grandine ha una singolare analogia colle sferoedrie della diorite orbicolare di Corsica.

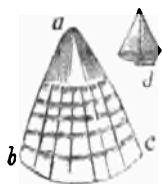



Fig. 2.

a, b, c, — Chicco conico che ho osservato a Firenze il 5 giugno 1893. — *d.* Aggruppamento di coni caduti a Roma il 25 agosto 1879.

« Il semplice raffreddamento dei nuclei sarebbe insufficiente a produrre un grosso strato di ghiaccio. Boussingault trovò in una grandine la temperatura di — 13°C. l'aria essendo a 26°. Ammettiamo che in alto la grandine fosse a — 20°. Poniamo pure che le goccioline fossero allo stato di soprafusione e si trovassero — 15°C., come verificò il Saussure. Chiamando m la massa del chicco di ghiaccio alla temperatura t, ed m' la massa di acqua

(1) Anche l'acqua cristallizza benissimo, purchè i cristalli rimangano in sospensione. Nell'inverno del 1885 vidi in una vasca galleggiare varie stelle esagonali, di mezzo metro di diametro, coi raggi pennati, come nella fig. 1 *c*; erano *cristalliti macroscopiche*.

(2) In luogo di una linea sinuosa, fra il velo nevoso e lo strato nebbioso, come dissi nella precedente Nota, i chicchi percorrerebbero una linea *epicicloidale*. Ciò spiegherebbe i turbini grandinosi ad *asse orizzontale* notati dal P. Secchi.

a t', che per scambio di calore può gelare in contatto del chiccho, e rammentando che il calore specifico del ghiaccio è 0,5 si ha:

$$0{,}5\, m\, t = m'\,(80 - t')$$

e sostituendovi in valore assoluto le temperature 20 e 15 si ha:

$$m' = \frac{m}{6{,}5}.$$

« Questa massa m' formerebbe intorno al chicco un velo di chiaccio grosso soltanto $\frac{1}{20}$ del suo raggio. Ma l'osservazione mostra che gli strati di ghiaccio trasparente sono più grossi di quelli nevosi, e vanno sempre più ingrossando verso l'esterno (fig. 2 *a b c*). Quindi dobbiamo ammettere che i chicchi di grandine continuino ad evaporare anche dentro allo strato nebbioso; e abbiamo di già dimostrato che per ogni massa di acqua che vaporizza a zero, gela una massa 7,5 volte maggiore.

« *Forma.* — Nella straordinaria grandinata caduta a Firenze il 23 agosto 1869 (Rivista cit. 1893, p. 134), i chicchi erano perfettamente sferici, e interi, avevano tutti il nucleo nevoso, ed erano formati di 3, 4, 5, e quelli grossi come noci, perfino di 6 strati trasparenti e nevosi, alternati con tanta distinzione e regolarità, da richiamare alla mente quelle confetture svizzere dette *rocks drops.* I chicchi che terminavano all'esterno collo strato nevoso, erano i più abbondanti, e forse i soli al principio della grandinata; quelli che terminavano col ghiaccio trasparente, abbondavano alla fine, seguiti poi da una leggiera pioggia. Il rapporto fra i primi e i secondi, era come 4:3. Ed è conforme alla teoria che alla testa del nembo, ove l'aria incontrata è più secca, si produca abbondante il velo nevoso; e che alla coda predomini la precipitazione liquida.

« Oltre la forma sferica, che è la più frequente, si sono osservate queste che seguono:

« *Grandine conica*, o a settori sferici isolati (fig. 2 *a b c*), o aggruppati a due, a tre e a quattro (fig. 2 *d*), col vertice comune, e aderenti per un lato; questi ultimi sono stati descritti dal prof. Galli (Rivista cit. 1893. p. 210).

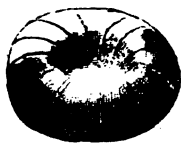



FIG. 3.

Grandine a mandarino.

« *Grandine a mandarino.* — È in forma di una sferoide schiacciata, con due concavità, od ombelichi polari (fig. 3) ([1]). Ha struttura fibroraggiata, e zone trasparenti ed opache. Fu osservata a Ferrara il 2 agosto 1885 (Rivista cit. 1893 p. 211), e nel Caucaso l'8 giugno 1869 ([1]).

([1]) T. Schwedoff, *Sur l'origine de la grêle.* Odessa, 1882.

« *Aggruppamenti di cristalli.* — Il P. Secchi descrisse questa grandine (fig. 4 *a*) [1] formata di prismi esagonali piramidati, su di una massa irregolare trasparente con nucleo opaco. La marchesa Paulucci ne descrisse a perfezione un'altra più maravigliosa caduta il 26 giugno 1888, prendendone anche i calchi alla Villa Paociatichi (Rignano sull'Arno), e pubblicata dal prof. Giovannozzi (Rivista cit. 1893, p. 185).

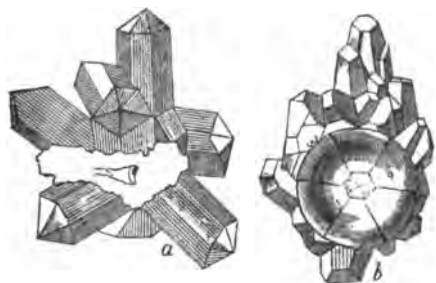



FIG. 4.

a. — Aggruppamento cristallino caduto a Grottaferrata.
b. — Grandine coronata caduta nel Caucaso.

« *Grandine coronata.* — I chicchi sono a mandarino con cristalli di ghiaccio impiantati nella zona equatoriale (fig. 4 *b*). Furono osservati a Bordeaux nel 1752, e nel Caucaso il 21 giugno 1869.

« *Grandine a trina.* — Curiosissima forma osservata dal prof. G. Egidi a Roma il 29 settembre 1842 alle 7 ant. Consisteva in due o tre filze di cristalli tabulari rombici, quasi quadrati (fig. 5), poco trasparenti; saldati pei vertici; il loro lato era circa un centimetro, e la grossezza da 2 a 3 mm. Cadeva sui tetti con fracasso come di una pioggia secca di sassi [2].

FIG. 5.

Grandine a trina.

« *Teoria.* — La forma sferica si spiega senza difficoltà; intorno a un polviscolo solido, nel velo nevoso, si forma la brina (neve granulare); questo nucleo, passando nello strato nebbioso, e rotando in tutti i versi, pel moto turbinoso, si copre di uno strato sferico concentrico di ghiaccio (grésil); ritornando nel velo nevoso s'incrosta di brina, e così via via, finchè non cade.

« La grandine conica può essere generata da prismi aghiformi (fig. 1 *a*) i quali, camminando secondo l'asse, si elettrizzano alla sola estremità anteriore, e soltanto questa cresce (come quei pennelli fibro-raggiati di brina che si formano sui vetri delle finestre) formando dei settori sferici (fig. 2 *a b c*). Questi settori camminano sempre colla base in avanti, come i *volani*, e si vestono di strati basali trasparenti e nevosi, passando per lo strato nebbioso e pel velo nevoso. Gli aggruppamenti di più coni (fig. 2 *d*) si possono spiegare colla geminazione, non già colla riunione successiva; imperocchè tutti i coni, avendo elettricità omonima, si respingerebbero.

(1) Bull. Oss. Coll. Romano, XV, 1876, p. 73.

(2) Queste notizie le ho tolte da un opuscolo del prof. G. Galli: *La teoria del P. Secchi sull'origine della grandine.* Velletri, 1876, ove trovansi interessanti fatti su questo fenomeno (Meteorol. d. prov. Romana n. 1, 2 e 3); e da una cartolina avuta dal prof. Egidi.

« I chicchi a mandarino, invece, sarebbero generati da cristalli tabulari secondo la base (fig. 1 *b*), i quali cadendo per taglio si elettrizzano, e ingrossano al perimetro; rimutando sempre il lato fendente, pei moti turbinosi del nembo, i chicchi ingrossano in forma di cercine. I chicchi descritti da Abich (fig. 4 *b*) avvalorano questa ipotesi; in essi distinguevasi una stella a sei raggi, che indicherebbe una continuazione nel cercine dell'assettamento cristallino del nucleo tabulare; Abich cita anche un chicco a mandarino *forato*, il che pure confermerebbe l'esistenza d'un nucleo tabulare che, per la sottigliezza, facilmente potè fondersi.

« La grandine cristallizzata si è formata di certo per sublimazione; i cristalli, essendo distinti, avevano elettricità omonima; non essendo incrostati sono rimasti sempre all'esterno del nembo, e si devono considerare come una *neve macroscopica*. Questi cristalli di ghiaccio si sosterrebbero a lungo in una *danza galleggiante*, come nell'esperienza del *pesce elettrico*.

« Venendo poi a cadere i chicchi di grandine bagnati, e i cristalli asciutti, questi si precipiteranno su quelli, perchè oppostamente elettrizzati, ed ecco i gruppi di cristalli su di una massa confusa di ghiaccio (fig. 4 *a*). Che se fossero chicchi a mandarino, i quali sono elettrizzati all'equatore, si formerebbero i chicchi coronati (fig. 4 *b*) (1).

« Nella grandine a trina, formata da cristalli tabulari secondo la base, sproporzionati, i cristalli si polarizzerebbero elettricamente per l'azione del nembo, e formerebbero delle catene elettriche, come gli aghi calamitati formano le catene magnetiche. Chi sa che la loro forma laminare (fig. 5), e il vento non contribuiscano a sostenere queste trine a guisa di un aquilone.

« *Chicchi emimorfi.* — Il sig. L. Lizioli, a cui si deve il risveglio di questi studî sulla grandine (Rivista cit. 1893 p. 185), mi ha inviato molti disegni di chicchi da lui osservati a Cassano d'Adda; fra questi ve ne sono alcuni singolari, che chiamerò emimorfi, perchè in un emisfero sono lisci, e nell'opposto sono gremiti di punte cristalline (fig. 6 *a*).

FIG. 5.

a. — Chicco emimorfo a Cassano d'Adda, il 30 luglio 1892.
b. — Chicco eccentrico a Firenze, il 6 maggio 1887.

« Nella sezione mostrano una stratificazione a zone eccentriche (fig. 6 *b*), e il nucleo è più prossimo all'emisfero liscio. Questi chicchi ci rivelano che camminano *di preferenza* cogli strati più nutriti all'innanzi; sono una forma

(1) Queste spiegazioni possono sembrare artifiziose; ma si tratta di casi rarissimi, come sono rari i *cerchi parelici* incrociati, che sono pure prodotti da ghiaccioli, aghiformi, e tabulari. Io vidi una sol volta i cerchi paraselenici incrociati una notte dell'inverno 1866-67 a Firenze.

di mezzo fra i chicchi sferici, e i conici. Dato che questi chicchi escano dal nembo muovendosi secondo l'asse, l'emisfero anteriore si coprirà di ghiaccioli cristallizzati.

« La minuta analisi che ho esposta esclude affatto l'ipotesi emessa da N. Heseus, che la grandine si formi per congelazione dall'esterno all'interno (1). L'autore fu tratto in errore da qualche somiglianza che presentano le goccie di antimonio raffreddate rapidamente, con certi chicchi di grandine. Ma, avendo confrontati i disegni della memoria originale (2), ho veduto che si tratta di fortuite analogie. Nella teoria da me abbozzata sulla struttura e sulla forma della grandine, mi sembra di avere dimostrata l'unità della causa nella varietà degli effetti; e di avere così chiarito il fatto importante che in ogni grandinata i chicchi hanno una fisonomia propria ».

Chimica. — *Acido glutammico inattivo e derivati. Acido piroglutammico e piroglutammide inattivi* (3). Nota di A. MENOZZI e G. APPIANI, presentata a nome del Socio KOERNER.

Acido glutammico inattivo.

« L'acido glutammico inattivo si può ottenere per diverse vie, alcune delle quali sono già note, altre sono state trovate ultimamente da noi.

« Scaldando acido glutammico ordinario con soluzione di idrato di bario, per 5-6 ore ad una temperatura di 160-170°, poi eliminando esattamente il bario con acido solforico, e concentrando opportunamente il liquido, si ottiene acido glutammico inattivo.

« Scaldando piroglutammide inattiva con idrato di bario, molecola per molecola, si ha svolgimento di ammoniaca ed il sale baritico dell'acido glutammico inattivo, dal quale si può avere l'acido libero (4).

« Scaldando piroglutammide inattiva con acido cloridrico si ha cloruro ammonico e cloridrato di acido glutammico. In parte però quest'ultimo si separa nei due cloridrati degli acidi attivi (5).

« Scaldando l'acido piroglutammico inattivo con idrato di bario, molecola per molecola, abbiamo ottenuto il sale baritico dell'acido glutammico inattivo.

« Scaldando acido piroglutammico inattivo con acido cloridrico, abbiamo avuto il cloridrato dell'acido glutammico inattivo.

(1) Journ. de Phys. 1892, p. 403.

(2) Journ. de la Société Physico-Chimique Russe (in russo) 1891, p. 403 e 405 (suite).

(3) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica agraria della R. Scuola superiore di agricoltura di Milano.

(4) Menozzi e Appiani, Rendiconti Accademia dei Lincei, Vol. VII, 1° sem., 1891.

(5) Menozzi e Appiani, Rendiconti Accademia dei Lincei l. c.

« Ottenuto per una qualunque delle indicate vie l'acido ha sempre i medesimi caratteri. Si separa nelle prime cristallizzazioni sotto forma di sferette bianche opache; ma ricristallizzandolo dall'acqua, fornisce poco alla volta cristalli tetraedrici insieme a sferette, poi soltanto cristalli limpidi tetraedrici. Mentre si verificano questi cambiamenti la solubilità diminuisce fino a portarsi a 61 parti di acqua per 1 parte di sostanza.

« Nelle ricristallizzazioni esso si separa poco a poco nei due acidi attivi di segno contrario, perchè fra i cristalli si possono scegliere alcuni dell'acido glutammico ordinario ed altri dell'acido glutammico levogiro. Se non che, come si è osservato trattando della preparazione dell'acido levogiro, la separazione per tale via riesce assai lunga e laboriosa.

« Salvo l'inattività ottica e la maggiore solubilità nell'acqua, l'acido glutammico inattivo ha tutto il comportamento dell'acido glutammico ordinario, dando derivati corrispondenti.

« Scaldato a 150-160°, cioè alla temperatura a cui l'acido glutammico ordinario fornisce acido piroglutammico levogiro, esso dà acido piroglutammico inattivo.

« Eterificando l'acido glutammico inattivo con alcool e acido cloridrico secco, trattando poscia con ammoniaca alcoolica, filtrando e saturando il liquido con ammoniaca secca, si ottiene deposizione di piroglutammide inattiva.

« Se in una soluzione convenientemente preparata di acido glutammico inattivo, contenente le sostanze volute per lo sviluppo del *pennicillium glaucum*, si fa crescere questa muffa, si ottiene, come risulta da quanto è esposto nella Nota precedente (Acc. dei Lincei. Vol. II, 2° sem., 1893, p. 405) acido glutammico levogiro; l'acido glutammico destrogiro che assieme al levogiro forma l'inattivo, è dapprima consumato dalla muffa.

« L'etere monoetilico dell'acido glutammico inattivo, ha il medesimo aspetto di quello dell'acido glutammico ordinario, ma fonde più alto, cioè verso 185°.

Analisi: teorico per $C_7H_{13}NO_4$	C % 48,00;	H % 7,43;	N % 8,00
Trovato	» 47,68;	» 7,50;	» 7,97

Piroglutammide inattiva od ammide dell'acido piroglutammico inattivo.

« È la sostanza descritta come glutimmide, ottenuta la prima volta da Habermann, e per la quale adottiamo la denominazione sopra citata dopo conosciuti i rapporti che essa ha coll'acido piroglutammico inattivo.

« Può ottenersi in vari modi, e cioè:

« 1°) Scaldando il sale ammonico dell'acido glutammico a 180-190°, come ha fatto per la prima volta Habermann, nel qual caso essa si ottiene a fianco di acido piroglutammico [1]. Habermann è partito dal sale ammonico

[1] Liebig's Annalen 179, 248.

dell'acido glutammico ordinario, ma il sale di uno qualunque dei tre acidi glutammici, fornisce egualmente il prodotto.

« 2°) Scaldando l'etere monoetilico dell'acido glutammico con ammoniaca alcoolica a 140-150° (1). Anche in questo caso l'etere di uno qualunque degli acidi glutammici si comporta egualmente.

« 3°) Eterificando l'acido glutammico inattivo o l'acido piroglutammico inattivo con alcool e acido cloridrico secco, a caldo, trattando il prodotto ottenuto, dopo averlo liberato dall'eccesso di acido cloridrico, con ammoniaca alcoolica, filtrando per separare il cloruro ammonico e saturando il filtrato con ammoniaca; si ha a freddo deposizione di piroglutammide inattiva.

« 4°) Scaldando il sale ammonico di uno qualunque degli acidi piroglutammici a 180-190°.

« 5°) Trattando l'etere piroglutammico inattivo con ammoniaca alcoolica, si ha già a freddo piroglutammide inattiva.

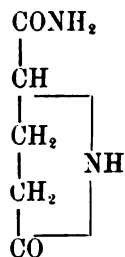
« 6°) Scaldando una delle piroglutammidi attive con ammoniaca alcoolica a 140-150°, oppure per sè a 180-190°.

« 7°) Infine unendo, come abbiamo trovato ora, a quantità eguali le due piroglutammidi attive di segno contrario.

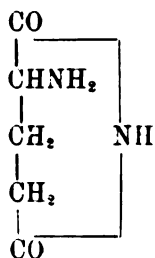
« Ottenuta per una qualunque delle vie indicate ha sempre i medesimi caratteri, i principali dei quali sono stati accennati da noi in una precedente comunicazione. Cristallizza anidra, fonde a 214°; è inattiva sulla luce polarizzata. Unita all'acido cloridrico, molecola per molecola, dà il cloridrato, cristallizzato in aghi.

« Scaldata con acido cloridrico, dà il cloridrato dell'acido glutammico inattivo, che si separa in parte nei due cloridrati dei due acidi attivi. Scaldata con idrato baritico, molecola per molecola, svolge 1 molecola di ammoniaca e dà il sale baritico dell'acido glutammico inattivo; scaldata con una quantità minore di idrato, e precisamente con mezza molecola di idrato di bario per ogni molecola di piroglutammide, svolge 1 molecola di NH_3 e fornisce il sale di bario dell'acido piroglutammico inattivo dal quale sale si può avere l'acido libero.

« Scaldata con ammoniaca alcoolica a 180° non si altera.

« Questi fatti permettono di stabilire per la sostanza in discorso la seguente formola di struttura:

(1) Liebig's Annalen 179, 248.

escludendo l'altra proposta da Habermann, e cioè:

```
CO ───────┐
|         |
CHNH2     |
|         |
CH2       NH
|         |
CH2       |
|         |
CO ───────┘
```

formola che rappresenta la glutimmide.

Acido piroglutammico inattivo.

« Quest'acido, com'è noto, è stato ottenuto da Haitinger [1] scaldando l'acido glutammico ordinario a 180-190°. Di esso sono note le principali proprietà. È acido monobasico, fonde a 182°. Aggiungiamo ora i fatti da noi trovati.

« Il sale d'argento ottenuto col neutralizzare la soluzione dell'acido con ammoniaca e trattando con soluzione di nitrato d'argento, è una massa bianca cristallina.

Analisi: teorico per $C_5H_6NO_2Ag$	Ag °/o	45,77
Trovato	»	45.80

« Tanto la soluzione acquosa dell'acido, come quelle dei sali, sono inattive sulla luce polarizzata.

« Oltre che per la via indicata si può ottenere con uno qualunque dei seguenti procedimenti.

« Scaldando l'ammide corrispondente con $\frac{1}{2}$ molecola di barite per ogni molecola di sostanza.

« Scaldando a 180° uno qualunque degli acidi glutammici.

« Scaldando a 180° uno dei due acidi piroglutammici attivi.

« Si ottiene a fianco dell'ammide corrispondente scaldando a 180-190° il sale ammonico di uno dei tre acidi glutammici.

« Infine si ottiene unendo a molecole eguali i due acidi piroglutammici attivi.

« Esso è suscettibile delle seguenti trasformazioni: Scaldato con idrato di bario, molecola per molecola, dà il sale baritico dell'acido glutammico inattivo. Scaldato con acido cloridrico dà il cloridrato dell'acido glutammico inattivo.

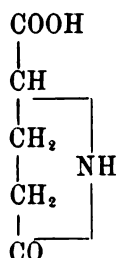
« Con ammoniaca alcoolica in tubi chiusi dà piroglutammide inattiva.

« Scaldato con acqua in tubi chiusi non si altera anche ad una temperatura di 190°.

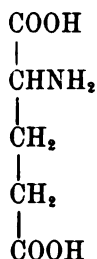
[1] Monatshefte für Chemie, III, 228

« Eterificando con alcool e acido cloridrico dà gli eteri dell'acido glutammico inattivo.

« Tutti i fatti noti circa questa sostanza parlano in favore della formola di struttura ammessa da Haitinger, cioè

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ CH\text{—}\\ | \qquad | \\ CH_2 \quad | \\ | \qquad NH \\ CH_2 \quad | \\ | \qquad | \\ CO\text{—} \end{array}$$

Alcune considerazioni generali sulle trasformazioni delle sostanze descritte e sulla loro costituzione.

« Tutti i fatti conosciuti finora conducono a stabilire che l'acido glutammico è acido α-ammino-glutarico, rappresentabile dalla formola

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ CHNH_2 \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CH_2 \\ | \\ COOH \end{array}$$

« Nel riscaldamento dell'acido glutammico si elimina una molecola d'acqua. Questa molecola d'acqua si perde coll'idrossile del gruppo carbossilico che è più lontano al gruppo NH_2 e con un atomo di idrogeno del gruppo medesimo NH_2, in modo che la condensazione avviene fra due atomi di carbonio che si trovano nella posizione 1-4. Ciò si è autorizzati ad ammettere per quanto si verifica in casi consimili, ad esempio nella formazione dei lattoni dai γ-ossiacidi, nei quali l'idrossile alcoolico è nella posizione γ rispetto al carbossile, e dal comportamento dell'acido piroglutammico risultante, comportamento che conduce alla formola di struttura soprascritta.

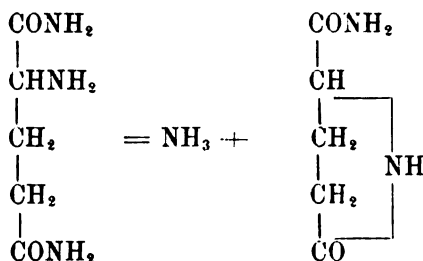
« L'anello che si riscontra nei piroderivati dell'acido glutammico è abbastanza stabile; si apre per riscaldamento con barite, come avviene nei lattoni e per riscaldamento con acido cloridrico; ma non si apre per riscaldamento con acqua soltanto o con acqua e ammoniaca, anche a 180-190°. L'acido piroglutammico e la piroglutammide possono essere scaldati a questa temperatura con acqua senza dare acido glutammico.

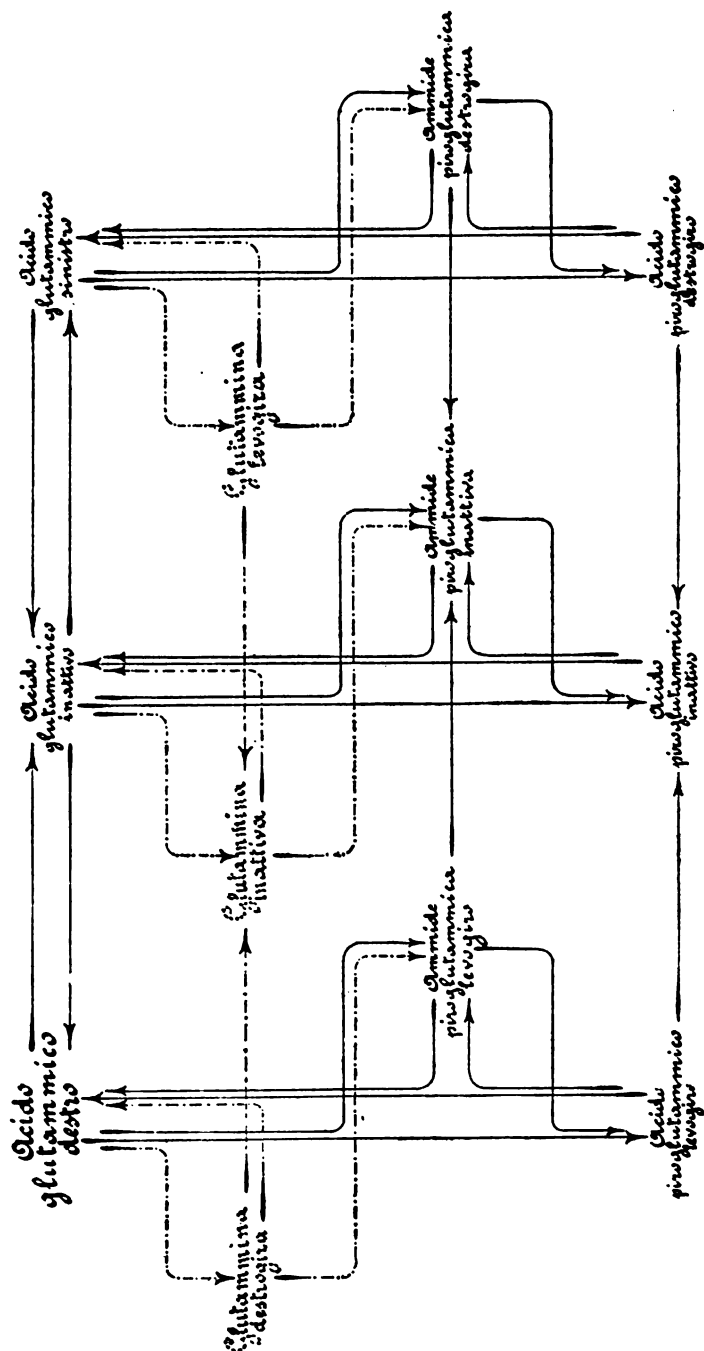
« Considerando la facilità con cui si perde una molecola di acqua dal-

l'acido glutammico, e dal sale ammonico dello stesso acido, e tenendo conto delle trasformazioni accennate in queste Note, si arriva a dedurre che il sale monoammonico e l'etere monoetilico, dei quali è più sopra parola, devono avere rispettivamente questa costituzione:

$$
\begin{array}{l}
COOH.NH_3 \\
| \\
CHNH_2 \\
| \\
CH_2 \\
| \\
CH_2 \\
| \\
COOH
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l}
COOC_2H_5 \\
| \\
CHNH_2 \\
| \\
CH_2 \\
| \\
CH_2 \\
| \\
COOH
\end{array}
$$

« Quando il prodotto dell'eterificazione dell'acido glutammico con acido cloridrico secco e alcool, prodotto che come si è detto è d'ordinario una miscela dei cloridrati dei due eteri mono e bi, si tratta con ammoniaca alcoolica, si ha deposizione di cloruro ammonico, e poi dopo qualche tempo separazione di piroglutammide. Circa la genesi di questa sostanza si deve ammettere che essa provenga dall'etere bietilico e non dal mono, e che dall'etere bietilico, in seguito a scomposizione del cloridrato con ammoniaca, si formi prima o l'etere piroglutammico o l'ammide completa dell'acido glutammico, la quale poi per perdita di una molecola di ammoniaca dà piroglutammide, come indica quest'equazione

$$
\begin{array}{l}
CONH_2 \\
| \\
CHNH_2 \\
| \\
CH_2 \\
| \\
CH_2 \\
| \\
CONH_2
\end{array}
= NH_3 +
\begin{array}{l}
CONH_2 \\
| \\
CH \text{---}\urcorner \\
| \qquad\quad | \\
CH_2 \quad\ | \\
| \qquad\quad NH \\
CH_2 \quad\ | \\
| \qquad\quad | \\
CO \text{---}\lrcorner
\end{array}
$$

avvenendo anche qui la condensazione fra i due atomi di carbonio che sono nella posizione 1-4. Che sia l'etere bietilico e non il mono la sostanza che in quelle condizioni dà piroglutammide, è dimostrato dal fatto che l'etere bietilico per sè con ammoniaca alcoolica fornisce già a freddo piroglutammide, mentre l'etere monoetilico non la fornisce. Che poi la piroglutammide sia preceduta da un'altra sostanza, e probabilmente dalla triammide, lo deduciamo da questo fatto, che trattando il prodotto dell'eterificazione dell'acido ordinario, miscela di cloridrati degli eteri, con ammoniaca alcoolica e reparando il cloruro ammonico, si ha un liquido che devia a destra come gli eteri ed i cloridrati (nel qual senso, secondo le idee di Guye, dovrebbe deviare anche la triammide), e dopo qualche tempo si ha la separazione della piroglutammide attiva levogira che devia a sinistra anche in soluzione ammoniacale.

« Chiudiamo il nostro lavoro col presentare un diagramma indicante le principali sostanze contemplate in questa e nella precedente Nota, le trasformazioni più importanti ed i rapporti che passano fra le medesime. Le frecce indicano chiaramente i passaggi dall'una all'altra. Oltre le sostanze descritte in queste Note, per completare il quadro, abbiamo indicate, con caratteri punteggiati, anche tre glutammine, di cui una sola è conosciuta finora; come con caratteri punteggiati si sono indicate le trasformazioni più probabili di cui quelle tre glutammine saranno suscettibili. Tutte le sostanze invece i cui nomi sono scritti a caratteri interi, sono studiate e descritte in queste Note, e tutte le linee intere di passaggio dall'uno all'altro prodotto rappresentano trasformazioni realizzate ».

Cristallografia. — *Della forma cristallina di alcuni nuovi solfoni aromatici degli acidi butirrici.* Nota del dott. Luigi Brugnatelli, presentata a nome del Socio Strüver.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Mineralogia. — *Sulla Senarmontite di Nieddoris in Sardegna e sui minerali che l'accompagnano in quella miniera.* Nota di Domenico Lovisato, presentata a nome del Socio Strüver.

Geologia. — *Il Devoniano nel Gerrei (Sardegna).* Nota di Domenico Lovisato, presentata dal Socio Capellini.

Queste due Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il segretario Blaserna, a nome dei Soci Schiaparelli. relatore, e Celoria, legge una Relazione sulla Memoria dei dottori A. Di Legge e F. Giacomelli, intitolata: *Catologo delle ascensioni rette medie pel 1890, di 2441 stelle* ecc.; la Relazione conclude col proporre l'inserzione del lavoro negli Atti Accademici.

Il Socio Beltrami, a nome anche dei Soci Cerruti e Pincherle, relatore, legge una Relazione sulla Memoria del prof. G. Costanzi, intitolata: *Sulla teoria generale delle funzioni algebriche e sulle trasformazioni geometriche,* proponendo che all'autore sia inviato un ringraziamento per la sua comunicazione.

Le conclusioni delle precedenti Commissioni esaminatrici poste ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario Blaserna dà annuncio della dolorosa perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio straniero Enrico Rodolfo Hertz, mancato ai vivi in Bonn il 1° gennaio corrente; apparteneva il defunto Socio all'Accademia sino dal 4 agosto 1892.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario BLASERNA presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Socî COSSA A., CIAMICIAN e COHN.

Il Socio CREMONA fa omaggio, a nome dell'autore prof. E. CESÀRO, della pubblicazione: *Corso di analisi algebrica con introduzione al calcolo infinitesimale.*

Il Socio BIANCHI offre una sua opera intitolata: *Lezioni di geometria differenziale.*

CONCORSI A PREMI

Il Segretario BLASERNA dà comunicazione del seguente elenco dei lavori presentati per concorrere al premio di S. M. il Re per la *Chimica.* (Scadenza 31 dicembre 1893)

1. BALBIANO LUIGI. *Sulle relazioni fra pirrazolo, pirrolo e piridina* (ms.).

2. NASINI RAFFAELE. 1) *Studî sul potere rotatorio dei derivati della santonina* (in collaborazione con G. CARNELUTTI) (st.). — 2) *Studî sul potere rotatorio* (st.). — 3) *Studî sul potere rotatorio molecolare di alcuni derivati della santonina* (in collaborazione con G. CARNELUTTI) (st). — 4) *Studî sul potere rotatorio dispersivo delle sostanze organiche* (st.). — 5) *Sul potere rotatorio dell'acido fotosantonico* (st). — 6) *Sulla questione dei doppi legami tra carbonio e carbonio dal punto di vista della chimica ottica* (st.). — 7) *Sulle relazioni esistenti tra il potere rifrangente e la costituzione chimica dei composti organici* (in collaborazione con O. BERNHEIMER) (st.). — 8) *Sulle costanti di rifrazione* (st.). — 9) *Sul valore più elevato della rifrazione atomica del carbonio* (st.). — 10) *Sulla determinazione del peso molecolare delle sostanze organiche per mezzo del punto di congelamento delle loro soluzioni* (in collaborazione con E. PATERNÒ) (st.). — 11) *Sulla rifrazione molecolare delle sostanze organiche dotate di forte potere dispersivo* (Note due) (st.). — 12) *Sul peso molecolare degli acidi citraconico, itaconico e mesaconico* (in collaborazione con E. PATERNÒ) (st.). — 13) *Sul peso molecolare dello zolfo, del fosforo, del bromo e del jodio in soluzione* (in collaborazione con E. PATERNÒ) (st.). — 14) *Sulla determinazione del peso molecolare delle sostanze organiche per mezzo del punto di congelamento delle loro soluzioni* (in collaborazione con E. PATERNÒ) (st.). — 15) *Sullo stato attuale delle teorie riguardanti il potere rifrangente dei composti*

organici (st.). — 16) *Sulla natura della pressione osmotica* (st.). — 17) *Sulla dispersione dei composti organici* (st.). — 18) *Analogia tra la materia allo stato gassoso e quella allo stato di soluzione diluita* (st.). — 19) *Sull'impiego della dispersione per riconoscere i derivati allilbenzolici da quelli propenilbenzolici* (st.). — 20) *Sull'applicazione alla chimica ottica di alcune formule proposte dal prof. Ketteler* (st.). — 21) *Studî sul nichel tetracarbonile* (in collaborazione con L. MOND) (st.). — 22) *Sul potere rotatorio specifico del saccarosio in soluzione diluita* (in collaborazione con V. VILLAVECCHIA) (st.). — 23) *Spostamento della nicotina dai suoi sali e azione dell'alcool sopra di essi* (st.). — 24) *Sul potere rifrangente per un raggio di lunghezza d'onda infinita* (st.). — 25) *Coefficiente critico in relazione colla formula* $\frac{n-1}{d}$ (st.). — 26) *Sul potere rifrangente dell'ossigeno, dello zolfo e dell'azoto nei nuclei eterociclici* (in collaborazione con G. CARRARA) (ms.). — 27) *Sul potere rifrangente dei composti contenenti il carbonile* (in collaborazione con ANDERLINI) (ms.).

CORRISPONDENZA

Estratto da una lettera del Socio straniero prof. F. COHN al Segretario.

« È noto all'Accademia, che la bellissima Orchidea messicana, *Stanhopea*
« *stellata* che si coltiva spesso nelle nostre serre, e che in Italia (come anche
« in Germania) almeno in estate riesce certamente all'aria libera, nella sua
« prima pubblicazione (Roma 1651) fu denominata *flos Lynceus*? Io trovai
« la notizia per caso, studiando la letteratura delle Orchidee, nella *Nova plan-*
« *tarum animalium et mineralium Mexicanarum historia* di Francesco Fer-
« nandez, edita dai Lincei a spese del Principe Cesi ».

Il Segretario BLASERNA dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti:

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Emden; la Società filosofica di Cambridge; l'Osservatorio di Leida.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Ministero della Pubblica Istruzione; le Università di Greifswald, di Kiel, di Marburg, di Utrecht.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 7 gennaio 1894.

Arata P. N. — Apuntes de química. Par. I-III. La Plata, 1893. 8°.
Bianchi L. — Lezioni di geometria differenziale. 1ª 1/2. Pisa, 1894. 8°.
Cesàro E. — Corso di analisi algebrica con introduzione al calcolo infinitesimale. Torino, 1894. 8°.
Chwolson O. — Actinometrische Untersuchungen zur Construction eines pyrheliometers und eines Actinometers. St Petersburg, 1893. 4°.
Coco Licciardello F. — Sopra un nuovo cannocchiale astronomico. Catania, 1893. 8°.
Cohn F. — Ueber thermogene Bacterien. s. l. e a. 8°.
Cossa A. — In commemorazione di Arcangelo Scacchi. Torino, 1893. 8°.
Gosio B. — Analisi batteriologica e chimica di un'acqua termominerale di Bagnoli (Lab. Scient. Dir. San. Publ.). Roma, 1893. 4°.
Göbel K. — Gedächtnisrede auf. K. v. Nägeli. München, 1893. 4°.
Inghilleri F. e *Rolando F.* — Contributo allo studio della tossicità dello spirillo colerigeno (Lab. Scient. Dir. San. Publ.). Roma, 1893. 4°.
Keeler J. E. — Physical Observations of Mars made at the Allegheny Observatory in 1892. London, 1893. 4°.
Ricerche sperimentali nell'anno scolastico 1892-93 nel Laboratorio di chimica generale della r. Università di Bologna diretto dal pr. G. Ciamician. Bologna, 1893. 8°.
Rolando F. — L'azione del suolo sui germi del carbonchio (Lab. Scient. Dir. San. Publ.). Roma, 1893. 4°.
Rota G. — Nuovo metodo di analisi delle materie coloranti artificiali derivate dal catrame (Lab. Scient. Dir. San. Publ.). Roma, 1893. 4°.
Sacchi M. — Sulle minute differenze fra gli organi omotipici dei Pleuronettidi. Genova, 1893. 4°.
Sanarelli G. — Sulle funzioni reciproche dei sali inorganici nella inazione minerale e nelle malattie consuntive (Lab. Scient. Dir. San. Publ.) Roma, 1893. 4°.
Simone G. de — Della Zoofitogenia o generazione animale-vegetale dei Moscherini del Caprificio ecc. Andria, 1893. 8°.
Strouhal V. — O životě a Působení Dra A. Seydlere. Praze, 1892. 8°
Vimercati G. — G. G. Arnaudon. Cenni biografici. Pavia, 1893. 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 21 gennaio 1894.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

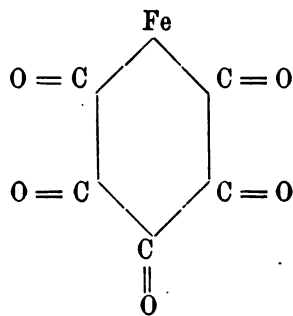
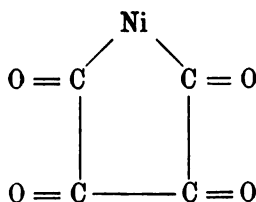
Chimica fisica. — *Sul potere rifrangente dei composti contenenti il carbonile* (¹). Nota del Corrispondente R. NASINI e di F. ANDERLINI.

« Nel 1891 uno di noi insieme col dott. Ludwig Mond (²) studiò il comportamento ottico del nichel tetracarbonile $Ni(CO)_4$, l'interessantissimo composto scoperto dall'illustre scienziato inglese. Fu allora stabilito che la rifrazione molecolare di questa combinazione è eccezionalmente elevata, cosicchè attribuendo al carbonile tanto il valore che esso ha nell'ossido di carbonio, quanto quello che si calcola colle costanti atomiche, si ha per il nichel una rifrazione atomica più che doppia di quella che esso ha nei sali e anche di quella che esso ha allo stato metallico, secondo le esperienze del Kundt, del Du Bois e del Rubens (³). Fu allora detto non essere probabile che tali forti differenze dovessero ascriversi al carbonile, giacchè, pur riconoscendo che questo gruppo fa aumentare pel solito il potere rifrangente dagli altri gruppi a cui si unisce, nondimeno il Mond e il Nasini non credettero che l'aumento per questa sola causa potesse eccedere una o poche unità: essi, pur senza dare

(¹) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(²) L. Mond e R. Nasini, *Studî sul nichel tetracarbonile.* Rend. R. Acc. Lincei, Classe di scienze fisiche ecc. vol. VII, pag. 411, anno 1891.

(³) Kundt, Wiedemann's Annalen XXXIV, pag. 469, anno 1888. — Du Bois e Rubens, Wiedemann's Annalen XLI, pag. 505, anno 1890.

grande importanza alla ipotesi, supposero che la forte anomalia si poteva attribuire al funzionare forse il nichel come ottovalente nel composto carbonilico e che manifestasse insieme colla massima capacità di saturazione anche il più alto potere rifrangente. Il Gladstone nel 1892 (1) esaminò il ferro pentacarbonile, scoperto pure esso dal dott. Mond e trovò che in questo composto carbonilico anche il ferro ha una rifrazione atomica circa doppia di quella che, secondo le esperienze del Gladstone stesso, esso ha nei sali. Il Gladstone non potendo ammettere che il ferro sia qui decavalente crede più probabile che il metallo conservi la sua valenza ordinaria e il suo potere rifrangente, e che la causa della forte rifrazione sia da cercarsi piuttosto nella peculiare disposizione dei gruppi CO. Egli ammette, secondo una idea già sviluppata dal dott. Mond, che la costituzione del nichel e del ferro carbonile sia la seguente:

e supponendo che il nichel e il ferro conservino la rifrazione che hanno nei sali, ne conseguirebbe per il gruppo CO la rifrazione 11,9 nel nichel carbonile e 11,3 nel ferro carbonile.

« In una discussione che si fece su questo soggetto alla Società chimica di Londra (2) il dott. Perkin sostenne che le forti differenze osservate per i valori del nichel e del ferro potevano dipendere dal fatto che i composti carbonilici erano stati esaminati allo stato di libertà, mentre i sali naturalmente erano stati esaminati in soluzione: egli fece osservare come dallo zinco etile si ricava il valore 15,9 per la rifrazione atomica dello zinco, mentre dai sali non si ha che il valore 9,8

« In questa Memoria noi esaminiamo, anche per desiderio espressoci dal sig. Mond, diversi composti contenenti il carbonile per vedere in primo luogo se la sua presenza sia in alcuni casi e in quali cagione di aumento nel potere rifrangente. È vero che pel solito la presenza di questo gruppo o non fa crescere o soltanto di poche unità al più la rifrazione dei gruppi a cui si

(1) J. H. Gladstone, *Notes on some Recent Determinations of Molecular Refraction and Dispersion*. Philosophical Magazine, 1893, pag. 204.

(2) Proceedings of the Chemical Society. CXXI. Session 1892-93, pag. 63.

unisce: nondimeno abbiamo il fatto che tra i composti aromatici le aldeidi sono contraddistinte da una elevata rifrazione e dispersione: aggiungasi poi che le recenti esperienze eseguite in questo Istituto dal dott. F. Zecchini (1), il quale mostrò come accumulandosi i gruppi fenili per dare la trifenilammina si ha un fortissimo aumento nel potere rifrangente ancorchè essi gruppi non sieno uniti fra di loro, ma coll'azoto, non permettevano di escludere *a priori* l'ipotesi che l'accumularsi dei carbonili nella molecola produca un effetto analogo.

« Molti composti contenenti il carbonile sono stati studiati dal dott. Perkin (2): sono tutti composti chetonici contenenti una o due volte il gruppo CO. I risultati da lui ottenuti non ci permettono di trarre conclusioni definitive rispetto alla questione che ci siamo posta: in generale le combinazioni monochetoniche hanno rifrazione normale, quelle dichetoniche hanno spesso rifrazione molecolare più elevata della calcolata in base alla formula chetonica, onde il Perkin ritiene trattarsi, invece che di composti chetonici, di composti ossidrilici non saturi: e allo stesso risultato giunge per il solo composto trichetonico da lui esaminato, il diacetilacetone. Ma per queste combinazioni di-e trichetoniche il potere rifrangente subisce variazioni forti colla temperatura, cosicchè il Perkin stesso ammette che a una certa temperatura il composto chetonico si trasformi in quello ossidrilico non saturo e che spesso alla temperatura della esperienza si abbia una mescolanza dei due: prescindendo da ogni spiegazione teorica, starebbe il fatto che l'accumularsi dei carbonili nella molecola produce un aumento nel potere rifrangente essendo il valore trovato maggiore di quello calcolato per la semplice formula chetonica: ma però anche per considerazioni di ordine chimico, che non è qui il caso di sviluppare, realmente la formula ossidrilica non satura è tutt'altro che improbabile.

« Noi abbiamo esaminato dei composti contenenti due volte il gruppo CO, ma pei quali la formula ossidrilica non era probabile: inoltre il chinone e alcuni derivati aromatici contenenti quattro carbonili e la cui costituzione è, come vedremo, assai vicina a quella che si vorrebbe attribuire ai metallo-carbonili; finalmente l'acido leuconico e il croconato potassico i quali, specialmente poi il secondo composto, per il modo di formazione e per la formula sarebbero del tutto comparabili ai metallo-carbonili.

« Le esperienze ottiche furono eseguite col metodo delle minime deviazioni per mezzo di uno spettrometro di Hildebrand di Freiberg; è un eccel-

(1) F. Zecchini, *Sopra un notevole caso di accrescimento anomalo nel potere rifrangente delle basi feniliche.* Rend. R. Acc. Lincei. Classe di scienze fisiche ecc. vol. II, 1° sem., pag. 491, anno 1893.

(2) W. H. Perkin, *The magnetic rotation of compounds supposed to contain acetyl, or to be of Ketonic origin.* Transactions of the Chemical Society, 1892, pag. 800.

lente strumento che permette l'approssimazione di 5″: i pesi specifici si riferiscono a pesate ridotte al vuoto e all'acqua a 4°.

Diacetile $CH_3 . CO . CO . CH_3$.

« Dobbiamo questo interessante composto alla gentilezza del prof. H. von Pechmann di Monaco, il quale per il primo lo preparò (1) ed a cui rendiamo qui grazie vivissime. È un liquido trasparente, limpido, colorato appena in giallognolo.

$\mu_{H_\alpha} = 1.39303$; $\mu_D = 1.39517$; $\mu_{H_\beta} = 1.40101$; $d_4^{12.2} = 0.98311$.

$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.39978$; $\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)\, d} = 0.24278$

$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 34.38$. Valore calcolato per la formula $CH_3\, CO\, CO\, CH_3 = 34.60$.

Differenza — 0.22.

$P \frac{\mu_{H_\alpha}^2 + 2)}{(\mu_{H_\alpha} + 2)\, d}$ 20.88. Valore calcolato per la formula $CH_3\, CO\, CO\, CH_3 = 20.84$.

Differenza + 0.04.

« Come si vede il diacetile si comporta in modo perfettamente normale; anzi il valore calcolato per la formula n è più piccolo del trovato.

Dipropionile $CH_3 . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH_3$

« Questo composto è stato preparato per la prima volta da uno di noi e verrà descritto in una pubblicazione a parte (2).

$\mu_{H_\alpha} = 1.43942$; $\mu_D = 1.44152$; $\mu_{H_\beta} = 1.44863$; $\mu_{H_\gamma} = 1.45417$;
$d_4^{28.1} = 1.00602$

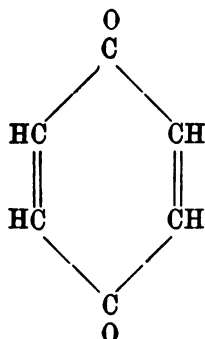
$\frac{\mu_{H_\alpha} = 1}{d} = 0.43679$; $\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)\, d} = 0.26283$

$P \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 49.79$. Valore calcolato 49.00. Differenza — 0.01

$P \frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)\, d} = 29.96$. Valore calcolato 29.96. Differenza 0.00.

« L'accordo tra i valori calcolati e i trovati non potrebbe essere più perfetto.

(1) Rev. d. d. chem. Gesell. XX. 3213.
(2) F. Anderlini, *Sul dipropionile*. Rend. R. Acc. Lincei.

Chinone.

« Esaminammo il chinone, perchè contenendo due carbonili in nucleo chiuso comincerebbe ad avvicinarsi alla formula supposta per i metallo-carbonili. Il chinone da noi adoperato proveniva dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino e fu da noi purificato. Fu esaminato in soluzione benzolica: il benzolo da noi adoperato in questa e nelle altre esperienze aveva le seguenti costanti alla temperatura di 21,85°:

$\mu_{H_\alpha} = 1.49540$; $d_4^{21.85} = 0.87645$

Preparammo due soluzioni:

I % Chinone 8.1912; $\mu_{H_\alpha} = 1.49063$; $d_4^{19.4} = 0.89981$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\,(\text{sol.}) = \quad ; \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\,(\text{sost.}) = 0{,}44426 ; P\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 47.98$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.32670 ; \frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.25666 ; P\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d} = 27.72.$$

II % Chinone 12.618; $\mu_{H_\alpha} = 1.49962$; $d_4^{21.6} = 0.90732$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\,(\text{sol.}) = 0.55065 ; \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\,(\text{sost.}) = 0.44967 ; P\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 48.56$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.32395 ; \frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.26161 ; P\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d} = 32.52.$$

« Prendendo i valori medi per le rifrazioni molecolari.

$P\,\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{d} = 48.27$. Valore calcolato 46.80. Differenza $+ 1.47$.

$P\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 - 2)d} = 27.98$. Valore calcolato 27.28. Differenza $+ 0.70$.

« C'è una piccola differenza in più tra il valore trovato e il calcolato: ma, tenuto conto che l'esame è stato fatto in soluzione in un liquido che facilmente evapora, si può ritenere che le differenze non eccedano i limiti degli errori di osservazione.

Tetraclorotetrachetoesametilene [1] $Cl_2C\begin{matrix} \diagup CO - CO \diagdown \\ \diagdown CO - CO \diagup \end{matrix}CCl_2$

« Questa combinazione e la seguente contengono quattro carbonili riuniti in nucleo chiuso aromatico. Sono sostanze solide e non si possono esaminare che in soluzione.

« Il tetraclorotetrachetoesametilene fu ottenuto nel seguente modo. Si preparò il sale potassico dell'acido cloroanilico trattando il cloroanile con potassa diluita; dal sale potassico si ebbe il sale argentico trattando la soluzione del primo con nitrato di argento. Il precipitato ottenuto venne seccato a 140°, sospeso nel solfuro di carbonio puro e nel miscuglio fu fatta gorgogliare una corrente di cloro perfettamente secco: si filtrò, si distillò l'eccesso di solfuro e la soluzione rimasta fu fatta cristallizzare per raffreddamento. Dopo due cristallizzazioni, una dal solfuro di carbonio, l'altra dal benzolo, la sostanza venne sciolta nel benzolo purissimo e secco per fare le misure.

« È un composto facilmente alterabile: una determinazione di cloro dètte i seguenti risultati: da gr. 0,2622 di sostanza si ottennero gr. 0,5352 di cloruro d'argento:

	trovato	calcolato per $C_6 Cl_4 B_2 O_4$
Cl °/₀	50,49	51,07

« Fu esaminata una soluzione benzolica contenente 11,7448 °/₀ di sostanza. Il percentuale della soluzione fu determinato per svaporamento e pesata del residuo, giacchè nel vuoto la sostanza si può seccare e pesare poi rapidamente:

$\mu_{H_\alpha} = 1.49646$; $d_4^{21.85} = 0.92937$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} \text{(sol.)} = 0.53419 ; \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} \text{(sost.)} = 0.30098 ;$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d} \text{(sol.)} = 0.31457 ; \frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d} \text{(sost.)} = 0.11678 ;$$

« E per le rifrazioni molecolari:

$$P \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 83.67. \text{ Valore calcolato } 82.80. \text{ Differenza} + 0.87.$$

$$P \frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d} = 49.04. \text{ Valore calcolato } 48.32. \text{ Differenza} + 0.72.$$

« Ancora in questo caso c'è un accordo che può ritenersi soddisfacente

[1] Nef. Journ. f. p. Chem. (2) XLII, 181.

viste le difficoltà di preparare e purificare la sostanza e visto che le esperienze si sono eseguite in soluzione.

Dibromodiclorotetrachetoesametilene $ClBrC\begin{matrix} / CO - CO \backslash \\ \backslash CO - CO / \end{matrix}CBrCl$

« La preparazione di questo composto (¹) non differisce da quella del precedente se non perchè sul precipitato sospeso nel solfuro di carbonio si fa agire il bromo invece che il cloro. Si ebbe cura di lasciare un po' di sale di argento in eccesso e si ottenne in tal modo un prodotto assai puro: la depurazione si eseguì facendo cristallizzare prima dal solfuro di carbonio poi dal benzolo.

« Una determinazione di cloro e bromo dètte i seguenti risultati: da gr. 0,2116 di sostanza si ottennero gr. 0,3820 di mescolanza di cloruro e bromuro di argento:

	trovato	calcolato per $C_6Cl_2B_{r_2}O_4$
$Cl + B_r$ %	62,79	62,91

« Si esaminò una soluzione benzolica all'11,72 % di sostanza.

$\mu_{H_\alpha} = 1.49892$; $d_4^{24} = 0.94225$

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\text{(solluzione)} = 0.52950; \quad \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\text{(sostanza)} = 0.26041$$

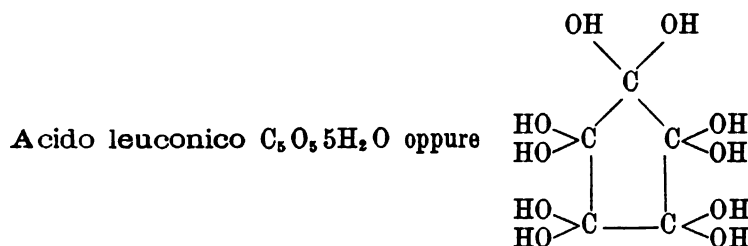
$$\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\text{(soluzione)} = 0.31157; \quad \frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\text{(sostanza)} = 0.15051$$

$$P\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 95.57. \text{ Valore calcolato } 93.8. \text{ Difforenza } + 1.77.$$

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d} = 55.23. \text{ calcolato } 64.18. \text{ Differenza } + 1.05.$$

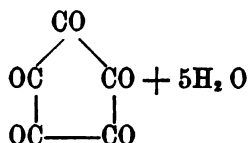
« Sono a farsi le stesse osservazioni che per l'altra sostanza, tanto più tenendo conto dell'elevatissimo peso molecolare.

Acido leuconico $C_5O_5 5H_2O$ oppure

```
          OH    OH
            \  /
             C
            / \
  HO>C            C<OH
  HO                 OH
     |            |
  HO>C ——— C<OH
  HO                 OH
```

« Dobbiamo questa interessantissima sostanza al prof. R. Nietzki, il quale ebbe la squisita gentilezza di mettere a nostra disposizione alcuni degli importanti derivati del composto che il potassio forma coll'ossido di carbonio,

(¹) Nef. Journ. f. pr. Chem. [2] XLII, 174.

derivati da lui scoperti ed illustrati (¹). Lo studio di queste combinazioni aveva per noi il massimo interesse, giacchè probabilmente il composto del potassio coll'ossido di carbonio deve avere una costituzione analoga a quella dei metalli carbonili, e d'altra parte la costituzione di queste sostanze dopo gli studî del prof. Nietzki è perfettamente chiara: pur troppo però nessuna di esse è liquida, e la maggior parte o non sono solubili nei solventi ordinarî o sciogliendosi nell'acqua vi si combinano ed allora forse dalla struttura chetonica si passa a quella ossidrilica. Così all'acido leuconico invece della formula

```
      CO
     /  \
   OC    CO + 5H₂O
    |    |
   OC————CO
```

si attribuisce l'altra che sopra abbiamo scritta.

« Esaminammo una soluzione acquosa al 12,6323 %

$$\mu_{H_\alpha} = 1.34588;\quad d_4^{19.4} = 1.05993$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\ (\text{soluzione}) = 0.32632;\quad \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d}\ (\text{sostanza}) = 0.20330$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\ (\text{soluzione}) = 0.20085;\quad \frac{\mu_{H_\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d}\ (\text{sostanza}) = 0.17297.$$

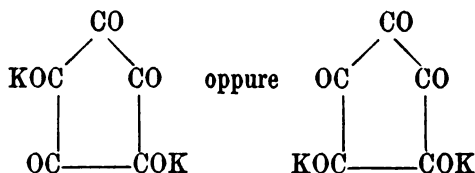
« Da cui

$$P\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 67.46.$$ Valore calcolato per la formula con dieci ossidrili 66.00.

Differenza + 1.46.

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}^2 - d}{(\mu_{H_\alpha}^2 + 2)d} = 39.78.$$ Yalore calcolato per la formula con dieci ossidrili 38.60.

Differenza 1.18.

« È evidente che la rifrazione molecolare si accorda assai bene colla formula ossidrilica: anzi ove si ammettesse che quelle cinque molecole di acqua entrassero col valore proprio dell'acqua si avrebbero per il gruppo C_5O_5 dei numeri eccessivamente bassi: per la formula n il valore 37,46, mentre quello calcolato, supponendo l'ossigeno chetonico, sarebbe 42.

(¹) Ber. d. d. chem. Ges. XIX, 310.

« È il sale dell'acido croconico, il quale in definitiva è il prodotto finale dell'azione dell'acqua e dell'aria sulla soluzione fortemente alcalina del composto che il potassio fa coll'ossido di carbonio. Anche questa sostanza la dobbiamo alla gentilezza del prof. Nietzki. È un bel sale, ben cristallizzato; cristallizza con due molecole di acqua, ed allora è di colore giallo arancio: all'aria perde l'acqua e diventa colore giallo zolfo. Il suo studio ci parve singolarmente importante, giacchè vista la facilità colla quale perde l'acqua, è a ritenersi che questa in esso non sia allo stato di combinazione, ma di vera e propria acqua di cristallizzazione. Del rimanente ammettendo anche l'acqua combinata resta sempre un carbonile libero e la formula non satura.

« All'analisi per il sale anidro avemmo i seguenti risultati:

I. gr. 0,2881 di sostanza dettero gr. 0,2936 di anidride carbonica e gr. 0,0022 di acqua;

II. gr. 0,2112 di sostanza dettero gr. 0,2228 di anidride carbonica e gr. 0,0062 di acqua.

« Da cui

	trovato		calcolato per $K_2C_5O_5$
	I	II	
C %	27,78	27,46	27,52
H %	0,23	0,11	0,00

« Furono esaminate due soluzioni acquose: i percentuali si riferiscono al sale anidro:

I. sostanza 5.5105 %; $\mu_{H_\alpha} = 1.34516$; $d_4^{34.1} = 1.03118$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sol.)}=0.33472;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sost.)}=0.39687;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=86.52$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(sol.)}=0.20606;\ \frac{\mu_{H_\alpha}^2-1}{(\mu_{H_\alpha}^2+2)d}\text{(sost.)}=022430;\ P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=40,51$$

II. sostanza 5,845 %; $\mu_{H_\alpha} = 1.34583$; $d_4^{37.5} = 1.03255$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sol.)}=0.33493;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sost.)}=0.22447;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=86.45$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}^2-1}{(\mu_{H_\alpha}^2+2)d}\text{(sol.)}=0.20615;\ \frac{\mu_{H_\alpha}^2-1}{(\mu_{H_\alpha}^2+2)d}\text{(sost.)}=0.22447;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}^2-1}{(\mu_{H_\alpha}^2+2)d}=48.93$$

« Da cui prendendo la media

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=86.48;\ \frac{\mu_{H_\alpha}^2-1}{(\mu_{H_\alpha}^2+2)d}=48.91.$$

« Il valore calcolato, supponendo semplicemente il potassio unito con cinque carbonili, sarebbe 58,26 per la formula n, accettando per il potassio la rifrazione atomica 8,1 assegnatagli dal Gladstone: e facendo invece il calcolo di ciò che sarebbe la rifrazione atomica del potassio si troverebbe il numero 22,25, numero eccezionalmente elevato e che sta con quello che si deduce dai sali, in rapporto analogo a quelli già constatati pel nichel e il ferro carbonile. Se si suppone, ed è l'ipotesi che porta al più alto valore calcolato, che ci sia sempre un doppio legame, il valore che si calcola non aumenta che di poco, giacchè due ossigeni sarebbero sotto forma ossidrilica: tale aumento non sarebbe che di 0,6, quindi sempre presso a poco lo stesso valore pel potassio.

« Per la formula n^2 non abbiamo il valore della rifrazione atomica del potassio: deducendolo dalle esperienze fatte da R. Wegner, che esaminò i sali degli alogeni, si può ritenere che esso varii col variare dell'elemento o residuo col quale è unito: tenuto conto delle combinazioni dalle quali il Gladstone dedusse le rifrazioni atomiche dei metalli, si può ritenere non maggiore di 6 quella del potassio per la formula n^2: invece il valore che si deduce dal croconato potassico è di 12,40. Non vi ha quindi dubbio che il croconato potassico si comporta in modo analogo a quello del nichel e del ferro carbonile, e che l'aumento notevole della rifrazione non è da ricercarsi nelle variazioni di valenza del metallo, ma piuttosto nella costituzione speciale chimica o fisica dei metalli carbonili, costituzione che tutto porta a ritenere essere simile per il nichel e il ferro carbonile e il potassio carbonile, se così può chiamarsi, e i suoi derivati: le nostre esperienze sono alla loro volta un valido appoggio in favore di questo riavvicinamento.

« Dal nostro studio resta dimostrato che la sola presenza del gruppo CO solo, o anche di più gruppi CO riuniti, o in catena aperta, oppure in nucleo chiuso aromatico non è di per sè sola causa sufficiente per un forte innalzamento nel potere rifrangente.

« Nondimeno noi non escludiamo che, in parte almeno, le anomalie nella rifrazione molecolare dei metallo-carbonili non possano ricevere una spiegazione che ricorda un poco quella invocata dal Perkin: non già che le differenze nella rifrazione atomica di uno stesso elemento possano dipendere dal fatto che una delle sue combinazioni è stata esaminata allo stato liquido e un'altra in soluzione: ordinariamente non si hanno in simili casi che differenza di pochi decimi o di una o due unità al più. Piuttosto noi crediamo, e gli studî fatti in questo Istituto dal dott. A. Ghira lo mostrerebbero, che nei composti organo-metallici in generale, pei quali non è a parlarsi di nuclei speciali nè di valenza variata, i metalli hanno una rifrazione atomica assai maggiore che nei sali, ancorchè questi, come è il caso per quelli degli alogeni, si esaminino non in soluzione, ma liberi allo stato liquido: il comportamento dei metallo-carbonili non sarebbe quindi che un caso speciale del comportamento dei composti organo-metallici ».

Matematica. — *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono curve ellittiche.* Nota di GUIDO CASTELNUOVO, presentata dal Socio CREMONA.

« In un lavoro pubblicato quattro anni or sono (¹) ho studiato le superficie aventi come sezioni piane curve iperellittiche (di genere $p \geqq 1$), ed ho dimostrato che quelle superficie sono *razionali* (rappresentabili punto per punto sul piano), quando sia soddisfatta la restrizione che le note formole di postulazione di Nöther applicate al calcolo del numero delle superficie di ordine $\geqq n-3$ aggiunte alle superficie studiate (d'ordine n), conducano a risultati conformi al vero. Una tale restrizione sembrava allora di poco momento; ma vari esempi portati in seguito di superficie algebriche alle quali non sono più applicabili (nel senso suddetto) le formule di postulazione, mi convinsero che quel teorema non poteva riuscir veramente utile finchè non si fosse giunti a togliere la nominata restrizione.

« Recentemente il sig. Enriques con un elegante procedimento potè dimostrare che effettivamente *tutte* le superficie non rigate aventi come sezioni piane curve iperellittiche di genere $\geqq 2$, sono razionali (²). Ma come lo stesso autore avverte, quel procedimento non si applica alle superficie aventi le sezioni piane di genere 1. La lacuna che così rimaneva viene appunto colmata dalla presente Nota; sicchè ormai si può enunciare il notevole risultato che:

« *Ogni superficie non rigata le cui sezioni piane siano curve iperellittiche* (di genere $\geqq 1$), *è razionale*; mentre è noto che le rigate a sezioni di genere >0 non sono certamente razionali. Quanto alle superficie (rigate o no) a sezioni di genere 0, è noto, già da lungo tempo, che esse sono tutte razionali.

« Sia F una superficie (algebrica irriduttibile), di ordine n, e non rigata, la quale da un piano generico venga segata in una curva C di genere 1. Piani particolari possono tuttavia segar la F in curve di genere 0, o in curve riduttibili; però queste sezioni riduttibili non possono formare un sistema doppiamente infinito (³), sicchè per una retta generica r dello spazio non passa alcun piano secante la F in una curva spezzata.

« La curva C ammette, come è noto, una unica curva aggiunta d'ordine

(¹) *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono curve iperellittiche* (Rendic. del Circolo matem. di Palermo, tomo IV).

(²) *Sui sistemi lineari di superficie algebriche le cui intersezioni variabili sono curve iperellittiche* n. 2 (Rendic. della R. Accad. d. Lincei, dicembre 1893).

(³) Infatti una superficie avente ∞^2 sezioni piane riduttibili è rigata, od è la nota superficie di Steiner a sezioni razionali: si veda in proposito la mia Nota, *Sulle superficie algebriche che ammettono un sistema doppiamente infinito di sezioni piane riduttibili* (Rendic. Accad. d. Lincei, gennaio 1894).

$n - 3$ φ^{n-3}, la quale non sega C fuori dei punti multipli di C. Si domanda anzitutto se le ∞^3 curve φ^{n-3} che si ottengono al variare della sezione C, appartengano ad una stessa superficie d'ordine $n - 3$, oppure no.

« Si considerino perciò gli ∞^1 piani che passano per una retta generica r, e su questi le curve φ^{n-3} aggiunte alle corrispondenti sezioni piane di F. Quelle curve costituiscono una superficie Φ il cui ordine non è inferiore a $n - 3$; se lo supera, la Φ contiene certo la retta r. Ne viene che in quest'ultima ipotesi, o le ∞^1 φ^{n-3} dei piani del fascio segano r in $n - 3$ punti, dei quali uno almeno varia da curva a curva (tanto che un punto qualsiasi di r appartiene ad una delle φ^{n-3}); oppure una (almeno) delle ∞^1 φ^{n-3} si spezza nella retta r ed in una curva d'ordine $n - 4$; in entrambi i casi si può condurre per r un tal piano che la corrispondente φ^{n-3} passi per una delle intersezioni di r con F. Ma allora la curva C segata su F da quel piano, essendo incontrata in un punto fuori dei punti multipli dalla sua curva aggiunta φ^{n-3}, deve spezzarsi: e ciò non è possibile, visto che r è una retta generica dello spazio. Dunque la superficie Φ che contiene le ∞^1 φ^{n-3} ha proprio l'ordine $n - 3$; ed è una superficie Φ^{n-3} la quale si comporta come una superficie aggiunta ad F lungo le curve multiple di F, (vale a dire passa $\varrho - 1$ volte per ogni curva che sia multipla secondo ϱ per F), e non sega la F fuori di queste curve. Un piano qualsiasi sega Φ^{n-3} ed F lungo due curve φ e C d'ordini $n - 3$ ed n, la prima delle quali si comporta come una curva aggiunta a C nei punti multipli di C, è dunque la curva φ^{n-3} aggiunta a C.

« Così resta dimostrato che le ∞^3 curve φ^{n-3} sono le sezioni piane di una unica superficie Φ^{n-3} (¹).

« Riprendiamo la curva C segata su F da un piano π per r. La C possiede, come è noto, ∞^{n-1} curve aggiunte d'ordine $n - 2$ φ^{n-2}, e per $n - 2$ punti arbitrari $a_1, a_2 \dots a_{n-2}$ di r passano ∞^1 curve φ^{n-2}; per fissare una tra queste basterà darne la tangente t in uno degli $n - 2$ punti, per es. in a_1 (che possiamo supporre non sia una delle $n - 3$ intersezioni di r con Φ^{n-3}). Ora si faccia variare il piano π intorno ad r, senza che mutino i punti $a_1, a_2 \dots a_{n-2}$, e per ogni posizione di π si assuma come retta t la intersezione del piano mobile π con un piano fisso τ condotto per a_1 (ma non per r). Sopra ogni piano π del fascio resterà allora fissata una curva φ^{n-2} (passante pei punti $a_1, a_2 \dots a_{n-2}$ e tangente a $t \equiv \pi\tau$ in a_1), e le ∞^1 curve φ^{n-2} costituiranno una superficie d'ordine non minore di $n - 2$. Se però l'ordine

(¹) La stessa dimostrazione può anche presentarsi così. Se le ∞^3 curve φ^{n-3} non appartengono ad una stessa superficie (d'ordine $n - 3$, come è chiaro), esse coi loro punti invadono lo spazio, ed anzi per ogni punto dello spazio passano ∞^1 di quelle curve. Scelto il punto in un punto semplice di F, si trova che per esso passano ∞^1 sezioni piane di F, le quali essendo segate fuori dei punti multipli dalle corrispondenti φ^{n-3}, devono spezzarsi; e ciò è assurdo per il teorema sopra citato.

superasse $n-2$, poichè le intersezioni delle φ^{n-2} con r sono fisse, vi dovrebbe esser un piano per r, la cui corrispondente φ^{n-2} dovrebbe spezzarsi nella retta r ed in una φ^{n-3} aggiunta a C, e *passante per* a_1 (perchè in a_1 la φ^{n-2} ha una tangente t determinata e distinta da r). Ora una tale φ^{n-3} non esiste perchè il punto a_1 si è supposto esterno alla Φ^{n-3}; dunque la superficie che contiene le $\infty^1\, \varphi^{n-2}$ è proprio d'ordine $n-2$, è una superficie Φ^{n-2}, la quale si comporta come una superficie aggiunta ad F lungo le curve multiple di F, ed è segata da ogni piano in una curva φ^{n-2} aggiunta alla corrispondente sezione piana di F. Per ogni φ^{n-2} aggiunta, di un piano π, passano infinite Φ^{n-2}, ciascuna delle quali si ottiene colla costruzione precedente quando si sia segnata in π una retta generica r, si siano collocati i punti $a_1, a_2 \ldots. a_{n-2}$ nelle intersezioni di r con φ^{n-2}, e si sia assunto come piano τ uno tra gli ∞^1 piani che toccano φ^{n-2} in a_1. Fissata r si hanno in tal guisa $\infty^1\, \Phi^{n-2}$, le quali però non variano al variare di r, perchè una sola tra le infinite Φ^{n-2} passanti per φ^{n-2} contiene un ulteriore punto di π, e si spezza quindi in π e nella Φ^{n-3}. Ne viene che le Φ^{n-2} passanti per una φ^{n-2} formano un fascio, e che gli ∞^{n-1} fasci corrispondenti alle ∞^{n-1} curve φ^{n-2} aggiunte a C (i quali contengono tutti la superficie $\Phi^{n-3}+\pi$) formano un sistema lineare ∞^n di superficie Φ^{n-2}, delle quali ∞^3 si spezzano nella Φ^{n-3} ed in un piano qualsiasi.

« Il sistema lineare delle Φ^{n-2} sega su F un sistema lineare ∞^n di curve d'ordine n (poichè una φ^{n-2} sega la corrispondente C in n punti fuori dei punti multipli), tra le quali si trovano le ∞^3 sezioni piane di F. Dal che segue anzitutto che le curve del sistema passanti per un punto generico di F, non hanno altri punti comuni (perchè altrettanto accade per le ∞^2 sezioni piane contenenti quel punto); in secondo luogo che il numero delle intersezioni di due curve del sistema è n (perchè n sono le intersezioni di due sezioni piane). Riferendo dunque le ∞^n curve del sistema proiettivamente agli ∞^n iperpiani S_{n-1} di uno spazio S_n ad n dimensioni, resta determinata in S_n una superficie F′ d'ordine n, la quale è riferita punto per punto alla F, ed anzi proiettata in S_3 da un S_{n-4} convenientemente scelto dà una superficie (proiettivamente) identica ad F. Ora è noto che una superficie F′ d'ordine n di S_n, non rigata (chè altrimenti sarebbe rigata la F contro l'ipotesi), è razionale, ed ha l'ordine $n \leq 9$ (1). Possiamo dunque asserire che:

« *Ogni superficie le cui sezioni piane siano curve ellittiche o è rigata, od è razionale*; e nell'ultimo caso ha l'ordine $n \leq 9$, ed è rappresentabile sul piano mediante un sistema lineare di cubiche con $9-n$ punti base semplici, od anche (per $n=8$) mediante un sistema lineare di quartiche con due punti base doppi ».

(1) Del Pezzo, *Sulle superficie dell'n° ordine immerse nello spazio di n dimensioni* (Rendic. Circolo matem. di Palermo, tomo I).

Fisica. — *Sui cicli chiusi di deformazione e sull'attrito interno* [1]. Nota del dott. M. Cantone, presentata dal Socio Blaserna.

« I cicli da noi considerati in alcune precedenti Note [2] non sono i soli che possono aversi nelle deformazioni dei corpi.

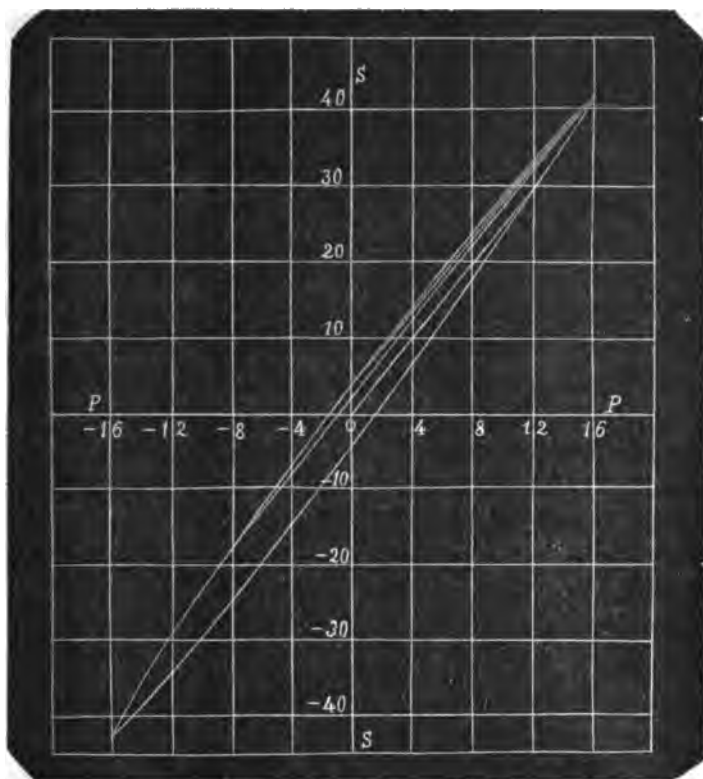
« Indottovi da una esperienza del Wiedemann [3], ho voluto vedere se partendo da un carico estremo P_1 fosse possibile tornare alla saetta primitiva per mezzo della trasformazione $(P_1 \cdot P \cdot P_1)$, essendo in valore assoluto $P \leq P_1$, ed ho trovato che effettivamente ciò avveniva. Servono a provarlo i risultati contenuti nell'annessa tabella.

O_4 16 Marzo

P	L	P	L	P	L	P	L	P	L
0	132.24	16	90.23	16	90.74	16	90.78	16	90.90
1	129.72	15	92.80	15	92.80	15	92.86	15	92.95
3	124.65	13	97.01	13	97.02	13	97.07	13	97.20
5	119.60	11	101.38	9	105.90	9	105.93	9	106.06
7	114.74	9	105.90	5	115.45	5	115.50	5	115.64
9	109.95	8	108.24	3	120.51	0	128.30	0	128.46
11	105.14	7	110.60	1	125.70	— 3	136.38	— 5	141.84
13	100.19	8	108.30	0	128.34	— 5	141.86	— 9	152.70
15	94.24	9	106.00	1	125.87	— 6	144.48	— 13	164.52
16	90.73	11	101.50	3	120.84	— 7	147.27	— 15	171.24
		13	97.13	5	115.86	— 6	144.97	— 16	174.72
		15	92.84	9	106.35	— 5	142.55	— 15	172.70
		16	90.74	13	97.32	— 3	137.64	— 13	168.28
				15	92.94	0	129.99	— 9	159.00
				16	90.78	5	117.18	— 5	149.28
						9	107.48	0	136.35
						13	98.08	5	122.52
						15	93.40	9	111.52
						16	90.90	13	100.19
								15	94.09
								16	90.74

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di fisica della R. Università di Palermo.

(2) V. Rend. Accad. dei Lincei, 2° sem. 1893, pagg. 246; 295; 339; 385, e 1° sem. 1894, pag. 26.

(3) Wied. Ann. VI, p. 492.

« Il Wiedemann ricercava l'influenza che esercita sulla legge di deformazione del corpo fra *zero* ed una determinata forza estrema l'impiccolimento della torsione residua mediante forze agenti in senso opposto a quella iniziale, e da questo esame, condotto senza tener conto dei processi intermedi, trovava che l'ottone fra i limiti predetti si deforma seguendo all'incirca una semplice legge di proporzionalità indipendente dalla torsione residua. Noi invece deduciamo dai risultati che si riportano e dal diagramma che li rappresenta aversi, per i vari cicli, cappî che presentano da *zero* alla forza estrema archi distinti e convergenti tutti nel punto figurativo della deformazione massima iniziale. Per le nostre ricerche viene poi accertato che nel senso da P_1 a $-P_1$ la legge elastica non muta, essendovi per tali passaggi archi quasi sovrapposti gli uni agli altri, ed è messa in evidenza la chiusura di ciascun cappio.

« Non sfuggirà l'importanza di quest'ultimo particolare in quanto la chiusura dei cicli non sempre si verifica. Se infatti i cicli unilaterali e bilaterali si chiudono o hanno la tendenza a chiudersi, lo stesso non accade per altri che sieno porzione di quelli considerati.

« Ma la questione si può trattare da un punto di vista del tutto generale, qualora teniamo presenti i risultati delle molteplici serie di esperienze descritte

nelle precedenti comunicazioni. Essi ci permettono di enunciare la regola seguente che non è contraddetta da alcuno dei fatti a noi noti: *ogni ciclo di deformazione dà luogo ad un cappio chiuso, purchè non si vada a forze estreme superiori in valore assoluto alla massima impiegata nella serie, e purchè nel variare del carico oltre alla inversione (o ad un numero dispari di esse), necessaria per tornare allo sforzo primitivo, se ne abbia ancora una al principio del ciclo.* In altri termini: partendo da uno stato qualsiasi, cui supponiamo si era arrivati con forze decrescenti, si ha ciclo chiuso se si opera in principio per carichi crescenti, aperto nell'altro caso; e l'opposto avviene nella ipotesi che alla forma dalla quale ha origine il ciclo si fosse pervenuti per carichi crescenti.

« Risulta dunque che lo studio delle deformazioni per processi ciclici non occorre si compia sempre con graduali variazioni della forza, poichè il fare *aumentare* un carico *positivo* o *negativo* in modo continuo porta lo stesso effetto che si ha sopprimendo volta per volta il peso e sostituendone uno maggiore, in conformità a quanto fu trovato dall'Ewing (1) nell'esperienze sul magnetismo. Lo stesso però non vale per punti che appartengano al 1° o al 3° *quarto* di ciclo.

« Altre deduzioni pratiche si possono trarre dalle cose esposte. Immaginiamo che si operi per forze decrescenti positive, e che per equivoco, come qualche volta è successo a me, venendo dal carico P (che non sia il massimo), invece di arrivare a P′ si giunga ad un valore più piccolo; se vogliamo allora ripetere la trasformazione $(P \cdot P_1)$ non sarà possibile di ritornare colla forza P alla saetta che prima vi corrispondeva, specialmente se la legge di variazione del modulo è accentuata in prossimità del punto che si studia. Supponiamo invece che, procedendo nello stesso senso di poc'anzi, giunti ad una certa forza per distrazione si torni indietro, si potrà ora con un nuovo cambiamento di senso venire al carico primitivo, e continuare l'esame come se la trasformazione intermedia non fosse avvenuta.

« Si vede altresì che non tutte le scosse influiscono ugualmente, dovendosi avere da esse un effetto maggiore quando l'impulso iniziale è nel senso dell'ultima deformazione prodotta, giacchè in caso contrario l'influenza della prima escursione è nulla per il ritorno immediato del corpo alla forma da cui è partito, e resta efficace l'impulso successivo che è minore del primo.

« Il nostro esame sui cicli d'isteresi ci permette di toccare qualche punto della *termodinamica dei solidi.*

« Farò rilevare anzitutto che ad ogni valore della forza deformatrice (e lo stesso varrà per un sistema di forze applicate nei vari punti del corpo), non corrisponde in generale, come avea osservato il sig. Brillouin (2), un'unica

(1) Phil. Trans. of the R. S. of London 176, II, § 11.

(2) C. R. 112, p. 1054, 1891.

deformazione, anzi siamo in grado di dire, fermandoci al caso analizzato della flessione, che sono possibili tutte quelle deformazioni per le quali si hanno saette comprese fra la più piccola e la più grande relative alla forza predetta nel ciclo bilaterale di massima ampiezza.

« Nell'elasticità dei solidi ci troviamo pertanto di fronte ad un problema più complicato di quello relativo ai gas, poichè nel nostro caso per una data temperatura ad un valore della variabile geometrica ne corrispondono infiniti della variabile meccanica; sicchè la natura dell'isoterma dipenderà nei solidi anche dal lavorìo subìto avanti dal corpo.

« D'altra parte non conoscendo, per la insufficienza della teoria matematica della elasticità, come varii l'energia potenziale in una data trasformazione, non potremo determinare *a priori* quale è la quantità di calore positiva o negativa che per essa si sviluppa.

« Solo nella ipotesi che si operi per cicli chiusi, il problema si presenta semplice, teoricamente parlando. Ed invero, atteso il fatto che, almeno nel caso di un'accomodazione quasi completa, il corpo riacquista alla fine del ciclo le identiche proprietà elastiche possedute in principio, siamo indotti ad ammettere che esso ritorni alle condizioni da cui si è partito, e che perciò riacquisti la primitiva energia potenziale: il lavoro consumato in tal caso dalle forze esterne, datoci dall'area racchiusa nella *curva d'isteresi*, dev'essersi trasformato in calore che si è disperso nell'ambiente. Ciò, per citare un esempio, deve avvenire nella spirale che regola il moto d'oscillazione del bilanciere, di guisa che la forza elastica della molla con cui si carica l'orologio, oltre che a vincere gli attriti dei pezzi, dev'essere impiegata a fornire l'energia necessaria per la continua trasformazione del lavoro in calore operata dalla detta spirale.

« Il sig. W. Thomson, partendo dai principî della termodinamica, avea dedotto, e l'esperienza l'ha confermato, che operando nei solidi perfettamente elastici trasformazioni adiabatiche, dovea corrispondere al cambiare di forma del corpo o aumento o diminuzione di temperatura, e che gli effetti doveano compensarsi nel complesso dei passaggi da P a P′ e da P′ a P. Nel caso nostro invece si genera calore lungo un ciclo chiuso costituente una trasformazione isotermica, fatto inammissibile dal punto di vista della teoria matematica della elasticità, ma che può spiegarsi attesa l'insufficienza di questa teoria. Per i cicli che si chiudono in modo imperfetto col ritorno alla forma primitiva siamo in condizioni più complicate, avendosi una variazione di energia potenziale oltre al calore che si svolge; ma poichè d'ordinario quando si hanno due cambiamenti di senso nel modo d'agire della forza le configurazioni iniziale e finale, se non sono identiche, risultano assai vicine fra loro, ne consegue che il corpo si può anche allora considerare come una macchina capace di trasformare il lavoro delle forze esterne in calore.

Attrito interno.

« Si è molto discusso sullo smorzamento delle oscillazioni dovute a forze elastiche. Ritenevasi da principio che le particelle vibrando dovessero subire dalle vicine una resistenza proporzionale alla velocità, attesa la circostanza che allora la teoria porta per il decremento logaritmico ad un valore costante, quale risultava dalle prime ricerche. Fu riconosciuto in seguito che queste non ritraevano la natura vera del fenomeno, e lo Schmidt con accurate esperienze avvalorava il fatto trovando che se la legge di Gauss e Weber era applicabile per le piccole oscillazioni, non lo era per le grandi, e tanto meno quanto più plastica si manifestava la sostanza in esame. Sì egli che il Wiedemann riconoscevano poi l'influenza della elasticità susseguente sul moto oscillatorio del corpo, senza però attribuire a questa lo smorzamento delle oscillazioni, come aveano pensato W. Weber, F. Kohlrausch, O. E. Meyer, Boltzmann ed altri.

« Il Voigt di recente ha pubblicato una Memoria sull'attrito interno. In essa si parte dal concetto che il fenomeno sia analogo a quello relativo ai liquidi, si attacca l'ipotesi del Weber, e si suppone che alle ordinarie reazioni elastiche se ne debbano aggiungere altre dipendenti dalla velocità con cui si compiono gli spostamenti delle particelle. Però i risultati delle sue accurate esperienze, come egli stesso afferma, non sono tali nel loro assieme da avvalorare la precedente ipotesi. Il fatto non ci deve recar meraviglia, ove consideriamo che in quella teoria, se è tenuto conto della resistenza subìta dalle particelle in moto, si suppongono d'altro canto i solidi perfettamente elastici nei fenomeni dell'equilibrio, cosa che a rigore non può ammettersi anco per piccole deformazioni.

« Le nostre ricerche ci porterebbero ad altro ordine d'idee. Ed invero poichè le curve ralative ai passaggi da P a P′ e da P′ a P non coincidono mai, e l'area da esse racchiusa accenna in modo manifesto ad un lavoro consumato, viene spontaneo di attribuire lo smorzamento delle oscillazioni a quella medesima causa che produce i fenomeni d'*isteresi elastica*, onde il calore sviluppato per il cosidetto attrito interno non sarebbe altro che l'equivalente del lavoro che consuma il corpo oscillante nel compiere i successivi cicli. Tali considerazioni non ci portano alla ragione ultima dello smorzamento delle oscillazioni, restando ancora da ricercare il perchè le curve di andata e di ritorno non sieno coincidenti; esse tendono ad eliminare l'ipotesi di un fatto che intervenga solo nella dinamica dei corpi elastici [1] ed a riferire la

[1] Da questo concetto parte anche il Wiedemann nell'indagare la natura del fenomeno; però nella ipotesi dell'illustre fisico, che attribuisce la perdita di energia ai moti rotatori delle particelle, non si rivela in modo esplicito il lavoro compiuto dal corpo per la legge che esso segue nel deformarsi (V. Wied. Ann. VI, p. 513).

perdita di energia alle leggi secondo le quali i corpi si deformano piuttosto che ad una resistenza occulta ai moti delle particelle.

« Del resto parmi che i ragionamenti sopra esposti non sieno puramente ipotetici, essendo a nostra conoscenza dei fatti che disporrebbero a favore del nuovo modo di vedere.

« Si sa come, a pari limiti di ampiezza iniziale, le oscillazioni si smorzino più prestro nei metalli ricotti che nei crudi, e noi abbiamo trovato essere nel primo caso le *aree d'isteresi* molto maggiori partendo da deformazioni estreme dello stesso ordine di grandezza [1].

« D'altro canto le scosse come accrescono il decremento logaritmico, aumentano anche l'area racchiusa dalla *curva d'isteresi* nei cicli bilaterali [2].

« In ultimo di fronte al fatto studiato dal Warburg di uno smorzamento più rapido nei corpi che oscillano per torsione col crescere della durata di oscillazione, abbiamo l'altro da noi preso in esame relativo all'aumento che subisce l'*area d'isteresi* quando si passi dai cicli compiuti nelle condizioni ordinarie a quelli eseguiti con maggior lentezza [3].

« Ad ulteriori conferme indirette porterebbero altri fatti riguardanti lo smorzamento delle oscillazioni, ma io credo sia più prudente far precedere, ad un raffronto completo tra i fenomeni statici e dinamici, un corso di esperienze inteso a stabilire un legame fra i due metodi di analisi delle proprietà elastiche.

CONCLUSIONE

« *a*) Dai risultati ottenuti colle mie ricerche sulla elasticità mi permetto di rilevare quanto segue:

1°) Variando la forza in un determinato senso, variano *in modo continuo* le proprietà elastiche della sostanza, anco nel caso che lungo il processo cambii il segno della forza.

2°) La legge di deformazione del corpo è diversa a seconda si operi per forze crescenti o decrescenti, e nel passaggio dalle une alle altre si produce nella cedevolezza del corpo un salto brusco.

3°) Se partiamo da uno stato deformato qualsiasi e, dopo avere invertito una prima volta il senso di variazione della forza, ritorniamo al carico primitivo, senza avere oltrepassato lo sforzo massimo che si adoperò nelle precedenti serie, si previene esattamente, o quasi, alla saetta iniziale, in guisa da avere come curva rappresentatrice del ciclo un cappio chiuso, o che tende a chiudersi, indicante sempre per il senso della sua generazione un lavoro consumato dalle forze esterne.

[1] V. Rend. Acc. dei Lincei 1893, 2° sem., pag. 390.
[2] V. Rend. Acc. dei Lincei 1894, 1° sem., pag. 26.
[3] V. loc. cit.

4°) In rapporto a questi fatti si sono studiati gli effetti delle scosse, ossia delle oscillazioni attorno un determinato carico, e si è visto che la loro influenza non è trascurabile, anzi può essere tanto grande da fare sparire in un caso speciale la deformazione permanente. In tal guisa si riesce a riportare il corpo in uno stato che si può considerare come non deformato.

5°) Col lavorìo delle lastre se ne alterano le proprietà elastiche in modo progressivo, producendosi un fenomeno di accomodazione, che porta, a quanto sembra, effetti diversi da sostanza a sostanza, avendosi per il nichel un aumento, per l'ottone una diminuzione continua dell'*area d'isteresi.*

6°) L'elasticità susseguente è un fatto di ordine secondario nello studio dei processi ciclici, ma può avere qualche influenza sulle loro modalità.

7°) Lo smorzamento delle oscillazioni sarebbe dovuto a ciò che l'energia potenziale del corpo stante la legge diversa secondo cui esso si deforma per forze crescenti o decrescenti, va poco a poco annullandosi producendo una quantità di calore che equivale alla somma delle aree dei cappii fornitici dal metodo statico.

« *b*) Di alcuni particolari esaminati si dovrebbe tener conto nella misura delle forze con apparecchi nei quali entrino in giuoco corpi sottoposti a deformazione, imperocchè essi ubbidiscono, come si è visto, in modo diverso ad impulsi agenti nei due sensi a partire da uno stato deformato qualsiasi.

« *c*) Molti fenomeni da noi descritti trovano riscontro nella isteresi delle sostanze magnetiche, per altri uno studio nel campo del magnetismo manca, ma tutto induce a credere che, qualora fosse intrapreso, porterebbe a risultati concordanti con quelli che si hanno per le deformazioni elastiche, poichè i due ordini di fenomeni appariscono governati dalle medesime leggi generali. Questo fatto, tenuto conto che pure nel modo di comportarsi dei coibenti si ha isteresi, avvalorerebbe l'opinione del Maxwell che la polarizzazione nei dielettrici e nelle sostanze magnetizzabili consista in una deformazione di tali mezzi.

« *d*) La depressione del *punto zero* di un termometro sottoposto prima a temperature elevate e l'innalzamento nel caso contrario, ci portano ad ammettere che fenomeni d'isteresi abbiano luogo anche per le modificazioni termiche del vetro; merita quindi un attento esame la questione della misura delle temperature in rapporto al senso delle loro variazioni, essendo probabile che per una data temperatura si abbiano indicazioni diverse a seconda vi si arrivi col riscaldamento o col raffreddamento [1].

[1] Dalle ricerche del Bênoit è da argomentare che le anomalie del vetro manchino, o almeno sieno molte piccole nei metalli e nei corpi cristallizzati (V. Travaux et Mémoires du Bur. Int.; T. VI, p. 3).

« *e*) Si è osservato da alcuni fisici che in un corpo ottenuto mediante il passaggio alla filiera od al laminatoio non si può avere il comportamento caratteristico delle sostanze isotrope, e partendo da questo concetto si è cercato di spiegare molte anomalie, specialmente per ciò che riguarda la dipendenza delle varie specie di deformazione le une dalle altre e la relazione fra le due costanti di elasticità dei metalli. Resta però sempre a trovare il perchè le deformazioni dei corpi dipendano dal senso secondo cui varia la forza, non potendo ciò aver luogo in un corpo perfettamente elastico.

« Una teoria cinetica dei solidi fondata sull'esperienza e non su basi puramente ipotetiche dovrebbe a mio modo di vedere, darci la soluzione dell'arduo problema, mostrando come vengano alterati collo spostarsi delle particelle i moti molecolari, e come queste alterazioni modifichino alla lor volta la resistenza alle forze deformatrici.

« Qualche cosa si è fatta in proposito, ma una teoria completa ancora non esiste. Io voglio augurarmi che il mio studio intorno ai processi ciclici di deformazione abbia ad apprestare un contributo al materiale di esperienze che ne costituirà il fondamento.

« Non posso chiudere questa serie di riassunti senza attestare i sensi della mia più viva gratitudine verso il sig. F. Tomasini, per l'aiuto intelligente e costante avutone nel corso delle ricerche ».

Fisica. — *Sulla rapidità dei fenomeni foto-elettrici del Selenio.* Nota del dott. Q. MAJORANA, presentata dal Socio BLASERNA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Termodinamica. — *Di alcune relazioni termodinamiche sui vapori.* Nota del prof. STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio BLASERNA.

« W. Ostwald nella sua opera *Sulla Stechiometria* (vol. I, pag. 356) partendo dalla legge di Trouthon sui calori di vaporizzazione molecolari, ed applicando ai vapori le leggi dei gas, credette di poter arrivare alla conclusione generale che tanto il lavoro interno quanto il lavoro esterno della trasformazione di quantità molecolari di qualunque liquido in vapore sotto una data pressione, deve essere approssimativamente proporzionale alla temperatura assoluta, alla quale avviene la trasformazione. Mi parve interessante di verificare se e fino a qual punto una tale proporzionalità sussiste, perchè per mezzo di essa si avrebbe il modo di calcolare tanto il calore interno, quanto il calore esterno di vaporizzazione, e quindi il calore di vaporizzazione totale,

somma dei due, quantità sulla quale per molti liquidi non si hanno dati spementali molto concordanti.

« Anzi tutto devesi notare col Clausius (Pogg. Ann. 82, 1851) che non è rigoroso applicare le leggi generali dello stato aeriforme ai vapori, nell'atto per così dire della loro formazione, quando si trovano al massimo di densità. Quindi noi vi applicheremo piuttosto le relazioni che la termodinamica ha dedotto pei vapori saturi. In secondo luogo la legge del Trouthon (Phil. Mag. [5]. 18. 54 1884), la quale stabilisce che il rapporto fra il calore molecolare di vaporizzazione (così vien chiamato il prodotto del calore di vaporizzazione pel peso molecolare) e la temperatura assoluta di ebollizione corrispondente $\frac{Mr}{T}$ è costante, si verifica soltanto, come lo fece notare il Trouthon stesso, per i termini di ogni singola serie omologa (tranne che per quella degli acidi grassi) e non è una legge che si applichi in modo generale a tutti i liquidi.

« Dalla termodinamica si hanno le seguenti note relazioni:

$$r = \varrho + Aup \qquad\qquad u = \frac{r}{AT} \frac{1}{\frac{dp}{dt}}$$

quindi il calore di vaporizzazione interno può essere espresso da:

$$\varrho = r\left(1 - \frac{p}{T} \frac{1}{\frac{dp}{dt}}\right)$$

« Ed applicando la relazione $\frac{Mr}{T} = k$ si avrebbe per un dato vapore

$$\varrho = k\frac{T}{M}\left(1 - \frac{p}{T} \frac{1}{\frac{dp}{dt}}\right) \tag{1}$$

e per un altro vapore alla stessa pressione p

$$\varrho_1 = k_1\frac{T_1}{M_1}\left(1 - \frac{p}{T_1} \frac{1}{\frac{d_1p}{dt}}\right)$$

per cui

$$\frac{M_1\varrho_1}{M\varrho} = \frac{k_1}{k} \frac{T_1\frac{d_1p}{dt} - p}{T\frac{dp}{dt} - p} \tag{2}$$

e quindi le condizioni a verificarsi perchè i calori interni di vaporizzazione molecolari siano proporzionali alla temperatura assoluta sarebbero $k_1 = k$ e l'altra espressa dalla eguaglianza:

$$T_1 \frac{d_1 p}{dp} = T \frac{dp}{dt} = \text{cost.} \tag{3}$$

« La prima di queste condizioni si verifica con grande approssimazione soltanto per i termini di una stessa serie omologa, tranne che per quella degli acidi grassi, come già dissi di sopra. Della seconda ci occuperemo in seguito.

« Così pure pel calore esterno di vaporizzazione abbiamo in generale:

$$Aup = \frac{r}{T} p \frac{1}{\frac{dp}{dt}} = \frac{k}{M} p \frac{1}{\frac{dp}{dt}} \tag{4}$$

e quindi si deduce per due vapori diversi:

$$\frac{Au_1 p}{Aup} = \frac{k_1}{k} \frac{\frac{dp}{dt}}{\frac{d_1 p}{dt}} \tag{5}$$

e verificandosi le precedenti due dette condizioni, si verificherebbe pure la proporzionalità dei lavori esterni alle temperature assolute di vaporizzazione.

« Le molte misure fatte allo scopo di stabilire la relazione che passa fra la temperatura e la tensione massima dei vapori ci permettono di fare quella verifica. La espressione di questa relazione, che meglio rappresenta i risultati sperimentali è, secondo la importante critica fatta dai professori A. Bartoli ed E. Stracciati delle formole esprimenti la tensione dei vapori saturi in funzione della temperatura (Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania 1889) è la formola più semplice del Biot, adottata dal Regnault: $\log p = a + b\alpha^t$, nella quale, anzi secondo la dimostrazione datane dai detti due autori, fondandosi sui risultati ottenuti dai diversi sperimentatori, la α si potrebbe considerare come costante per un gran numero di liquidi ed uguale a 0,9932.

« Per tutti i liquidi per i quali i prof. Bartoli e Stracciati hanno calcolato le formole: $\log p = a + b \times 0{,}9932^t$, mi sono servito di queste e calcolai oltre che $T \frac{dp}{dt}$, anche $Tb\alpha^t$. I calcoli si sono fatti per le tensioni di 400 mm. e di 760 mm. due tensioni per le quali si hanno i dati occorrenti per il maggior numero di liquidi.

« Nella tabella seguente R. sta per Regnault; N. P. per Naccari e Pagliani; G. per Guido Grassi; L. per Landolt; Sch. per Schmidt, K. per Kahlbaum; Sc. per Schumann; R. Y. per Ramsay e Young; B. per Brown; S. per

Staedel. Le citazioni relative si trovano tutte nelle Tabelle di Landolt e Bōrnstein, edizione recentissima.

	Tensione di 400 mm.				Tensione di 760 mm.				Aut.
	t	$\frac{dp}{dt}$	$T\frac{dp}{dt}$	$T\,b\,\alpha^t$	t	$\frac{dp}{dt}$	$T\frac{dp}{dt}$	$T\,b\,\alpha^t$	
Acqua	83°, 0	15,90	5660	—	100°,00	26,98	10064	—	R.
Acool metilico	51 , 0	17,16	5560	—	66 ,76	29,34	9969	—	»
» etilico	62 ,94	17,84	5993	940,3	78 ,26	30,52	10719	884,7	»
» propilico	80 ,91	17,52	6199	972,1	96 ,50	29,90	11049	911,9	N. P.
» isobutilico	90 ,58	16,65	6055	949,5	107 ,04	28,26	10740	886,4	»
» isoamilico	113 ,43	15,42	5961	936,1	131 ,38	25,93	10486	865,4	G.
Acido formico	79 ,93	13,96	4927	772,5	99 ,90	23,14	8630	712,3	L.
» acetico	99 ,60	13,89	5175	—	119 ,20	23,44	9193	—	Sch.
» propionico	120 ,80	14,96	5891	—	140 ,30	23,58	9746	—	»
» butirrico	142 , 4	13,77	5720	—	162 ,20	23,25	10118	—	»
» isobutirrico	133 , 5	13,85	5630	—	153 ,20	23,26	9913	—	»
» isovalerianico	154 , 7	15,12	6467	—	174 ,70	18,25	8174	—	»
Anidride acetica	116 ,55	14,03	5467	857,2	136 ,40	23,29	9533	786,8	K.
Formiato di metile	16 ,24	17,10	4949	776,0	32 ,29	29,13	8893	734,0	Sc.
Isobutirrato »	73 ,01	14,41	4987	781,9	92 ,30	24,00	8769	723,7	»
Valerianato »	96 ,31	13,69	5054	792,6	116 ,70	22,63	8817	727,7	»
Salicilato »	197 ,00	10,79	5073	795,5	223 ,33	17,13	8503	701,8	R. Y.
Formiato di etile	37 ,37	16,22	5034	789,5	54 ,34	27,44	8983	741,4	N. P.
Acetato » »	58 ,83	15,17	5046	791,3	77 ,05	25,52	8932	737,2	Sc.
Propionato »	80 ,20	14,41	5089	797,0	99 ,59	24,00	8944	738,2	N. P.
Propionato di propile	101 ,64	13,52	5066	794,4	122 ,30	22,31	8821	728,0	Sc.
Benzoato di isobutile	209 ,42	10,36	4999	783,9	237 ,00	16,31	8319	686,5	K.
Etere etilico	18 ,05	16,31	4746	744,3	34 ,97	27,61	8502	701,7	R.
Acetone	38 ,88	15,82	4934	773,7	56 ,31	26,68	8786	725,1	R.
Joduro di etile	52 ,70	14,08	4586	—	—	—	—	—	R.
» » propile	81 ,95	13,49	4788	750,8	102 ,63	22,24	8352	689,3	B.
» » isopropile	69 ,70	13,73	4708	738,3	89 ,89	22,73	8249	680,8	»
Bromuro di etile	20 ,90	15,47	4547	—	38 ,29	26,63	8290	—	»
Bromuro di etilene	110 ,77	11,79	4524	—	133 ,66	20,49	8332	—	R.
Cloroformio	42 ,21	15,38	4849	760,4	60 ,16	25,85	8612	710,8	R.
Tetracloruro di carb.	57 ,00	13,88	4580	—	72 ,90	24,06	8322	—	»
Monocloretano	—3 ,71	17,11	4620	724,4	12 ,52	28,84	8235	679,6	S.
Dicloretano	64 ,73	14,36	4851	760,5	84 ,07	23,90	8534	704,3	»
Tricloretano	92 ,76	13,35	4883	765,7	113 ,72	21,97	8496	701,2	»
Pentacloretano	138 ,37	12,06	4962	778,1	161 ,73	19,54	8496	701,2	»
Bromocloretano	63 ,61	14,57	4905	769,2	82 ,69	24,31	8647	713,4	»
Benzina	60 ,89	15,77	5265	—	80 ,26	24,16	8535	—	Y.
Toluene	89 ,39	13,80	5001	—	110 ,32	22,84	8766	—	N. P.
Fluorobenzina	65 ,69	14,19	4806	—	85 ,18	23,65	8471	—	Y.
Clorobenzina	109 ,80	12,34	4724	—	131 ,98	20,38	8253	—	Y.
Bromobenzina	132 ,42	11,85	4803	753,2	156 ,24	19,13	8213	677,8	R. Y.
Iodobenzina	163 ,10	10,78	4701	—	188 ,46	18,24	8417	—	Y.
Bromonaftalina	251 ,28	9,47	4967	778,8	281 ,74	14,62	8111	669,4	R. Y.
Anilina	161 ,20	12,08	5246	822,7	184 ,53	19,58	8958	739,3	»
Solfuro di carbonio	27 ,89	15,11	4547	712,9	46 ,21	25,33	8016	667,4	R.

« Come si vede da questi numeri il valore di $T\frac{dp}{dt}$ non può considerarsi come costante per tutti i corpi nemmeno in limiti ristretti, varia per i corpi considerati da 4147 a 6199 per la pressione di 400 mm., e da 8111 a 11049 per la pressione di un'atmosfera. Si vede poi che tende a diminuire passando dagli alcoli agli acidi, da questi agli eteri composti, e da questi agli eteri aloidi; che la sostituzione degli alogeni all'idrogeno degli idrocarburi fa di-

minuire il detto valore, ma l'influenza esercitata da un atomo dei diversi alogeni è presso a poco la stessa (derivati della benzina). Sembra però che per una stessa specie di derivati l'aumento nel numero degli atomi di un sostituente tenda poi a far crescere quel valore (derivati clorurati dell'etano). Non pare abbia influenza sensibile su quel valore la sostituzione di NH_2 negli idrocarburi (benzina e anilina), come pure la sostituzione di due atomi di solfo a quattro atomi di cloro (tetracloruro di carbonio e solfuro di carbonio). In una stessa serie omologa poi generalmente il valore di $T\frac{dp}{dt}$ cresce col crescere del peso molecolare e del numero degli atomi, però le variazioni sono piccole, per cui anche i valori di $Tb\alpha^t$ per certe serie (eteri specialmente) presentano piccole differenze, e quindi per tali gruppi di sostanza si potrebbe trasformare la formola logaritmica indicata in un'altra della forma:

$$\log p = A + \frac{B}{T}$$

essendo $B = Tb\alpha^t$ e adottando per questo un valore medio.

« Però questo valore di B corrisponderebbe ad una sola pressione, e quella eguaglianza potrebbe servire a trovare il valore di A di tutti i composti di una stessa serie quando si determini la temperatura corrispondente a quella pressione. Però se noi indichiamo con B_0 il valore di $Tb\alpha^t$ ad una temperatura t_0 (o assoluta T_0), quello ad una temperatura qualunque t_1 (o assoluta T_1), sarà dato da $B_1 = B_0 \frac{T_1}{T_0} \alpha^{t_1 - t_0}$, per cui quella eguaglianza si può porre sotto la forma $\log p = A + \frac{B_0}{T_0} \times 0{,}9932^{t_1 - t_0}$, la quale potrà servire a trovare con una certa approssimazione la temperatura di ebollizione di un composto a qualunque pressione, quando determinato t_0 ad una data pressione, si calcoli A dal valore di B_0 della serie di composti a cui appartiene il corpo in questione.

« La stessa relazione $Tb\alpha^t = T_1 b_1 \alpha^{t_1}$, ci darebbe il valore della costante della legge del Groshans, secondo la quale le temperature assolute corrispondenti alla stessa tensione massima, sarebbero proporzionali (Pogg. Ann. 78. 1849). Detta costante sarebbe $\frac{T}{T_1} = \frac{b_1}{b} \alpha^{t_1 - t}$. Come si vede la legge di Groshans non può essere rigorosa in generale se anche si verificasse quella relazione.

« Adunque la proporzionalità dei calori interni ed esterni di vaporizzazione alle temperature assolute si verifica approssimativamente solo per i termini di una stessa serie, e soltanto per qualche serie, ma non può accettarsi come legge generale.

« Se noi calcoliamo per mezzo della relazione (2) i rapporti fra i calori di vaporizzazione interni molecolari dei termini di una serie e quello di uno di questi, supponendo $K_1 = K$, troviamo che quei rapporti crescono col crescere

del peso molecolare. Così i valori di $\frac{M_1 \varrho_1}{M \varrho}$ per i termini della serie degli alcoli rispetto all'alcool metilico sarebbero:

Alcool	etilico	1,043
»	propilico	1,101
»	isobutilico	1,129
»	isoamilico	1,199.

« Questo rapporto poi è uguale per tutte le pressioni, come difatti il lavoro interno della vaporizzazione deve essere indipendente dalla pressione esterna.

« Se da questi rapporti si deducono quelli fra i calori interni di vaporizzazione riferiti all'unità di peso, allora troviamo che questi secondi rapporti diminuiscono col crescere del peso molecolare, e così per la serie degli alcool abbiamo, sempre rispetto allo alcool metilico, per $\frac{\varrho_1}{\varrho}$:

Alcool	etilico	0,725
»	propilico	0,587
»	isobutilico	0,488
»	isoamilico	0,436.

« Si vede che il calore interno di vaporizzazione va diminuendo col crescere del peso molecolare ma tende verso un limite, per cui giunti ad un certo peso molecolare il detto calore interno si manterrà costante. Questo risultato era prevedibile, inquantochè crescendo il peso molecolare diminuisce il numero delle molecole contenute nell'unità di peso, e quindi deve diminuire il calore interno di vaporizzazione; è naturale poi che esso non possa ridursi a zero. Come pure è da osservarsi che col crescere del peso molecolare in una stessa serie, cresce la temperatura alla quale avviene la vaporizzazione completa ad una data pressione, e che col crescere di T diminuisce la pressione interna, aumentando la distanza fra le molecole, e quindi per molecole di analoga costituzione e formate da atomi della stessa natura deve diminuire il lavoro interno della vaporizzazione.

« Modo di calcolare il calore di vaporizzazione. — Le relazioni (2) e (5) ci possono fornire un modo di calcolare la quantità ϱ e Aup, e quindi r per un corpo qualunque partendo semplicemente dalle espressioni della tensione del vapore in funzione della temperatura, quando si conoscono i valori di ϱ e Aup per un corpo dato, e si diano al rapporto $\frac{K_1}{K}$ dei valori convenienti per gruppi di sostanze distinti.

« Il corpo del quale sono meglio conosciuti i valori di ϱ e di Aup è l'acqua, per la quale abbiamo le classiche esperienze del Regnault e le formole dello Zeuner che servono a calcolarli per diverse temperature. Nella tabella seguente abbiamo nella seconda colonna i valori di r per la pressione di 760 mm., che è quella alla quale si ha il maggior numero di misure più esatte e atten-

dibili del calore di vaporizzazione, ottenuti per mezzo dei valori di ϱ e Aup calcolato colla (1) e colla (5) facendo $\frac{K_1}{K} = 1$; nella terza i valori di r ottenuti moltiplicando i valori della seconda colonna per un coefficiente che per gli alcoli risultò uguale ad 1, e per gli eteri ed altri composti del carbonio contenenti ossigeno a 0,84439, per i composti non contenenti ossigeno 0,79096; nella quarta colonna i valori trovati dai diversi sperimentatori. Nella sesta e settima rispettivamente i valori di ϱ e Aup calcolati e moltiplicati per quegli stessi coefficienti per cui fu moltiplicato r; nell'ottava i valori di u dedotti da Aup. Nella quinta colonna la iniziale A. sta per Andrews, F. S. per Favre e Silbermann, W. per Wirtz, D. per Despretz, S. per Schall, R. per Regnault, Sch. per R. Schiff, O. per Ogier, B. per Berthelot, Wn. per Winkelmann (1), Q. Y. per Ramsay e Young, v. B. per von Brix. Anche qui le citazioni relative si trovano tutte nelle tabelle di Landolt e Börnstein, sopra citate.

« Per l'acqua si è assunto $\varrho = 496{,}03$ $Aup = 40{,}09$.

	r_1	r_2	r	Aut.	ϱ	Aup	u
Alcool metilico	272,4	272,4	267,5	W.	253,2	19,2	0,788
			263,9	F. S.			
			263,7	A.			
» etilico (2).	197,6	197,6	202,4	A.	183,7	13,9	0,570
			208,0	D.			
			208,9	F. S.			
» propilico.	158,7	158,7	—	—	148,7	10,0	0,410
» isobutilico	132,2	182,2	—	—	123,7	8,5	0,349
» isoamilico	118,2	118,2	120,0	S.	110,4	7,8	0,320
			121,4	F. S.			
Formiato di metile. . . .	131,6	111,1	115,2	B. O.	101,7	9,4	0,386
			117,1	A.			
Isobutirrato di metile. . .	92,6	78,2	75,5	Sch.	71;5	6,7	0,275
Valerato » »	85,4	72,1	69,95	»	66,0	6,1	0,250
Formiato di etile.	114,4	96,6	92,2	»	88,5	8,1	0,332
			100,4	B. O.			
			103,3	A.			
Acetato » »	102,9	86,9	84,3	W.	79,6	7,3	0,299
			83,1	Sch.			
			92,7	A.			
			105,8	F. S.			
Propionato di etile	94,4	79,8	77,1	Sch.	73,1	6,7	0,275
» » propile	88,1	74,4	71,5	»	68,1	6,3	0,258
Etere etilico	107,6	90,9	91,1	F. S.	82,8	8,1	0,332
			90,8	D.			
			90,45	A.			
			90,2	R.			
			90,0	v. B.			
			89,1	R.			
			88,4	W.			
			84,5	R. Y.			
Acetone	146,9	124,0	125,0	Wn.	110,4	10,6	0,435
			125,3	W.			
			129,7	R.			

(1) Il Winkelmann non ha esperienze proprie, ma ha dai risultati sperimentali del Regnault dedotte delle formole a costanti un po' diverse da quelle del fisico francese.

(2) A proposito dei risultati sperimentali riguardo all'alcool etilico, farò notare che le esperienze del von Brix, che sono ritenute come molto accurate, danno per un alcool a 99 1/2 il valore 214. Sembra quindi che gli alcoli sperimentati, specialmente da Despretz e Favre e Silbermann, contenessero un po' d'acqua.

	r_1	r_2	Aut	r	ϱ	Aup	u
Benzene	117,1	92,6	92,9	W.	84,5	8,2	0,336
			93,5	Sch.			
			101,9	R.			
Toluene	107,9	85,3	83,6	Sch.	78,0	7,3	0,299
Solfuro di carbonio . . .	107,7	85,2	84,8	R.	77,2	8,0	0,328
			84,5	Wn.			
			83,8	W.			
			86,7	A.			
Cloruro di carbonio . . .	58,1	45,95	45,9	Wn.	41,8	4,15	0,170
			46,35	W.			
			46,5	R			
Cloroformio	72,1	57,0	58,5	W.	52,0	5,0	0,205
			61,1	R.			
			61,3	Wn.			
Bromuro di etilene	56,6	44,3	43,8	B.	37,8	6,5	0,267

« Come si vede, noi abbiamo sempre una soddisfacente concordanza fra i valori di r_2 e alcuni di quelli ottenuti sperimentalmente, tanto più se si considera la discordanza che sovente si osserva fra questi ultimi ottenuti da diversi sperimentatori, dipendente sia dalla diversità dei prodotti adoperati, sia dalle temperature diverse alle quali si fecero le misure. Quella concordanza dimostra che se invece di assumere come termini di riferimento i valori di ϱ e di Aup dell'acqua, perchè sono i soli finora bene determinati, si prendessero quelli che fossero bene determinati di un composto qualunque di un dato gruppo, si potrebbero calcolare i valori di ϱ, Aup ed r per tutti gli altri composti dello stesso gruppo assumendo $\frac{K_1}{K} = 1$. Potrebbero anche applicarsi direttamente le equazioni (1) e (4), dando a K valori convenienti, ma le espressioni riescono meno generali delle (2) e (5).

« La serie degli acidi grassi si comporta in modo affatto speciale e tale da non potersi includere nei gruppi di composti ossigenati; di più si dovrebbe per i suoi termini stessi assumere valori diversi per $\frac{K_1}{K}$ dall' uno all'altro. Diamo nella tabella seguente i valori dei calori di vaporizzazione calcolati e trovato per la pressione di 760 mm.

	r calc.	r trov.	
Acido formico . . .	321,5	159,0	O.
		120,7	F. S.
		103,7	B. O.
Acido acetico . . .	230,6	120,8	B.
		101,9	F. S.
		84,9	O.
Acido butirrico . .	158,6	114,7	F. S.
		114,0	S.
" valerianico .	137,9	103,5	F. S.

« Per ridurre i valori calcolati a coincidere con qualcuno dei risultati sperimentali, si dovrebbe adottare un coefficiente molto diverso da termine a termine della stessa serie. Pare che nella vaporizzazione di queste sostanze avvenga una dissociazione di grado diverso per i diversi termini. Così se si facesse metà il peso molecolare dei primi due termini, i valori calcolati sarebbero compresi fra i valori sperimentalmente determinati. La grande discordanza fra questi ultimi viene in appoggio a questa ipotesi di una dissociazione.

« I valori dei calori di vaporizzazione ci dimostrano che questa quantità in una stessa serie di composti omologhi va diminnendo col crescere del peso molecolare, ma che però esso tende verso un limite. A questa stessa conclusione noi possiamo arrivare combinando la relazione del Trouthon con un'altra, trovata dal Burden (Phil. Mag. XLI, 518. 1871), secondo la quale per tutti i componenti di una serie omologa, la temperatura di ebollizione T è proporzionale alla radice quadrata della densità dei loro vapori, relazione che il Burden dimostrò verificarsi assai bene per più serie di composti. Quindi essendo $\frac{T}{\sqrt{M}} = \text{cost.}$ e $\frac{M}{T} r = \text{cost.}$ se ne deduce $r\sqrt{M} = \text{cost.}$ Perciò affinchè r diventasse uguale a zero, sarebbe necessario che M diventasse infinito.

« Così pure diminuiscono col crescere del peso molecolare, tendendo verso un limite, il lavoro interno, il lavoro esterno della vaporizzazione ed il volume differenziale. E cioè col crescere della massa della molecola va diminuendo la variazione del volume specifico del corpo nella vaporizzazione, sempre quando si considerino molecole di corpi appartenente ad una stessa serie omologa.

« Noi abbiamo così nelle relazioni sopra esposte un modo di calcolare il calore di vaporizzazione, partendo semplicemente dai dati che ci forniscono le misure della tensione dei vapori. Siccome queste misure sono per ora suscettibili di maggiore esattezza che la misura diretta del calore di vaporizzazione, così noi abbiamo il mezzo di procurarci un valore molto approssimato di questa ultima quantità, e di controllare in certa qual guisa i risultati della determinazione di essa, che per di più non si può facilmente eseguire a diverse temperature.

« Queste relazioni si accordano meglio coll'esperienza di quella di O. Tumlirz (Wien. Akad. Ber. CI, 1892), secondo la quale l'equivalente dinamico del calore di vaporizzazione di un liquido alla pressione di una atmosfera, sarebbe uguale al quadrato della velocità del suono nel vapore da esso prodotto. Questa relazione darebbe p. es., per l'alcool etilico $r = 169.1$, pel solfuro di carbonio $r = 100,20$ ».

Cristallografia. — *Della forma cristallina di alcuni nuovi sulfoni aromatici degli acidi butirrici.* Nota del dott. LUIGI BRUGNATELLI [1], presentata a nome del Socio STRUEVER.

« Ho eseguito lo studio cristallografico dei composti sotto descritti, per cortese incarico del prof. R. Otto di Braunschweig, il quale li ha preparati, e ne farà conoscere le proprietà chimiche in una prossima pubblicazione. I cristalli furono da me ottenuti per lenta evaporazione dalle loro soluzioni nell'etere acetico.

I. Acido α-fenilsulfonbutirrico.

$CH_3 . CH_2 . CH (SO_2 C_6 H_5). COOH$

« Sistema cristallino: Trimetrico

$a:b:c = 0,3889:1:0,9541$

Forme osservate:

}001{, }010{, }110{, }111{, }121{

Combinazioni: }001{, }010{, }110{, }111{

}001{, }010{, }110{, }111{, }121{

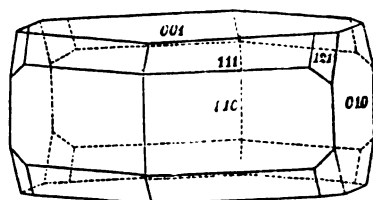



FIG. 1.

« I cristalli presentano generalmente la prima di queste combinazioni. Il loro aspetto è quasi sempre quello dato dalla figura 1ª, rare volte sono tabulari secondo }001{. Le facce dei cristalli lasciano frequentemente molto a desiderare per regolarità di sviluppo ed in modo speciale la base, che quasi sempre è poliedrica e cioè è sostituita dalle facce di un brachidoma e di un macrodoma ottusissimi. I cristalli sono trasparenti, incolori e brillantissimi.

	limiti delle oss.			n	medie	vol. calcolati
(110):(010)	68°42′	—	68°50′	10	68°45′	—
(110):(111)	20 42	—	20 55	14	20 48	—
(001):(111)	69 6	—	69 26	8	69 16	69°12′
(010):(111)	69 51	—	70 24	10	70 9	70 12
(111):(1$\bar{1}$1)	39 20	—	39 37	8	39 27	39 37
(111):($\bar{1}$11)	121 7	—	121 36	8	121 22	121 13
(001):(121)	71 50	—	72 15	5	72 4	72 10
(010):(121)	54 22	—	54 51	4	54 39	54 14
(110):(121)				1	24 2	24 12
(111):(121)	15 26	—	15 36	3	15 31	15 57
(121):(12$\bar{1}$)				1	36 4	35 40

« I cristalli sono dotati di una sfaldatura assai facile secondo }001{ e di una sfaldatura imperfetta secondo }010{.

[1] Gabinetto di Mineralogia della R. Università di Roma.

« Il piano degli assi ottici è parallelo a }010{ e la bisettrice acuta è parallela all'asse a.

« La doppia rifrazione è energica e negativa, quindi la formola ottica è: $\underline{a}\ b\ c$.

« In un cristallo col prisma $(110):(\bar{1}10) = 42°33'$ e col metodo della minima deviazione si misurarono gli indici di rifrazione β e γ e si ebbe:

$$\text{per } \beta : \delta = 28°18' \text{ e quindi } \beta = 1{,}5975 \text{ (Na)}$$
$$\text{per } \gamma : \delta = 30°58 \text{ e quindi } \gamma = 1{,}6493 \text{ (Na)}$$

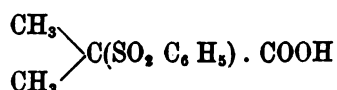
« Con una lamina parallela alla base ed alla luce del sodio, in una soluzione concentratissima di Thoulet di indice di rifrazione determinato uguale a: 1,7375 (Na) si misurò l'angolo: $2H_o = 101°55'$.

« Da questi dati si ricava:

$$2\,Va = 64°45'$$

« Le osservazioni ottiche furono eseguite alla temperatura di circa 20° C.

II. Acido α-fenilsulfonisobutirrico.

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \Big\rangle C(SO_2\,C_6\,H_5)\,.\,COOH$$

« Sistema cristallino: Monoclino

$$a:b:c = 2{,}2418:1:1{,}7086$$
$$\beta = 67°26'$$

Forme osservate: }001{, }100{, }110{, }$\bar{1}$01{, }$\bar{2}$01{.

« Quasi tutti i cristalli presentano la combinazione di tutte queste forme; rare volte manca }$\bar{1}$01{; sono sempre allungati secondo l'asse verticale (figura 2ª). Presentano una sfaldatura perfetta secondo }001{ ed una facile parallelamente a }100{. Sono di colore bianco, poco lucenti e raramente trasparenti. Eccezione fatta delle facce }001{ e }100{ le altre facce sono poco regolari e si prestano solo difficilmente ad essere misurate con buon risultato.

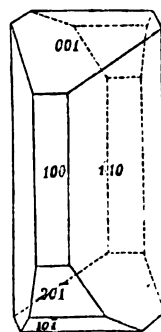



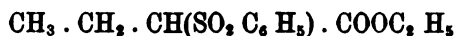
Fig. 2.

	limiti delle oss.	n	medie	vol. calcolati
(100):(001)	67°24' — 67°28'	5	67°26'	—
(001):($\bar{1}$01)	44 44 — 44 55	4	44 51	—
(100):(110)	64 3 — 64 27	7	64 13	—
(001):(110)	79 59 — 80 10	3	80 5	80°23'
($\bar{1}$01):($\bar{2}$01)		1	28 43	28 43
($\bar{1}$00):($\bar{2}$01)		1	39 4	39
($\bar{1}$10):($\bar{1}$01)	80 32 — 80 39	3	80 37	80 30
($\bar{1}$10):($\bar{2}$01)		1	70 6	70 14

« I piani degli assi ottici sono normali al piano di simmetria. Bisettrice acuta parallela all'asse di simmetria. Le bisettrici ottuse sono poco inclinate

sulla normale alla base. La poca trasparenza e la fragilità dei cristalli non permise di eseguire delle ricerche ottiche più complete.

III. Etere etilico dell'acido α-fenilsulfonbutirrico.

$CH_3 . CH_2 . CH(SO_2 C_6 H_5) . COOC_2 H_5$

« Sistema cristallino: Monoclino

$a:b:c = 1{,}9520:1:1{,}1037$

$\beta = 71°28'$

Forme osservate:

}001{, }100{, }110{, }011{, }$\bar{2}$01{, }$\bar{1}$11{

Combinazioni osservate:

1.ª }001{, }100{, }110{, }$\bar{1}$11{

2.ª }001{, }100{, }110{, }011{, }$\bar{1}$11{

3.ª }001{, }100{, }110{, }011{, }$\bar{2}$01{, }$\bar{1}$11{

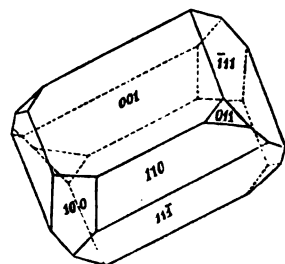



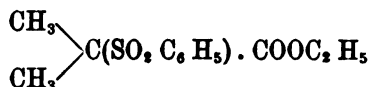
Fig. 3.

« La seconda di queste combinazioni è la più frequente, la terza fu osservata una sola volta. I cristalli sono brillantissimi, trasparenti ed incolori. Qualche volta sono allungati secondo la clinodiagonale.

	limiti delle oss.	*n*	medie	val. calcolati
(100):(001)	71°16′ — 71°35′	8	71°28′	—
(100):(110)	61 34 — 61 41	6	61 37	—
(001):(011)	46 15 — 46 23	6	46 18	—
(001):(110)	81 10 — 81 21	5	81 16	81°19′
(001):($\bar{2}$01)		1	59 7	59 9
(100):(011)	73 3 — 77 23	4	77 17	77 19
($\bar{1}$00):($\bar{2}$01)		1	49 26	49 23
($\bar{1}$00):($\bar{1}$11)	79 54 — 80 14	4	80 5	80 3
(001):($\bar{1}$11)	54 53 — 55 10	4	55 3	55 6
(011):($\bar{1}$11)	22 33 — 22 39	3	22 36	22 38
($\bar{1}$10):($\bar{1}$11)	43 33 — 43 51	4	43 40	43 36
($\bar{2}$01):($\bar{1}$11)	52 0 — 52 4	2	52 2	52 5
($\bar{1}$11):($\bar{1}\bar{1}$1)	93 30 — 93 43	4	93 36	93 46

« I piani degli assi ottici sono normali al piano di simmetria. Le bisettrici acute sono nell'angolo ottuso β degli assi cristallografici. Da }001{ emerge la figura assiale quasi al bordo del campo del polariscopio. Doppia rifrazione molto energica e positiva.

IV. Etere etilico dell'acido α-fenilsulfonisobutirrico.

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \!\!> C(SO_2 C_6 H_5) . COOC_2 H_5$$

Sistema cristallino: Trimetrico

$a:b:c = 0{,}9473:1:0{,}7572$

Forme osservate:

}001{, }100{, }010{, }110{, }011{, }021{, }111{

« Tutti i cristalli presentano la combinazione di tutte queste forme (fig. 4ª) Questa sostanza cristallizza sempre in gruppi irregolari di cristalli, tendenti a formare degli aggregati sferoidali. Per questa ragione le misure si dovettero eseguire su frammenti di cristalli. L'abito dei cristalli è svariatissimo, predomina però quello tabulare secondo }001{ ed allungato secondo l'asse [x]. I cristalli sono di colore bianco e mai trasparenti.

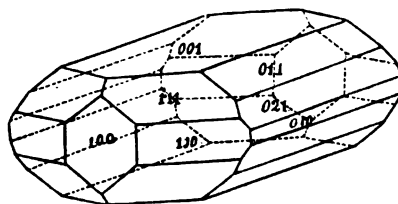
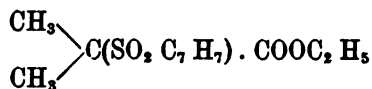



Fig. 4.

	limiti delle oss.	n	medie	vol. calcolati
(010):(110)	46°20′ — 46°46′	11	46°33′	—
(001):(011)	37 1 — 37 14	10	37 8	—
(001):(111)	47 49 — 47 51	3	47 50	47°45′
(100):(111)	57 22 — 57 33	4	57 27	57 30
(110):(111)	42 4 — 42 15	4	42 10	42 15
(011):(111)	32 27 — 32 39	4	32 34	32 36
(010):(111)	59 13 — 59 32	3	59 20	59 24
(111):(1$\bar{1}$1)	61 15 — 61 23	2	61 19	61 12
(110):(011)	65 21 — 65 21	2	65 21	65 28
(010):(021)	33 13 — 33 39	5	33 26	33 26
(110):(021)	54 51 — 55 13	4	55 2	54 59
(011):(021)	19 20 — 19 28	5	19 24	19 26
(111):(021)	37 10 — 37 29	4	37 18	37 19

V. Etere etilico dell'acido *p*-tolilsulfonisobutirrico.

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \rangle C(SO_2\,C_7\,H_7)\,.\,COOC_2\,H_5$$

« Sistema cristallino: Trimetrico

$a:b:c = 0,4770:1:0,7811$

Forme osservate: }001{, }110{, }011{, }021{, }010{, }111{

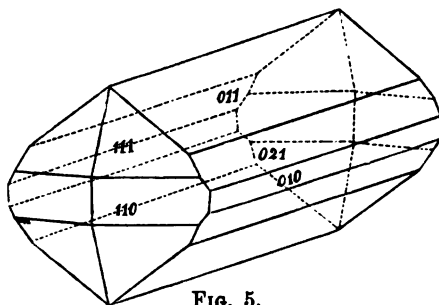



Fig. 5.

« I cristalli presentano sempre la combinazione di tutte queste forme, meno la base che fu osservata in un solo cristallo; sono sottili, allungati secondo l'asse [x], brillantissimi, trasparenti, incolori (fig. 5ª).

	limiti delle oss.	n	medio	vol. calcolati
(011):(0$\bar{1}$1)	75°57′ — 76°3′	7	75°59′	—
(110):(1$\bar{1}$0)	50 58 — 51 2	9	51	—
(110):(011)	74 37 — 74 44	6	74 41	74°38′
(110):(021)	68 44 — 68 46	4	68 45	68 44
(011):(021)	19 17 — 19 29	6	19 23	19 23
(010):(021)	32 33 — 32 47	6	32 38	32 38
(010):(111)	67 49 — 67 59	4	67 55	67 51
(001):(111)	61 5 — 61 7	2	61 6	61 8
(011):(111)	52 7 — 52 13	4	52 11	52 14
(110):(111)	28 51 — 28 57	6	28 55	28 52
(021):(111)	54 39 — 54 43	4	54 41	54 42
(111):(1$\bar{1}$1)	44 16 — 44 19	2	44 17½	44 18
(111):(1$\bar{1}\bar{1}$)	75 37 — 75 41	2	75 39	75 33

« Non fu possibile constatare la presenza della sfaldatura. Così pure dei caratteri ottici non potè essere constatato altro se non che il piano degli assi ottici è parallelo alla base ».

Mineralogia. — *Sulla Senarmontite di Nieddoris in Sardegna e sui minerali che l'accompagnano in quella miniera.* Nota di DOMENICO LOVISATO, presentata a nome del Socio STRÜVER.

« A Nieddoris nel distretto minerario d'Iglesias in matrice di quarzo o di ferro carbonato furono coltivati dei filoni con minerali di nichelio e di cobalto dal 1865 al 1869: dalla società Sardo-Belga ne fu sospesa la coltivazione per mancanza di capitali [1] e divenne poi proprietà della Compagnia Generale delle miniere [2].

« Sopra Nieddoris assai poco si trova nei lavori di coloro che si occuparono di miniere, di mineralogia ed in generale di cose scientifiche sarde. Il Sella nella sua carta mineraria dell'isola di Sardegna alla scala di 1 a 250,000 coll'indicazione delle miniere concesse ed in esplorazione a tutto il 1870, ricorda la miniera di Nieddoris solo due volte al numero d'ordine 130 fra

[1] Q. Sella, *Sulle condizioni dell'industria mineraria nell'isola di Sardegna. Relazione alla Commissione parlamentare d'inchiesta.* 1871, pag. 49.

[2] G. Iervis, *I tesori sotterranei dell'Italia.* Parte III. Regione delle isole, pag. 101. Roma, 1881.

quelle di piombo argentifero di Fluminimaggiore ed al numero 224 fra le miniere di piombo argentifero e nichelio, ma questa volta come appartenente al comune di Arbus, tutte due in esplorazione. Nell'elenco poi di miniere pure in esplorazione, aggiunte nel 1870, troviamo pel comune di Gonnosfanadiga le due miniere di Riu Mesu e Fenugu Sibiri, come miniere di galena e minerali di nichelio e di bismuto, non più Nieddoris. Notiamo che il minerale di Arbus e di Gonnosfanadiga è quasi identico a quello di Nieddoris.

« Il Iervis (1) parlando della miniera di Nieddoris, che chiama miniera di piombo, la dice situata parte nel comune di Fluminimaggiore, parte in quello di Arbus, dell'estensione di ettari 290, soggiungendo che vi si rinvennero ricchi campioni di argento nativo, ma senza seguito, e che resta ancora molto da fare per conoscere la vera importanza della miniera. L'argento pare secondo lo stesso Iervis fosse in filetti e non in forma di lente, come fu rinvenuto a Perda S'Oliu (2), miniera della stessa Compagnia Generale e non molto distante da quella. Il Iervis cita per la miniera di Nieddoris, oltrechè la *galena*, l'*argento*, di cui si è già tenuto parola, la *pirargirite*, la *pirrotina nichelifera*, la *millerite* in cristallini capillari, come mere tracce, la *nichelocra*, la *cobaltina* con *fluorina* e *siderose*. Egli stesso ricorda i filoni analoghi di Gonnosfanadiga, specialmente della miniera di Fenugu Sibiri a 15 chil. a S.S.O. del paese verso il confine di Fluminimaggiore e per questa il Iervis porta la *nichelina* in quantità coltivabile, il *mispichel*, la *stibina*, la *calcopirite*, il *bismuto nativo*, la *calcite*, oltrechè la *galena*, la *pirrotina nichelifera*, la *cobaltina*, la *millerite*, la *fluorina* e la *siderite* sopra citate.

« Qualche cenno ancora, ma che non combina colle nostre osservazioni, troviamo nella *Descrizione geologico-mineraria dell'Iglesiente* di G. Zoppi. L'autore (3) parlando dell'innalzamento dello schisto per opera del granito dice che « il peso della massa stessa sollevata provocò delle rotture dirette « parallelamente alla linea di contatto tra il granito e lo schisto ed atte a « ricevere un filone; a queste linee di spaccatura corrispondono perfettamente « i filoni di. . . . . . Nieddoris e Fenugu Sibiri, i quali oltre ad avere la « direzione presso a poco eguale a quella degli schisti, pendono nello stesso « senso di questi, ma più fortemente ». E più oltre (4) lo stesso autore scrive che la matrice predominante nei filoni di Montevecchio, Ingurtosu e Gennamari è « il *quarzo*, ma in alcuni come a Fenugu Sibiri e a Nieddoris, si « incontra pure la fluorite, la quale può darsi benissimo abbia un'origine po- « steriore a quella del *quarzo*; rappresenti cioè un posteriore riempimento « dello stesso filone per una successiva sua riapertura. È bene notare intanto

(1) Ibidem, pag. 100.

(2) G. Iervis, lavoro citato, p. 99.

(3) G. Zoppi, *Descrizione geologico-mineraria dell'Iglesiente. Memorie descrittive della carta geologica d'Italia*, pag. 81. Roma, tip. Nazionale, 1888.

(4) Ibidem, pag. 82.

« come la *fluorite* sia accompagnata da minerali che non incontransi in filoni « privi di questa matrice, cioè, dai minerali propriamente detti di *argento*, « *argentite*, *proustite*, *argento rosso*, *argento nativo* ».

« Per quante ricerche abbia fatto, non mi è riuscito d'avere cenni più concludenti e di qualche importanza su questa interessante miniera: invano attesi dati specifici che mi vennero promessi molto tempo addietro dall'Ingegnere Eugenio Marchese.

« Ho esaminato la località di Nieddoris, ho raccolto molti campioni del minerale estratto nelle discariche, quanto in qualche mucchio di minerale buono, ma non hò potuto visitare le gallerie abbandonate da lunga pezza, ho avuto però la fortuna di poter acquistare splendidi campioni, levati da quei filoni da privati, e di averne anche in regalo da altri esemplari del commercio.

« Il minerale di Nieddoris era conosciuto ed è creduto ancora come *nichelina*; ma l'arseniuro di nichelio in quei filoni e negli altri di Gonnosfanadiga e di Arbus, se debbo giudicare da qualche campione derivante da queste ultime miniere e che debbo alla gentilezza dell'egregio Ing. Carlo Floris Thorel, si deve trovare solo eccezionalmente.

« Lasciando di parlare in seguito della massa generale, dirò che a Nieddoris ho scoperto la *Senarmontite*, che forma appunto lo scopo precipuo di questa mia Nota preliminare.

« Questa bella e rara specie minerale, nuova per la Sardegna e per l'Italia tutta, finora trovata soltanto in pochissime località, come nei giacimenti di Guelma, di Haminate e di Sensa nella provincia di Costantina nell'Algeria, a Perneck presso Malaczka in Ungheria, a Endellion in Cornovaglia, a South Ham nel Canadà, comparisce a Nieddoris, sebbene rarissima, in aggruppamenti di cristallini ottaedrici regolari fra il trasparente ed il translucido, incolori o lievemente bianchicci, oppure in cristallini ottaedrici perfetti isolati, sempre alla dipendenza del quarzo, che è la ganga principale di questi filoni essendo per qualche altro, come ho già detto, il ferro carbonato.

« La lucentezza è resinoide inclinante all'adamantina; la polvere bianca, la frattura ineguale, la durezza di poco superiore a quella del gesso; nulla posso dire del peso specifico, avendo avuto pochissimo materiale a mia disposizione e sembrandomi vera profanazione rovinare i pochi cristalli trovati.

« Nel matracciolo decrepita leggermente, fonde presto, si sublima solo in parte anche alla fiamma del cannello Bunsen, dando un sublimato bianco d'ossido d'antimonio. Nel dubbio che il sublimato potesse in parte derivare dall'arsenico, lo toccai con bacchetta immersa nel nitrato d'argento, ma solo qua e là ottenni qualche macchiettina rosso mattone, restando immutata nel suo colore la parte principale del sublimato; ciò accerta la presenza di qualche traccia d'arsenico o di qualche altra sostanza.

« Nella pinzetta di platino fonde alla semplice fiamma d'una candela;

al cannello sul carbone fonde facilmente, si volatilizza, sviluppando fumi bianchi antimoniosi e dando bella aureola bianca. In una prova ottenni aureola gialla circondata da aureola bianca, per la presenza forse di qualche particella di piombo sul frammento esperimentato, non certamente in combinazione, come vedremo dimostrato dalla soluzione cloridrica. Se noi trattiamo l'aureola bianca al fuoco di riduzione, vediamo colorata la fiamma esterna in azzurro-verdognolo livido.

« Si scioglie senza effervescenza nell'acido cloridrico concentrato: questa soluzione allungata trattata coll'idrogeno solforato ci dà un bel precipitato fioccoso aranciato, il quale si ridiscioglie completamente dando soluzione limpida se si tratta col solfuro d'ammonio, ciò che esclude oltrechè la presenza di altre sostanze anche del piombo e del ferro. Una goccia della soluzione cloridrica sulla lastrina di platino toccata con stagno, dà una bella macchia nera vellutata, caratteristica dell'antimonio e che esclude l'arsenico.

« Assieme a questo ossido d'antimonio monometrico, che è la *Senarmontite*, abbiamo e molto più frequente nella massa del minerale di Nieddoris l'altro ossido d'antimonio, l'ortorombico, cioè la *Valentinite*, la quale qui comparisce il più spesso nelle geodine di quarzo, ma assai raramente accompagna la *Senarmontite*: i cristalli sono per lo più prismatici, lunghi od appiattiti secondo due faccie laterali del prisma verticale, con sfaldature perfette secondo le faccie verticali dello stesso prisma; raramente sono grossi e corti, più spesso incrociati fra loro; sempre dalla lucentezza adamantina, generalmente incolori e translucidi, ma anche bianchicci o giallastri o giallo verdognoli ed allora subtranslucidi. La *valentinite* è un po' più dura della *Senarmontite*: colla bilancia del Mohr mi miede il peso specifico = 5,807 alla temperatura di 22° centigradi, peso molto elevato fra le valentiniti finora conosciute; è fragile e la sua polvere è bianca. I rimanenti caratteri sono gli stessi dell'altro ossido d'antimonio già descritto.

« La *Valentinite* in Sardegna era conosciuta da parecchi anni come proveniente dalla miniera di Su Suergiu presso Villasalto nel Gerrei: recentemente l'ing. Traverso, trovò non solo in quella miniera, ma anche nelle vicine di Carcinargius e Mortalai e nell'altra più lontana di Su Leonargiu nel comune di S. Vito, splendidi campioni di questa specie minerale, ma nè a lui nè a me, in una recente visita, riuscì di trovare la *Senarmontite*.

« Queste due specie minerali, e particolarmente la *Senarmontite*, sono assolutamente accessorie a Nieddoris, dove il minerale predominante ancora oggi è conosciuto sotto il nome di *nichelina*, cioè arseniuro di nichelio, mentre come abbiamo già detto, questa specie minerale è quella che meno vi domina, ed in ogni modo è sempre modificata dalla presenza di altre basi. Il minerale di Nieddoris è un miscuglio di solfuri, che si compongono degli elementi *nichelio*, *cobalto*, *antimonio*, *arsenico*, *zolfo*, *ferro* ed anche *bismuto*, costituenti le specie minerali, *arite*, *breithauptite*, *ullmannite*, *gersdorffite*, *smaltina*,

millerite, aggiungendosi la *pirite di ferro*, la *calcopirite*, la *blenda*, la *galena*, il *mispichel*, che qua e là compariscono nella massa col *quarzo* e col *carbonato di ferro*. Tutte queste specie minerali, ad eccezione dell'*ullmannite*, che mostrasi colle sue belle sfaldature cubiche, della *millerite* in belli aghi gialli allungati in fascetti irradianti da un centro e della *pirite di ferro* in piccoli cubi, non le troviamo mai cristallizzate, ma compatte, d'aspetto sempre metallico, granulari od in massecole più o meno grandi, in mosche, disseminate in mezzo alle ganghe di quarzo o di ferro carbonato, generalmente del color del rame tendente al violaceo, che si fa un po' più chiaro nella frattura fresca, ma anche quasi nero o grigio d'acciaio o talvolta bianco di stagno, da simulare l'antimonio nativo od il colore che ha l'arsenico nativo nelle sue fratture fresche.

« I caratteri fisici e chimici sono dal più al meno quelli dell'*arite*, della *breithauptite*, della *gersdorffite*, della *smaltina* e della *ullmannite*, che in una Nota più lunga potranno meglio essere specificate.

« Però dopo aver separato meglio che ho potuto il minerale rosso in mosche maggiori od anche massecole, dall'altro pure rosso, ma più oscuro ed assai minutamente disseminato nella ganga, e quello oscuro, talvolta nero, e l'altro bianco argentino sopra ricordati, ho fatto procedere all'analisi quantitativa ed eccone i risultati ottenuti dal mio assistente, dott. Michelangelo Fasolo, prof. di chimica presso questo Istituto Tecnico.

« 1. Il minerale rosso chiaro in massecole più grosse avrebbe dato:

As.	29,82
Sb.	26,57
Ni.	36,81
Co.	3,91
Bi.	0,99
Fe.	0,98
S.	0,85
	99,93

con una piccola quantità di *zinco* che non si potè determinare quantitativamente.

« Ad eccezione della presenza del bismuto e di una maggiore quantità di cobalto, corrisponde abbastanza bene quest'analisi a quella data dal Petersen pel minerale massiccio della miniera Wenzel a Wolfach nel Baden e dato come *arite*, che sarebbe:

As.	30,06
Sb.	28,22
Ni.	39,81
Co.	traccie
Fe.	0,96
S.	1,77
	100,82

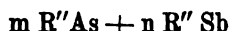
« Si sa che l'*arite* non è altro che un arseniuro di nichelio, nel quale una larga parte dell'arsenico è sostituita dall'antimonio.

« Il minerale di Nieddoris rassomiglia molto a quello del filone d'Ar nei Pirenei, se debbo giudicare da due campioni, regalatimi dall'illustre Des Cloizeaux.

« 2. Il minerale rosso più oscuro, granulare, od in massecole più piccole o finamente disseminato nella massa avrebbe dato:

As.	8,42
Sb.	23,63
Ni.	60,07
Co.	3,65
Bi.	1,55
Fe.	1,81
S.	1,00
	100,13

« L'arsenico e l'antimonio rispetto ai metalli Ni e Co si trovano nella quantità occorrente e voluta per formare una molecola del tipo:

$$m\, R''As + n\, R''Sb$$

e precisamente:

$9\, R''As + 5\, R''Sb$ pel minerale rosso chiaro

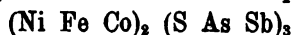
e $R''As + 4\, R''Sb$ per la parte rossa più oscura.

« Non ammetterebbe confronto con nessuna specie minerale finora conosciuta per la ricchezza di nichelio, abbondanza d'antimonio, presenza di maggior quantità di bismuto, relativamente all'analisi precedente e per la pochezza degli altri elementi: potrebbe essere un miscuglio dei solfuri sopra citati con predominio della *breithauptite*.

« 3. Al minerale molto oscuro, talvolta nero, finamente granoso, corrisponde la seguente analisi:

S.	13,72
As.	44,78
Sb.	3,11
Fe.	2,36
Ni. e Co	35,12
Bi.	0.91
	100,000

« La probabile composizione molecolare di questo minerale, sarebbe:

$$(Ni\ Fe\ Co)_2\ (S\ As\ Sb)_3$$

Esso s'avvicina alla *gersdorffite*, la cui composizione tipica sarebbe:

S.	19,39
As.	45,46
Ni.	35,15
	100,00

colla presenza dell'antimonio: non sarebbe neppure molto lontana dalla varietà *dobschauite* di Lichtenberg nel Fichtelgebirge di composizione:

S.	13,87
As.	45,34
Sb.	—
Ni.	37,34
Co.	—
Fe.	2,50
	99,05

ma si scosterebbe alquanto dalla *corinite* di composizione:

S.	17,19
As.	37,83
Sb.	13,45
Ni.	28,86
Fe.	1,98
	99,31

« Forse nel minerale analizzato la presenza dell'antimonio è dovuta a qualche frammento di cristallo di *ullmannite*, la quale oltrechè trovarsi dentro alle massecole di *arite*, presentasi anche intimamente disseminata nel minerale oscuro e quindi mescolata nella massa e perciò il nostro minerale si potrebbe considerare come una *gersdorffite*, povera di zolfo e contenente bismuto.

« Probabilmente qualche particella verde pomo sparsa nella massa porta a pensare all'*annabergite* od alla *cabrerite*.

« 4. L'analisi del minerale bianco argentino avrebbe dato:

Ganga	2,14
S.	2,94
As.	58,76
Sb.	1,06
Ni.	9,85
Co.	7,65
Fe.	9,86
Pb.	6,33
Zn.	0,72
	99,31

« La probabile composizione molecolare di questo minerale bianco argentino sarebbe:

$$(Ni\ Fe\ Co)\ As_2 .$$

« Certe masse botrioidali a frattura testacea aveano tutta l'apparenza dell'arsenico nativo, che evidentemente esclusi appena fatto qualche saggio. Ora se noi paragoniamo la composizione chimica del minerale ultimo analizzato con quella tipica della *nichelina* troviamo un tenore maggiore d'arsenico, mentre il nichelio ed il cobalto sono in assai minore quantità: tutto ciò assieme alla rilevante quantità di ferro e di piombo avvicinerebbe la nostra sostanza alla *smaltina* di Schneeberg in Sassonia e di Riechelsdorf nell'Hessen.

« Se mi sarà dato di raccogliere altro materiale di quella miniera, e specialmente di studiare il minerale di Nieddoris nel suo giacimento, ritornerò sopra con una descrizione dettagliata di tutte le specie minerali, ivi contenute.

« Ma prima di chiudere devo dire che nelle centinaia di campioni, da me esaminati, non m'è avvenuto di trovare i minerali d'argento dati dal Jervis e tanto meno quindi tutte le specie citate dallo Zoppi, forse perchè i miei esemplari non contenevano che in via assolutamente eccezionale la *fluorite* ».

Geologia. — *Notizie intorno ai tufi vulcanici della via Flaminia dalla valle del Vescovo a Prima Porta.* Nota dell'ing. Enrico Clerici, presentata dal Socio Capellini.

« Dagli appunti messi insieme per comporre la parte geologica di un mio studio sui legni fossili dei tufi vulcanici stralcio alcune notizie, che mi sembrano di qualche interesse, relative ad un tratto di territorio poco esteso, ma fra i più complicati ed istruttivi che si trovino nei dintorni di Roma.

« Subito dopo il ponte sul fosso della Crescenza s'erge a picco sulla sinistra della via Flaminia un'alta rupe, la quale, interrotta dalla valle del Vescovo, dal piccolo fosso del Peperino, dal fosso della Valchetta e da quello di M. Oliviero, si protende al di là di Prima Porta conservando presso a poco la stessa elevazione di 25 a 40 metri sul piano della vallata tiberina e si estende verso ovest in una specie di altipiano profondamente solcato dai detti fossi e dai rispettivi fossatelli affluenti.

« Queste colline scoscese sulla via Flaminia richiamarono già l'attenzione di molti studiosi. Però non menzionerò tutti coloro che si occuparono della costituzione geologica di esse. Accennerò una descrizione apparentemente dettagliata, ma alquanto oscura, del Monte delle Grotte o Sepolcro di Nasone

scritta dal Borkowsky nel 1816 ([1]) e la quasi contemporanea ed ottima descrizione di alcune roccie della stessa località per opera del Brocchi ([2]).

« Nel 1859 il Frère Indes nella sua seconda lettera, uno fra i più importanti scritti della letteratura geologica romana, indirizzata al de Verneuil ([3]), descrive fra le altre cose la suddetta località e la sezione presso il V° miglio. Però il Frère Indes non ravvisò o non tenne conto di una formazione d'acqua dolce alla parte superiore dei tagli.

« Ancora più incompleto è l'abbozzo di sezione disegnato e brevemente descritto dal Terrigi ([4]) nel 1881.

« Una sezione del Monte delle Grotte è pure recentemente pubblicata dal sig. Santos Rodriguez ([5]) in un lavoro col quale i tufi sono classificati, con forma nuova e geniale, in un grande quadro sinottico con figure intercalate.

« Ancor più recente è un grosso lavoro del prof. Portis ([6]) con grande quadro annesso alla seconda parte nel quale è data la sezione, alquanto incompleta, della stessa località. Però l'autore si sforza di rimediarvi nella terza parte, al fine dell'opera, con una nuova descrizione ben differente dalla prima ([7]) nondimeno inesatta e mancante di una certa formazione d'acqua dolce riconosciuta per tale anche dal Brocchi 75 anni fa.

« Delle due località di Peperino e di Valchetta (Due Case) il prof. Meli dal 1881 al 1884 ([8]) dette importanti ragguagli quali una esatta sezione della cava a Peperino e l'elenco dei resti organici, specialmente molluschi terrestri e d'acqua dolce, che per la prima volta venivano segnalati ed accuratamente determinati. Delle filliti fatte raccogliere alla cava della Valchetta si occupò il dott. Antonelli ([9]).

« Io, continuando le ricerche iniziate dal Meli alla Valchetta ed al Peperino e quindi estendendole alle grandiose cave aperte più tardi nella R. del

([1]) Dunin Borkowsky S., *Geognostische Beobachtungen in der Gegend von Rom.* — Taschenbuch für die gesammte Mineralogie (K. C. Leonhard), Jahrgang X, Frankfurt am Main 1816, pag. 357 e seg.

([2]) Brocchi G., *Catalogo ragionato di una raccolta di rocce disposto in ordine geografico per servire alla geognosia dell'Italia.* Milano 1817, pag. 24 e 25.

([3]) Indes (Frère), *Deuxième lettre à M. Édouard de Verneuil sur la formation des tufs des environs de Rome.* Bull. de la Soc. Géol. de France, 3° série, vol. XXVII, Paris 1870. — 2° édition, Béthune 1875, pag. 57 e seg.

([4]) Terrigi G., *Le formazioni vulcaniche del bacino romano considerate nella loro fisica costituzione e giacitura.* R. Accad. dei Lincei, serie 3ª. Mem. della Cl. di sc. fis. mat. e nat. vol. X. Roma 1881, pag. 398-401, tav. II, fig. 1.

([5]) Santos Rodriguez, J., *Note sulle rocce vulcaniche e principalmente su i tufi dei dintorni immediati di Roma.* Roma 1893, fig. 9.

([6]) Portis A., *Contribuzioni alla storia fisica del bacino di Roma e studii sopra l'estensione da darsi al pliocene superiore.* Torino-Roma 1893.

([7]) La prima sezione (colonna 17ª del quadro fra le pag. 142 e 143) contiene tre numeri l'altra dodici.

([8]) Meli R., *Notizie ed osservazioni sui resti organici rinvenuti nei tufi leucitici della provincia di Roma.* Boll. del R. Comitato Geologico d'Italia, n. 9-10. Roma 1881, pag. 10 e seg.; pag. 22 e seg. estr. — Id., *Ulteriori notizie ed osservazioni sui resti fossili rinvenuti nei tufi vulcanici della provincia di Roma.* Boll. del R. Com. Geol. n. 9-10. Roma 1882, pag. 25 estr. — Id., *Molluschi terrestri e d'acqua dolce rinvenuti nel tufo litoide della Valchetta presso Roma.* Boll. della Soc. Geol. It. vol. III. Roma 1884.

([9]) Antonelli G., *Contributo alla flora fossile del suolo di Roma.* Boll. della Soc. Geol. It. vol. VIII. Roma 1889.

Vescovo, raccolsi grande numero di molluschi, filliti, legni fossili, dei quali ritrovamenti detti già parziali notizie (¹). Anche il sig. Rodriguez ha riprodotto nel lavoro già citato una delle sezioni visibili in quelle cave.

« Per la Valchetta il prof. Portis (colonna 33ª del quadro già citato) ha riferito una serie di terreni che l'osservazione fatta in posto non conferma punto.

« Premessi, come di dovere, questi cenni su quanto è già noto, passo a descrivere le varie località comprese nell'area da me studiata cominciando dal punto in cui le cose si presentano colla massima semplicità, cioè dalla cava della Valchetta.

« Questa cava (²), così chiamata per esser vicina al fosso della Valchetta, alla cui destra si trova, ha l'accesso dalla via Flaminia pochi passi prima di giungere alle Due Case. Per tutta l'altezza dei tagli, cioè per una quindicina di metri, non si vede che tufo litoide giallo: soltanto alla sommità ed in qualche punto è ricoperto da un tufo poco coerente d'aspetto granulare, per l'abbondanza di granuli bianchi di leucite caolinizzata, di colore più chiaro a volte verdiccio. Il sottoposto tufo, ottimo per costruzione, ha colore giallo paglierino, a pasta uniforme nel senso che da per tutto ha gli stessi caratteri, con scarsa leucite visibile e, per una appariscente maggiore quantità di frammenti di cristallini di sanidino, viene anche chiamato tufo trachitico. La superficie di posa, ossia il materiale che fa da base a detto tufo, non è affatto visibile in questa località. La caratteristica di questo tufo, che non mostra tracce di stratificazione, è d'includere nella massa e sparsi senza ordine dei blocchi erratici o proietti che talvolta presentano la struttura zonata caratteristica delle bombe del Somma e del Lazio, come già ebbe occasione di segnalare il prof. Strüver (³). Questi blocchi sono aggregati di svariati minerali come wollastonite, sanidino, mica verdognola, hauyna, granato, idocrasio, augite, ecc. Il prof. Strüver ne ha già raccolto una serie numerosa, e la pubblicazione dello studio relativo riuscirà di grande interesse essendo ben nota la competenza e straordinaria accuratezza colla quale l'egregio prof. Strüver ha illustrato i minerali del Lazio ed enumerato quelli dei proietti della regione ad est del lago di Bracciano (⁴), regione che è in stretta relazione con quella in parola.

« Vi abbondano altresì pezzi di lave diverse leucitiche e sanidiniche,

(¹) Clerici E., *Sopra alcuni fossili recentemente trovati nel tufo grigio di Peperino presso Roma*. Boll. della Soc. Geol. It., vol. VI, Roma 1887. — Id., *La Vitis vinifera fossile nei dintorni di Roma*. Boll. d. Soc. Geol., vol. VI, Roma 1887. — Id., *Contribuzione alla flora dei tufi vulcanici della provincia di Roma*. Boll. Soc. Geol., vol. VII. Roma 1888.

(²) Nell'*Elenco delle cave e fornaci in esercizio nei dintorni di Roma* inserito nella Rivista mineraria del 1887 (Firenze 1889) questa cava, una fra le più distanti da Roma, è contrassegnata dal num. 13.

(³) Strüver J., *Ueber das Albaner Gebirge und über Somma-Bomben mit der schönsten Zonen-structur*. Neues Jahrbuch für Min. Geol. u. Palaeont. von G. Leonhard und H. B. Geinitz. Jahrgang 1875, pag. 619.

(⁴) Strüver G., *Contribuzioni alla mineralogia dei vulcani Sabatini*. Parte I. *Sui proietti minerali vulcanici trovati ad est del lago di Bracciano*. R. Acc. dei Lincei, serie 4ª, Mem. della cl. di sc. fis. mat. e nat. vol. I, pag. 3-17. Roma 1885. — *Forsterite di Baccano*. Rend. R. Acc. Lincei, serie 4ª, vol. II, 1° semestre, pag. 459-461. Roma 1886.

di calcari saccaroidi e ciottoli arrotondati di calcari secondari. Vi abbondano pure cavità cilindriche lasciate da rami d'alberi de' quali si potè raccogliere numerose e belle filliti. Le specie più frequenti sono *Taxus baccata* Lin., *Buxus sempervirens* Lin., *Laurus nobilis* Lin., *Ilex aquifolium* Lin., *Hedera helix* Lin. Di resti animali si ebbero i seguenti [1]:

Hyalina Draparnaldi Beck
Hyalinia olivetorum Herm.
Helix ammonis Schm.
Zonites compressus Ziegl.
Helix obvoluta Müll.
Helix nemoralis Lin.
Campylaea planospira Lamk.
Cyclostoma elegans Müll.
Limnaea ovata Drap.
Cervus (una costola)

« Dalle Due Case dirigendosi all'osteria della Celsa, dopo un percorso di appena 500 metri, si vedono sulla rupe le traccie e le escavazioni di antiche cave di tufo litoide giallo, identico a quello della menzionata cava della Valchetta. Questa è la cava ricordata dal Fr. Indes nel 1869 per l'analogia, salvo il colore, che questo tufo ha col peperino laziale, e per gl'interclusi vegetali e minerali.

« Fino a metà altezza del taglio si ha tufo giallo e per l'altra metà superiore lo stesso tufo d'aspetto granulare già indicato alla Valchetta, con traccie di stratificazione e con separazione dal sottoposto abbastanza visibile. All'osteria della Celsa la sezione acquista particolare interesse poichè è visibile, per lo spessore d'un paio di metri, la roccia che imbasa il tufo giallo. È un tufo grigio compatto litoide, assai somigliante per il colore al vero peperino. Alla separazione, ben distinta, fra le due qualità di tufo vi è un po' di materiale marnoso con ghiaia, la quale s'impasta anche col tufo giallo, lo spessore del quale è qui conseguentemente diminuito. Alla sommità vi è il tufo d'aspetto granulare e di colore volgente al verdognolo.

« Un centinaio di metri più a nord la via Flaminia svolta quasi ad angolo retto: la rupe mostra, tufo grigio peperinico in basso, uno straterello di pochi centimetri di materiale marnoso, quindi, per tutta la restante altezza, tufo granulare verdiccio; manca dunque il tufo giallo. Lo si ritrova però girando la collina al disopra del grigio peperinico; i quali tufi sono svelati da piccole protuberanze che sbucano fuori dal terreno vegetale. Sulla sommità della collina v'è del tufo rossastro a grosse pomici nere. Alla base della collina, presso il ponte sul fosso di M. Oliviero, appare una piccola prominenza di travertino bruno le cui relazioni con i predetti tufi non sono materialmente visibili; ma esso, in un piccolo taglio sulla carrareccia che conduce al casale di M. Oliviero, si vede giacere su sabbie giallognole e cenerognole piene di concrezioni calcaree tubulose e concentriche mammellonate. Inoltre la sabbia contiene molti ciottoli ben arrotondati e levigati che, nella quasi totalità, sono di tufo litoide giallo. Quindi senz'altro può concludersi che

[1] In questo tufo si rinvennero pure due valve di *Cardium edule*: di esse, come di poche altre trovate nei tufi delle vicine località, farò oggetto di speciale trattazione.

detto travertino è posteriore ed addossato al tufo giallo (ed al sottoposto grigio peperinico) come anche la topografia del luogo porterebbe a concludere.

« Passato il ponte sul fosso di M. Oliviero, arricchito delle acque dei fossi Val Pantana e della Torraccia, si giunge a Prima Porta. Un taglio sulla destra mostra: tufo litoide giallo in basso, uno strato irregolare marnoso od argilloide e quindi un complesso di strati di materiali vulcanici che, da vero tufo granulare grigio o nerastro con impronte di *Taxus baccata*, passano a tufo terroso tabacco per ritornare granulare od assumere stadi intermedi. Nell'insieme la stratificazione è orizzontale; meno regolare è la superficie terminale che lo separa dal sovrapposto tufo a grosse pomici nere e fondo rossastro. La sezione è dunque allo stesso livello ed analoga a quella posta incontro alla svolto della via Flaminia; la differenza sta nel tufo grigio peperinico e nel tufo giallo che, rispettivamente ed isolatamente, si trovano nelle due sezioni scambiandosi il posto.

« Prendendo la strada di Fiano, per un lungo tratto ancora la collina è tagliata quasi a picco ed elevata da 30 a 35 m. sulla strada. Da questa parte il tufo a pomici nere si mostra colla varietà a fondo pure nero o grigio plumbeo, picchiettato con alquanta leucite farinosa. Questa varietà è pure molto meno tenace di quella a fondo rosso; anzi per la facilità con cui si disgrega viene usata, come in altri tempi, in sostituzione della pozzolana. Tutta la collina, fino in corrispondenza alla R. Mandraccio, è tutta sforacchiata da ampie gallerie, alcune franate, che furono antiche cave. Verso il termine del banco dove giunge la volta della gallerie, il tufo pomiceo si fa ad elementi molto minuti e, con separazione netta, è ricoperto da tufo terroso marrone comprendente letti di pomici giallastre più o meno decomposte.

« Dal fin qui detto resta constatata una serie di tufi ben distinti succedentisi nel seguente ordine, a cominciare dal più antico: tufo litoide grigio peperinico — tufo litoide giallo — complesso di tufi granulari grigi o verdicci con arricchimento di piccole pomici giallastre verso la fine — tufo a grosse pomici nere, ora a fondo rossastro ora a fondo scuro — complesso di tufi terrosi color marrone con intercalato arricchimento di piccole pomici giallastre.

« Se, ritornando indietro, si passa il ponte sul fosso di M. Oliviero e si prende il sentiero che conduce al Casale della Valchetta, si constata tutta la serie di tufi nel salire la collina; ma nel discendere dalla strada a zig-zag sotto il Casale della Valchetta si nota una importante variazione. Sotto al tufo litoide giallo non si ha quello grigio peperinico, si bene uno straterello di mezzo metro e più, inclinato verso ovest, di argilla marrone con traccie limonitizzate di vegetali (il cui residuo di lavaggio consta principalmente di cristalli di sanidino, idocrasio, magnetite), che riposa sopra un tufo giallo non propriamente litoide, con qualche scoria verdastra e pieno di pallottole a struttura pisolitica. Eguale fatto si riscontra alla destra del fosso della Valchetta nel sentiero intagliato che conduce alla R. del Peperino. L'argilla marrone ed il tufo a pisoliti sono separati da un po' di sabbia marnosa.

« Un punto assai interessante è alla metà circa della strada, alla sinistra del fosso, che dal Casale della Valchetta porta alla via Flaminia. La collina, dall'alto in basso, presenta: tufo a pomici nere, complesso di tufi granulari verdicci, tufo litoide giallo, manca o non è ben riconoscibile lo strato di argilla marrone, tufo giallo a pisoliti, uno strato di mezzo metro, inclinato verso est, di tufo bigio d'aspetto granulare pieno alla parte inferiore, quasi peperinica, di impronte di *Hedera helix* e di *Taxus baccata*, infine un piccolissimo affioramento di sabbietta gialliccia, alquanto coerente, con minerali vulcanici e senza fossili. Poco oltre appare il tufo grigio peperinico sotto al giallo (mancando il pisolitico) e, data la piccolissima distanza, riterrei lo straterello di tufo ad *Hedera* e *Taxus* connesso al tufo peperinico. Quindi la successione dei tufi diviene la seguente: tufo peperinico - tufo a pisoliti - tufo litoide giallo - tufi granulari verdicci - tufo a pomici nere - tufi terrosi.

« Un deposito di travertino bruno con cannelli ed impronte di vegetali palustri, potente da 4 a 5 m., trovasi sulla destra del fosso della Valchetta incontro al Casale, in condizioni analoghe a quelle del travertino già menzionato presso il fosso di M. Oliviero.

« Prendendo il sentiero per breve tratto intagliato nel tufo giallo si giunge alla cava abbandonata del Peperino, così chiamata per il tufo grigio che, in altri tempi, fu dai cavatori paragonato al peperino laziale. Anche qui, come si vede pure lungo la via Flaminia, al sud per andare all'osteria di Grotta Rossa ed al nord per andare alle Due Case, il tufo litoide giallo è sovrapposto a quello grigio peperinico. Ma in questa cava fu possibile di vedere anche la roccia che fa da base al tufo peperinico. È dessa una sabbia argillosa verdiccia o giallognola gremita di molluschi continentali, non tutti ben conservati essendovene molti schiacciati come spesso avviene nei materiali argillosi. Vi rimarcai le seguenti specie:

Testacella haliotidea Drap.
Hyalinia olivetorum Herm.
Helix cinctella Drap.
Helix nemoralis Lin.
Cyclostoma elegans Müll.

« Sopra a questa sabbia argillosa vi è un impasto poco tenace di ghiaia siliceo-calcarea e cristalli di augite con il tufo grigio, col quale incomincia il banco di esso. Questo tufo peperinico, ricco di augite e minutamente brecciforme, è assai compatto e tenace, qualche volta ancor maggiormente consolidato da infiltrazioni di natura silicea; supposizione avvalorata dal fatto che in qualche cavità si trovano incrostazioni mammellonate di una zeolite fibroraggiata e di semiopale.

« I resti vegetali vi sono abbondantissimi allo stato di filliti, anzi di interi rami pieni di foglie come quelli di *Buxus sempervirens* e di *Taxus baccata*; di rami, fusti e radici ora in calcite ora in lignite, ben conservati al punto da poterne riconoscere le specie, fra le quali abbondano:

Taxus baccata Lin.
Buxus sempervirens Lin.
Vitis vinifera Lin.
Clematis vitalba Lin.
Rosa canina Lin.
Crataegus oxycantha Lin.

« Vi sono anche rizomi di *Pteris aquilina* Lin. e radici di *Vitis vinifera* Lin. che mostrano i caratteristici tilli.

« Alla base, cioè nella parte ove il tufo è impastato con ghiaia, vi sono molte impronte di *Carex pendula* Huds., che è una pianta palustre, e di *Potamogeton*, pianta le cui foglie stanno abitualmente distese alla superficie degli stagni. Il tufo peperinico contiene pure dei molluschi continentali col guscio perfettamente conservato. Io posseggo le seguenti specie:

Testacella haliotidea Drap.
Zonites compressus Ziegl.
Hyalinia olivetorum Herm.
Helix obvoluta Müll.
Helix nemoralis Lin.
Limnaea stagnalis Lin.
Limnaea palustris Müll.
Limnaea ovata Drap.
Planorbis umbilicatus Müll.
Bythinia rubens Menke
Cyclostoma elegans Müll.
Unio sinuatus Lamk.

« Di vertebrati ho un frammento di mascellare con denti di *Cervus capreolus* Lin. Alla parte superiore del banco il tufo è meno compatto e termina con linea ondulata. È ricoperto da marna biancastra assai calcarea che si cambia addirittura in travertino. Contiene opercoli di *Bythinia*, qualche *Limnaea stagnalis*, *Planorbis umbilicatus* e pochi frammenti d'altre specie. Questa marna, trattata con un'acido per liberarla dalla abbondante parte calcarea ed il residuo depurato al modo solito, mostra contenere abbondanti ed intere spicule di una spugna d'acqua dolce, la *Spongilla lacustris* (determinazione fatta per confronto colla vivente), e poche diatomee appartenenti alle seguenti specie fra le più frequenti (1):

Amphora ovalis Ktz. [d.]
Cymbella (*Cocc.*) *lanceolata* Ehr. [d.]
Cocconeis placentula Ehr. [d.s.m.]
Epithemia argus Ktz. [d.s.m.]
Epithemia turgida Ehr. [d.s.]
Gomphonema capitatum Ehr. [d.]
Gomphonema dichotomum Ktz. [d.]
Navicula radiosa Ktz. [d.]
Navicula elliptica Ktz. [d.s.]
Stauroneis phoenicenteron Ehr. [d.]
Rhoicosphaenia curvata Ktz. [d.]
Synedra ulna Ktz. [d.]

« Segue un poco di ghiaia siliceo-calcare che s'impasta anche col sovrapposto tufo litoide giallo. Lo spessore complessivo della marna e della ghiaia sarà circa un metro.

« Un km. a sud vi sono le cave dette di Grotta Rossa aperte nell'interno della valle del Vescovo, ad un km. dalla via Flaminia.

« In sul principio della cava, cioè nella parte più vicina alla via Flaminia, le fonti d'attacco, tanto a destra che a sinistra della valle, tagliano il tufo grigio peperinico, in basso, e poi il tufo litoide giallo. Alla parte più interna non si ha che tufo giallo il quale acquista uno spessore di tanto maggiore quanto era quello posseduto dal tufo grigio.

« Il tufo grigio ha gli stessi caratteri e lo stesso contenuto di resti vegetali e di molluschi che al Peperino. La linea di separazione col tufo giallo

(1) Il prof. Portis asserisce (op. cit. pag. 246) che detta marna contiene rare foraminifere e « forme marine di Diatomee ». Con le notazioni [d.], [d. s.], [d. s. m.] ho indicato l'*habitat:* acque dolci, dolci e salmastre, dolci salmastre e marine.

è in parte orizzontale, in parte inclinata. I due tufi sono inoltre separati da uno straterello marnoso e, sulla parte a scarpata, da sabbie con ghiaia.

« Anche attualmente, è visibile la roccia sulla quale, da un lato si adagia il tufo grigio e, più oltre, nell'interno della cava, quello giallo. È la stessa sabbia argillosa gialliccia, riscontrata al Peperino, che è piena di molluschi continentali specialmente *Cyclostoma elegans*. La detta sabbia sfuma inferiormente ad argilla giallastra e, più profondamente, quasi bigio-nerastra per abbondanti resti carboniosi: contiene in abbondanza i seguenti molluschi:

Velletia lacustris Lin. — *Valvata spirorbis* Müll.
Limnaea palustris Müll. — *Carychium minimum* Müll.
Planorbis nautileus Lin. — *Helix nemoralis* Lin.
Planorbis umbilicatus Müll. — *Pisidium* (piccola specie)

« Esaminata al microscopio mostra molti *grani pollinici* di conifera, caratteristici per le due vescicole laterali che, chi non fosse prevenuto, potrebbe scambiare per foraminifere in un esame sommario.

« Il tufo giallo è identico a quello della Valchetta di cui ne è la non interrotta continuazione. Nella parte a contatto con la marna sabbiosa imbasante, è poco coerente, si presenta sotto l'aspetto granulare per la grande quantità di leucite caolinizzata, assume in conseguenza un colore molto chiaro e presenta, benchè confusamente, tracce di stratificazione disordinata od embricata, mentre in tutto il resto del banco di tufo giallo litoide non è possibile scorgere indizi di stratificazione. In questa parte bianchiccia e granulare ho raccolto esmplari ben conservati di *Limnaea ovata* Drap., e di *Pisidium amnicum* Müll. Nella parte più interna della cava, sotto ad un poco di tale materiale poco coerente, v'è un tufo abbastanza tenace, a frattura ruvida per le cavità lasciate da pomici disfatte ed assai luccicante per i cristalli di sanidino che contiene: il suo colore è bigio quasi nero, ed è pieno di pezzi di legno e di altri resti vegetali anneriti. Sul cantiere trovasi ancora la parte inferiore di un grosso tronco parte in calcite, parte in lignite, che era impigliato in esso.

« In questo tufo palustre ho pure trovato molluschi d'acqua dolce: *Velletia lacustris* Lin., e *Bythinia rubens* Menke.

« Nel tufo litoide giallo sono frequenti, come nelle altre località, le cavità lasciate dai tronchi e rami d'albero. Spesso vi si trovano legni di *Taxus baccata* e di *Buxus sempervirens*. Di filliti quasi esclusivamente di *Laurus nobilis*, in interi rami pieni di foglie e con le gemme florali o fiori non ancora sbocciati. Di fossili animali ho raccolto: *Limnaea ovata, Limnaea palustris, Helix nemoralis, Cyclostoma elegans*, *Elephas antiquus* (molare).

« Altre particolarità si rimarcano nella parte più interna della cava. Un blocco arrotondato di tufo grigio peperinico, del volume di circa un metro cubo, sta impigliato nel tufo giallo dal quale è, da un lato, separato da un po' di marna cenerognola e gialliccia a *Cyclostoma elegans*, *Carychium minimum* e *Bythinia* confusamente stratificata. È da escludersi in modo

assoluto che tale marna sia restata interclusa od accumulata in epoca posteriore alla formazione del tufo. Un' altro più vistoso accumulo di materiale marnoso trovasi in altro punto della cava e presenta tracce di stratificazioue che si raccordano confusamente col tufo. Il colore è variabile dal giallastro al bruno quasi nero: il materiale è ora farinoso, ora tenacemente indurito. È gremito di molluschi mirabilmente conservati, quasi esclusivamente *Limnaea auricularia* Lin. e *Bythinia rubens* Menke. Vi si aggiunge anche qualche esemplare di *Clausilia* cfr. *laminata* Drap., *Cyclostoma elegans* Müll. ed un piccolo *Pisidium*.

« Il materiale nerastro, dell'apparenza di cenere, è ripieno di sottili incrostazioni calcaree prodotte addosso a corpi filiformi come *conferve* e *care*. Vi si trovano frustoli vegetali e semi, nonchè *grani pollinici* di conifera. La massa è talvolta travertinosa, compatta con filliti di *Taxus baccata*.

« Dalla cava ritornando alla via Flaminia, stando alla destra del fosso, si segue ancora per un lungo tratto il tufo peperinico sottoposto al giallo, e lo si perde arrivando ad una piccola valletta laterale che mette ad una cava abbandonata, prima della quale vi ho ancora ritrovato un esemplare di *Campylaea planospira* Lamk. La detta cava è tutta tagliata nel tufo giallo e vi si vede molto bene la sovrapposizione del complesso stratificato di tufi granulari, dapprima verdicci, bigi e poi giallognoli per la grande quantità di piccole pomici chiare che, quasi esclusivamente, compongono la parte superiore. Segue poi il tufo a pomici nere, e su questo, da ambo le parti allo sbocco della valle, trovasi una marna tripolacea biancastra gremita di molluschi d'acqua dolce e di diatomee eziandio d'acqua dolce.

« Delle conclusioni e della origine dei tufi di cui si è parlato sarà oggetto di altro prossimo scritto ».

Chimica-Fisica. — *Azione dei solventi neutri sulla velocità di formazione del ioduro di trietilsolfina.* Nota di G. CARRARA, presentata a nome del Corrispondente NASINI.

Chimica-Fisica. — *Velocità di reazione in sistemi non omogenei. — Decomposizione del cloruro di solforile.* Nota di G. CARRARA e I. ZOPPELLARI, presentata a nome del Corrispondente NASINI.

Chimica-Fisica. — *Sul potere rifrangente dell'alcool furanico, dell'acido piromucico e dei suoi eteri.* Nota di G. GENNARI, presentata a nome del Corrispondente NASINI.

Chimica. — *Azione dell'etilendiammina sopra alcuni acidi bicarbossilici.* — *Azione dell'etilendiammina sulle anidridi di acidi bibasici.* — *Sulle anidridi suberica, azaleica e sebacica.* Note di F. ANDERLINI, presentate a nome del Corrispondente NASINI.

Le Note sopra indicate verranno pubblicate nei susseguenti fascicoli.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 4 febbraio 1894.

F. BRIOSCHI Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle equazioni alle differenze.* Nota [1] del Corrispondente S. PINCHERLE.

« Nella Nota che ho presentata a questa illustre Accademia nella riunione del 7 gennaio u. s., sotto al medesimo titolo, ho data una regola per la scomposizione in fattori simbolici di prim'ordine di una forma lineare alle differenze dell'ordine r, aggiungendo che quella regola si presta a molte e svariate applicazioni. La presente Nota ha per oggetto di far conoscere, fra tali applicazioni, alcune che spero potranno destare qualche interesse perchè dimostrano come la teoria dalle frazioni continue si presenti, partendo dal concetto della scomposizione in fattori, sotto un aspetto nuovo, semplice, atto ad essere facilmente generalizzato e che somministra nel modo più ovvio le formole per il passaggio delle frazioni continue alle serie e viceversa; riserbandomi di indicare in altra comunicazione come si possano trasportare, nel campo delle forme alle differenze, il complesso dei metodi proprî alla teorica della eliminazione.

« 1. Abbiasi la forma lineare alle differenze dell'ordine r:

$$(1) \qquad F(f) = f_{n+r} + a_{1.n} f_{n+r-1} + \dots + a_{r.n} f_n ,$$

e sia P_n un suo integrale particolare. Nel senso stabilito nella precedente Nota, la F sarà divisibile per la forma di prim'ordine

$$E = f_{n+1} - \frac{P_{n+1}}{P_n} f_n$$

[1] V. pag. 12 di questo volume.

ed indicando con G una forma d'ordine $r-1$ che sappiamo determinare, si potrà porre

(2) $$F = G\,E\,.$$

« Essendo ora Q_n un integrale della G, si formi l'equazione

(3) $$f_{n+1} - \frac{P_{n+1}}{P_n} f_n = Q_n\,;$$

se ne ricava

(4) $$f_n = P_n\left(c + \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{Q_\nu}{P_{\nu+1}}\right)\,,$$

dove c è una costante arbitraria; e questa espressione, sostituita nella F, la renderà identicamente nulla. Se dunque Q_n contiene s costanti arbitrarie ($s \leq r-1$) e dà quindi una varietà lineare ∞^{s-1} di integrali della G, la formola (4) conterrà $s+1$ costanti, dandoci una varietà ∞^s di integrali della F: in particolare, ci darà l'integrale generale di F se Q_n è l'integrale generale di G.

« 2. Consideriamo ora la serie

(5) $$\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{Q_\nu}{P_{\nu+1}}$$

e, supponendola convergente, indichiamone con σ la somma e con σ_n il resto

$$\sigma_n = \sum_{\nu=n}^{\infty} \frac{Q_\nu}{P_{\nu+1}}\,;$$

la (4) si potrà allora scrivere essendo C e C′ nuove costanti:

$$f_n = P_n(c + \sigma - \sigma_n) = CP_n + C' P_n \sigma_n\,.$$

Otteniamo così per la F i due integrali P_n e $P_n \sigma_n$, dotati della proprietà che il rapporto del secondo al primo tende a zero per $n = \infty$.

« Può avvenire in ispecie che, rappresentando Q_n l'integrale generale della forma G, la serie (5) sia convergente. In tale ipotesi $P_n \sigma_n$ costituisce una varietà lineare ∞^{r-2} di integrali di F, aventi la proprietà che il rapporto di uno di essi integrali a qualunque altro non appartenente alla varietà stessa, tende a zero per $n = \infty$.

« 3. Applichiamo questi risultati alla forma del second'ordine

$$F = f_{n+2} + p_n f_{n+1} + q_n f_n\,.$$

« Detto ancora P_n un suo integrale particolare, la F sarà divisibile per $E = f_{n+1} - \frac{P_{n+1}}{P_n} f_n$, ed il quoziente, come si scorge immediatamente, sarà

$$G = f_{n+1} - \frac{q_n P_n}{P_{n+1}} f_n$$

il cui integrale, indicando con C′ una costante arbitraria, è

$$Q_n = C' \frac{q_0 q_1 \dots q_{n-1}}{P_n} .$$

« La formola (4) ci dà pertanto l'integrale generale di F per mezzo dell'espressione

$$(6)\ f_n = P_n \left(C + C' \left(\frac{1}{P_0 P_1} + \frac{q_0}{P_1 P_2} + \frac{q_0 q_1}{P_2 P_3} + \dots + \frac{q_0 q_1 \dots q_{n-2}}{P_{n-1} P_n} \right) \right) ;$$

nel caso poi che la serie

$$(7) \qquad \sigma = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{q_0 q_1 \dots q_{\nu-1}}{P_\nu P_{\nu+1}}$$

sia convergente, σ_n essendone il resto e c, c' essendo costanti la (6) diviene:

$$(8) \qquad f_n = c\, P_n + c'\, P_n \sigma_n .$$

Si avverta che

$$\sigma_0 = \sigma + \frac{1}{P_0 P_1} , \quad \sigma_1 = \sigma .$$

« Ecco ora come i risultati ottenuti si collegano alla teoria delle frazioni continue. L'equazione $F = 0$ ammette come integrali i numeratori A_n ed i denominatori B_n delle ridotte della frazione continua

$$\cfrac{q_0}{p_0 - \cfrac{q_1}{p_1 - \cfrac{q_2}{p_2 - \dots}}} ,$$

la quale è convergente se il rapporto $A_n : B_n$, per $n = \infty$, tende ad un limite λ, valore della frazione continua. Essendo, come è noto,

$$A_0 = 1 , A_1 = 0 ,$$
$$B_0 = 0 , B_1 = 1 ,$$

viene

$$P_n \sigma_n = P_0 \sigma_0 A_n + P_1 \sigma_1 B_n ,$$

da cui, per essere $\lim_{n=\infty} \sigma_n = 0$, si ricava

$$P_0 \sigma_0 \lambda + P_1 \sigma_1 = 0 .$$

Onde si ottiene la seguente relazione fra la serie (7) formata con un integrale qualsivoglia P_n della F ed il valore λ della frazione continua:

$$(9) \qquad \lambda = - \frac{P_1^2 \sigma}{P_0 P_1 \sigma + 1} .$$

Prendendo per integrale P_n il sistema B_n dei denominatori delle ridotte, viene $\lambda = -\sigma$, cioè si ritrova lo sviluppo classico della frazione continua in serie, dovuto ad Eulero.

« 4. Suppongasi ora di avere scomposta la forma di second'ordine F nel prodotto di due fattori di prim'ordine:

$$F = E'E = f_{n+2} - (a_{n+1} + b_n) f_{n+1} + a_n b_n f_n ;$$

l'applicazione del metodo indicato qui sopra conduce colla massima facilità a trovare le note formole per la trasformazione delle frazioni continue in serie e viceversa. Infatti, un primo integrale della F ci è dato intanto dall'integrale della E

$$P_n = a_0 a_1 a_2 \ldots a_{n-1} ,$$

e la forma $G = f_{n+1} - b_n f_n$ ha per integrale

$$Q_0 = 1 , Q_n = b_0 b_1 \ldots b_{n-1} .$$

« La formola (4) diviene pertanto

$$f_n = a_0 a_1 \ldots a_{n-1} \left(c + c' \sum_{\nu=1}^{n-1} \frac{b_0 b_1 \ldots b_{\nu-1}}{a_1 a_2 \ldots a_\nu} \right) . \tag{10}$$

« Nell'ipotesi della convergenza della serie

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{b_0 b_1 \ldots b_{\nu-1}}{a_1 a_2 \ldots a_\nu} ,$$

di cui si dirà ancora σ la somma e σ_n il resto, l'integrale generale della F prende la forma

$$f_n = a_0 a_1 \ldots a_{n-1} (c + c' \sigma_n)$$

e la frazione continua

$$\lambda = - \cfrac{a_0 b_0}{a_1 + b_0 - \cfrac{a_1 b_1}{a_2 + b_1 - \cfrac{a_2 b_2}{a_3 + b_2 - \ldots}}}$$

è convergente ed ha per valore, secondo l'art. precedente:

$$- \frac{P_1^2 \sigma}{P_0 P_1 \sigma + 1} , \text{ ossia } - \frac{a_0^2 \sigma}{a_0 \sigma + 1} .$$

« Considerando pertanto la frazione continua

$$A = \frac{1}{a_0 + \lambda} = \cfrac{1}{a_0 - \cfrac{a_0 b_0}{a_1 + b_0 - \cfrac{a_1 b_1}{a_2 + b_1 - \ldots}}} ,$$

si ha l'uguaglianza notevole

$$A = \frac{1}{a_0} + \frac{b_0}{a_1} + \frac{b_0 b_1}{a_1 a_2} + \frac{b_0 b_1 b_2}{a_1 a_2 a_3} + \ldots\ldots , \tag{11}$$

in cui dalla convergenza della serie risulta, come viene dimostrato dallo stesso procedimento seguito, quella della frazione continua e da cui, mediante ipo-

tesi speciali sulle a_n e b_n, si ricavano tutte le svariate formole di riduzione delle serie in frazioni continue, raccolte dallo Stern e riportate dal Novi ([1]).

« 5 Un caso particolare degno di menzione si ha quando F si può porre sotto forma di prodotto di due fattori di prim'ordine fra loro uguali. In tale caso si scriverà

$$F = E^2 = f_{n+2} - (a_n + a_{n+1}) f_{n+1} + a_n^2 f_n$$

il cui integrale generale viene ad assumere la forma assai degna di nota

$$f_n = a_0 a_1 \dots a_{n-1} \left(C + C' \left(\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} \right) \right).$$

Quando la serie $\Sigma \frac{1}{a_n}$ è convergente, ed è di conseguenza convergente la frazione continua definita dalla F, si ritrova la nota uguaglianza ([2]):

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} = \cfrac{1}{a_0 - \cfrac{a_0^2}{a_0 + a_1 - \cfrac{a_1^2}{a_1 + a_2 - \dots}}}$$

« 6. Passiamo ora a fare l'applicazione di quanto si è esposto negli art. 1 e 2 alla forma di terzo ordine, che supporremo scomposta nei suoi fattori di prim'ordine e che potremo perciò scrivere:

$$F = E'' E' E =$$

$$= f_{n+3} - (a_{n+2} + b_{n+1} + c_n) f_{n+2} + (a_{n+1} b_{n+1} + a_{n+1} c_n + b_n c_n) f_{n+1} - a_n b_n c_n f_n.$$

« Posto $E'' E' = G$, dove

$$G = f_{n+2} - (b_{n+1} + c_n) f_{n+1} + b_n c_n f_n,$$

l'integrale Q_n sarà dato, per la formola (10) (art. 4), da

$$(12) \qquad Q_n = b_0 b_1 \dots b_{n-1} \left(C' + C'' \sum_{\nu=1}^{n-1} \frac{c_0 c_1 \dots c_{\nu-1}}{b_1 b_2 \dots b_\nu} \right);$$

ma l'integrale di F si trova risolvendo la equazione

$$f_{n+1} - a_n f_n = Q_n,$$

epperciò viene dato da

$$(13) \qquad f_n = a_0 a_1 \dots a_{n-1} \left[c + c' \sum_{\mu=1}^{n-1} \frac{b_0 b_1 \dots b_{\mu-1}}{a_1 a_2 \dots a_\mu} + \right.$$

$$\left. + c'' \sum_{\mu=1}^{n-1} \sum_{\nu=0}^{\mu-1} \frac{c_0 c_1 \dots c_{\nu-1} b_{\nu+1} b_{\nu+2} \dots b_{\mu-1}}{a_2 a_3 \dots a_{\nu+1} a_{\nu+2} \dots \dots a_\mu} \right].$$

([1]) *Algebra superiore*, pag. 426 e segg. (Firenze, Lemonnier, 1863).

([2]) Novi, loc. cit., pag. 429.

« Introduciamo ora l'ipotesi che i numeri a_n, b_n, c_n siano positivi e che le serie

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{b_0\, b_1 \dots b_{\nu-1}}{a_1\, a_2 \dots a_\nu}\ ,\quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_0\, c_1 \dots c_{\nu-1}}{b_0\, b_1 \dots b_\nu}$$

siano convergenti; indichiamone con σ_1, σ'_1 le somme e con σ_n, σ'_n i resti rispettivi. La (12) si potrà allora scrivere

$$Q_n = b_0\, b_1 \dots b_{n-1}\, (c' + c''\sigma'_n)$$

e per mezzo di questo integrale di G formando l'integrale di F, si avrà

$$f_n = a_0\, a_1 \dots a_{n-1} \left(c + c' \sum_{\mu=1}^{n-1} \frac{b_0\, b_1 \dots b_{\mu-1}}{a_1\, a_2 \dots a_\mu} + c'' \sum_{\mu=1}^{n-1} \frac{b_0\, b_1 \dots b_{\mu-1}\, \sigma'_\mu}{a_1\, a_2 \dots a_\mu} \right).$$

Ma la serie $\Sigma \frac{b_0\, b_1 \dots b_{\nu-1}}{a_1\, a_2 \dots a_\nu}$ essendo convergente e le σ'_ν essendo, per ipotesi, quantità decrescenti e tendenti a zero, la serie

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{b_0\, b_1 \dots b_{\mu-1}\, \sigma'_\mu}{a_1\, a_2 \dots a_\mu}$$

sarà a fortiori convergente, ed il suo resto potrà porsi sotto la forma $\sigma_n\, \varrho_n$, dove ϱ_n tende a zero per $n = \infty$. La espressione precedente dell'integrale generale di F può quindi trasformarsi in

$$f_n = P_n\, (c_1 + c'_1\, \sigma_n + c_1''\, \sigma_n\, \varrho_n) \tag{14}$$

dove $P_n = a_0\, a_1 \dots a_{n-1}$; cosicchè si hanno per F tre integrali P_n, $P_n\, \sigma_n$ e $P_n\, \sigma_n\, \varrho_n$ dotati della proprietà che il rapporto del secondo al primo e quello del terzo al secondo tendono a zero per $n = \infty$.

« 7. Nella stessa maniera che negli art. 3 e 4 abbiamo poste in relazione le formole d' integrazione della forma di second'ordine colla teoria delle frazioni continue, così noi potremo ora applicare i risultati dell'art. precedente all'algoritmo che delle frazioni continue fornisce la generalizzazione. A tale oggetto, conviene prima dire che cosa intendiamo con *convergenza* di un simile algoritmo.

« Data una forma F di terz'ordine, si consideri il sistema fondamentale d' integrali determinato dai valori iniziali

$$\begin{array}{lll} A_0 = 1, & A_1 = 0, & A_2 = 0, \\ B_0 = 0, & B_1 = 1, & B_2 = 0, \\ C_0 = 0, & C_1 = 0, & C_2 = 1, \end{array}$$

in guisa che ogni altro integrale viene dato da

$$P_n = P_0\, A_n + P_1\, B_n + P_2\, C_n\, ; \tag{15}$$

poi si considerino i rapporti $A_n : C_n$, $B_n : C_n$. Quando questi rapporti ammettono per $n = \infty$ i limiti α e β rispettivamente, e di più ammette limite

anche il rapporto $B_n - \beta C_n : A_n - \alpha C_n$, e sia γ, si dirà che la F definisce un algoritmo *convergente*. Il limite γ, in questo ordine di idee, ha lo stesso ufficio che spetta, nella teoria delle frazioni continue, al valore della frazione continua stessa.

« Ritornando ora alle formule dell'art. 6, applichiamo la (15) agli integrali P_n, $P_n \sigma_n$, $P_n \sigma_n \varrho_n$; passiamo poi al limite tenendo conto che il limite di σ_n e ϱ_n sono nulli, ed otteniamo così senza difficoltà il valore di γ sotto la forma

$$\gamma = -\frac{P_0 \sigma_0 \varrho_0}{P_1 \sigma_1 \varrho_1}.$$

Ma $P_0 : P_1 = \frac{1}{a_0}$, inoltre, posto

$$S = \sigma_1 \varrho_1 = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{b_0 b_1 \dots b_{\nu-1} \sigma'_\nu}{a_1 a_2 \dots a_\nu},$$

si ha

$$\sigma_0 \varrho_0 = S + \frac{1}{a_0} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_0 c_1 \dots c_{\nu-1}}{b_1 b_2 \dots b_\nu} + \frac{1}{a_0}$$

onde

$$\gamma = -\frac{\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_0 c_1 \dots c_{\nu-1}}{b_1 b_2 \dots b} + 1}{a_0^2 S} - \frac{1}{a_0}. \tag{16}$$

« 8. Aggiungiamo la seguente osservazione. Se una forma F contiene il fattore di prim'ordine $E = f_{n+1} - a_{n-1} f_n$, sappiamo che essa ammette l' integrale $a_0 a_1 \dots a_{n-1}$. Se ora essa contiene il fattore $E^2 = f_{n+2} - (a_{n+1} + a_n) f_{n+1} + a_n^2 f_n$, è facile vedere che ammette corrispondentemente l' integrale con due costanti arbitrarie

$$f_n = a_0 a_1 \dots a_{n-1} \left(c + c' \left(\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + \cdots \frac{1}{a_{n-1}} \right) \right). \tag{17}$$

Così se la F contiene il fattore E^3, corrisponderà l' integrale con tre costanti

$$f_n = a_0 a_1 \dots a_{n-1} \left(c + c' \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{1}{a_\nu} + c'' \sum_{\nu=0}^{n-1} \sum_{\mu=0}^{\nu-1} \frac{1}{a_\nu a_\mu} \right), \tag{18}$$

e così via.

« In particolare, se F è di terz'ordine e della forma E^3, la (18) ne darà l'integrale generale. L'algoritmo che essa definisce sarà convergente e si potrà applicare la (16) se le serie S e σ'_1, che ora sono

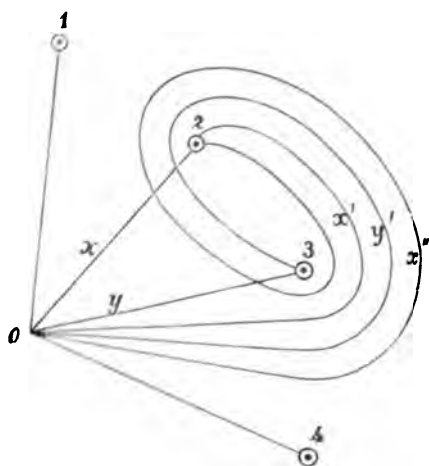
$$\sigma'_1 = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{a_\nu}, \quad S = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=\nu}^{\infty} \frac{1}{a_\mu a_\nu},$$

si suppongono convergenti ».

Matematica. — *Sulle superficie di Riemann.* **Nota del Corrispondente E. Bertini.**

« Lüroth ha indicato un tipo di superficie riemanniana (Math. Ann., t. 4, p. 181), che Clebsch (ivi, t. 6, p. 216) fece oggetto di studio particolare, notando gli elementi arbitrari che vi figurano e l'utilità delle applicazioni a cui si presta. Picard, nel 2° volume del suo recente *Traité d'Analyse*, introduce la superficie riemanniana sotto quella forma (p. 367 e seg.), ma piuttosto per mezzo di esempi, che per una vera e propria dimostrazione. Le righe seguenti mostrano che si può, senza rinunciare al rigore, accorciare notevolmente la via seguita da Clebsch per giungere alla determinazione del suddetto tipo.

« 1. Una funzione algebrica s della variabile complessa z, definita dalla equazione *irriducibile* $f(sz)=0$, possegga punti di diramazione semplici nei punti $1, 2, 3, 4, \ldots$ del piano della variabile. Precisamente: se $a, b, c, d, \ldots$ sono i valori di s o le *radici* della $f=0$ in un punto fisso O del suddetto piano e se questo punto è congiunto (in qualunque modo) ai detti punti $1, 2, 3, 4, \ldots.$ con cappi (Schleifen, lacets) $O1, Ox2, Oy3, O4, \ldots,$ che non s'intersecano e che (intorno ad O) si succedono come i punti stessi, avvenga che, percorrendo il 1° cappio, si scambino le radici a, b; percorrendo il 2°, le radici c, d; ecc. Si dirà che ai punti $1, 2, 3, 4, \ldots$ sono *coordinate* le coppie $(ab), (cd), (ef), (gh), \ldots,$ ovvero che si ha la *coordinazione*

$$\text{(A)} \qquad \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (cd) & (ef) & (gh) & \ldots\ldots \end{cases}$$

« 2. Occupiamoci delle modificazioni che si possono introdurre nella successione e nella composizione delle coppie col variare la conformazione dei cappî, il che può produrre o no una variazione nella successione dei punti di diramazione.

« Si sostituisca (ad es.) al cappio $Ox2$ il cappio $Ox'2$. Poichè questo nuovo cappio equivale manifestamente ai tre cappî $Oy3, Ox2, Oy3$, è facile vedere che esso scambia ancora le radici c, d, tanto nel caso che queste radici sieno amendue differenti dalle e, f, quanto nell' altro che

sieno amendue eguali alle e, f. Si ottiene cioè in questi due casi la coordinazione

(A′) $$\begin{cases} 1 & 3 & 2 & 4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (ef) & (cd) & (gh) & \ldots\ldots \end{cases}$$

Invece, se le coppie (cd), (ef) hanno una radice comune $d = e$, colla detta sostituzione, si passa dalla coordinazione

(B) $$\begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (cd) & (df) & (gh) & \ldots\ldots \end{cases}$$

alla

(B′) $$\begin{cases} 1 & 3 & 2 & 4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (df) & (cf) & (gh) & \ldots\ldots \end{cases}$$

Ripetendo in tal caso l'operaziene col sostituire ad $0\,y\,3$ il cappio $0\,y'\,3$, si passerà analogamente dalla coordinazione (B′) alla

(B″) $$\begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (cf) & (cd) & (gh) & \ldots\ldots \end{cases}$$ [1]

[1] Se si ripete nuovamente l'operazione col sostituire ad $0\,x'\,2$ il cappio $0\,x''\,2$ [ossia se si avanza in (B″) la coppia (cd) oltre (cf)] dalla (B″) nascerà la coordinazione:

$$\begin{cases} 1 & 3 & 2 & 4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (cd) & (df) & (gh) & \ldots\ldots, \end{cases}$$

nella quale le coppie sono le stesse e nello stesso ordine della (B), mentre i punti 2, 3 sono scambiati tra loro. Dal confronto di (A), (A′) emerge che la stessa proprietà sussiste se (cd), (ef) sono due coppie eguali. Di qui si trae, potendosi collo scambiare successivi punti di diramazione arrivare a qualsiasi disposizione di questi, che se una serie di coppie, coordinata ad una disposizione dei punti di diramazione, è tale che due coppie successive abbiano sempre almeno una radice comune, quella medesima serie si può pensare coordinata a qualunque altra disposizione dei punti di diramazione. Ora si dimostra in seguito (n. 6 o n. 7) che da qualunque coordinazione (A) si può sempre passare ad un'altra avente il detto carattere (cioè che due coppie successive abbiano almeno una radice comune), che indicheremo con

(A*) $$\begin{cases} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (ab) & (ac) & (ac) & \ldots\ldots, \end{cases}$$

$s_1\, s_2\, s_3\, s_4 \ldots$ essendo una certa disposizione dei punti 1 2 3 4 ... Sia $\varrho_1\, \varrho_2\, \varrho_3\, \varrho_4 \ldots$ un altra disposizione di questi punti: per ciò che si è detto avanti si potrà adunque avere anche la coordinazione

(A_1*) $$\begin{cases} \varrho_1 & \varrho_2 & \varrho_3 & \varrho_4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (ab) & (ac) & (ac) & \ldots\ldots, \end{cases}$$

ove l'ordine e la formazione delle coppie sono come in (A*). Si imagini adesso la serie di operazioni con cui da (A) si è passato ad (A*), si considerino queste operazioni in senso inverso e si applichino alla coordinazione (A_1*): ne nascerà una coordinazione

(A_1) $$\begin{cases} r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & \ldots\ldots \\ (ab) & (cd) & (ef) & (gh) & \ldots\ldots \end{cases}$$

in cui le coppie saranno manifestamente come in (A), ma $r_1\, r_2\, r_3\, r_4 \ldots$ sarà una disposizione diversa dalla 1 2 3 4 ....; altrimenti, eseguendo sopra (A_1) le suddette operazioni

« Confrontando (A) con (A′) e (B) con (B′) o (B″), si riconosce che *una coppia* [(ef) o (cd) in (A); (df) o (cd) in (B)] *si può avanzare a sinistra o a destra di un posto e quindi di un numero qualunque di posti, senza che essa si alteri, ma essendone modificate quelle coppie che essa oltrepassa e colle quali ha una radice comune. In ciascuna di tali coppie si sostituisce alla radice comune l'altra radice della coppia mobile.*

« 3. Se si avesse, ad es. la serie di coppie

(1) $$(ab)\,(cd)\,(cd)\,(de)\,\ldots\ldots,$$

avanzando successivamente le due coppie eguali (cd) oltre (de), si ottiene colla suddetta regola

$$(ab)\,(de)\,(cd)\,(cd)\,\ldots\ldots$$

Adunque *la successione di un numero pari di coppie eguali può essere collocata dovunque senza che le altre sieno modificate.*

« Se si avanza invece (de) oltre le due coppie eguali (cd), da (1) si passa a

$$(ab)\,(de)\,(ce)\,(ce)\,\ldots\ldots$$

« 4. Ciò posto, sia una successione qualunque di coppie e (ab) la prima di esse. Vicino a questa potremo porre, col procedimento del n. 2, le altre coppie (ab) della successione, se ne esistono. Dico che *se il numero di queste coppie* (ab) *è dispari, si può sempre ottenere dalle rimanenti un'altra coppia* (ab). Infatti, percorrendo successivamente i cappî corrispondenti a tutte le coppie, o, come diremo brevemente, *percorrendo tutte le coppie*, si deve dalla radice a (ad es.) ritornare alla stessaradice: ma per correndo le coppie (ab), che sono in numero dispari, da a si passa a b: dunque le coppie rimanenti devono ricondurre da b ad a. La prima di queste coppie che contiene b sia (bc) e poniamola (n. 2) immediatamente dopo le suddette coppie (ab). Percorrendo le coppie che risultano ora successive a (bc), si deve andare da c ad a. Sia (cd) la prima coppia che contiene c e questa collochiamo vicino a (bc). Se d non è a, sia (de) la prima coppia che contiene d di quelle che ora seguono (cd) e collochiamo (de) vicino a (cd): e così seguitiamo. L'operazione deve avere un termine, cioè si deve giungere ad una coppia che contiene a. Si avrà allora, vicino alle coppie (ab), un seguito di coppie

$$(bc)\,(cd)\,(de)\ldots(lm)\,(mn)\,(na)\,.$$

---

di nuovo in senso diretto, si dovrebbe giungere ad (A^*) e ad (A_1^*), cioè $\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3\,\varrho_4\ldots$ non sarebbe disposizione diversa dalla $s_1\,s_2\,s_3\,s_4\ldots$ Prendendo per $\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3\,\varrho_4\ldots$ tutte le disposizioni di 1 2 3 4 ... si hanno adunque per $r_1\,r_2\,r_3\,r_4\ldots$ le disposizioni stesse in altro o medesimo ordine) e quindi dalla (A_1) segue, senza alcuna restrizione, che *qualunque successione di coppie, coordinata ad una disposizione dei punti di diramazione, si può rendere coordinata ad ogni altra disposizione di essi* (col solo variare la conformazione dei cappi). Non occorre adunque occuparsi dell'ordinamento dei punti di diramazione, ma solo dell'ordinamento e della formazione delle coppie.

Avanzando successivamente le (mn), (lm), ... (de), (cd), (bc) oltre (na), da questa nasce evidentemente (n. 2) una coppia (ab), come si è affermato.

« 5. Per essere la equazione $f=0$ irriducibile, da una radice a o b, per opportuna successione di coppie, si deve andare ad ogni altra radice. Segue che, oltre al gruppo di coppie (ab) in numero pari, dianzi considerato, gruppo che indicheremo con G_{ab}, esisterà certamente almeno una coppia contenente a o b. Sia (bc), che porremo di seguito a G_{ab}. Dall'esistenza di (bc), ragionando come nel n. 5 e notando che il percorrere le coppie del gruppo G_{ab} non ha alcuna influenza, si conclude che, o esiste, o si può ottenere dalle rimanenti coppie un'altra coppia (bc), o altre coppie (bc), di seguito a quella da cui siamo partiti e che formino con essa un numero pari di tali coppie. Indichiamo con G_{bc} l'insieme di queste coppie. Si può fare, prima di andare innanzi, una modificazione; avanzare cioè una coppia di G_{ab} oltre tutte le coppie di G_{bc}; questo gruppo diventa G_{ac} (n. 2), che si può mettere al posto di prima (n. 3). La nostra successione comincia quindi coi due gruppi G_{ab} G_{ac}.

« Per la stessa ragione detta sopra, almeno una delle coppie che seguono questi due gruppi deve contenere a o b o c. Ripetendo la precedente dimostrazione, ne nascerà un terzo gruppo, contenente un numero pari di coppie, che sarà del tipo G_{ad} o G_{bd} o G_{cd}. Se è G_{bd} o G_{cd} si può fare una modificazione come quella ultimamente indicata, adoperando una coppia di G_{ab} o di G_{ac} (nel primo caso occorrendo però di collocare G_{ab} dopo G_{ac} (n. 3)); e si ha quindi in ogni caso un gruppo del tipo G_{ad}. La nostra successione comincia adesso coi tre gruppi $G_{ab}\,G_{ac}\,G_{ad}$ e deve nelle coppie rimanenti contenere a o b o c o d; e ne risulta, come precedentemente, in ogni caso un guarto gruppo G_{ae}: e così di seguito. Non è escluso che compaiano gruppi eguali (cioè formati di coppie eguali), che si possono riunire in un gruppo unico (n. 3). Adunque *si può sempre ottenere che la successione delle coppie sia formata di* $n-1$ *gruppi*

$$(G) \qquad G_{ab}\,G_{ac}\,G_{ad}\,.....\,G_{ar}\,G_{as}\,G_{at}\,,$$

ogni gruppo G_{ij} *contenendo un numero pari di coppie* (ij); *essendo* n *il numero delle radici ed* $abcd\ldots rst$ *una loro disposizione.*

« 6. In (G) si avanzi una coppia di G_{as} oltre G_{at}; questo gruppo diventa G_{st} che si può rimettere al suo posto. Così una coppia di G_{ar} si avanzi oltre G_{as}; questo diventa G_{rs} che pure si può rimettere al posto; e così di seguito. Ne risulta che *la successione delle coppie può anche essere formata dai gruppi seguenti*

$$(G') \qquad G_{ab}\,G_{bc}\,G_{cd}\,.....\,G_{rs}\,G_{st}\,.$$

Viceversa da (G') si passa facilmente a (G).

« 7. È importante osservare che, tanto in (G), quanto in (G') (oltre l'arbitrietà sussistente in generale, detta nella nota al n. 2):

1° Per *abcd . . . rst si può prendere una disposizione qualunque delle n radici*. Basta mostrare che in (G′), ad es., si può scambiare due radici successive b, c, cioè che si può avere una serie di gruppi

$$G_{ac}\, G_{cb}\, G_{bd} \ldots\ldots G_{rs}\, G_{st}$$

corrispondente alla disposizione $a\,c\,b\,d \ldots r\,s\,t$. Ciò si ottiene facendo avanzare in (G′) una coppia di G_{bc} oltre G_{ab} e un'altra coppia pure di G_{bc} oltre G_{cd} e poi restituendo al posto i gruppi G_{ac}, G_{bd} che così si ottengono.

2° *Si può variare arbitrariamente il numero delle coppie di ciascun gruppo* (purchè non divenga zero, nè cessi di essere pari): cioè se r è il numero dei punti di diramazione ed $r_1, r_2, \ldots r_{n-1}$ numeri qualunque interi positivi (non nulli) soddisfacenti alla

$$2r_1 + 2r_2 + \ldots + 2r_{n-1} = r\,,$$

si può ottenere, ad es. in (G′), che G_{ab} contenga $2r_1$ coppie, G_{bc} $2r_2$ coppie, ecc. Sarà sufficiente dimostrare che di due gruppi successivi $G_{ab}\, G_{bc}$ si può accrescere uno di due coppie privandone l'altro. Si avanzi una coppia di G_{bc} oltre le due ultime coppie di G_{ab}, e, oltre queste, divenute $(ac)\,(ac)$, si avanzi la terz'ultima coppia di G_{ab}: quelle due coppie si trasformano in $(bc)\,(bc)$, cioè G_{ab} è diminuito di due coppie e G_{bc} accresciuto di due.

« 8. Da una serie di gruppi (G′), che sarà coordinata, mediante un sistema di cappî, ai punti di diramazione presi in un certo ordine, si ha immediatamente la superficie riemanniana secondo Lüroth e Clebsch, congiungendo i punti di diramazione in quell'ordine con una linea che lasci tutti i cappî da una stessa parte, e poi tagliando lungo essa n fogli e ricongiungendo questi opportunamente. Si avrà un primo foglio A congiunto ad un secondo B per r_1 linee di passaggio, corrispondenti ad r_1 paia di coppie di G_{ab}; poi il secondo foglio B congiunto ad un terzo C per r_2 linee di passaggio; ecc. Se $r_1 = r_2 = \ldots = r_{n-2} = 1$, si ha il caso particolarmente considerato da Clebsch, nel quale ciascun foglio è congiunto al successivo per una sola linea di passaggio, tranne il penultimo che è congiunto all'ultimo per $p+1$ tali linee, essendo p il genere della superficie.

« Dalla serie (G) si ha parimenti un altro tipo di superficie riemanniana, nel quale un foglio è congiunto per $\frac{r}{2}$ linee di passaggio a tutti gli altri e questi non hanno alcuna congiunzione fra loro ».

Meccanica. — *Attrazione di una piramide retta a base regolare sul centro della base.* Nota del dott. Nazzareno Pierpaoli, presentata dal Socio Blaserna.

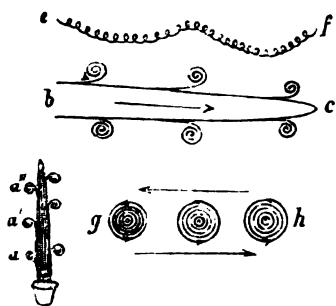
Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sui vortici grandinosi, sulla ripulsione fra i chicchi, e sul rumore che precede la grandine.* Nota del prof. C. MARANGONI, presentata dal Socio BLASERNA.

« Nella critica fatta dal Bellani alla teoria del Volta [1] è detto, fra le altre cose, che i chicchi di grandine dovrebbero eseguire un grandissimo numero di escursioni fra le due nuvole per ingrossare, mentre il numero degli strati nevosi e trasparenti, che costituiscono la grandine, è molto limitato. Questa seria obiezione vale anche contro la mia teoria; eccomi perciò a perfezionarla, introducendo un nuovo fattore, cioè il *moto vorticoso*, il quale varrà anche a spiegare meglio la sospensione della grandine.

« La teoria di Helmholtz sui vorticelli ci insegna che un filo vorticoso si comporta come un corpo solido che si trasporti entro un fluido. Esso è costituito da particelle che si muovono in tante circonferenze concentriche all'asse del filo. Coll'apparato di Tait [2] si producono dei vorticelli in forma di anelli, resi visibili col fumo del sale ammoniaco, nei quali la materia solida è trasportata nello spazio insieme al vorticello. Ingrandiamo il filo vorticoso, e ingrossiamo il polviscolo fino alla grossezza della grandine, e vedremo che i chicchi non potranno abbandonare il filo vorticoso, ma dovranno seguirlo nel suo moto; perchè, se per l'inerzia i chicchi tendono a muoversi nella direzione della tangente, l'aria che si muove in cerchio spinge sempre i chicchi verso il centro, come farebbe una forza centripeta.

FIG. 1.
Vortici grandinosi.

« Osserviamo il fumo che si alza da una tazza da caffè: esso forma di tratto in tratto dei bellissimi vorticelli $a\ a'\ a''$ (fig. 1), i quali seguono il moto ascensivo del fumo. Così una nube $b\ c$, che si muove rapidamente nell'aria tranquilla, produrrà all'ingiro dei vortici, che seguiranno la nube. I vortici furono di già invocati dal Faye, dal Secchi, dal Weyher [3], e da altri, per spiegare la grandine, ma in un senso ben diverso da quello che intendo di presentare. Questi fisici invocano le *trombe*, nella produzione

[1] Opuscoli Matem. e Fisici di diversi autori. T. II, Milano, 1834-35, p. 85.

[2] *Lezioni sopra alcuni recenti progressi della Fisica.* Fano, 1887, p. 294.

[3] Il Weyher ha riprodotte le trombe con esperienze eleganti, ed ha riprodotto anche una grandine fittizia. Quest'ultima esperienza può spiegare il sollevamento di oggetti terrestri, ma non la formazione della grandine. *Sur les tourbillons, trombes.* Paris, 1889.

della grandine, per avere nello stesso tempo il moto vorticoso, e il freddo dell'aria aspirata dall'alto. Or bene, le trombe si devono escludere: 1° perchè esse hanno solo qualche metro di diametro, e la grandine cade sopra striscie larghe delle decine di chilometri; 2° perchè le trombe si fermano un istante su di un luogo, e la grandine dura a cadere delle decine di minuti. Non si possono ammettere neppure i cicloni, perchè questi si producono d'inverno, e la grandine cade d'estate; 3° perchè l'aria fredda delle alte regioni si riscalda nel discendere, per la compressione che subisce; ma ammesso pure che rimanga ancora freddissima, il calore specifico dell'aria, a volume uguale, è solo 0,0003 di quello dell'acqua; cosicchè la causa refrigerante invocata è un nulla di fronte al freddo prodotto dall'evaporazione.

« I vortici grandinosi si generano attorno al nembo per la resistenza che questo incontra in un'aria asciutta, e si dànno due casi principali: 1° il nembo si muove in seno all'aria tranquilla: allora si formano dei vortici che seguono il nembo (fig. 1 *b c*): il moto dei chicchi, relativo al vortice, è circolare; ma relativo allo spazio è *epicicloidale* (fig. 1 *e f*). Ora, intanto che i chicchi ruotano nel velo nevoso, e diventano negativi, il filo vorticoso verrà attirato dal nembo positivo; qui i chicchi diventeranno positivi, e il filo vorticoso sarà attirato dal velo nevoso. Dunque i vortici devono oscillare fra il velo nevoso e il nembo, e la traiettoria dei chicchi, rispetto all'aria ferma, è una *epicicloide ondulata* (fig. 1 *e f*). Essendo il moto vorticoso rapidissimo, e il moto sinuoso lento, i chicchi ingrosseranno molto in ogni vorticello, ma faranno poche oscillazioni dal velo al nembo. Così restano sodisfatte le giuste esigenze del Bellani. Noto ancora che il moto vorticoso diventa la causa principale, e l'azione elettrica la causa secondaria nella sospensione e nell'accrescimento dei chicchi.

« 2° caso. Può darsi che esistano due correnti opposte, l'una calda e umida, l'altra secca. Se le loro velocità sono uguali, i vortici saranno stazionari, e i chicchi compiranno dei cerchi anche rispetto allo spazio (fig. 1 *g h*). Nel 1° caso la grandine cadrà sopra di una lunga striscia; nel 2° caso il temporale sarà molto persistente, e la grandine cadrà sopra un'area poco lunga, come avvenne in quella descritta dal Volta, estesa per miglia 20×30.

« I vortici dànno ragione della forma frastagliata, e in masse grumose che presentano i nembi grandinosi, e spiegano perchè la grandine debba poi cadere. I vorticelli di Helmholtz, in un mezzo *senza resistenza*, non potrebbero distruggersi; ma in un mezzo resistente, come l'aria, i vortici finiscono per esaurirsi. I piccoli vortici saranno i primi a disfarsi, e lascieranno cadere la grandine minuta; quelli più potenti dureranno più a lungo, e lascieranno cadere della grandine più grossa, come verifica l'osservazione.

« Per rintracciare la causa della formazione della grandine bisognerebbe trovarsi entro quel tenebroso e tremendo laboratorio dell'atmosfera, diceva il Bellani. Fortunatamente esiste una descrizione del prof. Lecoc di un simile

spettacolo (1). Il lettore troverà, senz'altro commento, le prove della mia teoria nelle osservazioni del Lecoc, che riporto per estratto:

« Il 2 agosto del 1835 mi trovavo sul Puy-de-Dôme verso il mezzogiorno. Il cielo era sereno, il vento, di W; delle nuvole partivano dalle vette del Mont Dore col vento di S, che ho sentito solo verso le ore una pom. Dall'esistenza dei due venti prevedevo vicina la grandine. Si formavano nubi leggiere in alto col vento di W, e in basso nubi riunite a piccoli gruppi, che parevano precipitarsi gli uni sugli altri, e formavano grandi cumuli neri e densi, che i venti spostavano a malapena. La parte inferiore si allungava, formando una enorme protuberanza; poi cadeva un torrente d'acqua circoscritto. Così alleggerito, il nembo riprendeva la corsa; questo fenomeno si è ripetuto più volte nello spazio di un'ora. Intanto si era formata in alto una estesa cortina uniforme di nubi. Il vento di S spingeva velocemente, sotto questa cortina, delle nubi bianche; vento che è divenuto violento, e freddissimo sul Puy-de-Dôme. Lo strato inferiore di nubi era formato di enormi cumuli, che camminavano a diverse distanze col vento di S.

« Lampi vivissimi guizzavano da un cumulo all'altro, che qualche volta sembravano percorrere l'intero tratto dal Puy-de-Dôme al Mont Dore. Ma neppure un lampo scattò fra la cortina di nubi superiore e i cumuli inferiori.

« Allora veggo la grandine precipitare dai cumuli al suolo, e passarmi di faccia a 50 metri di distanza. La nube, che la spargeva, aveva i bordi dentellati, e offriva nei bordi stessi un movimento turbinoso, che è difficile di descrivere. Sembrava che ogni chicco fosse scacciato da una ripulsione elettrica; alcuni sfuggivano per di sotto, altri per di sopra; infine i chicchi partivano in tutti i sensi, ma il vento inferiore di S li dirigeva tutti verso il N. Dopo 5, o 6 minuti di questa straordinaria agitazione, che avveniva solo al bordo anteriore della nube, la grandine cessava, ma la nube continuava verso il N, con uno strascico di pioggia, che non arrivava al suolo. Allora un immenso lampo illuminava tutta la faccia inferiore del nembo, che toccava la vetta del Puy-de-Dôme.

« Ho stimato prudente di recarmi sul Puy-des-Goules, dove ero alle ore 3. Esistevano ancora i due strati di nubi, ed il vento forte e freddissimo di S portava un nembo grandinoso molto carico, nel quale sono rimasto immerso per 5 minuti. I chicchi di grandine erano numerosi, grossi come le nocciole, rotondi ed ovali, formati di più strati trasparenti e opachi.

« I chicchi avevano tutti una grande velocità orizzontale; ma parevano deviati da una attrazione della montagna. Un grande numero di chicchi mi colpiva senza alcun male, e cadevano tosto. Intendevo distintamente il fischiare dei chicchi, o piuttosto un rumore confuso, formato da un'infinità di rumori parziali, che non potevasi attribuire ad altro che all'attrito dei chicchi contro l'aria ».

« Anche il P. Secchi, descrivendo un turbine grandinoso a Loreto, dice (2):

« Vedevo distintamente attraverso i vetri i grani di grandine aggirarsi in spire velocissime, aventi l'asse orizzontale; e benchè la grandine fosse così fitta, da rendere l'aria molto opaca, pure pochissimi grani ne cadevano sul tetto sottostante, ma erano aggirati dal turbine spaventoso che li risollevava, prima che toccassero il tetto ».

« Dunque i vortici grandinosi non sono una ipotesi probabile, ma un fatto bene accertato.

« *Ripulsione fra i chicchi.* Quasi tutte le relazioni sulla grandine concordano nel constatare che i chicchi, anche grossissimi, non risultano di più

(1) *Quelques observations sur la formation de la grêle.* Compt. Rend. Acad. Sciences, t. II, 1836, p. 326.

(2) Nuovi Lincei, 19 dic. 1875.

grani saldati; pochissimi citano dei chicchi gemelli. Occorre perciò trovare la spiegazione del fatto generale. I chicchi che trovansi in uno stesso vortice sono simili; tutti negativi, se sono nel velo nevoso; tutti positivi, se sono nel nembo; quindi in ogni vortice i chicchi si respingono. Ma potrebbero agglomerarsi i chicchi d'un vortice positivo con quelli d'un vortice negativo.

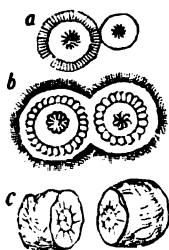



Fig. 2.
Chicchi gemelli.

In tale ipotesi i chicchi gemelli si toccherebbero colle superficie dissimili, nevosa dell'uno, e trasparente dell'altra (fig. 2 *a*). Ma ciò pare non si verifichi. Nella grandine di Firenze del 1869 (1), io osservai soltanto un chicco che aveva due nuclei nevosi, i cui centri distavano fra loro di 9 mm. e le stratificazioni erano, prima concentriche a ciascun nucleo, poi, al loro insieme (fig. 2 *b*), essi si toccavano colle superficie simili. Faccio notare la somiglianza che avevano questi chicchi coi *rocks drops*. Il sig. L. Lizioli osservò a Cassano d'Adda, nel temporale del 15 giugno 1892, alcuni esemplari soltanto di chicchi saldati a due o più, che separati, presentavano l'aspetto *c* fig. 2; questi erano piccoli, e di ghiaccio tutto opaco, e non scorgevasi se vi fosse un nocciolo differente. — Dunque erano chicchi simili. Il prof. C. Melzi da Vaprio d'Adda, osservò nel 1876, o 77, nel detto paese, una grandine spaventosa che durò solo 2, o 3 minuti, ma che ruppe tutti i tegoli, e cadde su di una lunga striscia. I chicchi erano tutti della grossezza e della forma di un limone di giardino. Erano di ghiaccio trasparente e duro; alcuni offrivano leggiere stratificazioni verso la superficie; la maggior parte era formata di un grande numero di grani rotondi, grandi come i ceci grossi, ed erano di ghiaccio trasparente, ma nel centro presentavano una piccola massa di ghiaccio spugnoso. I chicchi stessi, disposti senza simmetria, erano cementati da ghiaccio trasparente. Ecco un'anomalia che diventa regola; ma ancor qui noto che tutti i chicchi erano simili.

« Se i chicchi dissimili non si attraggono, bisogna ammettere che quelli d'un vortice negativo, passando nello strato nebbioso, aumentino progressivamente di potenziale elettrico; e i chicchi d'un vortice positivo, diminuiscano gradatamente di potenziale, passando dall'uno all'altro strato (nebbioso e nevoso). Così i chicchi, che in distanza erano dissimili, in prossimità diventano simili. Ecco una nuova, ma, questa volta, benefica azione dell'elettricità, che si oppone alla formazione di enormi agglomerazioni di chicchi di grandine. Fanno eccezione gli aggruppamenti di cristalli, descritti nella precedente Nota, (fig. 4 *a* e *b*) formati di grani dissimili.

« *Rumore che precede la grandine.* Escluso l'urto fra i chicchi, essendo eccezionale; escluso lo scoppio dei chicchi, che non è provato, e che sarebbe impercettibile a distanza, rimane la spiegazione di M. Lecoc: che

(1) Rivista scientifico-industriale del prof. G. Vimercati, 1893, p. 133.

quel rumore sia dovuto alla resistenza dei chicchi contro l'aria. In conferma di ciò rammento il sibilare delle palle da fucile, e un curioso fenomeno che osservò lo sventurato viaggiatore G. M. Giulietti (1):

« Nella Foresta fra Magan ed Ali-beni, detta di Gheldabbàl, odesi col soffiare dei venti uno strano concerto di sibili acuti, ch'io attribuisco alla conformazione speciale delle spine delle acacie atrofizzate da una singolare malattia che le riduce in tanti fischietti, di figura poco dissimile dalle ocarine, malattia prodotta dalla puntura d'un insetto ».

« Ma è probabile che al fischiare dei chicchi si unisca il crepitio elettrico, come afferma d'avere udito il P. Secchi (2). — Io mi figuro che fra il velo nevoso e il nembo avvenga un crepitio elettrico, paragonabile al fruscio elettrico delle macchine Holtz.

« Il prof. G. Tolomei, in una cortese rassegna (3) sulla mia *genesi della grandine*, ha esposte le sue difficoltà; su alcune di esse avevo risposto nella precedente 2ª Nota, e rispondo nella presente; ma sulla difficoltà, che la grandine possa fondere avanti di toccare terra, tratterò in una prossima Nota ».

Chimica-Fisica. — *Azione dei solventi neutri sulla velocità di formazione del joduro di trietilsolfina.* Nota di G. Carrara, presentata a nome del Corrispondente R. Nasini (4).

« In una mia precedente Nota studiai la velocità di reazione tra il joduro d'etile ed il solfuro d'etile da soli ed in presenza d'acqua; in questo lavoro esamino l'influenza di alcuni solventi neutri sulla velocità di questa reazione.

« La questione del come la velocità di una reazione varii con la natura del mezzo nel quale essa si compie, sin qui non è stata oggetto di molti studî, malgrado il grande interesse che essa presenta: può dirsi che su tale argomento non ci sono che le esperienze del Menschutkin (5), il quale esaminò l'influenza di molti solventi (ventitre) sulla velocità di formazione del joduro di tetraetilammonio, ottenuto dal joduro d'etile e dalla trietilammina. Il Menschutkin operò nel seguente modo: pose un volume di miscuglio equimolecolare di joduro d'etile e trietilammina in 15 volumi del solvente e scaldò in tubetti chiusi a 100°; la determinazione del joduro formatasi la fece per semplice titolazione del jodio. Egli verificò che era applicabile

(1) Giuseppe Maria Giulietti, Memorie pubbl. dalla sorella Elena Giulietti-Venco. Firenze, Tip. Barbèra, 1882, p. 45.

(2) Bull. Oss. Coll. Romano. Vol. XV, 1876, p. 73.

(3) L'elettricità. 14 genn. 1894, p. 20.

(4) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.

(5) N. Menschutkin, *Ueber die Affinitätskoeffizienten der Alkylholoide und der Amine.* Zeitschrift für Physikalische Chemie, VI, pag. 41, anno 1890.

in tutti i casi l'equazione delle reazioni bimolecolari, soltanto i valori della costante, che è la misura della velocità di reazione, variavano assai coi varî solventi: riporto qui alcuni numeri che si riferiscono ai diversi solventi che hanno azione più acceleratrice e che tolgo dal libro di W. Nernst [1].

Solventi	k	Solventi	k
Esano	0.00018	Alcool metilico . .	0.0516
Eptano	0.000235	Alcool etilico . . .	0.0366
Xilolo	0.00287	Alcool allilico. . .	0.0433
Benzolo	0.00584	Alcool benzilico. .	0.133
Acetato d'etile. . .	0.0223	Acetone.	0.0608
Etere Etilico . . .	0.000757		

« Da questi studî sembra che la maggior azione acceleratrice l'abbiano i composti contenenti l'ossidrile, i composti non saturi, ed alcuni composti aromatici.

« Il Menschutkin giunge alla conclusione, che tale azione acceleratrice non dipenda, o solo in piccola parte, dalla natura fisica del solvente, ma piuttosto dalla sua costituzione chimica, e che sia da attribuirsi ad un processo chimico. Egli fa poi rilevare come sembri esistere una relazione tra l'energia acceleratrice dei solventi e la facoltà di condurre l'elettricità, o di conservare la conducibilità degli elettroliti: gli alcool per esempio mostrano una certa conducibilità quando contengono sciolto un elettrolite. Egli aggiunge poi che sono necessarie altre esperienze per stabilire sino a dove si estenda un tale parallelismo.

« Io ho cominciato il mio studio coll'esaminare l'azione dei solventi ossidrilici per vedere se essi si comportano in modo analogo all'acqua, la quale, come dimostrai, ha forte azione acceleratrice, malgrado che le due sostanze che reagiscono non sieno in essa solubili o quasi. In tutti i solventi da me adoperati erano solubili tanto il joduro d'etile quanto il solfuro e nella maggior parte, come già per l'acqua, vi era solubile anche il joduro di trietilsolfina formatosi. Eseguii le esperienze a temperatura diversa per vedere se la velocità di formazione variava come quando le due sostanze reagiscono da sole, nel qual caso oltre alla temperatura di 66° la velocità diminuisce. Il metodo che io ho seguito non differisce essenzialmente da quello già descritto nella mia Nota precedente.

« Un volume di miscuglio equimolecolare di solfuro d'etile e joduro di metile precedentemente pesato, veniva portato ad un volume doppio con l'ag-

(1) Theoretische Chemie, pag. 455.

giunta del solvente indi distribuito nei varî tubetti a volume uguale: si deduceva poi la quantità reale di miscuglio di solfuro d'etile e joduro d'etile contenuto in ogni singolo tubetto. Questi tubi, anche qui chiusi con un dardo di fiamma, venivano tenuti nel ghiaccio prima e dopo il riscaldamento. Il termostato a vapori era quello accennato nella mia Nota precedente. Quanto al metodo analitico era pur sempre quello stesso cioè la precipitazione con etere anidro, solo che in questo caso trattandosi sempre di solventi solubili in etere non solo, ma che sciogIievano anche il joduro di solfina, fatta eccezione di due l'etere ed il benzolo, per evitare il pericolo che una piccola parte di quest'ultima potesse passare in soluzione dovetti aggiungere una grande quantità di etere anidro, circa cento volumi, e poi tenere etere e precipitato raffreddato con ghiaccio per mezz'ora prima di raccogliere il precipitato. In questo modo l'etere ridiveniva limpido e il joduro di solfina si deponeva completamente allo stato solido cosicchè l'etere che filtrava non ne conteneva affatto. Una volta raccolta la solfina e evaporato l'etere che l'imbeveva si sciogIieva in acqua e si determinava titolandone il jodio col metodo volumetrico di Mohr.

« I solventi da me impiegati erano perfettamente anidri ed avevano le seguenti costanti: i pesi specifici si riferiscono all'acqua a 4° e le pesate sono state ridotte al vuoto.

Alcool metilico: punto d'ebullizione 65°.5-66° a mm. 762.1, a 0°; peso specifico $d_4^{25.7} = 0.79040$.

Alcool etilico: punto d'ebullizione 78° a mm. 764 a 0°; peso specifico $d_4^{25.7} = 0.79160$.

Alcool propilico normale: punto d'ebullizione 97° a mm. 763.5 a 0°; peso specifico $d_4^{22.5} = 0.80756$.

Alcool isopropilico: punto d'ebullizione 81°-82° a mm. 763.8 a 0°; peso specifico $d_4^{22.1} = 0.79186$.

Alcool allilico: punto d'ebullizione 95°-96° a mm. 776 a 0°; peso specifico $d_4^{8.2} = 0.86128$.

Alcool benzilico: punto d'ebullizione 204°.7 (corr.) a mm. 770.15 a 0°; peso specifico $d_4^{8.2} = 1.05246$.

Acetone: punto d'ebullizione 56°-56°.5, colonna nel vapore, a mm. 758.2 a 0°; peso specifico $d_4^{8.2} = 0.80156$.

« Dalla tabella seguente apparisce come la formula generale delle reazioni bimolecolari è applicabile, la qual cosa non poteva forse assicurarsi a priori visto che la quantità del solvente non può ritenersi come infinitamente grande rispetto a quella delle sostanze che reagiscono: del resto questa condizione non era soddisfatta nemmeno nelle esperienze del Menschutkin.

Soluzione in alcool metilico.

« $t = 66^\circ$ (vapor d'alcool metilico).

Tempo in minuti	Peso del miscuglio senza solvente	Peso del joduro di solfina formatosi	x Percentuale	$\frac{x}{A-x}$	A C
15′	1.4554	0.1033	7.09	0.0763	0.0051
31	1.4757	0.2005	13.58	0.1648	0.0053
50	1.4509	0.2927	20.17	0.2526	0.0051
67	1.4509	0.3862	26.61	0.3626	0.0054
			media	delle A C =	0.0052

Soluzione in alcool metilico.

« $t = 78^\circ$ (vapor d'alcool etilico).

Tempo in minuti	Peso del miscuglio senza solvente	Peso del joduro di solfina formatosi	x Percentuale	(A = 100) $\frac{x}{A-x}$	A C
15′	1.4551	0.2657	18.26	0.2234	0.0149
30	1.4551	0.5240	36.00	0.5625	0.0189
45	1.4638	0.6027	41.86	0.7200	0.0160
180	1.4551	1.1128	76.47	3.2500	0.0181
235	1.4629	1.1845	80.90	4.2356	0.0185
			media	delle A C =	0.0173

« $t = 100^\circ$ (vapor d'acqua).

15′	1.4595	0.8684	59.50	1.4691	0.0979
20	1.4595	0.9496	65.06	1.8621	0.0931
22	1.4596	0.9619	65.90	1.9325	0.0878
(1) 30	1.4595	1.0234	70.11	2.3456	0.0782
			media	delle A C =	0.0929

Soluzione in alcool etilico.

« $t = 66^\circ$ (vapor d'alcool metilico).

15′	1.4540	0.0590	4.06	0.0423	0.0028
30	1.4632	0.1046	7.15	0.0770	0.0026
35	1.4540	0.1353	9.30	0.1014	0.0029
60	1.4632	0.1599	10.92	0.1226	0.0020
120	1.4632	0.3788	25.89	0.3493	0.0029
960	1.4540	1.0430	71.73	2.5373	0.0026
			media	delle A C =	0.0026

« $t = 78^\circ$ (vapor d'alcool etilico).

15′	1.4594	0.1107	7.59	0.0821	0.0055
20	1.4594	0.1476	10.11	0.1125	0.0056
35	1.4594	0.2386	16.35	0.1955	0.0056
			media	delle A C =	0.0056

(1) Troppo piccola la A C perchè ci avviciniamo al limite: esclusa dalla media.

« $t = 100°$ (vapor d'acqua).

15′	1.4621	0.2878	19.68	0.2450	0.0163
20	0.5848	0.1353	23.13	0.3009	0.0150
31	1.4621	0.4059	27.75	0.3840	0.0125

media delle A C = 0.0146

Soluzione in alcool propilico normale.

« $t = 66°$ (vapor d'alcool metilico).

Tempo in minuti	Peso del miscuglio senza solvente	Peso del joduro di solfina formatosi	x Percentuale	$\frac{x}{A-x}$	A.C
15′	1.4509	0.0332	2.36	0.0242	0.0016
25	1.4509	0.0590	4.07	0.0424	0.0017
40	1.4509	0.0910	6.27	0.0669	0.0017
60	1.4509	0.1279	8.82	0.0966	0.0016

media delle A C = 0.0016

« $t = 78°$ (vapor d'alcool etilico).

15′	1.4613	0.0849	5.81	0.0617	0.0041
30	1.4613	0.1722	12.53	0.1433	0.0047
45	1.4613	0.2337	15.99	0.1903	0.0042
63	1.4613	0.3272	22.39	0.2885	0.0046

media delle A C = 0.0044

« $t = 100°$ (vapor d'acqua).

15′	1.4737	0.1673	11.35	0.1280	0.0085
30	1.4737	0.2927	19.86	0.2478	0.0083

media delle A C = 0.0084

Soluzione in alcool isopropilico.

« $t = 66°$ (vapor d'alcool metilico).

15′	1.4572	0.0320	2.19	0.0223	0.0015
32	1.4572	0.0664	4.56	0.0477	0.0015
50	1.4572	0.0873	5.99	0.0637	0.0013
95	1.4572	0.1624	11.14	0.1255	0.0013

media delle A C = 0.0014

« $t = 78°$ (vapor d'alcool etilico).

15′	1.4600	0.0615	4.21	0.0439	0.0029
53	1.4600	0.1734	11.88	0.1348	0.0025
70	1.4600	0.2189	15.00	0.1765	0.0025

media delle A C = 0.0026

« $t = 100°$ (vapor d'acqua).

15′	1.4787	0.0517	3.49	0.0362	0.0020
18	1.4720	0.0492	3.34	0.0345	0.0019
20	1.4720	0.0517	3.49	0.0362	0.0018
30	1.4787	0.0541	3.66	0.0380	0.0013
36	1.4720	0.0504	3.43	0.0355	0.0010

« La quantità trasformata rimane costante con l'aumentare del tempo; perciò rappresenta il limite di formazione.

Soluzione in alcool allilico.

« $t = 100^{\circ}$ (vapor d'acqua).

15′	1.4808	0.4772	32.22	0.4754	0.0317
20	1.4808	0.5658	38.21	0.6184	0.0309
30	1.4808	0.6544	44.19	0.7918	0.0264

media delle A C = 0.0297

Soluzione in alcool benzilico.

« $t = 100^{\circ}$ (vapor d'acqua).

10′	0.6509	0.2534	38.93	0.6370	0.0637
15	0.6509	0.3050	46.78	0.8790	0.0587
20	0.6509	0.3370	48.22	1.0738	0.0537

media delle A C = 0.0587

« Oltre che con questi alcool sperimentai nelle stesse condizioni con altri solventi come l'etere etilico, il benzolo, il mercaptano etilico, l'acetone. I primi, cioè l'etere etilico, il benzolo scaldati anche per 2880 minuti a 60° non diedero affatto formazione di joduro di trietilsolfina e così pure a 80° e a 100°. A temperatura ordinaria dopo due mesi osservai la formazione di piccole quantità. Nel mercaptano etilico come solvente, scaldato tanto a 66° quanto a 100°, per 60′ minuti non ebbi affatto formazione di joduro solfinico.

« A 100° l'acetone diede luogo alla formazione di una piccolissima quantità di joduro di trietilsolfina come si può vedere dai seguenti numeri:

« $t = 100^{\circ}$ (vapor d'acqua).

Tempo in minuti	Peso del miscuglio senza solvente	Peso del joduro di solfina formatosi	x Percentuale	$\frac{x}{A-x}$	A C
15	1.2164	0.0037	0.33	0.0033	0.0002
31	1.2164	0.0049	0.40	0.0040	0.0001

media delle AC = 0.00015

« Visto che questi solventi ritardano assai e anche impediscono la formazione del joduro di trietilsolfina ho creduto abbastanza dimostrata la loro diversità di comportamento coi precedenti alcool e non ho fatto altre ricerche con essi.

« Klinger e Maassen scaldando in tubi chiusi a 140° il joduro di trietilsolfina in alcool metilico riuscirono a trasformarlo in ioduro di trimetilsolfina: ora sorgeva spontanea l'obbiezione se nelle condizioni in cui esperimentai una trasformazione simile potesse aver luogo. Mi accertai che non era avvenuta nessuna sostituzione di gruppi metilici agli etilici; in primo luogo osservando i cristalli del joduro fra i quali non ne osservai di quelli monometrici quali dovrebbero essere quelli di trimetil o di dimetiletilsolfina; inoltre trasformando

il joduro di trietilsolfina ottenuto nelle condizioni da me descritte a 100°, in cloruro per mezzo del cloruro d'argento, indi precipitando con cloruro di platino, e determinando il platino.

Da gr. 0,2904 di cloroplatinato ebbi gr. 0.0868 di platino.

« Cioè per 100:

calcolato per il cloroplatinato di trietilsolfina	trovato
30.07	29.90

« La quantità di solvente da me aggiunto, un egual volume, è affatto arbitraria, perciò ho voluto vedere se l'aumento o la diminuzione del solvente facesse variare la legge dell'accelerazione e se il solvente desse la massima accelerazione quando si trova in rapporti molecolari con le sostanze che reagiscono.

« Per questa prova scelsi il solvente che aveva dimostrato maggior influenza, cioè l'alcool metilico alla temperatura di 100°.

Soluzione in una molecola di alcool metilico.
(Circa 1/4 di alcool per 1 di miscuglio).

« $t = 100°$ (vapor d'acqua).

Tempo in minuti	Peso del miscuglio senza solvente	Peso del joduro di solfina formatosi	x Percentuale	$\frac{x}{A-x}$	A C
15'	1.3467	0.3542	26.30	0.3057	0.0204
25	»	0.4600	34.15	0.5186	0.0207
32	»	0.5314	39.45	0.6515	0.0204

media delle A C = 0.0205

« Durante il riscaldamento avviene una separazione in due strati.

Soluzione a volume eguale di alcool metilico.
(Riportato dalla tabella precedente).

15'	1.4595	0.8684	59.50	1.4691	0.0979
20	»	0.9496	65.06	1.8621	0.0931
22	»	0.9619	65.90	1.9325	0.0878
(1) 30	»	1.0234	70.11	2.3456	0.0782

media delle A C = 0.0929

Soluzione con 2 volumi di alcool metilico.

15'	1.3218	0.6298	47.64	0.9098	0.0606
20	»	0.7380	55.83	1.2640	0.0632
25	»	0.8093	61.23	1.5793	0.0632
30	»	0.8512	64.39	1.8082	0.0603

media delle A C = 0.0618

Soluzione con 4 volumi di alcool metilico.

15'	1.3188	0.4502	34.13	0.51814	0.0345
20	»	0.5560	42.15	0.7286	0.0364
25	»	0.6519	49.43	0.9774	0.0391
30	»	0.6888	52.22	1.0929	0.0364

media delle A C = 0.0366

(1) Esclusa dalla media.

« Riassumendo dunque, se si confrontano i risultati ottenuti dallo studio della velocità di reazione del solo joduro d'etile con il solfuro d'etile senza intervento di alcun solvente e che ho esposto in una mia precedente Nota, con quelli che appariscono dalle precedenti tabelle, si vede dimostrata ed evidente l'azione acceleratrice del solvente.

« Infatti:

Medie delle A C

	$t = 41°$	$t = 66°$	$t = 80°$	$t = 100°$
Miscuglio senza solvente	0.00013	0.00034	0.00014	0

« Oltre a ciò si nota una progressiva accelarazione con l'aumentare della temperatura fatta eccezione per l'alcool isopropilico.

Medie delle A C

	$t = 66°$	$t = 78°$	$t = 100°$
Alcool metilico una molecola	—	—	0.0205
» » volume eguale	0.0052	0.0173	0.0929
» » 2 volumi	—	—	0.0618
» » 4 volumi	—	—	0.0366
» etilico volume eguale	0.0026	0.0056	0.0146
» propilico normale » »	0.0016	0.0044	0.0084
» isopropilico » »	0.0014	0.0026	—
» allilico » »	—	—	0.0297
» benzilico » »	—	—	0.0587
Acetone » »	—	—	0.0015

« Per rendere più evidente questo fatto farò eguale ad uno la massima velocità ottenuta quando si aveva il miscuglio senza solvente, cioè la media avuta alla temperatura di 66°, avremo così i rapporti di accelerazione dovuti al solvente:

$$0.00034 = 1$$

Solventi	$t=66°$	$t=78°$	$t=100°$
Alcool metilico una molecola. . . .	—	—	60.3
» » volumi eguali . . .	15.3	50.9	273.1
» » 2 volumi	—	—	181.7
» » 4 volumi	—	—	107.6
» etilico volumi eguali . .	7.6	16.5	42.9
» propilico » » . .	4.7	12.9	24.7
» isopropilico » » . .	4.1	7.6	—
» allilico » » . .	—	—	87.3
» benzilico » » . .	—	—	172.6
Acetone » » . .	—	—	0.44

« Quanto poi all'influenza della quantità di solvente appare evidente che sino a un certo limite aumentando essa aumenta la velocità, passato questo limite succede invece il caso inverso. Del resto un simile comporta-

mento era anche in parte prevedibile perchè nel caso di una piccolissima quantità di solvente si capisce come il prodotto della reazione in certo modo sia da esso assorbito e separato dal miscuglio formando una soluzione che non contiene più le sostanze poste a reagire; mentre nel caso di grandi quantità di solvente disseminandosi le molecole o gli joni in maggior volume rendonsi men numerosi gli urti e perciò la combinazione.

« L'influenza della natura del solvente credo anch'io col Menschutkin sia da ricercarsi esclusivamente nella sua costituzione chimica anzichè nelle sue proprietà fisiche e questo appare ancora meglio in queste mie ricerche dove sono essenzialmente i solventi ossidrilici quelli che hanno prodotto forti accelerazioni e dove contrariamente a quello che aveva osservato il Menschutkin stesso l'acetone non produce quasi accelerazione. Questo è secondo me un fatto assai importante per convalidare l'ipotesi che il solvente agisca per la sua azione disgregante e l'osservazione del Menschutkin che sembri esistere una relazione tra la conducibilità degli elettroliti e la potenza acceleratrice viene qui confermata trovandosi negli alcooli che, come corpi del tipo acqua favoriscono la dissociazione elettrolitica, il massimo di accelerazione. Io ho esaminato se in soluzione alcoolica il joduro di etile e il solfuro di etile presentavano una conducibilità elettrica maggiore che quando sono soli, ma le differenze non sono che piccolissime; e anche il miscuglio equimolecolare sciolto nell'alcool e subito esaminato alla temperatura ordinaria non presentava conducibilità maggiore: ma non si può escludere che una certa dissociazione possa realmente aver luogo e su ciò tornerò fra breve.

« Del rimanente essendo il joduro solfinico solubile nei solventi che più accelerano credo che l'azione di questi possa ricevere almeno in parte una spiegazione analoga a quella che detti per l'acqua.

« In ultimo faccio notare come secondo le mie esperienze l'accelerazione diminuisce coll'aumentare del peso molecolare negli alcool della serie grassa satura, mentre per gli alcool allilico e benzilico si ha una forte accelerazione, e inoltre che mentre per gli alcool primari il joduro solfinico formatosi a 100° ha un limite di formazione molto elevato, invece nell'alcool isopropilico questo limite è molto basso ».

Chimica-Fisica. — *Sul potere rifrangente dell'alcool furanico, dell'acido piromucico e dei suoi eteri.* Nota di G. Gennari [1], presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« In una Memoria intitolata: *Sul potere rifrangente dell'ossigeno, dello zolfo e dell'azoto nei nuclei eterociclici* R. Nasini e G. Carrara, hanno dimostrato che il furano e il dimetilfurano, in ispecie il primo, si comportano

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

otticamente in un modo assai anormale: hanno cioè un potere rifrangente assai meno elevato di quello che si dovrebbe avere, secondo la teoria di Landolt-Brühl, cosicchè per l'ossigeno si ricaverebbero i seguenti valori per la riga H_α

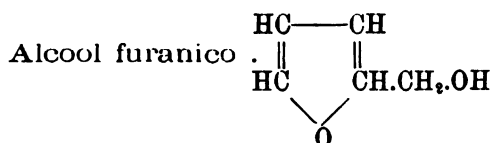
	formola n	formola n^2
dal furano	0.46	0.78
dal dimetilfurano .	1.55	1.25.

Questo fatto si riferisce, sempre secondo le loro esperienze, ai nuclei eterociclici che non abbiano catene laterali molto complicate.

« Per suggerimento del prof. Nasini io ho intrapreso lo studio di alcuni derivati del furano e precisamente dell'alcool furanico, dell'acido piromucico e dei suoi eteri allo scopo di indagare quali modificazioni apportino al potere rifrangente del gruppo fondamentale le diverse catene laterali che io introdussi.

« Alcuni eteri dell'acido piromucico esaminati furono da me preparati per la prima volta.

« Le esperienze ottiche furono eseguite con un eccellente spettrometro di Hildebrand di proprietà del prof. Nasini; i pesi specifici si riferiscono all'acqua a 4° e le pesate relative furono ridotte al vuoto.

```
                       HC——CH
Alcool furanico . ||      ||
                       HC      CH.CH2.OH
                          \   /
                            O
```

« Quest'alcool venne preparato secondo il processo di Wissell e Tollens per azione della soda sul furfurolo. È un liquido di color giallo d'oro, di odore caratteristico. Bolle alla temperatura di 169°.9-171°.9 (corr.) e alla pressione di mm. 757.4 (ridotta a 0°).

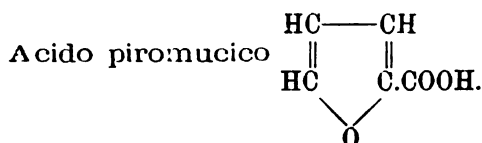
« All'analisi diede i seguenti valori.

gr. 0.1985 di sostanza diedero 0.1120 di H_2O e gr. 0.4465 di CO_2

	trovato	calcolato
C°/₀	61.30	61.22
H°/₀	6.26	6.12.

« Ne determinai la densità di vapore col metodo di V. Meyer ed ebbi i seguenti risultati:

$p = 0.0627$ $v = 15.5$ cc. a 22°.5 H = 764 mm. a 23°

	trovata	calcolata per $C_5H_7O_2$
di qui: Densità di vapore riferita all'aria	3.56	3.39.

L'acido piromucico fu preparato col metodo di Volhard, cioè per azione della potassa e permanganato potassico sul furfurolo; lo purificai poi per sublimazione seguendo le prescrizioni del Volhard stesso. Era perfettamente bianco e fondeva esattamente a 132°.

« Le determinazioni vennero fatte sopra una soluzione acquosa contenente il 3.264 °/₀ di acido, e sopra due soluzioni alcooliche contenenti una il 19.522 °/°, e l'altra 25.06 °/₀ di acido piromucico.

« Il potere rifrangente dei solventi era, per l'acqua

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.33165 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.20498.$$

Per la soluzione acquosa si ebbe

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.33365 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.20592.$$

Per l'alcool: $d_4^{22.7}=0.79936. \qquad \mu_{H_\alpha}=1.36085$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.45254 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.27667.$$

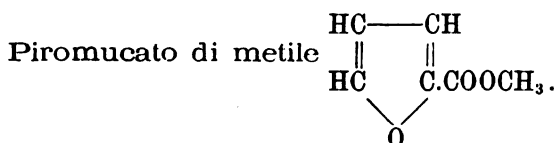
Per la soluzione contenente 19.552 °/₀

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.44293 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.26991.$$

Per la soluzione contenente 25.06 °/₀

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.43951 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.26726.$$

Oltre a questi miei risultati unisco nelle tabelle seguenti quelli avuti dal Kanonnikoff esaminando una soluzione acquosa di acido piromucico contenente il 2.19 °/₀ (1).

Piromucato di metile
HC——CH
‖ ‖
HC C.COOCH$_3$.
\ /
O

« Questo etere venne preparato da me per la prima volta col solito processo di preparazione degli eteri, cioè per azione dell'acido cloridrico secco sopra una soluzione di acido piromucico in alcool metilico. Dopo un riposo di

(1) T. Kanonnikoff, *Untersuchungen über das Lichtbrechungsvermögen chemischer Verbindungen.* Journal für praktische Chemie [1], XXXI, pag. 321, anno 1885.

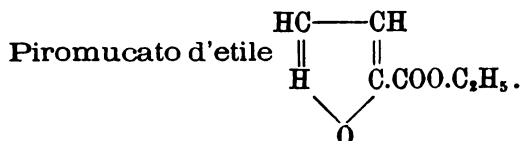
dodici ore distillai l'alcool metilico, indi, sciolto il residuo con etere, lo agitai ripetute volte con soluzione di Na_2CO_3 diluita; lavai l'etere con acqua, e separatolo distillai l'etere, asciugai sul cloruro di calcio il residuo che distillai poscia frazionatamente. Si ottiene così un liquido di odore grato, incoloro, denso, che bolle alla temperatura di 181°.3 (corr.) alla pressione di mm. 757.6 (ridotta a 0°) e che diviene giallo alla luce. All'analisi ebbi i seguenti numeri: da gr. 0.2496 di sostanza gr. 0.5256 di CO_2 e gr. 0.1100 di H_2O

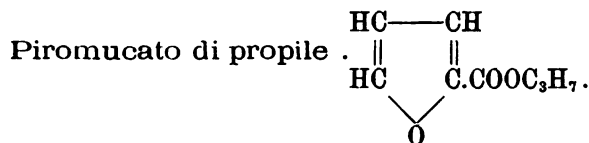
	trovato	calcolato per $C_6H_6O_3$
C °/o	57.40	57.14
H °/o	4.89	4.76.

Determinai anche la densità di vapore col metodo di V. Meyer.

I. gr. 0.0641 di sostanza spostarono 13 cc. d'aria a 23° e a 766.8 mm. di pres.
II. gr. 0.0378 » » 7 cc. » a 22° e a 762.6 mm. di pres.

	I	II	calcolata per $C_6H_6O_3$
Di qui: densità di vapore riferite all'aria	4.29	4.24	4.36.

Piromucato d'etile
```
HC——CH
||     ||
H      C.COO.C2H5.
  \   /
    O
```

« Questo etere venne preparato collo stesso metodo del precedente seguendo tutte le indicazioni date da R. Schiff e G. Tassinari [1], e di esso si constatarono tutti i caratteri descritti da Malaguti [2]. Le determinazioni di potere rifrangente furono fatte sopra la sostanza sopraffusa, giacchè esso fonde a 34°.

Piromucato di propile .
```
HC——CH
||     ||
HC     C.COOC3H7.
  \   /
    O
```

« Il processo di preparazione è perfettamente identico a quello precedentemente descritto. Anche questo etere fu preparato da me per la prima volta, e bolle a 210°.9 (corr.) alla pressione di 759.5 a 0°; ha odore aromatico, è incoloro appena distillato, ma ingiallisce dopo qualche tempo, esposto alla luce.

« All'analisi da gr. 0.2168 di sostanza ebbi gr. 0.4963 di CO_2 e gr. 0.1248 di H_2O.

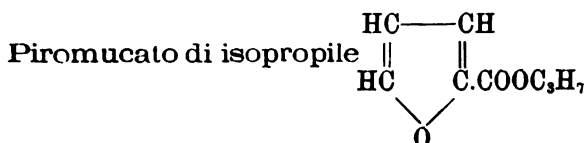
	trovato	calcolato per $C_8H_{10}O_3$
C °/o	62.42	62.34
H °/o	6.39	6.49.

[1] Gazzetta Chimica italiana, VIII, pag. 298, anno 1878.
[2] Annales de Chim. et Phys. 137, LXIV e LXX, pag. 371.

« Determinai anche la densità di vapore col metodo di V. Meyer.
gr. 0.0794 di sostanza spostarono cc. 12.4 d'aria a 26.8° e a 759.3 mm. di pressione a 27°

	trovata	calcolata per $C_8H_{10}O_3$
Densità di vapore . .	5.66	533.

Piromucato di isopropile

$$\begin{array}{l} HC\text{——}CH \\ \| \qquad \| \\ HC \quad C.COOC_3H_7 \\ \ \ \diagdown \diagup \\ \ \ \ O \end{array}$$

« Anche per la preparazione di questo etere, pure preparato per la prima volta da me, seguii le stesse norme che per i precedenti. Lo ottenni come un liquido d'odore analogo agli altri eteri che imbrunisce dopo un po' di tempo alla luce e che bolle a 198°.6 (corr.) alla pressione di mm. 758.1 a 0°.

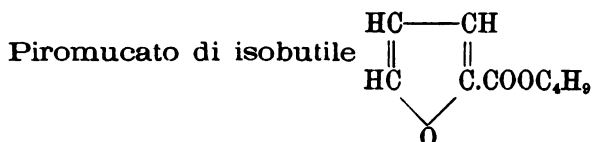
« All'analisi da gr. 0.2266 di sostanza ebbi gr. 0.5196 di CO_2 e gr. 0.1374 di H_2O

	trovato	calcolato per $C_8H_{10}O_3$
C °/o	62.54	62.34
H °/o	6.73	6.49.

« Determinai la densità di vapore col metodo di V. Meyer.
gr. 0.1106 di sostanza spostarono cc. 17.5 d'aria a 26.5° ed alla pressione di mm. 761.5 a 27°

	trovata	calcolata per $C_8H_{10}O_3$
Densità di vapore .	5.72	5.33.

Piromucato di isobutile

$$\begin{array}{l} HC\text{——}CH \\ \| \qquad \| \\ HC \quad C.COOC_4H_9 \\ \ \ \diagdown \diagup \\ \ \ \ O \end{array}$$

« Questo etere ottenuto da me per la prima volta venne pure preparato come i precedenti e con le stesse precauzioni. È un liquido incoloro appena distillato, che imbrunisce all'aria ed alla luce, d'odore aromatico. Bolle a 220°.8-222°.6 (corr.) alla pressione di mm. 763.4 a 0°.

« All'analisi da gr. 0.2071 di sostanza ebbi gr. 0.4864 di CO_2 e gr. 0.1268 di H_2O

	trovato	calcolato per $C_9H_{12}O_3$
C °/o	64.60	64.24
H °/o	6.76	7.14.

« Determinai la densità di vapore col metodo di V. Meyer.
gr. 0.0870 spostarono cc. 12.1 d'aria alla temperatura di 22° e alla pressione di mm. 765 a 22.5°.

	trovata	calcolata per $C_9H_{12}O_3$
Densità di vapore .	6.15	5.81.

TABELLA I.

Nome delle sostanze	t	d_4^t	μ_{H_α}	μ_D	μ_{H_β}	μ_{H_γ}	$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}$	$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}$	$\frac{\mu_{H_\gamma}-\mu_{H_\alpha}}{d}$	$\frac{\mu^2_{H_\gamma}-1}{\mu^2_{H_\alpha}-1}$
Alcool furanico	22° 7	1.12824	1.48175	1.48515	1.49830	1.50281	0.42876	0.21259	0.01867	1.05258
Furfurolo	20°	1.1594	1.51862	1.52608	1.54566	1.56484	0.4473	0.2616	0.04142	1.10910 (²)
Acido piromucico soluz. acquosa [2.19]%	25°.8	1.00367	1.331000	1.33585	1.34030	—	0.37580 (¹)	—	—	— (³)
" " " " [3.264]%	22°.6	1.00717	1.33605	1.33801	1.34239	1.34615	0.39307 (¹)	0.23376 (¹)	—	—
" " " alcool [19.522]%	23°.5	0.86023	1.38102	1.38324	1.38881	1.39332	0.40334 (¹)	0.24203 (¹)	—	—
" " " " [25.360]%	23°	0.88468	1.38883	1.39124	1.39738	1.40236	0.40391 (¹)	0.23914 (¹)	—	—
Piromucato di metile	21°.4	1.17858	1.48244	1.48706	1.49956	1.51105	0.40930	0.24208	0.02428	1.07155
Piromucato d'etile	20°.8	1.11738	1.47520	1.47966	1.49255	1.50142	0.42528	0.25206	0.02347	1.06636
Piromucato di propile	25°.9	1.07454	1.46953	1.47370	1.48446	1.49414	0.43696	0.25942	0.02290	1.06290
Piromucato di isopropile	23°.7	1.06548	1.46418	1.46815	1.47876	—	0.43566	0.25907	—	—
Piromucato d'isobutile	27°.5	1.03826	1.46366	1.46755	1.47759	—	0.44667	0.26566	—	—

(¹) I numeri così segnati si riferiscono al potere rifrangente dell'acido piromucico e non alle rispettive soluzioni. — (²) Brühl. Liebig's Annalen Bd. 235. S. I. — (³) Kanonnikoff, Journal für praktische Chemie. Loco citato.

TABELLA II.

Nome delle sostanze	Formola	Peso molecolare	$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}$	Rifrazione molecolare calcolata	Rifrazione atomica dell'O furanico	$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}$	Rifrazione molecolare calcolata	Rifrazione atomica dell'O furanico
Alcool furanico	$C_5H_6O_2$	98	42.0	43.2	2 6	24.75	25.36	0.97
Furfurolo (¹).	$C_5H_4O_2$	96	42.94	41.00	4.54	25.12	24.04	2.66
Acido piromucico soluz. acquosa [2.19] (²)	$C_5H_4O_3$	112	42.08	44.0	0.88	—	—	—
" " " " [3.264].	"	"	44.02	44.0	2.82	26.18	25.62	2.14
" " " alcoolica [19.522]	"	-	45.1	"	3.9	27.1	"	3.06
" " " " [25.350]	"	"	45.2	"	4 0	26.78	"	2.74
Piromucato di metile	$C_6H_6O_3$	126	51.57	51.6	3.77	30.50	30.18	1.90
" di etile	$C_7H_8O_3$	140	59.54	59.20	3.14	35 29	34.74	2.13
" di propile	$C_8H_{10}O_3$	154	67.3	66.8	3.3	39.95	39.30	2.23
" di isopropile	"	"	67.09	"	3.09	39.90	"	2.18
" di isobutile.	$C_9H_{12}O_3$	168	75.04	74.4	3.44	44.6	43.86	2.32

(¹) J. W. Brühl, *Untersuchungen über die Molekularrefraction organischer flüssiger Körper von grossen Farbenzerstreuungsvermögen.* Liebigs Annalen. Bd. CCXXXV, pag. 1, anno 1886. — (²) Kanonnikoff, loco citato.

« Dall'esame delle tabelle risulta un fatto notevole che mette sempre più in rilievo come in molti casi il potere rifrangente sia una proprietà assai costitutiva. Non abbiamo qui che dei derivati del furano, ma il comportamento di essi è diversissimo. L'alcool furanico si comporta presso a poco come il furano: i valori trovati sono inferiori assai a quelli calcolati; l'ossidrile di per sè non sembra quindi avere influenza notevole sul comportamento ottico: al contrario per il furfurolo, già studiato dal Brühl, si ha un forte eccesso del valore trovato sul calcolato, ed insieme una elevatissima dispersione; anzi il Brühl pubblicò i dati relativi a questa combinazione appunto per mostrare che se le sue leggi non si verificavano, ciò accadeva solo per sostanze dotate di forte dispersione. Del rimanente il furfurolo mostra quell'esaltamento nel potere rifrangente che si ritrova, e in un grado ancor più elevato, in molte aldeidi aromatiche. Per l'acido piromucico attenendoci, ai dati del Kanonnikoff, avremmo un comportamento analogo a quello dell'alcool furanico: e valori normali avrei attenendomi alle esperienze che ho fatto in soluzione acquosa; ma vista la poca solubilità dell'acido piromucico nell'acqua, non credo che si possa avere completa fiducia in questi numeri, e credo più opportuno di attenermi ai risultati ottenuti colle soluzioni alcooliche; si avrebbe rispetto a queste un comportamento intermedio tra quello dell'alcool furanico e quello del furfurolo; cioè il potere rifrangente trovato supera il calcolato, ma di quantità minori, e la dispersione avrebbe pure un valore intermedio; ciò mostrerebbe che realmente la causa principale dell'esaltamento del potere rifrangente per le aldeidi sarebbe proprio non solo nel gruppo C=O, ma nell'assenza di ossigeno attaccato a quel carbonio aldeidico. Per gli eteri valgono presso a poco le stesse considerazioni che per l'acido; solo le differenze tra i valori trovati e quelli calcolati, pur essendo sempre nello stesso senso, sono più piccole ».

Chimica. — *Azione dell'urea sui chinoni* [1]. Comunicazione preventiva di Siro Grimaldi, presentata dal Corrispondente L. Balbiano.

« L'urea secondo Ugo Schiff [2] reagisce sul gliossal con eliminazione di acqua dando luogo alla acetilen-urea, secondo Franchimont e Klobbie [3] sul diacetile formando la dimetil-acetilen-diureina, e secondo Angeli [4] sul benzile formando la difenil-acetilen-diureina parimente con eliminazione di acqua.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Siena. Gennaio 1894.

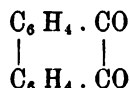
(2) Ann. 189, 157.

(3) Rec. trav. chim. 7, 236.

(4) Gazz. chim. ital. 19, 563.

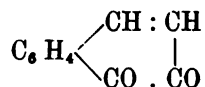
« Io ho osservato che la reazione avviene anche quando i carbonili non fanno parte di catene grasse come nel gliossal e nel diacetile, e neppure quando figurano come residui di catene grasse come è per il benzile, ma formano invece parte integrante di anelli aromatici.

« Infatti il fenantrenchinone, ortodichetone espresso dalla formula

$$\begin{array}{l} C_6H_4 . CO \\ | \quad\quad | \\ C_6H_4 . CO \end{array}$$

reagisce facilmente coll'urea dando due corpi, di cui uno cristallizza in fini aghi setacei bianchi fondenti a 299°, ed ha per formula $C_{15}H_{10}N_2O_2$ (calcolato per 100 p. C 72,00 H 4,00 N 11,20; trovato C 72,68 H 4,84 N 10,97), e l'altro cristallizza in aghi microscopici, che non fondono neppure a 320°, ed ha per formula $C_{16}H_{12}N_4O_2$ (calcolato per 100 p. C 65,68 H 4,34 N 19,18; trovato C 65,66 H 4,35 N 19,42). Il primo, ottenuto trattando il fenantrenchinone e l'urea in soluzione acetica all'ebollizione, corrisponde alla monoureina del fenantrenchinone, e l'altro, ottenuto per fusione dei due reagenti, corrisponde alla diureina del fenantrenchinone stesso, e analogamente alla dimetil-acetilen-diureina di Franchimont e Klobbie, è capace di fissare due residui nitrici dando un composto cristallizzato della formula $C_{16}H_{10}N_4O_2(NO_2)_2$ (calcolato per 100 p. C 50,20 H 2,62 N 21,59; trovato C 50,14 H 2,92 N 21,59).

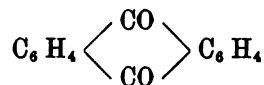
« Se si fonde il fenantrenchinone colla solfurea o col solfocianato di ammonio si origina un composto della formula $C_{16}H_{12}N_4S_2$ (calcolato per 100 p. S 19,75; trovato S 19,83) corrispondente alla disolfureina del fenantrenchinone.

« Anche il β naftochinone, ortodichetone espresso dalla formula

$$C_6H_4 \begin{cases} CH : CH \\ \quad\quad\quad | \\ CO . CO \end{cases}$$

sia in soluzione acetica all'ebollizione, sia per fusione reagisce coll'urea; però fin'ora non mi ha dato che il composto della formula $C_{11}H_8N_2O_2$ (calcolato per 100 p. N 14,00; trovato N 14,22) corrispondente alla monoureina del β naftochinone.

« Ho trovato che avviene la reazione anche quando i carbonili si trovano nello stesso anello benzinico in posizione *para*.

« Col paradifenilendichetone o antrachinone

$$C_6H_4 \langle \begin{matrix} CO \\ CO \end{matrix} \rangle C_6H_4$$

ho ottenuto, per fusione in tubi chiusi a circa 300°, il composto della formula $C_{15}N_{10}N_2O_2$ (calcolato per 100 p. C 72,00 H 4,00 N 11,20; trovato

C 71,83 H 4,43 N 11,35) corrispondente alla monoureina dell'antrachinone, e col chinone o benzochinone $C_6 H_4 O_2$ per fusione, pure in tubo chiuso, a 140-150° un corpo cristallizzato che non fonde neppure a 320°. Esso corrisponde alla monoureina del chinone, essendo espresso dalla formula $C_7 H_6 N_2 O_2$ (calcolato per 100 p. C 50,00 H 4,00 N 18,67; trovato C 55,98 H 4,34 N 18,83).

« Mi riserbo di tentare la preparazione delle diureina del β naftochinone, dell'antrachinone e del chinone, e lo studio ulteriore di tutti questi composti ».

Chimica. — *Etere Benzalbiuretamidocrotonico.* Nota del dott. PIETRO BIGINELLI, presentata dal Corrispondente BALBIANO.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Cristallografia. — *Studio cristallografico di alcuni nuovi composti organici.* Nota di GIOVANNI BOERIS, presentata dal Socio STRÜVER.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Il Devoniano nel Gerrei (Sardegna).* Nota di DOMENICO LOVISATO, presentata dal Socio CAPELLINI.

« Del terreno *devoniano* in Sardegna, che io mi sappia, non si hanno altre notizie che quelle relative alla scoperta fatta dall'illustre paleontologo dott. I. G. Bornemann di fossili, come *Tentaculites acuarius* Richter, *T. elegans* Barrande, *Styliola laevis* Richter ed altri negli schisti gialli micacei e nei calcari schistosi in vicinanza di Cea di S. Antonio nel fluminese [1]. Null'altro troviamo che accenni a questo orizzonte nell'isola, se non vogliamo tener conto anche del dubbio sollevato dal Lamarmora [2], che, dopo aver detto non sapere nè negare nè ammettere la presenza di questo terreno in Sardegna, osserva che forse si potrebbero considerare come devoniani certi calcari che riposano sopra il terreno siluriano in stratificazione discordante, come a Santa Giuliana, al Monte San Giovanni ed a Domus Novas, tutte tre località dell'Iglesiente, sulle quali noi oggi non vorremo interloquire, trovandosi colà una bella matassa geologica da sbrigare.

« Nessuna notizia però abbiamo finora sull'esistenza di questo terreno nella parte orientale dell'isola, dove esiste di fatto. Nel Gerrei regione vastis-

[1] G. Zoppi, *Descrizione geologico-mineraria dell'Iglesiente.* Roma, 1888, p. 43.
[2] *Voyage en Sardaigne.* Troisième partie. Description géologique, tome I, pag. 94.

sima al Nord del Sarrabus, che comprende le misere borgate di San Nicolò Gerrei (già Pauli Gerrei), Silius, Ballao, Armungia e Villasalto, abbiamo una delle zone più importanti per la geologia sarda, come quella che darà aiuto sicuro alla soluzione del già accennato problema geologico dell'Iglesiente. Fu in questa selvaggia regione che ho trovato negli ultimi giorni del passato ottobre il *devoniano superiore*, che viene così a riempire una lacuna nella geologia isolana.

« A pochi, per non dire a nessuno, è ignota la miniera di *Su Suergiu* nel comune di Villasalto, specialmente dopo l'incremento nella lavorazione avuto dal chiarissimo Ing. Traverso, il quale mostrerà a suo tempo essere quella miniera di antimonio la prima non solo per la Sardegna, ma anche per l'Europa. Colà, per quanto ho potuto vedere, mi pare che la stratigrafia sia abbastanza chiara, dal basso all'alto avendosi questa serie:

« 1. Schisti micacei compattissimi, appartenenti all'huroniano.

« 2. Schisti grafitici, separati dai sottostanti con salbanda argillosa, che mostra lo scorrimento, e racchiudenti in banchi il minerale d'antimonio, di età molto posteriore.

« 3. Altri schisti constratificati con calcari bluastri, ricchi in vene di calcite bianca, che finiscono all'alto con calcari quasi lamellari.

« È in questi ultimi calcari, che ho trovato in certa quantità dei corpi sferoidali, globosi, che non sono altro che cefalopodi, in generale deformati, ma anche ben conservati, dei generi *Clymenia* e *Goniatites*, caratteristici del *devoniano superiore*.

« Il prof. Bornemann, cui ho inviato recentemente l'importante materiale in comunicazione, dopo i rallegramenti per l'interessante scoperta, mi scrive che in un esemplare, messo a nudo, gli sembra sicuro il *Goniatites linearis* Münster, specie caratteristica delle assise superiori del *devoniano* nel Belgio, nelle provincie renane, nell'Hartz, in Sassonia ed in Slesia: aggiunge lo stesso esimio paleontologo di averne anche veduti i lobi, che corrispondono alle figure di Münster e di Gümbel. Le *Clymenie* poi promettono offrire varie specie, e qualche cosa a studio completo daranno anche i crinoidi, che si presentano numerosi.

« Per l'importanza di questo calcare, che ci offre una fauna nuovissima per l'isola, ho creduto bene di fare qualche saggio qualitativo. Ma visto che colla soluzione cloridrica otteneva un residuo nerastro, ho fatto procedere il mio assistente dott. Fasolo, all'analisi quantitativa. Da questa risulta che il calcare, come già dissi, è incompletamente solubile nell'acido cloridrico diluito, lasciando un residuo nerastro non abbondante, che alla temperatura di 110° C. acquista un colore cinereo oscuro. Cento parti poi di calcare secco a 100° C. contengono 2,45 di residuo, che fornisce con la combustione 0,33 di anidride carbonica corrispondente a 0,09 di carbonio: il resto consta di 2,34

di argilla e 0,02 di acqua, mentre la composizione centesimale del calcare secco a 100° C. sarebbe:

Residuo argilloso	2,34
Carbonio	0,09
Anidride carbonica	42.38
Ossido di calcio	52,88
Ossido di magnesio	0,82
Anidride fosforica	0,19
Ossido ferrico e di alluminio . . .	1,06
Sostanze da determinarsi e differenza	0,24
	100,00

e quindi la composizione molecolare dello stesso calcare sarebbe:

$CaCO_3$	96,49
$MgCO_3$	1,722
$Ca_3(P_2O_5)_2$	0,30
Argilla e carbone	0,33
Ossido di ferro e di alluminio . .	1,06
	99,90

« Questo calcare passa verso ovest nella direzione di S. Nicolò Gerrei e verso est e sud-est sotto Villasalto e poi più avanti verso il Sarrabus, ma non l'ho trovato a S. Nicolò, nè sulla strada da questa borgata a Silius, da Silius a Ballao, da Ballao ad Armungia e da questo paesello a Su Suergiu, località nelle quali invece abbiamo in generale una alternanza di schisti argillosi e di altri calcari oscuri, durissimi, pieni di *Ortoceratiti* e di *Crinoidi*: questi sono sempre sottostanti ai calcari bleu con vene di calcite, come possiamo vederlo alla collinetta di Bonaria, fuori d'Armungia, sulla strada per Villasalto e meglio ancora a Sa Perdera di S. Nicolò-Gerrei ed immediatamente sotto Silius, ove questi calcari sono tempestati di fossili. — Questi calcari sono schistosi, assai più duri e tenaci di quelli a *Clymenie* e *Goniatiti*, e danno colla soluzione cloridrica un più abbondante residuo nero.

« Sono questi i calcari che corrispondono al campione B. 53, che il Lamarmora ha raccolto probabilmente alle falde di Montixi (non Monte Exi) dalla parte di Silius, come all'altro B. 52, sebbene molto più chiaro, e notato nella collezione come « *Calcaria schistoso-talcosa con indizi di fossili schiacciati* (*Ortocere?*) nel paese di Pauli-Gerrei »; nulla posso dire del campione B. 51. mancante sgraziatamente assieme a tanti altri esemplari nella collezione

Lamarmora, il quale riferisce questi fossili al Siluriano dandone le figure nel suo atlante [1]

« Il Meneghini [2] dà per quei resti solamente la determinazione generica di due *Orthoceras* sp. ind., anzi quella rappresentata alla fig. 2 è accompagnata da un punto interrogativo, ascrivendoli dubbiosamente al siluriano, con questo cappello: *N'ayant aucune donnée stratigraphique pour assigner une place bien certaine dans la série géologique à ce gisement, nous sommes réduit à en juger seulement d'après les caractères paléontologiques, malheureusement insuffisants, puisque les espèces sont indéterminables. Nous regardons donc comme tout à fait ipothétique la place que nous lui avons provisoirement donnée.*

« Preziosa questa riserva del compianto dotto di Pisa, giacchè noi crediamo che tutta quella serie potente di strati di calcari alternanti con schisti di differentissime specie verranno a riempire le lacune finora lamentate dalla parte superiore del siluriano al devoniano superiore, che con sicurezza abbiamo annunziato a Su Suergiu.

« Del fatto importante che i frammenti di colonne di crinoidi, trovati da me nel Gerrei, secondo il Bornemann sarebbero identici con quelli di Gennarella, località al N.E. di Villaputzu, citati dal De Castro [3], sarà pure da tenerne conto per la coordinazione stratigrafica e per l'estensione della zona. L'autore in parola così si esprime: « ..... nel calceschisto compatto si « hanno abbondantissimi avanzi di crinoidi non ben determinabili, che, a giu« dizio del compianto prof. Meneghini, nonchè del dott. Bornemann e del « prof. Canavari, potrebbero riferirsi tanto al silurico, quanto all'epoca devo« niana. Ciò non pertanto, siccome altri studi non vennero ulteriormente ese« guiti al riguardo, continuiamo a ritenere silurica tale formazione calcoschi« stosa come il resto della regione ».

« Per lo stesso Bornemann i miei crinoidi ricordano le colonne dei *Ctenocrinus* Bronn. del devoniano inferiore: da Tuviois ebbe pure l'illustre uomo due crinoidi; e mentre per l'uno è ancora incerta la determinazione, nell'altro trovò il *Protocystites flavus* Barrande, rinvenuto in Boemia nella Fauna $3^a F_2$, pure del devoniano inferiore. Cita lo stesso dotto paleontologo una terza *Cystoidea*, esistente nelle collezioni d'Iglesias, un *Mimocystites*, da lui denominato *M. Mazzettii*, che fece disegnare e che gli sembra pure proveniente da Tuviois.

« A mantenermi però nei limiti della maggiore precauzione sulla divisione di questi terreni, oltrechè dalla massa di roba nuova raccolta, sono

(1) Planche C, fig. 1_a et 1_b et fig. 2.

(2) *Paléontologie de l'île de Sardaigne*, p. 184.

(3) C. De Castro, *Descrizione geologico-mineraria della zona argentifera del Sarrabus*. Roma 1890, p. 20.

ancora consigliato dalla scoperta fatta pure di qualche fossile, molto rassomigliante ad un genere dell'orizzonte e[2] di Boemia, cioè del siluriano superiore: infatti a Sa Perdera a N.O. di S. Nicolò Gerrei ho raccolto un esemplarino assai male conservato, che al primo aspetto lascia l'impressione di una *Cardiola;* e se lo fosse effettivamente, forse noi dovremo riferire que' banchi calcari al siluriano superiore, sebbene s'abbiano la *Cardiola retrostriata* Buch e la *C. cornucopiae* Goldf., tutte due devoniane, del calcare a *Clymenie* (1).

« In ogni modo un ricco materiale è raccolto e presto o tardi avremo il responso del dotto di Germania, cui la paleontologia sarda deve le sue più splendide pubblicazioni sul cambriano e sul siluriano. Dopo lo studio microscopico di quei calcari e di quegli schisti, qualunque sia questo responso, io credo che avremo dei dati positivi per la classificazione e divisione dei terreni siluriani e devoniani non solo a Gennarella a N.E. di Villaputzu, ma anche nell'Iglesiente, dove trovansi roccie che appartengono all'huroniano, al cambriano, al siluriano ed al devoniano, con una tettonica complicatissima.

« Si aggiunga che sciolto il problema dei calcari constratificati cogli schisti nel Gerrei, noi potremo dire di aver risolto il problema pei terreni da Silius a Goni, da Goni fino nelle vicinanze di Donigalla, e di una bella zona del Sarrabus con qualche lembo fino a Baccu Arrodas, dalla quale località alcuni anni addietro ho avuto dei calcari con crinoidi, molto simili a questi del Gerrei ».

Paleontologia. — *Avanzi di Squilla nel miocene medio di Sardegna.* Nota di Domenico Lovisato, presentata dal Socio Strüver.

Questa Nota verrà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Sulla geologia dei dintorni di Lagonegro.* Nota preliminare di Giuseppe De Lorenzo, presentata dal Corrispondente Fr. Bassani.

« In fine dell'anno 1892 e durante il 1893, in una serie di Note (*Osservazioni geologiche nei dintorni di Lagonegro; Avanzi morenici di un antico ghiacciaio del m. Sirino; Fossili nelle argille sabbiose postplioceniche della Basilicata; Il postpliocene morenico nel gruppo montuoso del Sirino*) publicate nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei e in un lavoro (*Sul Trias dei dintorni di Lagonegro*), stampato negli Atti dell'Accademia delle scienze

(1) K. A. Zittel *Handbuch der Palaeontologie.* I Abtheilung. II. Band, pag. 50.

di Napoli, ho segnato alcuni dei tratti più salienti della geologia dei dintorni di Lagonegro. Ripigliando nella estate del 1893 i miei studî in quella interessantissima regione, ho potuto raccogliere un ricco materiale paleontologico e fare un gran numero di osservazioni, che mi hanno permesso di abbozzare un nuovo e più grande lavoro, nel quale molto si dovrà dire di nuovo e parecchie modificazioni, alcune delle quali radicali, saranno portate alle idee già da me precedentemente esposte. Siccome però parecchio tempo dovrà passare prima che questo lavoro sia finito e publicato, credo opportuno far conoscere i risultati dei miei nuovi studî mediante questa Nota preliminare.

« Nei calcari a liste e noduli di selce, che formano la base potente di tutte le formazioni mesozoiche, ho trovato avanzi numerosi di

Chondrites sp. indet.
Chondrites sp. aff. *Ch. bollensis* Ziet. sp.
Chondrites liasinus Heer?
Chondrites prodromus Heer.
Posidonomya affinis Gemm.
Posidonomya gibbosa Gemm.
Posidonomya fasciata Gemm.
Posidonomya lineolata Gemm.
Monotis limaeformis Gemm.
Halobia sicula Gemm.
Halobia insignis Gemm.
Halobia lucana De Lor.

che stabiliscono chiaramente la isopicità e la assoluta contemporaneità di questa formazione con quella della parte occidentale della Sicilia.

« Per gli scisti silicei a radiolarie, contenenti avanzi di *Chondrites* sp. indet. e di *Chondrites triasinus* De Stef., poco è da aggiungere al già noto.

« Una riforma radicale invece esiste in ciò che riguarda la posizione cronologica e tectonica del calcare dolomitico a scogliera, che io ritenni, quantunque con riserva, equivalente della parte inferiore dei calcari a noduli di selce, mentre l'ing. Baldacci, come mi fece gentilmente sapere per lettera dopo la publicazione del mio lavoro, lo credeva coevo degli scisti silicei. Questo calcare dolomitico infatti, secondo le mie nuove e più estese ricerche, costituisce dei Riffe lenticolari, zoogeni e fitogeni, inclusi amigdaloidamente negli scisti a radiolarie. Esso mi ha fornito, e fornirà certamente ancora, un ricchissimo materiale paleontologico, il cui stato però non troppo soddisfacente di conservazione non permette determinazioni molto esatte e sicure. I pochi avanzi di brachiopodi, mandati al dott. A. Bittner in Vienna, a cui rivolgo i più sentiti ringraziamenti per gli aiuti e i consigli di cui mi è stato largo, saranno da lui illustrati in una Nota speciale. Fra gli avanzi di alghe calcarifere, di echinodermi e di molluschi ho potuto fin ora distinguere le forme seguenti:

Gyroporella del gruppo delle *annulatae*.
Gyroporella sp. n.?
Traumatocrinus sp. aff. *Tr. ornatus* Dittm. sp.
Turbo (*Collonia*) *subcinctus* D'Orbigny?

Cirrus cfr. *contrarius* Münst. sp.
Turritella eucycla Laube?
Turritella sp. indet.
Capulus (*Igoceras*) *fenestratus* Laube?
Amauropsis (?) cfr. *limnaeiformis* Laube sp.
Natica sp. indet.
Natica sp. indet.
Natica sp. indet.
Chemnitzia sp. indet.
Placunopsis denticostata Laube (non Klipst.) sp.
Placunopsis Rothpletzia Wöhrmann.
Placunopsis cfr. *fissistriata* Winkl. sp.
Lima sp. indet.
Lima (*Radula*) *dolomitica* De Lor. n. sp.
Lima (*Plagiostoma*) cfr. *nuda* Par.
Lima Victoriae De Lor. n. sp.
Limea (?) *parva* De Lor. n. sp.
Limea (?) *pusilla* De Lor. n. sp.
Pecten (*Chlamys*?) *subalternans* D'Orb.
Pecten (*Chlamys*?) *Scacchii* De Lor. n. sp.
Pecten (*Leptochondria*) cfr. *aeolicus* Bittner.
Pecten (*Leptochondria*?) *Di Stefanoi* De Lor. n. sp.
Pecten cfr. *tenuicostatus* Hörn.
Pecten sp. aff. *P. concentrice-striatus* Hörn.
Pecten (*Amussium*?) *concentrice-ornatus* De Lor. n. sp.
Pecten sp. indet.
Pecten sp. indet.
Hinnites sp. n.?
Avicula cfr. *Gea* D'Orb.
Avicula sp. indet.
Avicula sp.
Cassianella (?) sp. indet.
Gervilleia sp. (aff. *G. exilis* Stopp. sp.).
Posidonomya Gemmellaroi De Lor. n. sp.
Posidonomya Bittneri De Lor. n. sp.
Daonella lenticularis Gemm.
Daonella styriaca Mojs.?
Daonella Bassanii De Lor. n. sp.
Fimbria Mellingi Hauer sp.?
Fimbria laticostata Münst. sp.?
Orthoceras cfr. *elegans* Münst.
Pleuronautilus sp. aff. *Pl. Cornaliae* (Stopp.) Mojs.
Nautilus cfr. *brevior* Mojs.
Nautilus cfr. *eugyrus* Mojs.
Arcestes sp. indet.
Arpadites sp. del gruppo dell'*A. cinensis* Mojs.
Trachyceras cfr. *Archelaus* Laube
Balatonites sp. (aff. *B. Waageni* Mojs.).
Megaphyllites cfr. *applanatus* Mojs.
Megaphyllites insectus Mojs.?
Atractites Ausseanus Mojs.?
Atractites (?) sp. indet.

« Questa fauna ha una grandissima importanza, perchè contiene intimamente associati molti tipi, i quali, con lo stato attuale delle nostre conoscenze geologiche, sono generalmente ritenuti come appartenenti a terreni di età diversa. Così per esempio *Pleuronautilus* sp. aff. *Pl. Cornaliae* (Stopp.) Mojs., *Arpadites* del gruppo dell'*Arp. cinensis* Mojs., *Trachyceras* cfr. *Archelaus* Laube e *Balatonites* sp. (aff. *B. Waageni* Mojs.) si accostano a specie

considerate fin ora come proprie di terreni più antichi di quelli di s. Cassiano, ad eccezione di un *Trachyceras* cfr. *Archelaus* indicato anche da Parona nel Raibliano lombardo e del *Balatonites* sp., che potrebbe forse corrispondere a qualche forma ancor non descritta dei calcari di Hallstatt. Altre specie invece, o forme vicine a specie già note, quali *Turbo* (*Collonia*) *subcinctus* D'Orb.?, *Cirrus* cfr. *contrarius* Münst., *Turritella eucycla* Laube ?, *Capulus* (*Igoceras*) *fenestratus* Laube ?, *Amauropsis* (?) cfr. *limnaeiformis* Laube sp. e *Orthoceras* cfr. *elegans* Münst. richiamano forme, le quali furono trovate solo nel giacimento di s. Cassiano. Forme miste poi, che ricordano specie comuni agli strati di Raibl e a quelli di s. Cassiano, sono *Placunopsis denticostata* Laube (non Klipst.) sp., *Placunopsis* cfr. *fissistriata* Winkl. sp., *Pecten* (*Chlamys* ?) *subalternans* D'Orb., *Avicula* cfr. *Gea* D'Orb. e *Fimbria Mellingi* Hauer sp. ? Altri tipi proprî degli strati di Raibl e dei loro equivalenti, compresi da Mojsisovics nella zona del *Trachyceras Aonoides*, sono *Placunopsis Rothpletzia* Wörhmann, *Lima* (*Plagiostoma*) cfr. *nuda* Parona, *Daonella lenticularis* Gemm., *Daonella styriaca* Mojs. ?, *Nautilus* cfr. *brevior* Mojs., *Nautilus* cfr. *eugyrus* Mojs., *Megaphyllites* cfr. *applanatus* Mojs. e *Atractites Ausseanus* Mojs. ? Un'ultima serie finalmente comprende esemplari corrispondenti a forme trovate in terreni generalmente superiori a quello di Raibl: essi sono *Traumatocrinus* sp. aff. *Tr. ornatus* Dittm. sp., *Pecten* (*Leptochondria*) cfr. *aeolicus* Bittner, *Pecten* cfr. *tenuicostatus* Hörnes, *Pecten* sp. aff. *P. concentrice-striatus* Hörnes, *Gervilleia* sp. (aff. *G. exilis* Stopp. sp.) e *Megaphyllites insectus* Mojs. ? Da tali elementi è difficile trarre delle deduzioni cronologiche molto precise, e io mi auguro che ulteriori scoperte di fossili vengano a confermare il carattere misto di questa fauna, in cui dei tipi proprî di terreni diversi (appartenenti però quasi tutti alla parte inferiore del Trias superiore) si fondono in una intima coalescenza.

« Nella parte più alta del Trias superiore di Lagonegro, rappresentata dall'Hauptdolomit, resp. Dachsteinkalk, non ho potuto eseguire molte ricerche: a ogni modo vi ho raccolto moltissimi esemplari della comune *Gervilleia exilis* Stopp., qualche guscio non determinabile di *Chemnitzia*, *Pecten* e *Modiola*, il *Pecten* (*Chlamys*) *inaequialternans* Par., il *Pecten* (*Entolium*) *Tommasii* Par., il *Pecten Schlosseri* Wöhrmann e la *Myophoria fissidentata* Wöhrmann, tutte forme, le quali, oltre a stabilire l'equivalenza delle dolomiti di Lagonegro con quelle alpine, ne dimostrano le intime relazioni paleontologiche con i sottostanti terreni del Trias superiore.

« In conclusione i calcari a noduli di selce, gli scisti silicei a radiolarie e il calcare dolomitico a scogliera si debbono considerare come terreni eteropici, rappresentanti zone o plaghe batimetricamente e bionomicamente diverse, ma appartenenti a un unico periodo geologico, sincrono di quello, durante il quale nelle Alpi meridionali si formarono gli strati di s. Cassiano e di Raibl, e nelle Alpi settentrionali, da un lato gli strati a Cardita, cominciando da quelli

con fauna di s. Cassiano fino agli strati di Tor, e dall'altro complessivamente i Reingrabner Schiefer, i Lunzerschichten e gli Opponitzer Kalke. Le dolomiti a *Gervilleia exilis* poi, per ragioni stratigrafiche e paleontologiche, corrispondono alla parte inferiore dell'Hauptdolomit alpina.

« Se ai terreni del Trias superiore di Lagonegro si associano quelli della Sicilia occidentale, si ha, per ora almeno, il seguente semplicissimo schema, che bene armonizza con l'altro dato da Bittner per il Trias delle Alpi settentrionali nel suo articolo « *Was ist Norisch ?* »:

III. Massa calcarea superiore, comprendente le dolomiti con *G. exilis* di Lagonegro e quelle con *D. Lepsiusi*, con Pedate e con pelecypodi della parte occidentale della Sicilia.

II. Livello dei calcari a liste e noduli di selce e ad Halobie, ai quali nei dintorni di Lagonegro si aggiungono gli scisti silicei a radiolarie e i Riffe dolomitici lenticolari.

I. Massa calcarea inferiore, corrispondente al Muschelkalk nel senso più largo e comprendente il calcare di s. Elia a encrini e cidaridi e le dolomiti così dette noriche della parte occidentale della Sicilia ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Siacci, Pirotta, Tacchini, Bassani, Zittel, e dai signori Micheli e De Lorenzo; presenta inoltre la 2ª parte del Resoconto del Congresso di zoologia che ebbe luogo a Mosca nel 1892, e una Monografia del dott. Spengel, pubblicata nella *Fauna e Flora del Golfo di Napoli.*

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna dà comunicazione di alcuni temi di concorsi a premio banditi dagli Istituti scientifici sottonotati:

R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

« Studio sui climi terrestri durante l'epoca glaciale quaternaria, e sulle cause che hanno contribuito a modificarli ».

Tempo utile 30 aprile 1894 — Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

« Esporre criticamente lo stato attuale degli studî sul sistema nervoso dei celenterati cnidari, aggiungendovi ricerche originali ».

Tempo utile 30 aprile 1894 — Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

« Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra, o sulla natura dei miasmi e contagi, o sulla direzione dei palloni volanti, o sui modi di impedire la contraffazione di uno scritto ».

Tempo utile 31 dicembre 1894 — Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

« Presentare la monografia della frenosi senile ». — Oppure « Illustrare con osservazioni ed esperienze proprie una qualche malattia del sistema nervoso ».

Tempo utile 30 aprile 1894 — Premio L. 2000.

Reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche in Napoli.

« Esporre, discutere e coordinare in forma possibilmente compendiosa, tutte le ricerche concernenti la determinazione della totalità dei numeri primi, apportando qualche notevole contributo alle leggi secondo le quali questi numeri si distribuiscono fra i numeri interi ».

Tempo utile 31 marzo 1896 — Premio L 1000.

Società di fisica e di storia naturale di Ginevra — Premio A. P. DE CANDOLLE.

« Una Monografia inedita di un genere o di una famiglia di piante ».

Tempo utile 15 gennaio 1895 — Premio L. 500.

CORRISPONDENZA

Il Segretario BLASERNA dà comunicazione di un invito, fatto all'Accademia, di prender parte all'8° Congresso internazionale d'igiene e di demografia, che si terrà in Budapest nel prossimo settembre.

Lo stesso SEGRETARIO dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia svedese delle scienze, di Stoccolma; le Società di scienze naturali di Braunschweig e di Emden; la Società geologica di Manchester; le Università di Upsala e di California; la Scuola Politecnica di Delft.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 4 febbraio 1894.

Bassani F. e *De Lorenzo G.* — Il Monte Consilino di Stilo. Napoli, 1893. 4°.
Benedikt M. — Ein Fellah-Gehirn. Wien, 1893. 8°.
Id. — Hypnotismus und Suggestion. Leipzig-Wien, 1894. 8°.
Id. — Vergleichende Anatomie der Gehirnoberfläche. Wien-Leipzig, 1893. 8°.
Berruti G. — Sulla teoria dei vettori componibili. Torino, 1892. 8°.
Carazzi D. — Avanzi animali ritrovati negli scavi per i lavori del R. Arsenale della Spezia. Genova, 1893. 8°.

Carta idrografica d'Italia. N. 17. Irrigazione della provincia di Novara. N. 18. Toscana. Roma, 1893. 4°.

Congrès international de Zoologie. 2e Sess. à Moscou du $\frac{10}{22}$—$\frac{18}{30}$ Août 1894. 2e Partie. Moscou, 1893. 8°.

Jack I. B. — Carl Moritz Gottsche. S. l. e d. 8°.

Michaeli M. — Alphonse de Candolle et son œuvre scientifique. Genève, 1893. 8°.

Mollame V. — Sulle equazioni abeliane reciproche le cui radici si possono rappresentare con $x, \theta_x, \theta^2_x, \ldots\ldots, \theta^{n-1}_x$. Torino, 1893. 4°.

Nota sull'Italia scritta da un Siciliano. Modica, 1894. 8°.

Pirotta R. — Una pagina di storia della Biologia. Roma, 1893. 8°.

Saccardo P. A. — Il primato degli Italiani nella botanica. Padova, 1893. 8°.

Siacci F. — Sulla funzione caratteristica del moto di rotazione di un corpo non sollecitato da forze. Napoli, 1893. 4°.

Spengel J. W. — Enteropneusten (Fauna und Flora des Golfes v. Neapel. — 18 Monogr.). Berlin, 1893. 4°

Tacchini P. — Sulle carte magnetiche d'Italia eseguite da Ciro Chistoni e Luigi Palazzo. Relazione. Roma, 1893. 4°.

Venturi A. e *Soler E.* — Prime ricerche sul coefficiente di rifrazione in Sicilia. Palermo, 1893. 4°.

Zittel K. — Handbuch der Palaeontologie. 1e Abth. Palaeozoologie. IV Bd. 3. Lief. München-Leipzig, 1893. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 18 febbraio 1894.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Applicazioni geometriche del metodo delle approssimazioni successive di Picard.* Nota del Socio Luigi Bianchi.

1.

« Le recenti ed importanti ricerche del sig. Picard sulle equazioni a derivate parziali e sulla loro integrazione per approssimazioni successive danno il modo di dimostrare rigorosamente il teorema della teoria delle superficie pseudosferiche, già formulato da Lie (1) e da Bäcklund (2), che, per individuare una tale superficie, si possono dare ad arbitrio due sue linee assintotiche di sistema diverso.

« Se poniamo, per semplicità, la curvatura K della superficie eguale a -1 e ricordiamo che le assintotiche dell'un sistema hanno tutte la torsione $+1$ e quelle dell'altro sistema la torsione -1 (3), il teorema si enuncia precisamente così:

« A) Date due curve C, C', la prima a torsione $+1$, la seconda a torsione -1, che escono da un medesimo punto P dello spazio, avendovi lo stesso piano osculatore ma tangenti distinte, esiste una superficie pseudosferica S di raggio $=1$, che le contiene come curve assintotiche.

(1) *Zur Theorie der Flächen constanter Krümmung* II. .Archiv for Mathematik (Christiania, 1879).

(2) *Om ytor med konstant negativ kröknig.* Lund's Univ. Arrskrift, T XIX, 1883.

(3) V. le mie: *Lezioni di geometria differenziale* (Pisa-Spörri, 1894) pag. 125.

« Se di più imponiamo alle curve C, C′ ed alla superficie S la condizione di essere analitiche, possiamo accertare che sussiste la proprietà:

« B) Le due assintotiche C, C′ della superficie pseudosferica S la individuano completamente.

« L'elemento lineare della superficie pseudosferica S, riferita alle sue linee assintotiche u, v, ove per parametri u, v si prendano gli archi delle due assintotiche $v=0$, $u=0$ contati dal punto comune $(0,0)$, prende la nota forma

$$ds^2 = du^2 + 2 \cos \omega \, du \, dv + dv^2, \tag{1}$$

essendo ω una soluzione dell'equazione

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial u \, \partial v} = \operatorname{sen} \omega\,; \tag{2}$$

viceversa ad ogni soluzione ω di questa equazione corrisponde una superficie pseudosferica coll'elemento lineare (1), determinata a meno di movimenti nello spazio. Ora le prime curvature $\frac{1}{\varrho_u}$, $\frac{1}{\varrho_v}$ delle linee assintotiche $u = \mathrm{cost}^{\mathrm{te}}$, $v = \mathrm{cost}^{\mathrm{te}}$ sono date rispettivamente da

$$\frac{1}{\varrho_u} = \frac{\partial \omega}{\partial v}, \quad \frac{1}{\varrho_v} = \frac{\partial \omega}{\partial u},$$

per cui, assegnata la forma delle assintotiche $u=0$, $v=0$, conosciamo $\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\right)_{u=0}$ in funzione di v e $\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)_{v=0}$ in funzione di u. Poichè inoltre è noto il valore iniziale ω_0 di ω in $(0, 0)$, conosciamo ω lungo la $u = 0$ e lungo la $v = 0$.

2.

« Per le considerazioni superiori, il teorema A) equivale al seguente:

« L'equazione a derivate parziali

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \, \partial y} = \operatorname{sen} z \tag{3}$$

ammette una soluzione z, che per $y = 0$ si riduce ad una funzione arbitraria $\varphi(x)$ della x, e per $x = 0$ ad una funzione arbitraria $\psi(y)$ della y.

« Supponiamo dapprima soltanto che le funzioni assegnate $\varphi(x)$, $\psi(y)$ siano finite e continue insieme colle derivate prime $\varphi'(x)$, $\psi'(y)$ ed inoltre che si abbia, come è naturale

$$\varphi(0) = \psi(0).$$

« Riguardando x, y come coordinate cartesiane ortogonali in un piano, ci limiteremo a costruire la soluzione cercata entro un rettangolo di area $\lambda < 1$, di cui due lati siano gli assi coordinati $x = 0$, $y = 0$. Basta per ciò

applicare il processo generale, ideato da Picard [1], che nel caso nostro prende una forma ben semplice.

« Cominciamo dal costruire la funzione z_1, che soddisfa alla equazione

$$\frac{\partial^2 z_1}{\partial x \, \partial y} = 0$$

ed alle condizioni iniziali, prendiamo cioè

$$z_1 = \varphi(x) + \psi(y) - \varphi(0).$$

« Indi costruiamo la funzione z_2, che soddisfa alle medesime condizioni iniziali ed alla equazione

$$\frac{\partial^2 z_2}{\partial x \, \partial y} = \operatorname{sen} z_1 ;$$

avremo

$$z_2 = z_1 + \int_0^x \int_0^y \operatorname{sen} z_1 \, dx \, dy.$$

« Poi costruiamo la nuova funzione

$$z_3 = z_1 + \int_0^x \int_0^y \operatorname{sen} z_2 \, dx \, dy,$$

che soddisfa alle condizioni iniziali ed alla equazione

$$\frac{\partial^2 z_3}{\partial x \, \partial y} = \operatorname{sen} z_2 .$$

« Così continuiamo indefinitamente, costruendo la serie infinita di funzioni

$$(a) \qquad z_1 , z_2 , z_3 \; . \; . \; . \; . \; . \; z_n , \ldots$$

ove sarà in generale

$$z_n = z_1 + \int_0^x \int_0^y \operatorname{sen} z_{n-1} \, dx \, dy.$$

« Il termine generale z_n della serie (a) soddisfa alle condizioni iniziali, cioè per $y = 0$ si riduce a $\varphi(x)$ e per $x = 0$ a $\psi(y)$ e si ha inoltre

$$(4) \qquad \frac{\partial^2 z_n}{\partial x \, \partial y} = \operatorname{sen} z_{n-1} .$$

« Diciamo ora che: La serie

$$(5) \qquad z = z_1 + (z_2 - z_1) + (z_3 - z_2) + \cdots + (z_n - z_{n-1}) + \cdots$$

converge in egual grado entro il rettangolo fissato e rappresenta la soluzione cercata della (3).

[1] Cf. specialmente, *Mémoire sur la théorie des équations aux dérivées partielles et la méthode des approximations successives*. Chap. II, pag. 22 ss. (Journal de Mathém. 1893).

« Essendo

$$|\operatorname{sen} z_1| < 1,$$

si ha in tutto il rettangolo

$$(6) \qquad |z_2 - z_1| < xy < \lambda.$$

« Ora

$$z_3 - z_2 = \int_0^x \int_0^y 2 \operatorname{sen}\left(\frac{z_2 - z_1}{2}\right) \cos\left(\frac{z_2 + z_1}{2}\right) dx\, dy\,;$$

ma per la (6)

$$\left|\operatorname{sen}\left(\frac{z_2 - z_1}{2}\right)\right| < \left|\frac{z_2 - z_1}{2}\right| < \frac{\lambda}{2},$$

onde

$$|z_3 - z_2| < \lambda . xy < \lambda^2.$$

« Così procedendo, si trova chiaramente che in tutto il rettangolo è

$$|z_n - z_{n-1}| < \lambda^{n-1}.$$

« Paragonando la serie (5) colla progressione geometrica, convergente a causa di $\lambda < 1$

$$\lambda + \lambda^2 + \lambda^3 + \cdots$$

risulta evidente la convergenza in egual grado della (5). La somma dei primi n termini della serie (5) essendo z_n, possiamo anche dire che z_n, al crescere infinito di n, converge in egual grado verso z. Resta a provare che questa funzione z, la quale è certamente finita e continua in tutto il rettangolo e soddisfa alle condizioni iniziali, è una soluzione della (3). Ora ciascun termine della (5) ammette la derivata seconda rapporto ad x e y; per la (4) la serie formata con queste derivate seconde è

$$(7) \quad \operatorname{sen} z_1 + (\operatorname{sen} z_2 - \operatorname{sen} z_1) + (\operatorname{sen} z_3 - \operatorname{sen} z_2) + \cdots + (\operatorname{sen} z_n - \operatorname{sen} z_{n-1}) + \cdots$$

« La somma dei primi n termini di questa serie è $\operatorname{sen} z_n$ e, al crescere di n, converge *in egual grado* verso $\operatorname{sen} z$, come z_n verso z. Pei teoremi generali sulle serie convergenti in egual grado, la funzione z, rappresentata dalla (5), ammette la derivata seconda $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ che è la serie (7); dunque

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \operatorname{sen} z.$$

« Si osserverà che la regione del piano xy, nella quale è accertata la convergenza della serie (5), è il settore infinito racchiuso fra la iperbola equilatera

$$xy = 1$$

e i due assintoti.

3.

« Supponiamo ora che $\varphi(x)$, $\psi(y)$ siano funzioni *analitiche* di x, y, sviluppabili in serie di Taylor per le potenze di x, y rispettivamente.

« Pei teoremi di Weierstrass anche sen z_1 sarà sviluppabile in serie di potenze di x, y e però anche z_2; lo stesso dicasi di z_3, z_4, ... z_n .... La serie (5), che rappresenta la nostra soluzione z, essendo convergente in egual grado, potrà essa stessa trasformarsi in una serie di potenze

$$z = \sum_{m=0}^{m=\infty} \sum_{n=0}^{n=\infty} a_{m,n} x^m y^n, \tag{8}$$

quindi la soluzione z della (3), fornita dal metodo di Picard, è anch'essa una funzione analitica. D'altronde si vede subito che i coefficienti della serie (8) sono già pienamente determinati dalle condizioni iniziali imposte a z.

« Dunque: Se le funzioni $\varphi(x)$, $\psi(y)$ sono funzioni analitiche, vi ha una ed una sola soluzione analitica della (3), che soddisfa alle condizioni iniziali.

« Così è dimostrato anche il teorema B) n. 1. È importante osservare che nel metodo esposto non si esclude il caso che una delle due funzioni $\varphi(x)$, $\psi(y)$, od anche tutte e due, si riducano ad una costante. Per quanto si è detto al n. 1, ciò significa geometricamente che una delle due assintotiche assegnate od anche ambedue possono essere linee rette.

« L'ultimo caso è specialmente interessante. Vediamo così che: Date due rette che si tagliano, vi ha una ed una sola superficie pseudosferica (analitica) di raggio assegnato, che le contiene ambedue.

« Le superficie pseudosferiche, così caratterizzate dal contenere due rette, non dipendono più che da una costante arbitraria, l'angolo delle due rette. Si vedrà poi subito che nel caso ora considerato le successive funzioni

$$z_2, z_3, \dots z_n \dots$$

sono funzioni del prodotto xy soltanto; lo stesso avviene quindi della corrispondente soluzione z della (3). Ne segue che una qualunque di queste superficie pseudosferiche, trasformata con trasformazione di Lie, dà sempre la superficie stessa.

4.

« Delle molte applicazioni che consente il teorema generale, così rigorosamente dimostrato, mi limiterò a citarne qui alcune relative alla teoria dell'applicabilità.

« È noto che la teoria generale della deformazione delle superficie flessibili ed inestendibili insegna che si può deformare una superficie a curvature opposte, mantenendo rigida una sua linea assintotica. Tale proprietà risulta da ciò che gli sviluppi in serie, che si ottengono allora per la soluzione del problema della deformazione, contengono *infiniti* coefficienti indeterminati [1].

« Però, mancando la dimostrazione generale della convergenza di siffatti sviluppi, gli esempî effettivi delle deformazioni di questa specie presentano sempre un particolare interesse. Qui tratterò appunto delle deformazioni citate per le superficie pseudosferiche stesse e per le loro evolute, che insieme alle superficie rigate luogo delle binormali delle curve a torsione costante costituiscono, come si sa, la classe completa delle superficie applicabili sul catenoide [2].

« Sulla superficie pseudosferica S individuata dalle due assintotiche C, C′, consideriamo un sistema di linee geodetiche parallele uscenti dai punti dell'assintotica C, la cui equazione è $v=0$. Se con θ indichiamo l'angolo d'inclinazione di queste geodetiche sulla $v=0$, avremo lungo C la formola

$$\frac{d(\omega-\theta)}{du}=\operatorname{sen}\theta. \tag{9}$$

« Viceversa se θ soddisfa a questa equazione, le geodetiche spiccate dai punti della $v=0$ nella direzione assegnata da θ formano un sistema di geodetiche parallele.

« Ciò premesso, occupiamoci di caratterizzare le deformazioni della S, per le quali l'assintotica C rimane rigida. Facciamo per ciò variare ad arbitrio la C′, restando fissa C. Allora $\frac{d\omega}{du}$, come rappresentante la flessione di C, non muta e in conseguenza alla (9) si soddisfa sempre col medesimo valore di θ. Se consideriamo dunque due diverse configurazioni S, S′ della superficie pseudosferica, la stessa funzione θ definirà per l'una e per l'altra superficie un sistema di geodetiche parallele. Ora possiamo applicare la S sulla S′ in guisa da sovrapporre i due sistemi di geodetiche parallele considerati e il punto P a sè stesso, dopo di che l'assintotica $v=0$ si sovrapporrà pure a sè stessa.

« Dunque: Le deformazioni di una superficie pseudosferica S, per le quali resta rigida una assintotica C si ottengono semplicemente quando delle due assintotiche C, C′, che individuano la superficie, si tenga fissa la C e si faccia variare di forma arbitrariamente la seconda C′.

[1] Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*. T. III, pag. 280, e Weingarten, Crelle's, Journal Band 100, pag. 308.

[2] Un altro esempio istruttivo è stato recentemente trattato dal dott. Calò nella sua tesi di laurea, di cui un estratto trovasi inserito negli Annali di matematica (1893).

« Conformemente alla teoria generale, vediamo che queste deformazioni dipendono da una funzione arbitraria, la flessione di C'.

« Se assoggettiamo C' ad incontrare C sempre sotto il medesimo angolo ω_0, non solo $\frac{d\omega}{du}$ ma ben anche ω stesso non muterà di valore lungo C, e siccome da ω soltanto dipendono i raggi principali di curvatura della superficie, abbiamo il risultato: Una superficie pseudosferica S ammette infinite deformazioni (dipendenti ancora da una funzione arbitraria) nelle quali un'assintotica C resta rigida e lungo C non variano i raggi principali di curvatura.

« Ora osserviamo che, tracciata sulla superficie pseudosferica S una curva qualsiasi Γ, che tagli in un punto P l'assintotica C, fra le deformazioni di S in cui C resta rigida ve ne ha una che rende Γ linea assintotica. La nuova forma Γ', che Γ assume dopo la deformazione, è determinata da che la prima curvatura di Γ' eguaglia la curvatura geodetica di Γ e la torsione è $=-1$. Notevole è il caso in cui Γ sia un circolo geodetico; allora dopo la deformazione diventa un'elica circolare. In particolare se Γ è geodetica, dopo la deformazione si rettifica.

« Da ciò che si è detto fin qui è facile concludere: Tracciate ad arbitrio sulla superficie pseudosferica due curve uscenti da un punto, si può deformare la superficie in guisa da renderle ambedue linee assintotiche.

5.

« Per ciascuna delle infinite forme, che assume una superficie pseudosferica S flettendosi attorno all'assintotica rigida C e serbando invariati lungo C i raggi principali di curvatura, consideriamo l'una o l'altra falda Σ dell'evoluta. La Σ è applicabile sul catenoide e le sue assintotiche corrispondono alle assintotiche della evolvente S. L'assintotica Γ di Σ, che corrisponde all'assintotica C di S, rimane evidentemente fissa. Di più le formole che danno l'elemento lineare della evoluta Σ dimostrano che le varie forme assunte da Σ sono applicabili in guisa che i punti della Γ rimangono fissi. Abbiamo dunque il teorema: Se una superficie pseudosferica S si flette, restando rigida un'assintotica C e conservando lungo C gli stessi raggi principali di curvatura, ciascuna falda dell'evoluta si flette egualmente restando rigida la corrispondente assintotica Γ.

« Inversamente per ogni superficie (non rigata) applicabile sul catenoide il teorema precedente dà, come facilmente si vede, tutte le flessioni possibili che lasciano rigida un'assintotica, salvo naturalmente quella in cui la superficie diventa rigata, cioè le geodetiche deformate dei meridiani del cate-

noide si rettificano. Una tale deformazione esiste effettivamente, come dimostra il teorema seguente, che ci limitiamo ad enunciare:

« Sia Σ una superficie applicabile sul catenoide, A una sua linea assintotica; se nei punti di A conduciamo le tangenti alle curve deformate dei meridiani del catenoide, la superficie rigata Σ', che così si forma, ammette la medesima linea A per assintotica ed è applicabile sopra Σ in guisa che i punti di A corrispondono nell'applicabilità a sè stessi ».

Chimica. — *Osservazioni sulle Memorie del dott. Klein riguardanti la santonina.* Nota del Socio S. Cannizzaro.

« In una nuova pubblicazione negli « Archiv der Pharmacie » (1) il dott. Joseph Klein persiste nella strana asserzione che l'acido santonoso, ottenuto da me e da Carnelutti per l'azione dell'acido jodidrico sulla santonina, abbia la formola $C_{15}H_{22}O_3$ (2) e non quella $C_{15}H_{20}O_3$ da noi adottata.

« Per cortesia verso il sig. Klein, voglio supporre che egli non abbia letto le varie Memorie originali nelle quali è dimostrata la formola $C_{15}H_{20}O_3$, e perciò stimo non sia superfluo ricordare alcune almeno di quelle Memorie.

« In quella sui due acidi isomeri santonoso ed isosantonoso di Cannizzaro e Carnelutti (3), non solo è riferito lo studio accurato di questi due acidi, ma sono altresì descritti molti derivati di essi, cioè: il santonito e l'iso-santonito etilico, il benzoil-santonito ed il benzoil-iso-santonito etilico, l'etil-santonito e l'etil-iso-santonito etilico, l'acido etil-santonoso e l'etil-iso-santonoso. Di tutti questi derivati, non che degli acidi, sono fedelmente riferite le analisi elementari, le quali tutte concordano mirabilmente, e non lasciano alcun adito al dubbio sulla formola $C_{15}H_{20}O_3$ assegnata ai due acidi isomeri.

« Recentemente il dott. Andreocci, avendo trovato il metodo di convertire quantitativamente la santonina in acido santonoso destrogiro, per l'azione cioè del cloruro stannoso in soluzione cloridrica (4), ha dimostrato l'identità dell'acido, così ottenuto, con quello preparato da me e da Carnelutti per azione dell'acido jodidrico; ne ha confermato i caratteri fisici, compreso quello importantissimo del potere rotatorio, e la formola $C_{15}H_{20}O_3$.

« Egli ha poi preparato due altri isomeri dell'acido santonoso (5): il

(1) Archiv der Pharmacie. 231 Bd. 9. Heft. 1893, pag. 695. *Ueber das Santonin.* IV.

(2) Idem, pag. 697-698.

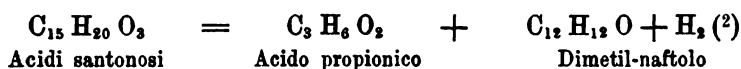
(3) Gazzetta chimica italiana, vol. XII (1882), pag. 393.

(4) R. Accademia dei Lincei. Rendiconti, anno 1893, serie 5ª, vol. II, pag. 376. — Gazzetta chimica italiana, t. XXIII, vol. II (1893), pag. 489.

(5) Gazz. chim. ital. t. XXIII (1893), vol. II, pag. 468. *Sopra due nuovi isomeri della santonina e due nuovi isomeri dell'acido santonoso.*

desmatropo-santonoso ed il levo-santonoso; ha dimostrato che i caratteri fisici di quest'ultimo sono eguali a quelli del santonoso destrogiro, salvo il senso del potere rotatorio che è precisamente eguale ed opposto; ha dimostrato altresì che unendo i due acidi santonosi con potere rotatorio opposto, si ottiene l'acido racemo-santonoso, il quale per tutti i suoi caratteri è identico all'acido iso-santonoso descritto da me e Carnelutti (1).

« Dalle analisi di tutti questi acidi stereo-isomeri e di alcuni dei loro derivati non può sorgere alcun dubbio che tutti hanno la formola $C_{15} H_{20} O_3$, la quale è poi mirabilmente confermata dalla decomposizione netta che tutti questi acidi egualmente subiscono per l'azione della potassa fusa. Il dott. Andreocci, avendo accuratamente determinato le quantità di naftolo, di acido propionico e di idrogeno, provenienti dalla detta decomposizione, ha dimostrato che corrispondono mirabilmente alla equazione:

$$\underset{\text{Acidi santonosi}}{C_{15} H_{20} O_3} = \underset{\text{Acido propionico}}{C_3 H_6 O_2} + \underset{\text{Dimetil-naftolo}}{C_{12} H_{12} O} + H_2$$ (2)

« A tutta questa massa di risultati concordanti il dott. Klein controppone uno studio affrettato, incompleto ed inesatto dell'acido da lui preparato per l'azione dell'acido jodidrico sulla santonina (3), il quale per le sue speculazioni ha voluto chiamare ossisantogenico.

« Egli trova che il punto di fusione dell'acido da lui ottenuto è 174° in luogo di 179° da noi trovato per l'acido santonoso destrogiro; non sospetta che questa piccola differenza nel punto di fusione provenga da impurezza del prodotto e non si cura di assicurarsi, frazionando per cristallizzazione il suo prodotto, se le varie frazioni conservino costanti i caratteri fisici, sopratutto il potere rotatorio, il cui studio, tanto importante in questa serie di composti, egli ha del tutto omesso.

« Chi ha più volte preparato l'acido santonoso per azione dell'acido jodidrico sulla santonina, come si è fatto in questo Istituto, sa che insieme all'acido santonoso destrogiro, fusibile a 179°, si ottengono variabili quantità di acido iso-santonoso inattivo, fusibile a 155°, la cui presenza abbassa il punto di fusione dell'acido santonoso destrogiro. L'abbiamo più volte avvertito nelle nostre Memorie e in quella, *Sui due acidi isomeri santonoso ed iso-santonoso*, a pagina 394 (4), abbiamo scritto quanto segue:

« *La misura del potere rotatorio specifico è il mezzo più sicuro di verificare la purezza dell'acido santonoso, che spesso trovasi mischiato all'isomero iso-santonoso inattivo.*

(1) Idem pag. 489.
(2) Idem, pag. 481, 482, 492.
(3) Archiv der Pharmacie. 230 Bb. Heft. 7 (1892), pag. 505. *Ueber das Santonin*, I. — Idem, 231 Bd. Heft. 9 (1893), pag. 697. *Ueber das Santonin*, IV.
(4) Gazz. chim. ital., vol. XXII (1882), pag. 394.

« Senza eseguire questa prescrizione categorica e senza curarsi di preparare un solo derivato, neppure un etere, il dott. Klein crede di aver trovato il nuovo acido colla formola acconcia alle sue speculazioni teoretiche $C_{15} H_{22} O_3$.

« Nella Memoria dell'agosto 1892 (1) si esprime in modo da far credere che il suo sia un acido diverso dal nostro; ma nell'ultima del novembre 1893 (2) proclama che la nostra formola è errata, e che il prodotto di riduzione della santonina abbia la formola $C_{15} H_{22} O_3$, dimostrata dalle sue precedenti analisi e dai suoi concetti teoretici.

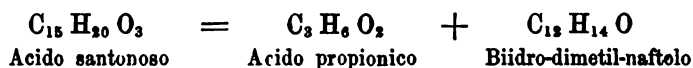
« Pare abbia dimenticato di correggere anche il nostro punto di fusione, i caratteri fisici e la composizione di tutti i derivati!

« Non discuto i risultati delle combustioni di quest'acido fatte dal dott. Klein, poichè non essendo dimostrata la purezza del prodotto, non mi meraviglia che abbia potuto ottenere un po' meno di carbonio di quello che richiede la formula $C_{15} H_{20} O_3$; del resto contro coteste analisi stanno quelle da noi più volte ripetute sui prodotti *purissimi* non solo dei varî acidi stereo-isomeri, ma anche dei loro derivati.

« Il dott. Klein, poi invoca l'analisi dell'anidride resinosa che resta scaldando l'acido santonoso fuso sin sopra 360° (3).

« Anche qui debbo deplorare che egli non abbia letto la mia Memoria originale sopra la decomposizione dell'acido santonoso (4); poichè se l'avesse fatto, avrebbe evitato due errori, cioè: 1° quello di considerare quel residuo amorfo resinoso come una sostanza unica capace di essere depurata soltanto sciogliendola nel cloroformio e precipitandola con alcool; 2° di avermi attribuito l'opinione che quella sostanza sia l'anidride dell'acido iso-santonoso inattivo; mentre che in quella Memoria a pagina 387 ho dimostrato che quel residuo contiene principalmente l'anidride del vero acido santonoso attivo, il quale si riottiene col suo potere rotatorio, col punto di fusione 179° e con tutti gli altri suoi caratteri; ed inoltre ho dimostrato che contiene sempre altri prodotti che per l'azione della potassa dànno biidro-dimetil-naftolo e dimetil-naftolo, i quali prodotti non è facile eliminare nel modo spiccio adoperato dal dott. Klein.

« Il dott. Klein poi per sostenere la sua formola preconcetta $C_{15} H_{22} O_3$ dell'acido santonoso, da lui detto ossisantogenico, procura di distruggere l'argomento tratto dalla scissione dell'acido santonoso col riscaldamento, secondo l'equazione:

$$\underset{\text{Acido santonoso}}{C_{15} H_{20} O_3} = \underset{\text{Acido propionico}}{C_3 H_6 O_2} + \underset{\text{Biidro-dimetil-naftolo}}{C_{12} H_{14} O}$$

(1) Archiv der Pharmacie, Bd. 230, Heft 7 (1892), pag. 506.

(2) Idem, Bd. 231, Heft. 9 (1893), pag. 697-698.

(3) Loco citato, pag. 697.

(4) Gazz. chim. ital., vol. XIII (1883), pag. 385. *Sui prodotti di decomposizione dell'acido santonoso.* Memoria di S. Cannizzaro.

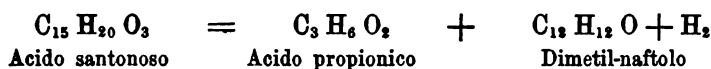
perciò rifà a modo suo e male quella decomposizione, senza essersi data la pena di leggere per esteso la sopra citata Memoria, nella quale sono minutamente descritte le condizioni e le varie fasi di quella decomposizione più volte da me ripetuta [1].

« Non è vero che la formazione dell'anidride resinosa preceda la formazione dei prodotti di scomposizione, come il dott. Klein vuol farmi dire. Scaldando l'acido santonoso fuso, prima a 300°, poi gradatamente a 360°, e più oltre avviene quanto segue: una parte dell'acido santonoso si va trasformando nell'anidride sviluppando vapori di acqua, una parte distilla inalterato con tale vapore, ed una parte si decompone dando biidro-dimetil-naftolo ed acido propionico che distillano, secondo l'equazione:

$$\underset{\text{Acido santonoso}}{C_{15}H_{20}O_3} = \underset{\text{Biidro-dimetil-naftolo}}{C_{12}H_{14}O} + \underset{\text{Acido propionico}}{C_3H_6O_2}$$

« Quando nella storta non rimane più acido santonoso, ma la sua anidride corrispondente a circa la metà dell'acido santonoso impiegato, e si scalda sopra 360°, non si ottiene più acido propionico libero e biidro-dimetil-naftolo, ma un olio che con la potassa si scinde nel dimetil-naftolo, nel biidro-dimetil-naftolo e nell'acido propionico, come se fosse miscuglio degli eteri propionici dei due naftoli; spingendo più oltre il riscaldamento, la decomposizione diviene irregolare e si ottiene un miscuglio dei due naftoli $C_{12}H_{14}O$ e $C_{12}H_{12}O$ dei loro eteri propionici, anche dimetil-naftalina e sviluppo di gas.

« È poi veramente singolare che il dott. Klein nel mentre vuole fondare le sue speculazioni sui prodotti di scomposizione dell'acido santonoso, non tiene alcun conto della scissione netta e quantitativa del detto acido e dei suoi stereo-isomeri coll'azione della potassa, in perfetta conformità con l'equazione sopra ricordata:

$$\underset{\text{Acido santonoso}}{C_{15}H_{20}O_3} = \underset{\text{Acido propionico}}{C_3H_6O_2} + \underset{\text{Dimetil-naftolo}}{C_{12}H_{12}O} + H_2$$

« Si direbbe che abbia ignorato le pubblicazioni del dott. Andreocci, ove quella decomposizione è descritta, se non avesse mostrato di averne notizia alla fine della sua Memoria [2], quando agli argomenti che dalle esperienze del dott. Andreocci scaturiscono spontaneamente contro la sua principale idea fissa, essere cioè il CO della santonina nella catena laterale tricarbonica e non nel nucleo naftalico, egli risponde in modo spiccio e con grande disinvoltura asserendo niente di meno che l'Andreocci è caduto in quell'errore logico detto circolo vizioso. Invece quando anche non fosse stato dimostrato da lavori precedenti sulla santonina altro che essa contiene un legame lat-

[1] Loco citato, pag. 386.
[2] Archiv der Pharmacie. Bd. 231, Heft. 9 (1893), pag. 704.

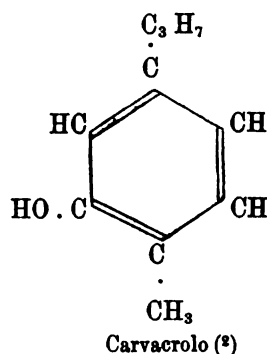
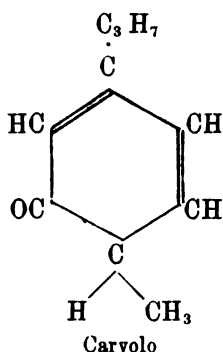
tonico ed un CO chetonico, le esperienze del dott. Andreocci da loro sole potrebbero dimostrare per la via più diretta che la santonina è un derivato della esaidro-dimetil-naftalina e che il CO chetonico è nel nucleo naftalico. Difatti:

« La santonina mutasi in desmatropo-santonina e nella iso-desmatropo-santonina senza nulla perdere e nulla acquistare. Questi due stereo-isomeri contengono il legame lattonico come nella santonina dando, come essa, ossiacidi instabili; non contengono più il CO chetonico, ed invece contengono un ossidrile fenico [1]. Dunque il CO cetonico che è sparito, si è convertito in — C . OH a spese dell'idrogeno attaccato ad un altro carbonio nel modo simile che il carvolo si converte in carvacrolo

C_3H_7 · C ; HC, CH ; OC, CH ; C ; H, CH_3

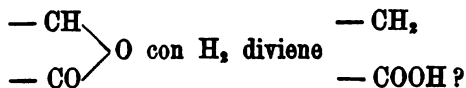
Carvolo

C_3H_7 · C ; HC, CH ; HO . C, CH ; C · CH_3

Carvacrolo [2]

« Il legame lattonico della santonina è rimasto nelle due desmatropo-santonine [3].

« Queste coll'idrogeno fissano H_2 e dànno due acidi santonosi, i quali conservano l'ossidrile fenico, ma non sono più nè lattoni, nè ossiacidi che dànno lattoni [4].

« Non è dunque legittimo ammettere che sia avvenuto ciò che avviene in tutti i lattoni, che cioè il legame lattonico

$$\begin{matrix} -\mathrm{CH} \\ -\mathrm{CO} \end{matrix}\!\!>\!\mathrm{O} \text{ con } H_2 \text{ diviene } \begin{matrix} -\mathrm{CH_2} \\ -\mathrm{COOH} \end{matrix}\,?$$

e che l'ossidrile fenico contenuto in essi è quello che esisteva nelle desmatropo-santonine ?

(1) Andreocci A., Gazzetta chim. ital., anno XXIII, vol. II, p. 472-485.
(2) Goldschmidt H. Berl. XX, 491.
(3) Andreocci, loco citato, pag. 476-486.
(4) Idem, pag. 476-487.

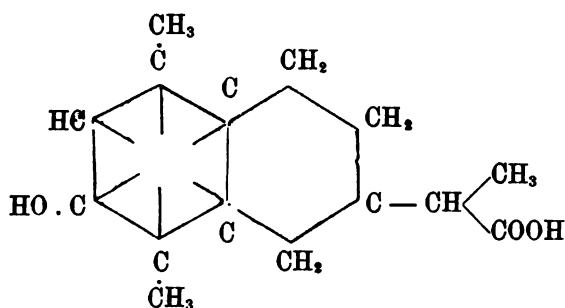
« Tutti questi acidi si scindono con la potassa quantitativamente secondo l'equazione più volte citata:

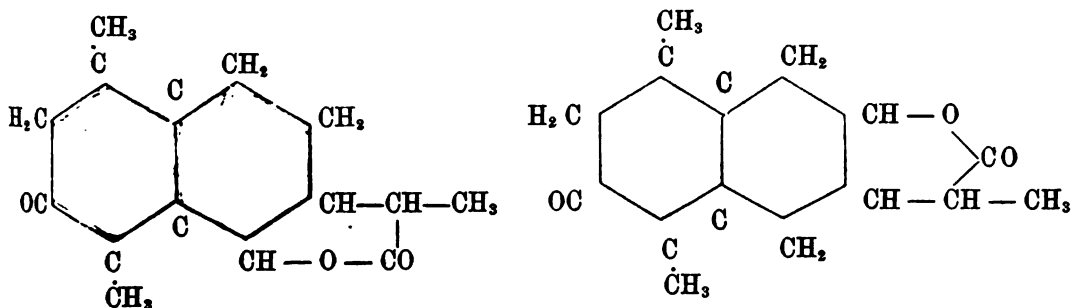
$$C_{15} H_{20} O_3 = C_3 H_6 O_2 + C_{12} H_{12} O + H_2$$

« Non è legittima la conclusione che l'ossidrile fenico di questo naftolo ottenuto è quello stesso che preesisteva negli acidi santonosi e nelle desmatropo-santonine, e perciò al posto del CO della santonina?

« Dunque il CO della santonina è nel nucleo naftalico come l'ossidrile fenico del naftolo che ne deriva.

« I caratteri poi di questo naftolo, il suo trasformarsi nella *α-α'*-dimetilnaftalina e l'equazione sopra indicata sono mirabilmente espressi dalla formola di struttura data agli acidi santonosi:

CH_3
C CH_2
C
HC CH_2
CH_3
HO . C C — CH
C COOH
C CH_2
CH_3

dai quali si ricavano per la santonina le formole:

CH_3 CH_3
C CH_2 C CH_2
C C
H_2C CH_2 $H_2 C$ CH — O
CO
OC CH—CH—CH_3 OC CH — CH — CH_3
C C
C CH — O — CO C CH_2
CH_3 CH_3

« Affinchè il dott. Klein anche questa volta non mi attribuisca cose non dette, stimo prudente qui ripetere che io non affermo che le esperienze di Andreocci da loro sole bastino a dimostrare tutte le particolarità della formola da lui adottata; affermo soltanto che confermano per via direttissima ciò che io e Carnelutti deducemmo dai primi studî sulla santonina, e sopratutto escludono in modo decisivo l'ipotesi del dott. Klein, che ad ogni costo vuol porre il CO nella catena laterale tricarbonica.

« La formola però adottata da Andreocci non è arbitraria, poichè le posizioni relative del CO, del residuo propionico e dell'idrogeno aggiunto nel nucleo naftalico sono state dedotte dalle esperienze di Gucci e Grassi [1] e confermate da quelle di Cannizzaro e Gucci sull'acido fotosantonico [2].

« Riveda il dott. Klein in esteso quelle Memorie e si convincerà che nulla vi è stato affermato che non sia l'espressione fedele dei fatti.

« È qui luogo di difenderci da un rimprovero che il dott. Klein ci rivolge per le variazioni che sono state introdotte nella formole delle santonina durante lo sviluppo delle ricerche [3].

« Dobbiamo qui ripetere la solita canzone: Il dott. Klein giudica senza aver seguìto e letto le successive Memorie che si son pubblicate da me, da Carnelutti, da Gucci, Grassi ed Andreocci.

« Nelle prime pubblicazioni sulla santonina sopra ricordate non si è affermato altro che la santonina era un derivato dell'esaidro-naftalina con un CO cetonico nel nucleo, con due metili in posizione para ($\alpha - \alpha'$) e con una catena laterale residuo dell'acido propionico connessa con legame lattonico. Se qualche volta allora si espressero queste cose con una delle formole possibili che le rappresenti, si è ben tosto fatta l'ampia riserva che non si poteva nulla affermare sulle posizioni relative del CO, della catena laterale propionica, del legame lattonico e degli idrogeni aggiunti nel nucleo naftalico, e si è rimandata la decisione di queste particolarità della struttura della santonina agli studî ulteriori che si veniva compiendo.

« I risultati ottenuti dai lavori di Gucci e Grassi, e di Cannizzaro e Gucci hanno permesso di decidere alcune di tali particolarità; altre, specialmente la struttura della parte della molecola contenente il legame lattonico, sono oggetto di varie ricerche in corso.

« La formola adottata da Andreocci esprime certamente i fatti sinora noti; qualche modificazione potrà subire come sopra è stato cennato, ma non certo alcuna di quelle proposte dal dott. Klein che sono in piena contraddizione coi fatti sinora accertati ed anche colle più comuni analogie chimiche ».

[1] P. Gucci e G. Grassi-Cristaldi, *Sopra alcuni derivati della santonina.* Gazz, chim. ital., vol. XXII, parte I, pag. 1.

[2] S. Cannizzaro e P. Gucci, *Sopra alcuni derivati dell'acido fotosantonico.* R. Accademia dei Lincei. Rendiconti 1892, 2° semestre, pag. 149. Gazz. chim. ital., vol. XXIII, parte I, pag. 286.

[3] Archiv der Pharmacie, Bd. 231, Heft 9 (1893), pag. 703.

Chimica. — *Sulla preparazione della ortobibromoanilina*: [$C_6 . NH_2 . H . Br_2 . H_2$]. Nota del Socio Körner.

« Delle sei bibromoaniline, previste dalle odierne teorie, una sola è rimasta tuttora ignota, ed è la ortobibromoanilina [1 . 2 . 3] (1), la quale potrà probabilmente essere ottenuta mediante opportune trasformazioni della [1 . 3 . 4]-bibromoanilina che io descrissi sin dal 1874 (2) quale prodotto di riduzione del nitroderivato $C_6 NO_2 H. Br_2 H_2$, avuto nitrando la ortobibromobenzina. Ma per poter impiegare questa bibromoanilina [1 . 3 . 4] quale materiale di partenza a fine di giungere a quella ignota, era anzitutto necessario trovare un metodo semplice e breve, basato sull'impiego di un prodotto commerciale e facilmente accessibile, per la preparazione della prima; perchè la via unica finora conosciuta per ottenerla, e da me descritta nel 1874, è assai lunga e costosa, e non soddisfa punto, rispetto al rendimento, a causa dei prodotti accessorî che nelle numerose trasformazioni richieste si formano in quantità non indifferenti.

« Nell'intento di togliere queste difficoltà ho intrapreso i seguenti esperimenti, che hanno condotto ad un metodo facilissimo per ottenere la sopradetta ortobibromoanilina [1 . 3 . 4] in qualsivoglia quantità, bromurando direttamente la metabromoanilina allo stato di derivato acetilico. Quest' ultimo risulta quantitativamente, scaldando per alcune ore la metabromoanilina (che oggi si trova in commercio) col peso uguale di anidride acetica, e cristallizza dall'acqua bollente, nella quale è difficilmente solubile, in lunghi aghi schiacciati, splendentissimi, del punto di fusione 73° a 74°. La metabromoacetanilide è solubilissima nell'alcool, anche a freddo; si scioglie del pari assai facilmente in etere acetico e in etere, e cristallizza da tutti questi solventi in aghi setacei, fusibili come i cristalli risultanti dall'acqua, a 74°.

« Per la preparazione della ortobibromoanilina [1 . 3 . 4] si aggiunge, in una sol volta, alla ora descritta bromoacetanilide (gr. 25), previamente sciolta in acido acetico tiepido (gr. 60), la soluzione di 18,5 gr. di bromo in gr. 30 di acido acetico; si agita, e si espone la miscela, mantenendola tiepida, alla luce solare sino a perfetta scolorazione, che nell'estate avviene in 2 ore circa, mentre nell'inverno richiede un giorno o più. La massa bianca, cristallina risultante (miscela di bibromoacetanilide e di bibromoanilina libera con poca tribromoanilina), aumenta notevolmente dopo aggiunta di acqua; la si raccoglie su filtro, la si lava, e, dopo avervi aggiunto un eccesso di soda caustica, la si sottopone alla distillazione in una corrente di vapor acqueo. Passa un prodotto incoloro, che subito cristallizza e che fonde tra 80°

(1) NH_2 in 1.
(2) Gaz. Chim. It., vol. IV, 370.

e 84°. Questo, essiccato su carta, si scioglie nella minor quantità possibile di alcool bollente, per ottenere, per raffreddamento della soluzione, cristalli prismatici o tabulari, che dopo torchiati e ricristallizzati una sola volta da alcool o da etere, forniscono la ortobibromoanilina [1 . 3 . 4] allo stato di perfetta purezza. Il rendimento oltrepassa il 90 per cento di quello teorico, e non occorre purificare la metabromoacetanilide, ma basta servirsi del prodotto greggio risultante per il riscaldamento della metabromoanilina con anidride acetica e trattamento successivo con acqua calda.

« La bibromoanilina si presenta sotto forma di sottili tavole o prismi incolori, assai solubili in alcool ed etere, specialmente a caldo e meno solubili nella ligroina.

« Fonde a 80°,4 e 80°,5, e dà cogli acidi dei sali facilmente cristallizzabili, fra i quali il solfato è uno dei meno solubili.

« Il derivato acetilico; $C_6H_3Br_2NHC_2H_3O$ è moltosolu bile nell'alcool, meno nell'etere e pochissimo nella ligroina. Si presenta, cristallizzato da questi solventi sotto forma di aghi riuniti in fasci o di sottili prismi sempre corrosi in modo da non permettere misure cristallografiche.

« Fonde a 128°.

« Il biacetilico; $C_6H_3Br_2N(C_2H_3O)_2$, che si ottiene dal precedente per l'azione del cloruro di acetile è poco solubile in alcool, dal quale cristallizza per raffreddamento in pagliette splendentissimi fusibili a 208° scomponendosi.

« La bibromoanilina descritta, scaldata leggermente con soluzione di etere nitroso in alcool assoluto, svolge violentemente azoto e si trasforma in ortobibromobenzina, che si separa dal prodotto della reazione, distillandolo nel vapor acqueo, dopo avervi aggiunto un alcali. In altra Nota ritornerò su questa bibromobenzina e sui suoi derivati, che ora sono divenuti facilmente accessibili e meritano un nuovo studio ».

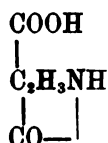
Chimica. — *Azione del joduro metilico sulla dimetilasparagina* (1). Nota del Socio Körner e del prof. A. Menozzi.

« In una Nota precedente, pubblicata nei Rendiconti di quest'Accademia (2), abbiamo descritta una dimetilasparagina ottenuta come uno dei prodotti dell'azione della metilammina sugli eteri fumarico e maleico.

« Ora abbiamo sottoposto questa dimetilasparagina all'azione del joduro metilico allo scopo di constatare se essa si comporti in modo analogo all'asparagina ordinaria, la quale, come è noto, fu studiata a questo riguardo la prima volta da Griess (3). Questi trattando l'asparagina con joduro meti-

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio della R. Scuola di Agricoltura di Milano.
(2) Rendiconti Acc. Lincei. Seduta del 2 Giugno 1889.
(3) Berichte der deutsch. chem. Gesellsch., XI, 2118.

lico in presenza di potassa, ottenne il sale potassico di un acido della composizione $C_4H_5NO_3$ a cui attribuisce la formula razionale

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ C_2H_3NH \\ | \quad | \\ CO— \end{array}$$

Uno studio che di questo acido avemmo occasione di fare ci condusse a stabilire che la sua costituzione sia differente e che esso non sia altro che acido fumarammico. E nel 1883 riferendo intorno all'azione del joduro metilico sulla leucina e sostanze analoghe (1) esponemmo i fatti sperimentali che arrecano la dimostrazione definitiva dell' esattezza del nostro modo di vedere.

« Alla medesima conclusione giungevano, ma un anno più tardi, Michael e Wing (2).

« L'esperimento eseguito sulla dimetilasparagina ha dimostrato che il comportamento di quest'ultima rispetto al joduro di metile in presenza di potassa, è completamente analogo a quello dell'asparagina. Anch'essa ha fornito un acido azotato, che per la sua composizione e sue trasformazioni si deve considerare per acido metilfumarammico.

« Il trattamento fu eseguito nel modo solito, facendo agire successivamente sopra 1 mol. di dimetilasparigina, sciolta in potassa (1 mol.) in presenza di alcool metilico, 3 mol. di joduro metilico e altre 2 mol. di potassa. La reazione comincia già a freddo, con produzione di calore. Alla fine si ottengono tre prodotti: joduro potassico, joduro di tetrametilammonio, che in parte si depositano, ed il sale potassico del nuovo acido.

« Il sale potassico contenuto nel liquido, fu separato dagli altri due sali, col portar a secco il liquido stesso, riprendendo poscia il residuo più volte con alcool assoluto, che esporta gli altri prodotti e lascia il sale potassico quasi puro. Si completa la purificazione cristallizzando il residuo da acqua.

« Aggiungendo dell'acido cloridrico alla soluzione acquosa di questo sale potassico, il nuovo acido si deposita in cristalli facilmente solubili nell'acqua calda e poco nella fredda. La sostanza fu cristallizzata più volte dall'acqua. Si separa dalla soluzione sotto forma di prismi allungati lucenti, che fondono a 208° C. Sono anidri.

« All' analisi l'acido ha dato dei numeri che conducono alla formula $C_5H_7NO_3$.

gr. 0,2264 di sostanza diedero C. C. 22,4 di azoto a 25° C. e sotto 750 m. m.;
gr. 0,2565 di sostanza fornirono gr. 0,1470 di acqua e gr. 0,3986 di CO_2.

(1) Rendiconti Istit. Lomb. 1883, seduta dell' 11 gennajo.
(2) Journal, American Chemical, VI, 419, 1884.

« Da ciò si ha:

	trovato	teorico per $C_6H_7NO_3$
C p. c.	46,36	46,51
H »	5,71	5,43
N »	10,89	10,85

gr. 9,799 di soluzione acquosa satura a 10° C hanno dato un residuo di gr. 0,0581.

« Per cui 100 p. di acqua a 10° sciolgono 0,586 di acido.

« Il sale potassico ($COOK.CH.CH.CONH.CH_3$) cristallizza dall'acqua, in cui è molto solubile, sotto forma di prismi trasparenti e splendenti.

« L'esame cristallografico di detto sale, eseguito dal dott. Artini, ha dato i seguenti risultati:

« Sistema triclino:

$$\alpha = 85°,32'$$
$$\beta = 94°,56'$$
$$\gamma = 73°,19$$
$$a : b : c = 0,692 : 1 : 0,441$$

« Forme osservate: }100{, }010{, }001{, 011{, }110{, }1$\bar{1}$0{, }$\bar{1}$11{

« Cristalli incolori, allungati spesso secondo 001.

« Sfaldatura non osservata ».

« Il sale sodico $COONa.CH.CH.CONH.CH_3$ è molto solubile nell'acqua. Si separa dalla soluzione concentrata in laminette trasparenti che all'analisi hanno dato i seguenti risultati:

gr. 0,3458 di sale perdettero a 110 gr. 0,0008 di acqua.

gr. 0,3450 di sale essiccato a 110 diedero gr. 0,1618 di solfato sodico.

« Da cui:

	trovato	calcolato
Na p. c.	15,14	15,06

« La soluzione del sale potassico non precipita nè con cloruro di bario, nè con acetato di piombo, nè con solfato di rame. Con cloruro di cadmio depone dopo qualche tempo il sale di cadmio, cristallino. Fornisce, col nitrato di argento, anche in soluzione diluita, un precipitato bianco, polverulento amorfo, che non si altera alla luce.

« L'etere metilico, ottenuto per l'azione del joduro metilico sul sale argentico, cristallizza in aghi lucenti, assai solubili nell'alcool metilico, meno in etere. Comincia ad alterarsi a 138° per fondere completamente a 150°.

« Una determinazione di azoto diede:

gr. 0,2770 di etere fornirono C. C. 22,8 di azoto a 14,5° C.

e sotto 762,6 mm. di pressione, corrispondenti a azoto gr. 0,0269.

« Da ciò si ha

	trovato	calcolato
Azoto per cento	9,71	9,79

« Per meglio precisare la natura dell' acido ora descritto lo abbiamo fatto bollire con soluzione acquosa di potassa raccogliendo la metilammina in acido cloridrico e trattando indi il distillato, dopo eliminazione dell' eccesso di acido cloridrico, con cloruro platinico. Il sale di platino risultante, per aspetto e solubilità, lo abbiamo riconosciuto pel cloroplatinato di metilammina. All'analisi ha fornito questi risultati:
gr. 0,2076 di sale hanno dato gr. 0,0852 di platino.

« Da cui:

	trovato	calcolato
Platino per cento	41,04	41,29

« D'altra parte il liquido alcalino residuo della distillazione soprasaturato con acido cloridrico ha separato acido fumarico.

« Dai quali fatti risulta in modo indubbio che l'acido in quistione è realmente acido metilfumarammico.

« Il nostro acido pel punto di fusione e per l'abito differisce notevolmente da quello descritto sotto lo stesso nome dal Giustiniani [1], e siccome non rimane dubbio alcuno sulla natura del nostro, quello avuto dal signor Giustiniani, qualora sia stato puro, non può essere acido metilfumarammico, ma deve avere una costituzione differente ».

Meccanica. — *Del moto di rotazione dei corpi rigidi.* Nota del Corrispondente E. PADOVA.

« Le Memorie della sig.ª Kowalewsky inserite nei tomi XII e XIV degli *Acta Mathematica* non escludono la possibilità che, variando opportunamente la funzione potenziale delle forze attive, che agiscono sopra un corpo rigido girevole attorno ad un punto fisso, non si possa pervenire ad un terzo integrale primo algebrico, oltre ai due ben noti delle aree e delle forze vive, collo stesso processo che si segue pei corpi pesanti. Dimostrerò ora che ciò non ha luogo, che cioè se con quel metodo o con un altro analogo, che può considerarsi come una estensione di quello, si cercano le condizioni sotto le quali si può avere un terzo integrale, colla sola ipotesi che la funzione potenziale sia reale, si è sempre ricondotti al caso considerato dalla sig.ª Kowalewsky; ma tolta la restrizione, pur necessaria nella meccanica, che la funzione potenziale sia reale, si presenta un caso nuovo nel quale si ottiene un terzo integrale primo algebrico.

« Adottando come coordinate indipendenti gli angoli di Euler e supponendo che, oltre all' integrale delle forze vive, si abbia quello delle aree

[1] Gazzetta Chimica, 22, 171.

pel piano xy, la funzione potenziale U non potrà contenere la variabile ψ e quindi le equazioni del moto assumeranno la forma

$$(1)\quad \begin{cases} A\dfrac{dp}{dt}=(B-C)\,qr+\dfrac{\operatorname{sen}\varphi\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta}\dfrac{\partial U}{\partial\varphi}-\cos\varphi\dfrac{\partial U}{\partial\vartheta}\\ B\dfrac{dq}{dt}=(C-A)\,pr+\dfrac{\cos\varphi\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta}\dfrac{\partial U}{\partial\varphi}+\operatorname{sen}\varphi\dfrac{\partial U}{\partial\vartheta}\\ C\dfrac{dr}{dt}=(A-B)\,pq+\dfrac{\partial U}{\partial\varphi}\end{cases}$$

dalle quali si ha

$$(2)\quad A\frac{d(p+iq)}{dt}+i\,(B-A)\frac{dq}{di}=-ir\,[(A-C)(p+iq)+i\,(B-A)\,q]+ \\ +ie^{-i\varphi}\cos\vartheta\left(\frac{1}{\operatorname{sen}\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}+\frac{i}{\cos\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\vartheta}\right),$$

perchè il prodotto del primo membro per una funzione f di ϑ, φ, p, q possa essere la derivata rapporto al tempo del prodotto di f pel coefficiente di $-ir$ nel secondo membro, è necessario che sia o $C=0$, o $B=A$; escludiamo il primo caso, che corrisponderebbe al problema del moto di una retta, il quale dipende da due sole variabili e supponiamo $A=B$. Moltiplichiamo allora la (2) per l'equazione

$$p+iq=-\frac{ie^{-i\varphi}\operatorname{sen}\vartheta}{\cos\vartheta}\,r-\frac{1}{\cos\vartheta}\frac{d}{dt}(e^{-i\varphi}\operatorname{sen}\vartheta),$$

che resulta immediatamente dalle equazioni

$$p=\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\vartheta\psi'-\cos\varphi\vartheta',\quad q=\cos\varphi\operatorname{sen}\vartheta\psi'+\operatorname{sen}\varphi\vartheta',\quad r=\varphi'-\cos\vartheta\psi',$$

ed avremo

$$\frac{A}{2}\frac{d(p+iq)^2}{dt}=-ir\,(A-C)\,(p+iq)^2+ \\ +\left[-ir\operatorname{sen}\vartheta\,e^{-i\varphi}-\frac{d}{dt}(\operatorname{sen}\vartheta\,e^{-i\varphi})\right]e^{-i\varphi}\left(\frac{i}{\operatorname{sen}\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\vartheta}-\frac{1}{\cos\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\vartheta}\right).$$

Questa equazione non potrà darci la derivata di una certa funzione uguale alla funzione stessa moltiplicata per $-ir$ a meno che non sia $A=2C$ e costante il prodotto

$$ie^{-i\varphi}\left(\frac{1}{\operatorname{sen}\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}+\frac{i}{\cos\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\vartheta}\right);$$

se $a+bi$ è questa costante ed U è reale questa equazione si scinderà nelle due

$$\frac{\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}-\frac{\cos\varphi}{\cos\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\vartheta}=a,\quad \frac{\cos\varphi}{\operatorname{sen}\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}+\frac{\operatorname{sen}\varphi}{\cos\vartheta}\frac{\partial U}{\partial\vartheta}=b$$

le quali danno

$$U=-a\operatorname{sen}\vartheta\cos\varphi+b\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\varphi.$$

La funzione delle forze è quella della gravità e ritorniamo al caso considerato dalla sig.[a] Kowalewsky.

« Moltiplichiamo invece la terza delle (1) per i ed aggiungiamola alla seconda, vedremo come precedentemente che due momenti d' inerzia devono essere uguali fra loro, cioè $B = C$, e si avrà

$$B\frac{d(q+ir)}{dt} = -ip(B-A)(q+ir) + \frac{\partial U}{\partial \varphi}\left(\frac{\cos\varphi\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta} + i\right) + \frac{\partial U}{\partial \vartheta}\operatorname{sen}\varphi\,;$$

d'altra parte abbiamo

$$q + ir = \operatorname{sen}\varphi.\vartheta' + (\cos\varphi\operatorname{sen}\vartheta - i\cos\vartheta)\psi' + i\varphi'$$

$$= \frac{1}{\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\vartheta}\left[p(\cos\varphi\operatorname{sen}\vartheta - i\cos\vartheta) - i\frac{d}{dt}(\cos\varphi\operatorname{sen}\vartheta - i\cos\vartheta)\right]$$

quindi

$$\frac{B}{2}\frac{d(q+ir)^2}{dt} = -ip(B-A)(q+ir)^2 +$$

$$+\left[-ip(\cos\varphi\operatorname{sen}\vartheta - i\cos\vartheta) - \frac{d}{dt}(\cos\varphi\operatorname{sen}\vartheta - i\cos\vartheta)\right]\cdot$$

$$\cdot\frac{i}{\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\varphi}\left[\frac{\partial U}{\partial \varphi}\left(\frac{\cos\varphi\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta} + i\right) + \frac{\partial U}{\partial \vartheta}\operatorname{sen}\varphi\right]\cdot$$

Ora se si vuole che il prodotto degli ultimi due fattori dell'ultimo termine sia costante e che U, oltre all'essere reale non sia indipendente da φ, è necessario che si abbia

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = b\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\varphi\,, \quad \frac{\partial U}{\partial \varphi}\frac{\cos\varphi\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta} + \frac{\partial U}{\partial \vartheta}\operatorname{sen}\varphi = 0,$$

donde

$$U = -b\operatorname{sen}\vartheta\cos\varphi\,,$$

ritorniamo al caso in cui le forze sono dovute alla gravità; si ha inoltre $C = B = 2A$ e quindi

$$\frac{d}{dt}\log\left[(q+ir)^2 - b(\cos\varphi\operatorname{sen}\vartheta - i\cos\vartheta)\right] = -ip\,,$$

vale a dire

$$\frac{d}{dt}\log\left[(q+ir)^2 + b(\gamma_2 + i\gamma_3)\right] = -ip\,,$$

si ritrova l' integrale della sig.[a] Kowalewsky con un semplice cangiamento di notazioni.

« Ma estendiamo questo metodo; cominciamo per ciò dall'osservare che se due momenti d' inerzia sono tra loro uguali, per es. $A = B$, se la funzione delle forze è indipendente da ψ e se i termini di grado più elevato nelle derivate p_1, p_2, p_3 della funzione caratteristica in un integrale algebrico si possono raccogliere sotto la forma $\alpha(p^2 + q^2)^m$, il coefficiente α è

costante. Infatti se una equazione algebrica $H_2 = h_2$ costituisce un sistema jacobiano colle due

$$H \equiv T - U = h \qquad H_1 \equiv p_3 = h_1,$$

dovranno costituire un sistema in involuzione con queste due tanto l'insieme dei termini di grado pari di H_2, quanto quello dei termini di grado dispari, di più ponendo separatamente uguali a zero i coefficienti della funzione alternata $(H, \alpha(p^2 + q^2)^m)$, si riconosce che α, certamente indipendente da ψ, deve essere costante. Potremo quindi in un integrale algebrico, il cui termine di grado più elevato abbia la forma $\alpha(p^2 + q^2)^m$, supporre il coefficiente α uguale ad 1 e gli altri termini dovranno rispetto alle p_1, p_2, p_3 e quindi anche rispetto alle p, q, r, che sono linearmente collegate con quelle, essere di ordine $2m - 2$, $2m - 4, \ldots$. Ciò posto vediamo se e quando si potrà avere un integrale algebrico della forma

$$[(p + iq)^m + \alpha_1 (p + iq)^{m-2} + \cdots][(p - iq)^m + \alpha_2 (p - iq)^{m-2} + \cdots] = k^2$$

ove $\alpha_2, \ldots$ sono le quantità complesse coniugate di $\alpha_1, \ldots$; questo avverrà quando la derivata rapporto al tempo di ciascun fattore si riduca, in forza delle (1), al fattore stesso moltiplicato per una quantità puramente immaginaria. Se si suppone m dispari è facile vedere che U dovrebbe essere costante; supponiamo quindi m pari e per fissare le idee uguale a 4. Per brevità poniamo $x_1 = p + iq$, $x_2 = p - iq$, $y_1 = -i \operatorname{sen} \vartheta \, e^{-i\varphi}$, $y_2 = i \operatorname{sen} \vartheta \, e^{i\varphi}$, dovremo avere

$$\frac{d}{dt}[x_1^4 + \alpha_1 x_1^2 + \beta_1] = i\lambda (x_1^4 + \alpha_1 x_1^2 + \beta_1)$$

ossia per le (1), ove si faccia $A = B$,

$$(3) \qquad -4i \frac{A - C}{A} x_1^4 r - 2\alpha_1 ir \frac{A - C}{A} \alpha_1^2 + \alpha'_1 x_1^2 + \beta'_1 +$$
$$+ (4x_1^3 + 2\alpha_1 x_1) \frac{ie^{-i\varphi}}{A \operatorname{sen} \vartheta} \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} \cos \vartheta + i \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \operatorname{sen} \vartheta \right) = i\lambda (x_1^4 + \alpha_1 x_1^2 + \beta_1)$$

quindi $\lambda = -4 \frac{A - C}{A} r$, e poichè è

$$x_1 \cos \vartheta = r y_1 - i y'_1$$

sarà, uguagliando i coefficienti di x_1^2 nei due membri,

$$-4ir \frac{A - C}{A} \alpha_1 = \alpha'_1 - 2ir \frac{A - C}{A} \alpha_1 +$$
$$+ 4 \frac{ie^{-i\varphi}}{A \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta} \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} \cos \vartheta + i \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \operatorname{sen} \vartheta \right) (r y_1 - i y'_1)$$

e, poichè la ψ' non apparisce che in r in questa equazione, dovremo avere separatamente

$$(A-C)\,\alpha_1+2e^{-i\varphi}\left(\frac{\partial U}{\partial \varphi}\frac{1}{\operatorname{sen}\vartheta}+\frac{\partial U}{\partial \vartheta}\frac{i}{\cos\vartheta}\right)y_1=0\,,$$

$$\alpha'_1+\frac{4e^{-i\varphi}}{A}\left(\frac{\partial U}{\partial \varphi}\frac{1}{\operatorname{sen}\vartheta}+\frac{\partial U}{\partial \vartheta}\frac{i}{\cos\vartheta}\right)y'_1=0\,,$$

dalle quali si ha, dividendo l'una per l'altra,

$$\frac{2y'_1}{y_1}=\frac{A}{A-C}\frac{\alpha'_1}{\alpha_1}\,,$$

d'onde

$$\alpha_1=c_1\,y_1^{2\frac{A-C}{A}}\,,$$

ove c_1 è una costante d'integrazione, quindi sarà

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\vartheta}\frac{\partial U}{\partial \varphi}+\frac{i}{\cos\vartheta}\frac{\partial U}{\partial \vartheta}=-\frac{A-C}{2}\,c_1\,e^{i\varphi}\,y_1^{\frac{A-2C}{A}}$$

ossia, ponendo per brevità $\frac{A-2C}{A}=s$, se U è una funzione reale,

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi}=-c_1\frac{A-C}{2}\operatorname{sen}^{s+1}\vartheta\,.\cos\left(s\frac{\pi}{2}-s\varphi+\varphi\right),$$

$$\frac{\partial U}{\partial \vartheta}=-c_1\frac{A-C}{2}\operatorname{sen}^{s}\vartheta\,.\cos\vartheta\operatorname{sen}\left(s\frac{\pi}{2}-s\varphi+\varphi\right),$$

i due secondi membri non possono rappresentare le derivate di una stessa funzione, a meno che non sia $s=0$, ossia $A=2C$ ed allora sarà

$$U=-c_1\frac{A-C}{2}\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\varphi.$$

Confrontando poi i coefficienti di $x_1^{\,9}$ nella (3) si ottiene $\beta_1=\frac{\alpha_1^{\,2}}{4}$; quindi il nostro integrale assume la forma

$$\left(x_1^{\,2}+\frac{\alpha_1}{2}\right)^2\left(x_2^{\,2}+\frac{\alpha_2}{2}\right)^2=k^2$$

e si riconosce che non è che il quadrato dell'integrale trovato dalla sig.ª Kowalewsky.

« Se si assume come funzione delle forze

$$U=-\frac{a+bi}{2}(\gamma_1+i\gamma_2)=\frac{ie^{-i\varphi}}{2}\operatorname{sen}\vartheta\,(a+bi)$$

si riconosce facilmente che oltre all'integrale delle forze vive ed a quello delle aree pel piano xy, ha luogo il terzo integrale algebrico

$$(p^2+q^2)^2+(p+iq)^2\,(b-ia)\,e^{i\varphi}\operatorname{sen}\vartheta=k$$

ma in questo caso la funzione delle forze contiene termini immaginari ».

Geodesia. — *Sulla espressione della gravità alla superficie del geoide, supposto ellissoidico.* Nota del prof. PAOLO PIZZETTI, presentata dal Socio BELTRAMI.

« In due Memorie pubblicate nel 1849, il sig. Stokes (1) ha mostrato come si possa determinare il potenziale della massa terrestre, e quindi il valore della gravità, in ciascun punto della superficie della terra o fuori di essa, senza fare alcuna ipotesi intorno al modo di variare della densità nell'interno del globo; purchè si conosca la massa totale della terra, e si ammetta, coma dato di osservazione, che la superficie di essa sia superficie di equilibrio e possa, con sufficiente precisione, ritenersi ellissoidica di rivoluzione, coll'asse coincidente con quello della rotazione diurna.

« La deduzione di Stokes, e la conseguente dimostrazione che Egli dà del famoso *teorema di Clairaut*, sono soltanto approssimate, trascurandovisi quelle che possiam chiamare quantità piccole del 2° ordine, dove si intendano quantità piccole del 1° ordine lo schiacciamento terrestre e il rapporto fra la forza centrifuga equatoriale e la gravità media. Vogliamo qui ricercare l'espressione esatta del potenziale dell'attrazione terrestre, e quindi la esatta relazione fra la gravità polare e la equatoriale, nell'ipotesi che il geoide possa ritenersi confuso con un ellissoide di rotazione schiacciato, il cui asse minore coincida con quello della rotazione diurna.

« In un'altra Nota estenderemo la ricerca al caso dell'ellissoide a tre assi disuguali.

« § 1. Premettiamo qualche considerazione generale. Si consideri un sistema materiale Σ attraente secondo la legge newtoniana, e ruotante con velocità angolare ω attorno ad un asse (che assumeremo come asse x in un sistema cartesiano ortogonale). Chiameremo *gravità* in un punto P la risultante dell'attrazione e della così detta forza centrifuga, per una massa *uno* concentrata in P, e diremo *superficie d'equilibrio* una superficie, per ciascun punto della quale la normale segni la direzione della gravità, o, in altri termini, una superficie, sulla quale si abbia:

$$(\alpha) \qquad f\,V + \frac{\omega^2}{2}(y^2 + z^2) = costante,$$

dove V è il potenziale del sistema Σ sul punto $(x\,y\,z)$, ed f è la costante dell'attrazione.

(1) *On attractions and on Clairaut's Theorem.* — *On the variation of gravity at the surface of the Earth.* Vedi: Mathematical and physical papers by G. G. Stokes, vol. II, pag. 104, 131.

« Quando è data la massa M del sistema Σ, e si conosce una superficie chiusa S di equilibrio, il potenziale V, e quindi la gravità, restano determinati per ciascun punto esterno ad S, o sopra S, indipendentemente da qualsiasi ipotesi sulla interna distribuzione della massa [1]. La effettiva valutazione di V si eseguisce immediatamente, quando si conosca: 1° il potenziale esterno V_0 di un particolar sistema Σ_0, di massa M_0, interno ad S, pel quale la S sia superficie di equilibrio, ossia pel quale si abbia, sulla S:

$$(\beta) \qquad f V_0 + \frac{\omega^2}{2}(y^2 + z^2) = costante\,,$$

2° il potenziale esterno v di un sistema σ, di massa μ, interno ad S, pel quale sia

$$(\gamma) \qquad v = costante$$

sulla superficie S (ossia pel quale la S sia *superficie di livello* nel senso ordinario). Allora pel sistema Σ, di massa M, pel quale la S è superficie di equilibrio, tenuto conto della velocità di rotazione ω, il potenziale esterno V è dato da:

$$(1) \qquad V = V_0 + (M - M_0)\frac{v}{\mu}\,.$$

« Infatti questa funzione V soddisfa all'equazione $\Delta_2 V = 0$ per tutti i punti esterni ad S, perchè V_0, v soddisfanno a questa stessa equazione. Chiamando poi r la distanza di un punto dall'origine delle coordinate, si ha, crescendo r infinitamente:

$$\lim(r\, V_0) = M_0\ , \ \lim(r\, v) = \mu$$

Quindi, per la (1)

$$\lim(r\, V) = M\,.$$

« La funzione V definita dalla (1) esprime dunque veramente il potenziale della massa M pei punti esterni ad S. Di più, per tutti i punti della S, essa soddisfà alla (α) in forza delle (β) (γ).

« La V data dalla (1) soddisfà dunque a tutte le condizioni che caratterizzano, in modo unico, la cercata funzione potenziale V del sistema Σ.

« §. 2. Le componenti delle gravità secondo gli assi, cangiate di segno, saranno dunque:

$$(2) \qquad \begin{cases} X = -f\dfrac{\partial V_0}{\partial x} - (M - M_0)f\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial v}{\partial x}\,, \\[2ex] Y = -f\dfrac{\partial V_0}{\partial y} - (M - M_0)f\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial v}{\partial y} - \omega^2 y\,, \\[2ex] Z = -f\dfrac{\partial V_0}{\partial z} - (M - M_0)f\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial v}{\partial z} - \omega^2 z\,. \end{cases}$$

[1] Questo teorema si trova enunciato, benchè sotto forma un po' diversa, nella prima delle citate Memorie di Stokes. Il sig. Poincaré ne ha dato una accurata dimostrazione. Vedi per esempio: Tisserand, *Mécanique céleste*, II, pag. 324.

« E, per un punto della superficie S, chiamando dn un elemento della normale interna, il valore della gravità sarà:

$$G = f\frac{\partial V_0}{\partial n} + (M - M_0) f \frac{1}{\mu}\frac{\partial v}{\partial n} + \omega^2\left(y\frac{\partial y}{\partial n} + z\frac{\partial z}{\partial n}\right) .$$

Se si scrivono, con questa formola, le espressioni G_1, G_2 della gravità per due diversi punti della S, è chiaro che si potrà, dalle due relazioni così ottenute, dedurre *una relazione lineare fra* G_1 *e* G_2, *nella quale non figuri la massa* M. La formola che esprime il celebre teorema di Clairaut è appunto una relazione di questa sorta.

« § 3. Se si ammette che il geoide possa essere identificato con un ellissoide S di rivoluzione schiacciato, il cui asse minore coincida con quello della rotazione diurna, l'espressione della gravità in un punto esterno si può avere facilmente in base alla precedenti considerazioni. Basta assumere come sistema Σ_0 la massa *omogenea* limitata dall'ellissoide S e di densità ϱ determinata in guisa, che la S sia superficie di equilibrio, per una rotazione di velocità angolare ω attorno all'asse minore. La determinazione di ϱ, e quindi di M_0, si ottiene subito dalla nota teoria degli ellissoidi omogenei. E come sistema σ si può assumere uno strato (o più strati) interno all'ellissoide S di spessore infinitesimo e racchiuso fra due ellissoidi simili dei quali uno sia omofocale ad S.

« Chiamando a, b, b i semiassi dell'ellissoide S, avremo, colle notazioni precedenti, e ricordando le note formole per l'attrazione degli ellissoidi:

$$V_0 = \pi \varrho a b^2 \int_\lambda^\infty \left(1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2+z^2}{b^2+s}\right)\frac{ds}{(b^2+s)\sqrt{a^2+s}} , \tag{3}$$

$$M_0 = \frac{4}{3}\pi \varrho a b^2 . \tag{4}$$

« Il rapporto fra il potenziale v, per un punto esterno, e la massa μ di uno strato ellissoidico, limitato da superficie simili, interno ed omofocale all'ellissoide di semiassi $a\ b\ c$, è generalmente

$$\frac{1}{2}\int_\lambda^\infty \frac{ds}{\sqrt{(a^2+s)(b^2+s)(c^2+s)}}$$

Quindi, per noi

$$\frac{v}{\mu} = \frac{1}{2}\int_\lambda^\infty \frac{ds}{(b^2+s)\sqrt{a^2+s}} . \tag{5}$$

In queste formole, λ è la maggior radice della equazione

$$\frac{x^2}{a_2+\lambda} + \frac{y^2}{b^2+\lambda} + \frac{z^2}{c^2+\lambda} = 1 \tag{6}$$

dove per le (3) e (5) bisogna fare $b = c$.

« Derivando le (3) (5) rispetto alle coordinate, coll'osservare che λ è funzione di x, y, z determinata dalla (6), dove si ponga $b = c$, si ottiene, eseguite le integrazioni:

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial V_0}{\partial x} = -\dfrac{4\pi \varrho a b^2 x}{(b^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}} (E - \text{arc tg } E)\,, \\[2ex] \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial V_0}{\partial y} = \dfrac{1}{z}\dfrac{\partial V_0}{\partial z} = -\dfrac{2\pi \varrho a b^2}{(b^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}} (\text{arc tg } E = \dfrac{E}{1 + E^2}\,, \end{cases}$$

$$(8)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{-x}{P^2 (b^2 + \lambda)(a^2 + \lambda)^{\frac{3}{2}}}\,, \\[2ex] \dfrac{1}{\mu y}\dfrac{\partial v}{\partial y} = \dfrac{1}{\mu z}\dfrac{\partial v}{\partial z} = \dfrac{-1}{P^2 (b^2 + \lambda)^2 (a^2 + \lambda)^{\frac{1}{2}}}\,, \end{cases}$$

dove si è posto:

$$(9)\quad E = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{a^2 + \lambda}}$$

$$(10)\quad P^2 = \frac{x^2}{(a^2 + \lambda)^2} + \frac{y^2 + z^2}{(b^2 + \lambda)^2}\,.$$

« § 4. Eseguendo nelle (3) (5) le integrazioni, e sostituendo nella (1) le espressioni di V_0, M_0, $\frac{v}{\mu}$, abbiamo così l'espressione del potenziale dell'attrazione terrestre per qualsiasi punto esterno, nell'ipotesi che la superficie d'equilibrio esteriore sia un ellissoide di semiassi a, b, b, dei quali il primo coincidente coll'asse di rotazione diurna:

$$V = (M + \frac{2}{3}\pi \varrho a b^2)\frac{\text{arc tg } E}{\sqrt{b^2 - a^2}} - \frac{2\pi \varrho a b^2}{(b^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}}(E - \text{arc tg } E)\, x^2 -$$
$$- \frac{\pi \varrho a b^2}{(b^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}}\left(\text{arc tg } E - \frac{E}{1 + E^2}\right)(y^2 + z^2)\,,$$

dove M è la massa terrestre; e ϱ è determinato dalla condizione che, per una massa ellissoidica omogenea di semiassi a, b, b e densità ϱ, ruotante con velocità angolare ω attorno all'asse minore a, la superficie esterna sia di equilibrio. Una tale condizione è espressa, com'è notissimo, da:

$$(11)\quad \frac{\omega^2}{2\pi f \varrho} = \frac{3 + \varepsilon^2}{\varepsilon^3}\,\text{arc tg } \varepsilon - \frac{3}{\varepsilon^2}\,,$$

dove

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a}\,.$$

« Sostituendo nelle (2) le espressioni (7) (8) si avrebbero le componenti della gravità per ogni punto esterno dell'ellissoide. Noi, per risparmio di spazio, ci limiteremo a scrivere le componenti $X_0\,Y_0\,Z_0$ della gravità per un punto della superficie S dell'ellissoide. Basterà porre nelle (7) (8) $\lambda=0$, ε in luogo di E e in luogo di P^2:

$$P_0^2=\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2+z^2}{b^4}\,. \tag{12}$$

Eliminando a per mezzo della

$$a=\frac{b}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}\,,$$

e ponendo per semplicità:

$$A=\frac{1+\varepsilon^2}{\varepsilon^3}(\varepsilon-\operatorname{arc\,tg}\varepsilon)-\frac{1}{3}\,, \tag{13}$$

abbiamo finalmente:

$$\begin{aligned}\frac{X_0}{x}&=\frac{Mf(1+\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}}{b^5\,P_0^2}-4\pi\varrho f\left(\frac{1+\varepsilon^2}{3\,b^2\,P_0^2}-\frac{1}{3}-A\right)\,,\\ \frac{Y_0}{y}=\frac{Z_0}{z}&=\frac{Mf\sqrt{1+\varepsilon^2}}{b^5\,P_0^2}-2\pi\varrho f\left(\frac{2}{3\,b^2\,P_0^2}-\frac{2}{3}+A\right)-\omega^2\,.\end{aligned} \tag{14}$$

« Ricordando le espressioni dei coseni di direzione della normale all'ellissoide, si verifica tosto che l'ellissoide S è superficie d'equilibrio, se la (11) è soddisfatta. Invero per l'equilibrio dovrà aversi

$$\frac{X}{x(1+\varepsilon^2)}=\frac{Y}{y}=\frac{Z}{z}.$$

La seconda di queste eguaglianze è soddisfatta dalle (14). Affinchè anche la prima lo sia, bisogna che:

$$2\pi\varrho f\left(\frac{2}{3}-A\right)-\omega^2=\frac{4\pi\varrho f}{1+\varepsilon^2}\left(\frac{1}{3}+A\right)\,,$$

donde, sostituendo per A la sua espressione (13), si ricade sulla (11).

« § 5. — Esprimiamo le coordinate x, y, z di un punto della superficie S per mezzo della latitudine e della longitudine geografiche, φ e v. Avremo:

$$\begin{aligned}x&=\frac{b\,.\,\mathrm{sen}\,\varphi}{\sqrt{1+\varepsilon^2}\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2\varphi}}\,,\\ \frac{y}{\cos v}=\frac{z}{\mathrm{sen}\,v}&=\frac{b\sqrt{1+\varepsilon^2}\,.\cos\varphi}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2\varphi}}\,,\end{aligned} \tag{15}$$

supposto che la longitudine v si conti a partire dal piano $x\,y$. Avremo allora:

$$\frac{1}{P_0^2}=b^2\frac{1+\varepsilon^2\cos^2\varphi}{1+\varepsilon^2}\,. \tag{16}$$

Porremo anche:

$$\frac{3+\varepsilon^2}{\varepsilon^3}\operatorname{arc\,tg}\varepsilon - \frac{3}{\varepsilon^2} = \frac{2A}{B}, \tag{17}$$

per modo che la (11) diverrà:

$$4\pi\varrho f = \omega^2 \frac{B}{A}.$$

« Per mezzo di questa e della (16), le (14) diventano

$$\frac{X_0}{x} = \frac{Mf}{b^3}\sqrt{1+\varepsilon^2}\,(1+\varepsilon^2\cos^2\varphi) + \omega^2 B\left(1 - \frac{\varepsilon^2 . \cos^2\varphi}{3A}\right)$$

$$\frac{Y_0}{y} = \frac{Z_0}{z} = \frac{Mf}{b^3\sqrt{1+\varepsilon^2}}(1+\varepsilon^2\cos^2\varphi) - \omega^2\left(1 + \frac{B}{2} - \frac{\varepsilon^2 . \operatorname{sen}^2\varphi . B}{3A(1+\varepsilon^2)}\right)$$

« La gravità G nel punto $(x\ y\ z)$ dell'ellissoide potrà esprimersi con:

$$G = \frac{X_0}{x}\, x \operatorname{sen}\varphi + \frac{y_0}{y}(y\cos\varphi\cos v + z\cos\varphi\operatorname{sen} v)$$

ovvero tenendo conto delle (15) (18)

$$G\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2\varphi} = \frac{Mf}{b^2}(1+\varepsilon^2\cos^2\varphi) + \tag{19}$$
$$+ \frac{\omega^2 . b . B}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}\left(1 - \frac{3+\varepsilon^2}{2}\cos^2\varphi\right) - \omega^2 b\cos^2\varphi\sqrt{1+\varepsilon^2};$$

ed è questa l'esatta espressione della gravità alla latitudine φ, sulla superficie del Geoide, quando questa superficie si supponga confusa con un ellissoide di rotazione nel modo che si è detto. Una tale espressione è indipendente, da qualsiasi ipotesi sul modo di variare della densità nell'interno. La quantità B è data, per le precedenti formole, da

$$B = \frac{2(1+\varepsilon^2)(\varepsilon - \operatorname{arc\,tg}\varepsilon) - \frac{2}{3}\varepsilon^3}{(3+\varepsilon^2)\operatorname{arc\,tg}\varepsilon - 3\varepsilon},$$

La quantità ε è legata alla ordinaria eccentricità e dalla relazione

$$\varepsilon = \frac{e}{\sqrt{1-e^2}}.$$

« Se l'eccentricità è piccola, come nel caso della Terra, conviene sviluppare in serie le espressioni di A, $\frac{A}{B}$ e B:

$$A = \frac{2}{15}\varepsilon^2 - \frac{2}{35}\varepsilon^4 + \cdots \pm \frac{2\varepsilon^{2n-2}}{(2n-1)(2n+1)} \pm \cdots$$

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{15}\varepsilon^2 - \frac{4}{35}\varepsilon^4 + \cdots \pm \frac{4(n-1)\varepsilon^{2n-2}}{(2n-1)(2n+1)} \mp \cdots$$

$$B = 1 + \frac{3}{7}\varepsilon^2 - \frac{16}{147}\varepsilon^4 + \cdots$$

E sostituendo nelle (19):

$$G = \frac{Mf}{b^2}\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2\varphi} + \omega^2 b\left(1 - \frac{5}{2}\cos^2\varphi\right) -$$

$$- \frac{\omega^2 b\varepsilon^2}{28}(2 + 39\cos^2\varphi - 35\cos^4\varphi) + \cdots$$

dove i termini non scritti sono dell'ordine di $\omega^2\varepsilon^4, \omega^2\varepsilon^6$, ecc.

« § 6. — Ricavando dalla (19) le espressioni della gravità al polo e all'equatore, che indicheremo rispettivamente con G_p e G_e, ed eliminando la massa M fra le due formole così ottenute, abbiamo:

$$G_p\sqrt{1+\varepsilon^2} - G_e = \omega^2 b\left(\frac{3}{2}B + 1\right).$$

« Introducendo lo schiacciamento s dato dalla formola

$$s = \frac{b-a}{b} = \frac{\sqrt{1+\varepsilon^2}-1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}},$$

e dividendo per G_p, si ottiene:

$$\frac{G_p - G_e}{G_p} + \frac{s}{1-s} = \frac{\omega^2 b}{G_p}\left\{\frac{3}{2}B + 1\right\}. \tag{20}$$

« È questa la formola esatta, dalla quale, trascurando i termini piccoli d'ordine superiore al primo rispetto alle quantità s e $\frac{\omega^2 b}{G}$, otteniamo il *teorema di Clairaut.* Infatti trascurando tali termini, possiamo nella (20) porre l'*unità* in luogo di B e nei denominatori porre G_e in luogo di G_p. Abbiamo così la formola di Clairaut:

$$\frac{G_p - G_e}{G_e} + s = \frac{5}{2}\frac{\omega^2 b}{G_e}.$$

« § 7. — Alla (20) possiamo dare un'altra forma. Consideriamo una superficie di equilibrio S' esterna alla S ed infinitamente prossima ad essa. Sarà la S' una superficie di rotazione simmetrica rispetto al piano dell'equatore, e i punti di essa disteranno dalla S di quantità inversamente proporzionali ai corrispondenti valori di G. Se dunque chiamiamo $a + da$, $b + db$ i semiassi polare ed equatoriale della S', ed $s + ds$ lo schiacciamento, avremo:

$$\frac{db - da}{db} = \frac{G_p - G_e}{G_p},$$

$$da = (1-s)\,db - b\,ds.$$

Quindi, tenuto conto della (20):

$$b\frac{ds}{db} + \frac{2s - s^2}{1-s} = \frac{\omega^2 b}{G_p}\left(\frac{3}{2}B + 1\right). \tag{21}$$

« Trascurando i termini in $s^2, \omega^2 s$ ecc., si può scrivere:

$$b\frac{ds}{db} + 2s = \frac{5}{2}\frac{\omega^2 b}{G_e},$$

e questa, salve le notazioni, è una formola ben nota nella teoria di Clairaut sulla figura della Terra ».

Meccanica. — *Sulla legge di razionalità rispetto alle proprietà elastiche dei cristalli.* Nota di CARLO SOMIGLIANA, presentata dal Socio BELTRAMI.

Matematica. — *Sulla linea elastica.* Nota del dott. ORAZIO TEDONE, presentata dal Socio BIANCHI.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Meccanica. — *Attrazione di una piramide retta a base regolare sul centro della base.* Nota del dott. NAZZARENO PIERPAOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

« In una Nota precedente (¹) ho data la formola generale dell'attrazione di una piramide retta a base regolare, nonchè di un cono circolare retto, di densità uguale ad uno, sopra un qualunque punto dell'altezza, deducendone come casi particolari l'attrazione sul vertice e sul centro della base; e calcolai allora quale rapporto doveva aversi tra l'altezza ed il perimetro della base perchè l'attrazione sul vertice fosse massima.

« A completare siffatte ricerche ho voluto calcolare anche quale valore deve avere questo stesso rapporto perchè sia massima l'attrazione sul centro della base, e scopo della presente Nota è appunto quello di esporre i risultati ottenuti in questo riguardo.

« Dalla Nota ricordata risulta che l'attrazione di una piramide retta a base regolare sul centro di quest'ultima può mettersi sotto la forma:

$$
1) \qquad A_B = 2\pi \frac{\frac{H}{R}\cos\frac{\pi}{n}}{\cos^2\frac{\pi}{n}+\left(\frac{H}{R}\right)^2} \left\{ \frac{H}{R}\log\frac{1+\operatorname{sen}\frac{\pi}{n}}{\cos\frac{\pi}{n}} - \right.
$$

$$
\left. - \frac{\frac{H}{R}\operatorname{sen}\frac{\pi}{n}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}} \log\left(\frac{H}{R} \cdot \frac{\frac{H}{R}+\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}-1} \right) + \frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n} \right\} R
$$

(¹) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. II, fasc. 3°, 1° semestre, pag. 130.

in cui $\frac{H}{R}$ è il rapporto fra l'altezza della piramide ed il raggio del circolo circoscritto alla base, ed n il numero delle faccie laterali.

« Ho preferito anche in questo caso calcolare il rapporto $\frac{H}{R}$ anzichè il rapporto $\frac{H}{P}$ tra l'altezza ed il perimetro, e ciò per maggiore semplicità. Del resto quest'ultimo rapporto si deduce facilmente dal primo colla relazione

$$\frac{H}{P}=\frac{H}{R}\frac{1}{2n\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{n}}\,.$$

« Inoltre il volume della piramide medesima è espresso da

$$V=\frac{1}{3}\,n\,R^3\left(\frac{H}{R}\right)\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n}\,, \tag{2}$$

quindi la condizione del massimo

$$\frac{\partial A_B}{\partial H}\frac{\partial V}{\partial R}-\frac{\partial A_B}{\partial R}\frac{\partial V}{\partial H}=0 \tag{3}$$

conduce direttamente alla seguente espressione:

$$F\left(\frac{H}{R}\right)=\frac{H}{R}\,\frac{5\cos^2\frac{\pi}{n}-\left(\frac{H}{R}\right)^2}{\cos^2\frac{\pi}{n}+\left(\frac{H}{R}\right)^2}\log\frac{1+\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{n}}{\cos\frac{\pi}{n}}-\frac{\frac{H}{R}\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{n}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}\left\{\frac{\cos^2\frac{\pi}{n}-\left(\frac{H}{R}\right)^2}{\cos^2\frac{\pi}{n}+\left(\frac{H}{R}\right)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{2-\left(\frac{H}{R}\right)^2}{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}\right\}\log\left(\frac{H}{R}\cdot\frac{\frac{H}{R}+\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}-1}\right)+2\frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n}\,\frac{\cos^2\frac{\pi}{n}-2\left(\frac{H}{R}\right)^2}{\cos^2\frac{\pi}{n}+\left(\frac{H}{R}\right)^2}+$$

$$+\frac{\frac{H}{R}\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{n}}{1+\left(\frac{H}{R}\right)}\left\{2-4\frac{H}{R}+\frac{\left(\frac{H}{R}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}-1}-\frac{1}{\frac{H}{R}+\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}\right\}=0$$

Ottenuta così la condizione alla quale deve soddisfare il rapporto $\frac{H}{R}$ perchè l'attrazione sia un massimo, sono passato a calcolare questo rapporto per alcuni valori particolari di n, e precisamente per $n=3, 4, 5, 6, 8, 10$, e nella tabella che segue sono riportati questi valori alla seconda colonna, mentre nella terza colonna ho trascritti i valori corrispondenti del rapporto fra l'altezza ed il perimetro. I valori poi della quarta colonna, cioè le attrazioni esercitate sul centro della base da queste diverse piramidi, li ho dedotti

dalla 1), sostituendo in essa per i diversi valori di n i rispettivi valori di $\frac{H}{R}$, dopo di avervi messo al posto di R quel valore che si ricava dalla 2). Il valore di cotale attrazione massima viene così espresso in funzione del volume V della piramide che si suppone dato.

« Riguardo poi al cono circolare retto, siccome l'attrazione da esso esercitata sul centro della base è data da

$$B_B = 2\pi \frac{\frac{H}{R}}{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2} \left\{ 1 + \frac{H}{R} - \frac{\frac{H}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}} \log\left(\frac{H}{R} \cdot \frac{\frac{H}{R} + \sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2} - 1} \right) \right\} R$$

ed il volume è espresso da

$$V = \frac{1}{3} \pi R^3 \left(\frac{H}{R}\right),$$

la condizione del massimo (^{3}) ci dà senz'altro:

$$\left\{ 2 + 5\frac{H}{R} - 4\left(\frac{H}{R}\right)^2 - \left(\frac{H}{R}\right)^3 \right\} +$$

$$+ \frac{\frac{H}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}} \left\{ 4\left(\frac{H}{R}\right)^2 - 5 \right\} \log\left(\frac{H}{R} \cdot \frac{\frac{H}{R} + \sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2} - 1} \right) +$$

$$+ \frac{H}{R} \left\{ 2 - 4\frac{H}{R} + \frac{\left(\frac{H}{R}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2} - 1} - \frac{1}{\frac{H}{R} + \sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}} \right\} = 0$$

e l'ultima linea della tabella in corrispondenza al valore $n = \infty$ si riferisce appunto al cono.

TABELLA.

$n =$	$\frac{H}{R} =$	$\frac{H}{P} =$	$A_B =$
3	1,727872	0,3325291	2,472312. $\sqrt[3]{V}$
4	2,162760	0,3823255	2,515545 »
5	2,362074	0,4018600	2,524552 »
6	2,470430	0,4117384	2,527438 »
8	2,578400	0,4211052	2,529143 »
10	2,628500	0,4253002	2,529588 »
∞	2,717741	0,4325420	2,529885 »

« NOTA. - L'attrazione di un cono circolare retto sul centro della base può porsi anche sotto la forma:

$$B_B = 2\pi \, H \, \text{sen} \, \alpha \left\{ \cos\alpha + \text{sen}\alpha - \text{sen}\alpha \, . \cos\alpha \log. \left[\cot \frac{\alpha}{2} \, . \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\}$$

in cui α è l'angolo formato dall'asse con l'apotema del cono, e sotto questa forma corrisponde a quella trovata dal Lampe (1).

« Nel Minchin (2) si trova invece

$$B_B = 2\pi \, H \, \text{sen} \, \alpha \left\{ \cos\alpha + \text{sen}\alpha - \text{sen}\alpha \, . \cos\alpha \left[1 + \log.\cot \frac{\alpha}{2} \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\}$$

ma evidentemente quell'unità in parentisi non può essere che un errore di stampa ».

Fisica. — *Sopra la distribuzione del magnetismo indotto nel ferro.* Nota di M. Ascoli, presentata dal Socio Blaserna.

« 1. Nell'ultimo fascicolo degli Annali di Wiedemann per il 1893, il sig. O. Grotrian (3) espone i risultati di una serie molto accurata di esperienze, colla quale, riprendendo gli studi del Feilitzsch (1850) studia la questione della *penetrazione* del magnetismo indotto nel ferro da un rocchetto magnetizzante. Il risultato, concorde con quello del Feilitzsch, è che la magnetizzazione si limita in gran parte agli strati superficiali, cioè non *penetra* che a piccola profondità.

« Questa conclusione è basata sopra una falsa interpretazione dei risultati sperimentali.

« Credo utile farlo notare e dimostrarlo perchè il fatto, se fosse vero, sarebbe molto importante.

« Le esperienze del sig. Grotrian sono fatte sopra un cilindro di ferro pieno, lungo 10 cm. circa e del diametro di 3, e sopra cilindri cavi dello stesso ferro, della stessa lunghezza, ma aventi pareti di diverso spessore. Il Mm (momento magnetico) del cilindro pieno si trova di molto poco superiore, specie per non grandi f. m. (forze magnetizzanti) a quello dei tubi a parete sottile; ciò significa che la massa centrale non ha quasi effetto sul Mm, cioè (secondo il Grotrian) non si magnetizza. Quest'ultima deduzione è erronea.

« L'aggiunta della massa centrale, cioè l'aumento della sezione *metallica* del corpo, ha per conseguenza un grande aumento del magnetismo libero e

(1) Verhandlungen der physikalischen Gesellschaft in Berlin, Band III, 1884, p. 48.
(2) Minchin. Statics, vol. 2, pag. 260.
(3) *Der Magnetismus eiserner Hohl-und Vollcylinder.* W. A. 1893, n. 12, p. 705.

quindi della forza smagnetizzante da esso esercitata; perciò il valore vero della f. m. in *tutti* i punti del nucleo resta molto al di sotto di quello del rocchetto senza nucleo (v. § 4 e 5). La conseguente diminuzione dell'I (Intentensità della magnetizzazione), in tutti i punti del nucleo compresi quelli vicini alla superficie, può essere tale da compensare l'aumento del Mm che sarebbe dovuta alla maggior massa di ferro; ma ciò non significa che le parti centrali dieno un contributo diverso dalle periferiche.

« Se, nella rappresentazione grafica dei Mm, si prendessero per ascisse i valori *veri* della f. m. (non l'intensità della corrente, o i valori calcolati colle formole relative a un rocchetto senza nucleo), alle stesse ordinate, nelle curve relative a tubi di diverso spessore, corrisponderebbero ascisse tanto più piccole quanto maggiore è lo spessore e quindi le diverse curve si allontanerebbero le une dalle altre. In altri termini, nelle esperienze fatte colle medesime correnti, le f. m. vere sono grandi per le pareti sottili, minori per le grosse e possono essere piccolissime per il cilindro pieno.

« 2. *Cilindri di ugual lunghezza e di diversa sezione.* Una serie di esperienze da me eseguite l'anno scorso per altro scopo, delle quali ho già pubblicato alcuni risultati [1], mi permette di dare un'evidente dimostrazione di quanto ho asserito nel § precedente.

« Le esperienze sono state eseguite sopra fasci cilindrici di fili di ferro tutti della medesima lunghezza (10 cm.) ma formati da un diverso numero di fili tutti tolti alla medesima matassa, e ciascuno del diametro di cm. 0,097. Nel 2° dei citati miei articoli ho dimostrato che i fasci di fili isolati non si comportano esattamente come cilindri massicci; ma nello stesso tempo ho trovato che la differenza è piccola ed equivale ad una piccola alterazione della permeabilità. Perciò i risultati ottenuti pei fasci si possono senz'altro applicare a cilindri di *uguale sezione metallica.*

« Le misure sono fatte col metodo balistico; la disposizione delle esperienze fu descritta in una Nota precedente [2]. La spirale magnetizzante, lunga circa 38 cm. e del diametro di cm. 1,8 ha 67,9 spire per cm. e dà un campo costante per buon tratto dell'interno, campo di 85,3 unità c. g. s. per ogni ampère. Al centro del nucleo è collocata una spirale indotta lunga cm. 0,57 del diam. di cm. 1,43 con 50 spire di filo sottilissimo.

« La deviazione balistica, ottenuta invertendo la corrente magnetizzante, dà, in unità arbitrarie, il flusso totale passante attraverso la spirale indotta; sottraendone il flusso proprio al campo, si ottiene la quantità $4\pi I S$, S essendo la sezione del ferro, ed I l'intensità media in questa sezione. La correzione pel campo è fatta nel modo accennato nel mio lavoro sopra citato; sarebbe un errore, quando il cilindro ha grande sezione, sottrarre semplice-

(1) V. l'*Elettricista* pel 1893, pag. 138 e 201.
(2) V. Rend. dell'Acc. dei Lincei, vol. II, pag. 30, 1893.

mente la deviazione ottenuta senza ferro colla stessa corrente, poichè il nucleo altera profondamente il campo.

« Nella seguente tabella (I) n indica il numero dei fili riuniti in fascio; d il diametro di un cilindro di ugual sezione ($d = 0{,}97 \sqrt{n}$); $\lambda = l : d$ la lunghezza espressa in diametri; Q la quantità osservata già corretta pel campo (e proporzionale ad I S); i l'intensità della corrente magnetizzante in ampère. Si sono esaminati 5 valori della corrente per ogni fascio; questi 5 non erano sempre esattamente gli stessi, ma le piccole differenze si ridussero per mezzo dell'interpolazione grafica.

Tabella I. — Valori di Q.

i	$n = 1$ $d = 0.097$ $\lambda = 103.0$	3 0.168 59.5	7 0.257 39.0	19 0.423 23.7	37 0.590 17.0	61 0.758 13.2	91 0.925 10.8
0.095	17.7	29.5	38.9	61.6	74.4	90.1	103.4
0.170	30.6	65.9	86.0	123.2	145.0	170.0	197.9
0.305	35.5	100.5	165.7	235.8	288.5	332.3	377.8
0.530	37.7	111.4	247.8	435.6	524.2	603.7	681.7
0.750	38.9	115.4	263.9	605.6	750.5	877.7	981.8

« Durante le misure sopra fasci di più che 7 fili, nel circuito secondario si introducevano delle resistenze per tener la deviazione nei limiti convenienti. Di ciò è già tenuto conto nei numeri della tabella I.

« Uno sguardo alla tabella mostra come, appena la sezione sia considerevole l'aggiunta di nuovi strati superficiali, specialmente per le piccole intensità dei piccolissimi aumenti della magnetizzazione. Ad esempio al filo unico aggiungendone 2, Q aumenta di circa 12, mentre ai 61 aggiungendone 30 aumenta solo di 13; la stessa tendenza è manifesta anche per le maggiori intensità. L'aggiunta di strati superficiali produce dunque aumenti sempre minori nella I; onde si verrebbe alla conclusione opposta a quella del Grotran; cioè parrebbe che il magnetismo fosse localizzato nelle regioni interne. Ma questa conclusione sarebbe errata al pari dell'altra.

« I numeri della tab. I dànno l'intensità al centro del nucleo. Il risultato notato diventa ancor più chiaro se si determina il Mm.

« A questo scopo ho proceduto nel modo seguente. Dalla nota relazione

$$I = \frac{dM}{dv}$$

si deduce

$$M = \int I\, dv.$$

dove v indica il volume ed I l'intensità magnetica nella direzione dell'asse (quella che si misura). Posto $dv = S\,dh$, dove S è la sezione, e dh un ele-

mento dell'asse, avremo, se si contano le lunghezze a partire dal centro del nucleo

$$M = 2\int_0^{\frac{l}{2}} I S \, d h .$$

« La quantità osservata in una sezione qualunque Q è 4π I S onde

$$M = \frac{2}{4\pi}\int_0^{\frac{l}{2}} Q \, d h$$

Poniamo

$$y = \frac{Q}{Q_0} \qquad x = \frac{2h}{l}$$

dove Q_0 è il valore osservato al centro (quello della tab. I); y esprimerà I in frazione del suo valore al centro, ed x la distanza dal centro in frazione della semilunghezza. Avremo.

$$M = \frac{Q_0 \, l}{4\pi}\int_0^1 y \, d x$$

« Il valore A dell'integrale dipende unicamente dalla legge con cui varia l'intensità della magn. lungo il nucleo, legge che è la stessa per tutti i cilindri simili; cioè A dipende solo, per una data sostanza magnetica, dal valore di $\frac{l}{d}$. In una serie di esperienze (¹), sulla quale dovrò tornare, ho detedeterminato per cilindri di ugual sezione e di diversa lunghezza (cioè per diversi valori di $\frac{l}{d}$), l'I in diverse sezioni, e quindi per ogni cilindro e per parecchie intensità della corrente, ho potuto tracciare la curva $x\,y$. La fig. 1 dà, come esempi o le curve ottenute colla intensità $i = 0.750$ per i valori di λ segnati presso alle curve stesse. Le aree di queste curve dànno il valore di A; esso sarebbe uguale all'unità se l'I fosse costante. Da questa serie ho dedotto, per interpolazione grafica, i valori di A relativia quelli di i e di λ della tab. I (²).

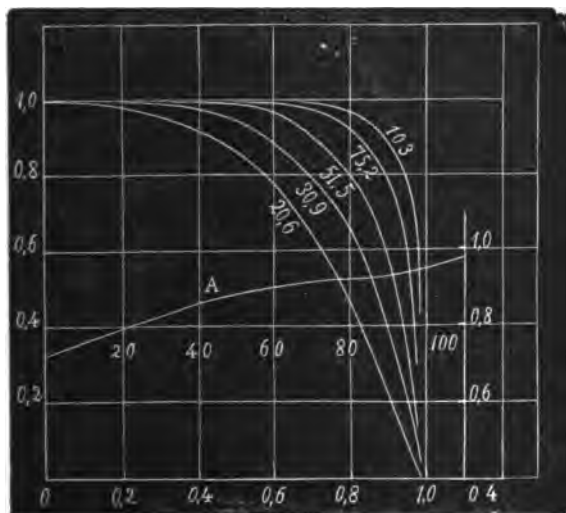



FIG. 1.

(¹) Vedi l'*Elettricista*, 1893 p. 138.

(²) La linea A dà i valori di A in funzione di λ (l'asse delle ordinate è a destra).

TABELLA II. — Valori di A.

i	$\lambda = 103$	59.5	39.0	23.7	17.0	13 2	10,8.
0.095	0.716	0.700	0.686	0.669	0.660	0.655	0.650
0.170	0.752	0.722	0.703	0.680	0 669	0.662	0.654
0.305	0.826	0.769	0.731	0.685	0.679	0.669	0.659
0.530	0.854	0.795	0.760	0.730	0.716	0.713	0.703
0.750	0.887	0.823	0.793	0.766	0.755	0.750	0.748

« Questi valori diminuiscono al diminuire di λ; per essi si devono moltiplicare quelli di Q_0 per avere il Mm; si vede dunque che l'andamento sopra notato per Q_0 risulterà ancora più evidente pel Mm. Il prodotto $\frac{A\, Q_0\, l}{4\, \pi}$ ($l = 10$) si riduce in misura assoluta moltiplicando per 0.2714, coefficiente determinato approssimatamente mediante il campo dell'elica senza nucleo. Si hanno così i seguenti valori.

TABELLA III. — Valori di M.

i	$\lambda = 103$	59.5	39.0	23.7	17.0	13.2	10.8
0.095	34.4	56.1	72.5	112.0	133.4	160.4	182 6
0.170	62.5	148.9	167.3	227.7	263.6	305.8	351.7
0.305	79.9	210.0	329.2	445.3	532.3	604.1	676.6
0.530	87.5	240.7	511.8	864.1	1015.7	1169.5	1302.4
0.750	93.8	258.1	568.7	1260.7	1529.6	1789.1	1995.1

« Le linee della figura 2 rappresentano i dati della tab. III, le ascisse

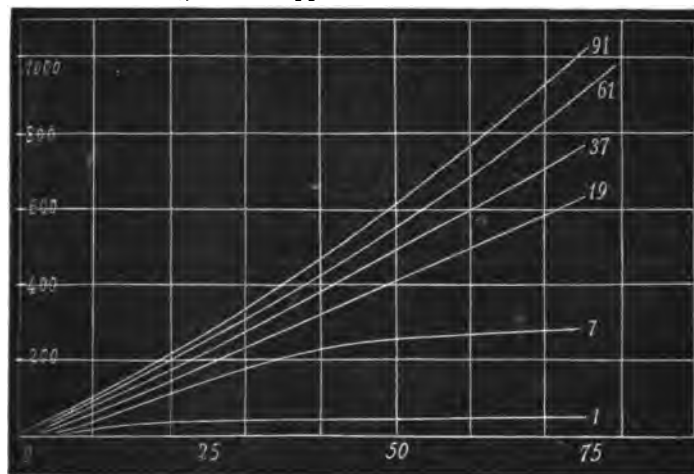



FIG. 2.

sono i valori di i, le ordinate quelli di M. Il loro andamento è identico a quelle del sig. Grotrian. La poca efficacia degli ultimi strati superficiali, ossia dell'aumento della sezione oltre certi limiti è mostrata a evidenza delle linee della figura 3 che, per le intensità 0.75, 0.305 dànno M in funzione

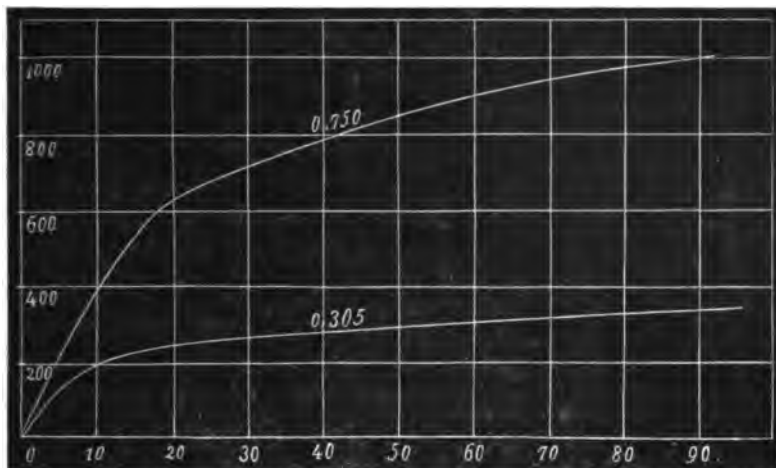



Fig. 3.

della sezione (cioè del numero di fili n).

« È dunque chiaro che coll'aumentare la sezione di un cilindro sottile si ottiene l'effetto stesso che coll'aumentare lo spessore della parete d'un cilindro cavo. Se nel 2° caso si potesse concludere che la magnetizzazione è localizzata alla superficie, nel 1° si verrebbe alla conclusione opposta che è la magn. è localizzata in vicinanza all'asse (1).

« 3. *Cilindri di ugual sezione e di diversa lunghezza.* Un confronto concludente tra il magnetismo di diversi corpi non può esser fatto che quando si possa calcolare il valor vero della f. m. o almeno operare con f. m. vere uguali. Ciò si può fare con cilindri molto lunghi nel campo uniforme di un lungo rocchetto; oppure con cilindri simili, perchè, per la legge di similianza (Thomson), questi nei punti omologhi hanno lo stesso valore della f. m. Il primo modo esige che anche i cilindri più grossi sieno lunghi parecchie centinaia di diametri. Le esperienze, che ho citato sopra, fatte sopra fili di ugual sezione e diverse lunghezze, mi permettono di confrontare ciascuno dei 7 cilindri sopra studiati con un cilindro simile ma di sezione diversa.

« Le misure sono fatte sopra un pezzo dello stesso filo che ha servito prima, lungo inizialmente 20 cm. e poi ridotto man mano a lunghezze minori tagliandone uguali tratti ai due estremi. I numeri ottenuti col metodo

(1) L'andamento in questione è, e dev'essere, più accentuato per cilindri corti e cavi che pei pieni, perchè, come mostrerò più innanzi, a parità di sezione, i primi hanno una reazione minore dei secondi, ossia assottigliando la parete del tubo la f. m. vera aumenta più rapidamente che diminuendo la sezione di un cilindro piano.

di prima sono i seguenti, già corretti e ridotti alle intensità delle esperienze precedenti.

TABELLA IV.

i	$\lambda = 103$	75.2	51.5	30.9	20.6	12.4
0.095	41.9	29.2	17.3	9.7	5.4	3.0
0.170	75.0	68.6	41.5	19.6	10.7	5.7
0.305	84.1	83.9	75.9	40.9	21.7	11.2
0.530	88.7	88.9	88.5	72.2	40.0	20.0
0.750	90.7	91.1	91.0	87.2	56.8	29.1

« Si noti che l'elica indotta adoperata non era quella di prima.

« Da questi dati, per interpolazione grafica, si dedussero quelli corrispondenti ai valori di λ della I; moltiplicati per i valori di A della tab. II e pel coefficiente 0.1220 determinato come sopra (§ 2) per la riduzione in misura assoluta, dànno il rapporto $\frac{M}{l}$ (tab. V).

TABELLA V. — Valori di $\frac{M}{l}$.

i	$\lambda = 103$	59.5	39.0	23.7	17.0	13.2	10.8
0.095	3.66	1.83	1.01	0.55	0.36	0.27	0.19
0.170	6.88	4.54	1.89	1.13	0.66	0.49	0.40
0.305	8.47	7.95	4.96	2.29	1.36	0.87	0.73
0 530	9.24	8.60	7.96	4.46	2.57	1.84	1.37
0.750	9.81	9.15	8.70	6.68	4.00	2.80	2.18

« Eseguendo il rapporto tra i valori di $\frac{M}{l}$ trovati per i fasci nel § precedente, cioè i valori della tab. III divisi per 10, e i corrispondenti valori della tab. V si trova:

	0.94	3.07	7.16	20.5	36.8	59.0	96.0
	0.91	3.28	8.71	20.2	39.5	62.1	88.2
	0.94	2.64	6.64	19.5	39.2	69.7	92.5
	0.95	2.80	6.44	19.4	39.6	63.4	94.9
	0.96	2.82	6.53	18.9	38.3	63.9	91.5
Medie	0.94	2.92	7.09	19.7	38.7	63.8	92.8

« I rapporti delle sezioni, cioè dei numeri di fili sono (tabella I)

1	3	7	19	37	61	91

« Questi numeri si possono ritenere coincidenti con molta esattezza colle medie precedenti, se si tien conto dell'ordine di grandezza dei numeri adoperati, delle differenze magnetiche esistenti tra diversi pezzi dello stesso filo e tra fasci e cilindri compatti, e finalmente di alcune correzioni che si sono trascurate (1). Resta così provato che, operando nel medesimo campo *vero* i momenti magnetici oltre che alla lunghezza sono esattamente proporzionali alla sezione anche quando questa varia nel rapporto di 1 a 91. Ciò prova, non che la magnetizzazione sia uniforme nella sezione, ma che è egualmente distribuita nelle sezioni piccolissime e nelle grandissime, ed esclude qualsiasi ostacolo alla penetrazione della magnetizzazione nelle parti interne di masse di ferro dolce.

« Anche la *resistenza magnetica* risulterà quindi effettivamente inversamente proporzionale alla sezione. Quando il nucleo è un cilindro corto è la forza magnetomotrice $\int H\,dx$ che non è più calcolabile colla espressione $4\pi n i$, perchè la f. m. non è più $\frac{4\pi n i}{l}$; vedremo più avanti che, per un cilindro lungo circa 3 diametri, essa può esser ridotta alla 50ª parte di questo valore! Del resto è noto che l'equazione semplice dei circuiti magnetici non vale esattamente che per circuiti chiusi *perfetti*.

« Nelle dinamo il circuito magnetico non è perfetto; ma è ben lungi dall'esser così imperfetto come sarebbe quello degli elettromagneti delle dinamo stesse, se i poli non fossero avvicinati tra loro e non comprendessero il ferro dell'armatura. Perciò nelle dinamo la diminuzione del campo è molto minore che nei casi sopra contemplati ».

Fisica. — *Sopra la reazione del magnetismo indotto nel campo induttore.* Nota del dott. M. ASCOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla rapidità dei fenomeni foto-elettrici del selenio.* Nota del dott. QUIRINO MAJORANA, presentata dal Socio BLASERNA.

« È da tempo conosciuta la proprietà del selenio di variare di resistenza elettrica sotto l'azione di un fascio di raggi luminosi. Bell la utilizzò nel suo fotofono. Mercadier riuscì ad ottenere, servendosi di un ricevitore a selenio, un suono composto di 1800 vibrazioni a minuto secondo.

(1) V. *Elettricista*, 1893 p. 201.

« Tali fatti hanno permesso di conchiudere che l'energia luminosa eserciti sulla resistenza elettrica del selenio un'azione, la quale, di qualunque natura essa sia, si produce e scomparisce con una certa rapidità.

« Noto incidentalmente come Bellati e Romanese volendo constatare sino a qual punto arrivasse tale rapidità, istituirono un'esperienza (1) le cui conclusioni non mi son parse sufficientemente rigorose.

« Molti hanno pensato alla possibilità di utilizzare l'accennata proprietà del selenio in un apparecchio atto alla trasmissione delle immagini mobili, per mezzo dell'elettricità. Riflettendo alla natura di un tale apparecchio, si arriva alla conclusione che esso sarebbe realizzabile qualora si potesse scomporre l'immagine in un numero grandissimo di piccole particelle luminose; tali particelle dovrebbero esercitare delle azioni sulla resistenza elettrica di un conduttore (p. es. il selenio), le quali dovrebbero prodursi e sparire in circa 2 milionesimi di secondo ciascuna. Non insisto sulla dimostrazione di ciò perchè altro è lo scopo della presente Nota. Ma espongo un'esperienza da me fatta, al fine di vedere se l'azione della luce sul selenio fosse tanto rapida.

« *Cellule al selenio.* — La proprietà foto-elettrica del selenio non si mette in evidenza che in ispeciali condizioni di tale corpo. È controversa, finora, la spiegazione di questo fenomeno. Sembra a me molto fondata l'ipotesi di attribuire a dei seleniuri l'azione della luce sul selenio. È infatti accertato che gli elettrodi fra cui si interpone il selenio, debbano essere formati da alcuni metalli piuttosto che da altri, al fine di avere un massimo nella manifestazione del fenomeno.

« I migliori metalli atti alla costruzione di cellule al selenio sono l'ottone, lo zinco od il ferro ed il rame leggermente stagnati. Oltre agli elettrodi fra cui si interpone il selenio, occorre badare allo stato di questo. Il selenio affinchè sia sensibile deve essere cristallino ed è bene che, per il suo facile uso, sia della più piccola resistenza elettrica. Ambedue queste condizioni si raggiungono mantenendolo per qualche tempo ad una temperatura prossima al suo punto di fusione.

« Molte sono le disposizioni degli elettrodi metallici fra cui si interpone il selenio. Io ho cercato di ridurre le dimensioni della cellula il più che mi è stato possibile, pur non lasciando ad essa una resistenza eccessivamente grande. Ciò, perchè è incomodo lavorare con delle cellule le quali presentino una grande superficie su cui debba cadere la luce. La superficie da me adottata è stata di circa un centimetro quadrato. Il metallo adoperato è stato l'ottone. Ho anche adoperato il rame, che in commercio si trova in foglie molto più sottili; ma a mio giudizio si comporta meglio quella lega.

« Ogni cellula era composta di circa 100 lastrine di ottone dello spessore di $^1/_{15}$ di millimetro, poste l'una sull'altra e separate da altre lastrine

(1) Atti del R. Istituto Veneto di scienze lettere ed arti. Anno 1883.

di mica di $^1/_{30}$ di mm. di spessore. La grandezza di ciascuna lastrina era quella indicata in figura (fig. 1). Ognuna di esse portava un'appendice A, la quale era a destra per le lastrine di ordine pari, a sinistra per quelle impari. La mica in figura è rappresentata dal rettangolo MNPQ. Un pacchetto di lastrine così fatto veniva fermato con una morsetta, venendo con ciò a toccarsi fra loro le lastrine pari, e le lastrine impari. Due serrafili uniti alle due serie di lastrine servivano ad inviare la corrente elettrica. La superficie presentata dal lato MN, veniva portata a pulimento in guisa da rendere impossibile qualsiasi contatto metallico fra due lastrine consecutive. Il tutto così preparato veniva scaldato alla temperatura di fusione del selenio (211°) e, con una matita di questo metalloide, veniva deposto uno strato sensibile sottilissimo sopra la faccia MN. Dopo qualche istante il selenio acquistava un colore diverso a causa della sua cristallizzazione, e, senza che tutta la massa si fosse raffreddata ulteriormente, veniva posto in un recipiente chiuso e circondato da un bagno di paraffina mantenuto alla temperatura di 195°. In tale stato veniva tenuto per parecchie ore, lasciando poi che si raffreddasse lentissimamente. Occorreva evitare qualsiasi abbassamento brusco di temperatura, anche perchè essendo la faccia MN molto liscia e debole l'aderenza del selenio, questo si sarebbe potuto facilmente staccare.

Fig. 1.

« È consigliabile rivestire delle cellule costruite nel modo indicato, di uno strato di vernice bianca trasparente ed isolante. Ciò ha per iscopo di rendere consistente lo strato di selenio e di difenderlo dagli urti accidentali. Una cellula costruita nel Febbraio 1893 funziona bene anche ora, senza che mai si sia guastata. Essa presenta, quando non è esposta alle radiazioni luminose, una resistenza di 258100 ohm, e, quando viene colpita dalla luce solare a cui sieno stati previamente tolti i raggi calorifici, una resistenza di soli 86700 ohm; cioè un abbassamento di circa $^2/_3$ della resistenza totale.

« Noto qui un'altra disposizione da me adoperata per le cellule a selenio. Le lamine di ottone invece di portare l'appendice A della fig. 1 sono semplicemente rettangolari, e sono rappresentate nella fig. 2 da RSUT. La parte di metallo che esce al di fuori della mica, la quale è indicata col rettangolo MPNQ, è posta alternativamente a sinistra e a destra di quella, di guisa che, quando tutte le lamine sono strette a mezzo di un morsetto, quelle di ordine pari e quelle di ordine impari si toccano fra loro, venendo legate a 2 serrafili distinti. Le facce MN e PQ vengono portate a pulimento in guisa da evitare contatti metallici. Un sistema così preparato, guardato attraverso le facce MN e PQ, si lascia traversare da una notevole quantità di luce. Ho pensato di usufruire di questa proprietà al fine di avere una cellula più sensibile. Infatti nella prima disposizione, qualora si faccia una sezione con un piano

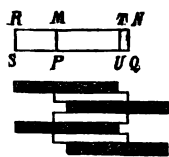



Fig. 2.

normale alla faccia sensibile e alle lamine, la luce viene a colpire il lato destro della figura 3, dove i rettangoli tratteggiati rappresentano le lastrine metalliche, e gli altri quelli di mica. Ora lo strato di selenio, per quanto sottile si faccia, ha un certo spessore ed è opaco perfettamente alla luce (¹). Probabilmente quindi l'azione luminosa viene ad essere limitata sino a piccola profondità dello strato. Ma se si pensa che la corrente elettrica che traversa il selenio è molto più intensa accanto ai lati corti di quei rettangoletti che in figura rappresentano la mica, si deduce subito come si dovrebbe avere maggiore sensibilità nella cellula, qualora la luce invece di entrare dal lato destro entrasse dal sinistro. Ciò è realmente permesso dalle cellule costruite nel secondo modo, per la trasparenza della mica.

Fig. 3.

« Con tal principio ho costruito una cellula; ma ho riconosciuto che il suo modo di funzionare era a un dipresso lo stesso, tanto che la luce entrasse a destra che a sinistra. Ciò non infirma il ragionamento precedente, ma trova una logica spiegazione nel fatto che la mica assorbisce una notevole quantità della luce da cui è traversata. Forse, se si riuscisse a renderne più piccola la larghezza delle lastre, si potrebbe avere un notevole aumento di sensibilità.

« Io pertanto ho abbandonato l'uso di una tale cellula, o per dir meglio mi sono servito di essa come della prima, facendo cioè cadere la luce direttamente sul selenio.

« *Legge con cui il selenio ritorna alla resistenza primitiva dopo essere stato illuminato.* Descrivo la disposizione da me adottata per la ricerca di tale legge.

« Uno specchio S (fig. 4) portato da un asse A, può a mezzo della puleggia P subire un movimento di rotazione; il piano dello specchio, come rilevasi dalla figura, è parallelo all'asse A. Questo non è solidale col tam-

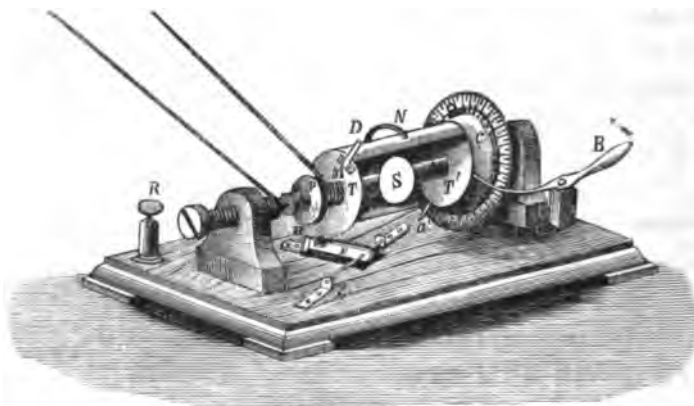



Fig. 4.

(¹) Il selenio quando è in istrati sottilissimi è di un bel rosso per trasparenza. È però difficile deporre uno strato tanto sottile sulla faccia sensibile della cellula.

buro TT' che è ad esso concentrico, di guisa che lo specchio può rotare indipendentemente da TT'. Il detto tamburo è formato da due dischi T e T', i quali sono traversati dall'asse A e congiunti da una lamiera cilindrica che li abbraccia soltanto per 180°. L'asse A porta con sè un cerchio C graduato in gradi, che gira insieme ad esso.

« Il tamburo è costantemente spinto verso la parte destra dell'asse a causa di una molla a spirale M. Un braccio B impedisce, quando è nella posizione della figura, che il tamburo T obbedisca alla molla M, ed in tale posizione un'appendice *a'* di T non è mai urtata da altra appendice *a*, solidale col cerchio graduato, quando questo gira. Ma se si libera il tamburo T, spingendo il braccio B secondo la freccia, esso si sposta per effetto della molla M, e quando *a'* viene ad urtare con *a*, T comincia a rotare anch'esso.

« Ma il tamburo T porta ancora l'appendice D, e quando D incontra il pezzo E, questo si abbassa girando attorno a due cuscinetti F ed F', costringendo tutto il tamburo T a spostarsi verso sinistra; ciò perchè E non è ortogonale all'asse di rotazione di S, ma alquanto inclinato e porta un rialzo *d*, come si vede nel dettaglio (fig. 5).

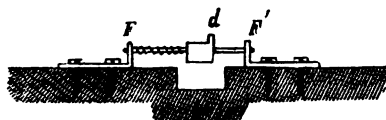



Fig. 5.

« Quando D è arrivato ad incastrarsi nell'incavo I del pezzo E, T si è spostato di tanto quanto basta affinchè *a* non urti più con *a'*. È allora chiaro che lo specchio prosegue la sua rotazione indipendentemente dal tamburo. Infine una molla N, fissata al sostegno dell'istrumento, comunica con un serrafilo R (fig. 6) invisibile nella fig. 4, e, quando il tamburo gira, stabilisce un contatto con un pezzo metallico *m*, largo circa un millimetro, che è collegato con la lamiera cilindrica di T. Il pezzo *m* è alquanto più sporgente rispetto all'asse di rotazione degli altri punti della lamiera. Nella fig. 6 la parte tratteggiata rappresenta un rivestimento di ebanite, che ha per iscopo di impedire che la molla N tocchi T, quando questo gira.

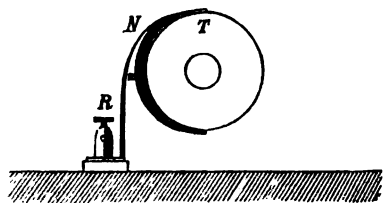



Fig. 6.

« Il contatto tra N ed *m* ha per effetto di mettere in comunicazione metallica il serrafilo R con l'altro R' che vedesi nella fig. 6 attraverso T l'asse dell'istrumento, ed i cuscinetti. La molla N può essere cambiata con altra più o meno lunga, in guisa che il tamburo T stabilisca il contatto di *m* ad un intervallo di tempo più o meno grande, dall'istante in cui esso comincia a muoversi.

« Noto ancora che T deve essere costruito il più possibilmente leggero, al fine che la sua inerzia non arrechi ritardo sensibile nel moto dello specchio quando esso deve cominciare a muoversi.

« Descritto l'apparecchio, dico ora del modo di adoperarlo.

« Un raggio di luce solare, dopo avere abbandonato la parte calorifica in tubo cilindrico limitato da facce piane, parallele e trasparenti e ripieno di soluzione di allume, viene a cadere sullo specchio e da questo riflesso. Normalmente alla posizione segnata in figura e ad una distanza che si può far variare a piacere, è situata una cellula a selenio. Se il tamburo T stesse sempre fermo nella posizione della figura, per ogni giro dello specchio il raggio luminoso verrebbe a colpire una volta il selenio. Ma, quando si vuol fare una misura, il tamburo T è situato con l'appendice D rivolta in basso e propriamente dove è segnata la lettera H; ed il braccio B impedisce che a girando tocchi a'. Un galvanometro a sistema astatico e ad alta resistenza è in circuito con l'apparecchio, col selenio e con un elemento di pila normale. Se allora mentre lo specchio gira con una velocità conosciuta, si muove il braccio B secondo la freccia, il tamburo T viene spinto a destra per effetto di M e, quando a viene ad urtare con a', anch'esso comincia a rotare. Ma la sua rotazione viene limitata soltanto ad un giro per effetto del congegno E. In questo unico giro il raggio di luce colpisce una volta sola il selenio e la molla N chiude una volta sola il circuito elettrico, la qual chiusura produce una deviazione impulsiva nel galvanometro. Faccio osservare come il modo di funzionare dell'apparecchio non consenta che di avere delle deviazioni impulsive, dipendentemente dal tempo per cui vien chiuso il circuito della molla N. Inoltre queste deviazioni essendo piccole (inferiori ai cinque centimetri) ed essendo il cannocchiale a scala situato alla distanza di m. 2,56 dal galvanometro, assumo le deviazioni ottenute come proporzionali alle intensità delle correnti. Non solo, ma poichè la resistenza del galvanometro e della pila sono trascurabili di fronte a quella della cellula adoperata (258.100 ohm), così, a meno di un fattore costante per tutte le misure, le deviazioni del galvanometro rappresentano i valori della conducibilità variabile della cellula.

« Tra l'istante in cui il selenio è colpito dalla luce e quello in cui il circuito viene chiuso, esiste un intervallo di tempo che viene apprezzato precedentemente, leggendo sul cerchio graduato il numero dei gradi che passa tra la posizione dello specchio in cui questo riflette sul selenio e quelle in cui si stabilisce il contatto a mezzo della molla N. Se allora si fanno delle letture quando non si adopera il raggio di luce e quando questo si rimette, si osserverà se l'azione di quel raggio luminoso perdura sul selenio sino ad un tempo che è dato appunto dal numero di gradi letto sul tamburo e dalla velocità di rotazione dello specchio.

« Nelle esperienze da me fatte lo specchio era mosso da un movimento di orologeria. Non essendo questo movimento uniforme, dovevo, al principio di ogni misura, dare tutta la carica, e far sempre scattare il braccio B dopo lo stesso tempo dal principio del moto. Lo specchio così quando avveniva il contatto elettrico, aveva sempre la velocità di un giro ogni 15'',8.

« Nelle misure che in seguito riporto compariscono, altre deviazioni ottenute quando in circuito si è posto il selenio illuminato o buio, ed altre ottenute quando al posto di tal metalloide è stata posta una resistenza che ho chiamato R.

« Osservando le deviazioni ottenute col selenio buio e con la resistenza R, si può vedere come esse sieno rimaste all' incirca costanti, assicurando ciò la costanza della pila, della R e del selenio buio.

« La R, poichè io non aveva a mia disposizione delle resistenze metalliche confrontabili con quella della cellula a selenio adoperata, era una resistenza liquida. Essa aveva un valore di circa 210.200 ohm.

« Nella tavola seguente riporto le medie di molte osservazioni da me fatte.

Gradi del tamburo	1°.30′	11°.30′	23°.0′	38°.30′	52°.0′	65°.0′	74°.0′	87°.30′	108°.30′	124°.30′	143°.0′	156°.0′	169°.0′
Secondi tra luce e contatto	0″.066	0″.50	1″.01	1″.69	2″.29	2″.86	3″.26	3″.85	4″.64	5″.46	6″.29	6″.86	7″.44
Resistenza R	22.70	22.79	22.65	22.77	22.68	22.60	22.88	22.74	22.65	22.81	22.70	22.78	22.65
Selenio oscuro	18.51	18,60	18.46	18.59	18.48	18.67	18.45	18.52	18.45	18.59	18.47	18.42	18.38
Selenio illuminato	23.72	22.26	21.51	20.81	20.42	20.03	19.94	19.62	19.36	19.18	18.93	18.88	18.81
Resistenza del selenio (migliaia di ohm)	201.42	214.68	222.23	229.61	233.98	238.58	239.61	243.52	246.79	249.49	252.40	252.06	254.14

Dalla quale si ha:

Valore medio di R . . . . 210.200 ohm

Valore medio del selenio non illuminato 258.100 ohm

Le cifre dell'ultima linea della precedente tabella sono state dedotte in base alla conoscenza del valore di R.

« Riportandole come ordinate al disopra di una retta che rappresenti il tempo o i gradi del tamburo, si è ottenuta la curva della fig. 7. Tale curva è relativa alle condizioni speciali dei vari elementi che rientrano nel fenomeno; cioè alle intensità del raggio luminoso riflesso nello specchio alla distanza del selenio dallo specchio (1^m,90) ed alla velocità di questo. Ma è

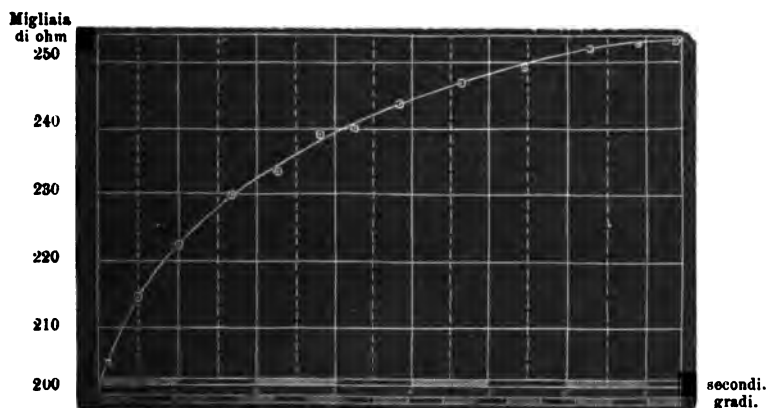



Fig. 7.

logico ammettere che se la cellula a selenio in un certo istante ha una data resistenza, diversa dall'ordinaria, da quell'istante la resistenza vada aumentando successivamente, e ciò sempre alla stessa guisa indipendentemente dall'essere stata prima colpita da luce più o meno intensa e per tempi più o meno lunghi.

« È in base a questa considerazione che io mi sono limitato a fare le osservazioni riportate, senza cambiare mai più la distanza della cellula dallo specchio e la intensità del raggio luminoso. Solo, se avessi adoperato un raggio di luce più intenso avrei ottenuto in più un tratto di curva precedente a quello disegnato nella figura.

« Dalla natura della curva della fig. 7, si rileva facilmente che l'azione della luce sul selenio è molto lenta, e che essa non è utilizzabile nel problema della visione a distanza con l'elettricità, tale come è stato presentato da Weiller, Sutton, Brillouin ed altri ».

Fisica. — *Sopra un nuovo metodo di misura del calore di vaporizzazione dei liquidi.* Nota del prof. STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio BLASERNA.

Fisica terrestre. — *Velocità di propagazione delle principali scosse del terremoto di Zante a Catania.* Nota del prof. A. RICCÒ, presentata dal Socio BLASERNA.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica fisica. — *Velocità di reazione in sistemi non omogenei. Decomposizione del cloruro di solforile* [1]. Nota di G. CARRARA e I. ZOPPELLARI, presentata dal Corrispondente R. NASINI.

« Lo studio della velocità di reazione in sistemi omogenei ha dato splendidi risultati, ed ha permesso l'applicazione a priori (nel massimo numero dei casi) di regole fisse per le quali si può prevedere quale sarà l'andamento di una reazione, conoscendo il numero delle molecole che vi prende parte; e inversamente, con grande probabilità, dalla conoscenza della velocità di una reazione si può dedurre il numero di molecole che vi partecipano. Invece lo studio della velocità di reazione in sistemi eterogenei non ha dato egualmente buoni risultati, per quanto si sia introdotto un altro elemento nell'equazione e cioè la superficie di contatto. Questo fatto è originato da una serie di difficoltà sperimentali, dipendenti da cause che riesce difficile di eliminare.

« Infatti nella reazione tra un solido e un liquido, che è il caso più

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

studiato, la grandezza, la natura della superficie di separazione, la presenza in esse anche di piccolissime traccie di impurezze, la maggiore o minore capacità di diffusione del prodotto di reazione ecc., sono tutte cause di piccole variazioni, le quali impediscono di ottenere numeri che rappresentino la velocità di reazione.

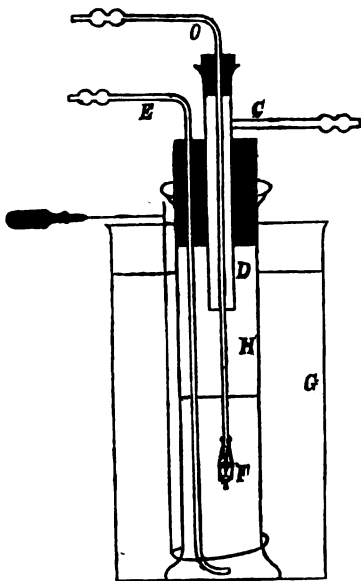
« Nella presente Nota mostriamo come con certe precauzioni si possa determinare la velocità di reazione in un sistema eterogeneo costituito da due liquidi, e mostriamo come l'equazione del sistema omogeneo sia in questo caso rispondente allo scopo.

« Il processo sperimentale da noi usato è quello che si segue nello studiare l'azione degli acidi sopra i metalli; determinando cioè la quantità di sostanza trasformata per una determinata superficie, quando la sostanza trasformante fosse in quantità tale da rendere il volume della sostanza trasformata una quantità trascurabile.

« Le difficoltà da vincere in questo caso, erano specialmente quelle prodotte dal fatto che, nelle vicinanze della superficie di contatto essendovi una grande quantità di sostanza trasformata in soluzione, avrebbe potuto alterarsi l'andamento della velocità di reazione; inoltre l'agitazione avrebbe potuto alterare la superficie, la quale, perchè i risultati fossero comparabili dovrebbe restare costante.

« Siamo riusciti a vincere queste difficoltà nel modo che diremo, e crediamo che il processo da noi adottato potrà anche in seguito servire allo studio di altre numerose reazioni analoghe.

Fig. 1.

« L'apparecchio del quale ci siamo serviti è il seguente fig. 1. Esso consta di un largo cilindro H, il quale è chiuso alla parte superiore da un tappo A il quale porta un tubetto E che si prolunga fino alla parte inferiore del cilindro, mentre l'altra tubulatura porta una canna D larga 20 mm. con una tubulatura laterale C; la sommità è chiusa da un tappo B, attraversato da un tubo O, che finisce in punta affilata di circa mm. 0,5 di diametro e che arriva sino a due terzi dell'altezza del cilindro. Verso l'estremità inferiore del tubo O, attaccati ad un anello di platino sostenuto da una rigonfiatura nel vetro, stanno appesi tre fili di platino che sostengono un altro anello dove si pone il bicchierino F,

in modo che la tubulatura affilata O riesca a 15 mm. circa dal fondo del bicchierino (fig. 2).

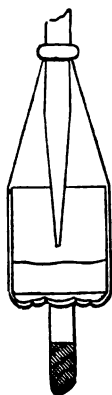



Fig. 2.

« Questo bicchierino, di cui si può variare il diametro a volontà, deve però essere sufficientemente largo onde non faccia sentire al liquido l'influenza della capillarità; noi lo abbiamo usato del diametro di 17 mm.; oltre a ciò deve avere il fondo perfettamente piano e portare nella parte centrale inferiore esterna una piccola appendice di vetro con mercurio onde zavorrarlo e tenerlo verticale. Il cilindro così montato è immerso in un altro più grande contenente acqua, la cui temperatura si mantiene costante con un agitatore. Per temperature distanti qualche decina di gradi dalla temperatura ambiente, abbiamo posto oltre che nel bagno esterno anche nel liquido interno un termometro, e abbiamo mantenuto costante la temperatura facendo arrivare nel bagnoesterno una corrente di vapore d'acqua che si poteva interrompere a volontà.

« Abbiamo studiato prima di tutto come tipo di queste reazioni l'azione dell'acqua sul cloruro di solforile che come è noto avviene secondo l'equazione

$$SO_2\,Cl_2 + 2H_2O = H_2\,SO_4 + 2\ HCl$$

inoltre abbiamo studiato l'influenza dell'idrato potassico su questa velocità di reazione.

« L'operazione si faceva immergendo nel cilindro, attraverso la tubulatura D il bicchierino sospeso al tubo O e contenente un centimetro cubo di cloruro di solforile. Nel cilindro si erano messi in anticipazione 250 cc. di acqua, e portati poi alla temperatura voluta. L'agitazione si faceva per mezzo di una corrente d'aria aspirata per la tubulatura C e gorgogliante attraverso l'acqua per l'estremità inferiore dei tubetti E ed O; in questo modo il liquido nel bicchierino e nel cilindro viene agitato molto bene, senza che la superficie di contatto del cloruro di solforile venga modificata. Colle dimensioni da noi adottate, la velocità dell'aria era di tre litri all'ora; l'estremità del tubetto affilato aveva il diametro di circa mm. 0,4 e distava dalla superficie del cloruro di solforile mm. 5. L'aria prima di entrare nel cilindro passava attraverso due tubi ad U contenenti potassa solida, e inoltre, per mantenere costante il gorgoglìo d'aria nel bicchierino, l'estremità del tubetto a potassa esterno era tirata in un filo capillare.

« Trascorso il tempo voluto si levava il bicchierino e il tubetto O, si chiudeva la tubulatura con un altro tappo e si continuava a far passare l'aria per completare il miscuglio; poscia, dopo raffreddamento, se la temperatura era superiore a quella ambiente, si prelevavano 25 cc. e si titolava con potassa decinormale l'acidità e nel caso in cui usammo 250 cc. di soluzione

decinormale di potassa invece che d'acqua, si titolava l'alcalinità restante con un acido decinormale. Dai centimetri cubi di alcali assorbito, con l'equazione sopra scritta calcolammo la quantità di cloruro di solforile trasformato.

« Naturalmente ci sono varie precauzioni da prendere; prima di tutto impedire che, durante l'introduzione del bicchierino con il cloruro di solforile, l'agitazione prodotta dall'immersione non ne faccia uscire qualche gocciolina aumentando così la superficie di contatto. Noi siamo riusciti ad evitare questo inconveniente prelevando 3 o 4 cc. dai 250 misurati e ponendoli nel bicchierino prima dell'immersione per mezzo di una pipetta affilata, poi abbiamo fatto arrivare sul fondo il cloruro di solforile; ovvero coprendo con quei pochi centimetri cubi d'acqua il cloruro di solforile che già si era messo nel bicchierino. Va da sè che il tempo si conta dal contatto dell'acqua col cloruro di solforile nel bicchierino, e che ci siamo assicurati che nel brevissimo tempo che trascorre dal versamento del cloruro di solforile sott'acqua all'immersione del bicchierino, non si ha un aumento di temperatura possibile. Un'altra precauzione è la regolarità dell'efflusso, la quale si ottiene facilmente quando si osservino i dettagli da noi esposti e si misuri l'acqua che affluisce dall'aspiratore in un determinato tempo.

« Ci siamo persuasi con opportune esperienze, che un eccesso d'acqua maggiore di 250 cc. non ha nessuna azione sulla velocità di decomposizione del cloruro di solforile.

« Nella tabella seguente diamo i risultati delle nostre esperienze e dei nostri calcoli secondo la formula logaritmica nota $\frac{1}{t}\, lg \frac{A}{A-x} = AC$, che vale per i sistemi omogenei, prendendo $A = 1$ e la formula

$$\frac{1}{tO}\; l \frac{A}{A-x} = A'C'$$

per sistemi eterogenei, essendo t il tempo e O la superficie di contatto. Abbiamo calcolato i valori di $lg \frac{A}{A-x}$, giacchè molti sperimentatori si limitano a dare questi invece degli altri $ln \frac{A}{A-x}$ che sono ai primi proporzionali; per ciò che riguarda l'andamento della reazione è perfettamente lo stesso riferirsi ai logaritmi naturali o a quelli volgari.

« Il cloruro di solforile bolliva a 69°5 (colonna nel vapore) alla pressione di 755, a 0°.

« La superficie bagnata era di cq. 2,37 temperatura = 10°.

« È facile a comprendersi che essendo 2,3025 il fattore per passare dai logaritmi volgari a quelli naturali ed essendo O = 2,37 i numeri AC e A'C'

risultano quasi identici: ciò non avverrebbe naturalmente se la superficie fosse diversa.

Tempo in minuti	CC di KOH $\frac{N}{10}$ assorbiti (per 25 cc.)	SO_2Cl_2 scomposto (per 25 cc.)	$lg\frac{A}{A-x}$	AC	$l\frac{A}{A-x}$	A'C'
30	2,8	0,0094	0,00410632	0,00014	0,00945480	0,00013
45	4,6	0,0155	0,00672269	0,00015	0,01547899	0,00014
75	6,8	0,0229	0,01004541	0,00013	0,02312955	0,00013
90	8,25	0,0278	0,0122465	0,00014	0,02819756	0,00013
120	9,2	0,0310	0,01367970	0,00011	0,03149750	0,00011
150	13,0	0,0438	0,0189966	0,00013	0,04372815	0,00012
180	14,0	0,0472	0,0216440	0,00012	0,04983540	0,00012
240	18,0	0,0607	0,02718646	0,00011	0,06259682	0,00011
300	21,6	0,0729	0,03249788	0,00011	0,07482636	0,00011
330	23,8	0,0803	0,0363494	0,00011	0,08369449	0,00011
390	27,9	0,0941	0,0429691	0,00011	0,09893635	0,00011
450	34,5	0,1096	0,0503798	0,00011	0,15599948	0,00011
Temperatura = 30°.						
30	5,8	0,0195	0,00851501	0,00028	0,01960581	0,00027
45	7,6	0,0256	0,01123201	0,00025	0,02586170	0,00024
60	9,7	0,0327	0,01443653	0,00024	0,03324011	0,00023
120	19,7	0,0664	0,02983002	0,00025	0,06868362	0,00024
In soluzione decinormale d'idrato potassico alla temperatura di 10°.						
60	5,8	0,0195	0,00851501	0,00014	0,01960581	0,00014
120	11,3	0,0381	0,01682449	0,00014	0,03873838	0,00014
180	13,3	0,0449	0,01994668	0,00011	0,04592723	0,00011
240	19,0	0,0641	0,02873388	0,00012	0,066149758	0,00011

« Dai numeri sopra esposti si può rilevare facilmente che l'andamento della reazione, come apparisce dalla costante AC, segue la regola logaritmica delle reazioni monomolecolari in sistemi omogenei. I valori assoluti quali risultano dalla A'C', come è ben naturale seguono lo stesso andamento essendo dedotti dagli stessi valori.

« L'aumento di temperatura fa aumentare la velocità, e gli idrati alcalini in soluzione non la modificano, perchè come si vede abbiamo una stessa velocità, sia che si adoperi l'acqua, sia che si adoperi una soluzione decinormale di idrato potassico.

« Noi crediamo questo fatto di una certa importanza, perchè si sarebbe anche potuto supporre che la presenza d'un alcale il quale non è in quantità come l'acqua tale da ritenersi grandissima rispetto a quella del cloruro di solforile, modificasse l'andamento della reazione, si avrebbe

$$SO_2Cl_2 + 4\,KOH = SO_4K_2 + 2KCl + 2H_2O$$

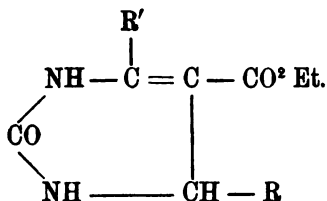
mentre invece visto che la velocità rimane la stessa, bisogna ammettere che avvenga prima la scomposizione del cloruro di solforile per parte dell'acqua, e che poscia i prodotti di scomposizione reagiscano con la potassa.

« Il metodo da noi descritto crediamo potrà prestarsi alla soluzione di altri simili problemi, e su di esso contiamo di ritornare ».

Chimica. — *Etere Benzalbiuretamidocrotonico e Benzalbiureto* (1). Nota del dott. PIETRO BIGINELLI, presentata dal Corrispondente L. BALBIANO.

Benzalbiuretamidocrotonico.

« Nella Memoria pubblicata nella Gazzetta chimica (1) descrissi una serie di Uramidi aldeidiche degli eteri acetil ed ossalacetico. Dimostrai come la reazione fra urea, aldeide e gli eteri sopramenzionati fosse generale, nel senso che posti a reagire in quantità equimolecolari, mediante eliminazione di due molecole d'acqua, dettero sempre composti a catena chiusa e colla formola generale seguente:

$$\begin{array}{ccccc} & & R' & & \\ & & | & & \\ & NH - & C & = C - & CO^2\,Et. \\ / & & & | & \\ CO & & & | & \\ \backslash & & & | & \\ & NH - & - & CH - & R \end{array}$$

ove con R si indichi un residuo aldeidico qualunque e con R' il ($-CH^3$) dell'etere acetilacetico, oppure il ($-CO^2\,C^2\,H^5$) dell'etere ossalacetico.

« Mi rimaneva da provare se la reazione succedeva anche con un'altra amide di costituzione e funzione poco diversa dall'urea; per questo, nella reazione che descriverò, sostituii all'urea il biureto idrato.

« A ricadere feci bollire per 4-5 ore una miscela formata di gr. 12,1 di biureto idrato finamente polverizzato, con gr. 10,6 di aldeide benzoica e gr. 13 di etere acetilacetico in 40-50^{cc} di alcool assoluto, a cui aggiunsi ancora un paio di goccie di acido cloridrico concentrato. Per ebollizione a poco a poco il biureto si scioglie e il liquido si colora in giallo.

« Per raffreddamento si deposita dal liquido una sostanza solubile in alcool, molto più a freddo che non a caldo, dal quale si deposita in ciuffi di piccoli aghi fusibili a 184°-185°.

(1) Lavoro eseguito in parte nel laboratorio del prof. Schiff e parte in quello del prof. Guareschi.

(2) Gazz. chim. t. XXIII, parte 1ª, 1893.

« Questo composto si può ancora ottenere, e più rapidamente, scaldando la miscela dei tre componenti fino a fusione completa del biureto idrato e mantenendo poi il tutto per qualche tempo verso 170°. Si lascia in seguito raffreddare la massa, che diventa solida, si lava prima bene con etere per esportare l'aldeide benzoica e l'etere acetilacetico rimasti inalterati, dopo si lava ancora con acqua calda per esportare la parte di biureto rimasto inattaccato, e finalmente il residuo, che sarà formato quasi esclusivamente dal composto che si cerca, si fa sciogliere e cristallizzare dall'alcool.

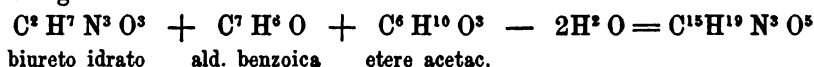
« Gli aghi che si ottengono diedero i seguenti risultati analitici:

gr. 0,2025 di sostanza fornirono CO^2 gr. 0,4130 e H^2O gr. 0,1112
» 0,2154 » » » » 0,4406 » gr. 0,1176
» 0,1564 » » » 17^{cc} di N secco a 14°,5 e 761^{mm}

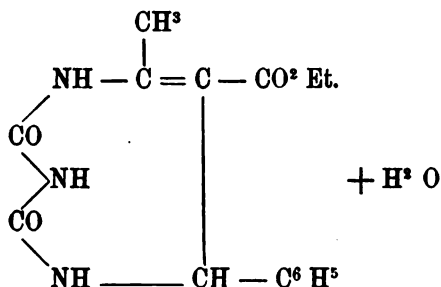
da cui si ricava per 100 parti:

	trovato		calcolato per $C^{15}H^{19}N^{3}O^{5}$
C	55,62	55,78	56.07
H	6,10	6,06	5,91
N		12,98	13,08

« La formola, a cui portano questi dati analitici, corrisponde all'equazione seguente:

$$\underset{\text{biureto idrato}}{C^2H^7N^3O^3} + \underset{\text{ald. benzoica}}{C^7H^6O} + \underset{\text{etere acetac.}}{C^6H^{10}O^3} - 2H^2O = C^{15}H^{19}N^3O^5$$

« Questo composto oltrechè nell'alcool, è anche un po' solubile nell'etere; è invece affatto insolubile nell'acqua. Non dà più la reazione caratteristica del biureto, e se viene scaldato cogli acidi o alcali diluiti svolge odore di aldeide benzoica. Già a freddo si scioglie negli alcali diluiti, colorando la soluzione in giallo per scomposizione parziale; però la maggior parte si può riottenere inalterato se nella soluzione si fa arrivare una corrente di anidride carbonica. Il composto, sospeso in acqua, non è punto attaccato dall'acido nitroso nascente. Scaldato in istufa fra 100°-110° per due ore non perde acqua.

« Tutti questi comportamenti di tale composto dimostrano la sua analogia di costituzione coll'etere benzuramido-crotonico e colle uramidi aldeidiche in generale dell'etere acetilacetico già descritte (loc. cit.), per cui credo di potergli pure attribuire una formola analoga di costituzione:

```
             CH³
              |
       NH — C = C — CO² Et.
      /           |
    CO            |
      \           |
       >NH        |          + H² O
      /           |
    CO            |
      \           |
       NH ——————— CH — C⁶ H⁵
```

Etere Idrobenzalbiuretamidocrotonico [1].

Benzalbiureto.

« La formazione dell'etere benzalbiuretamidocrotonico, avvenuta quasi nelle stesse condizioni in cui si ottiene l'etere benzuramidocrotonico e tutte le altre uramidi descritte nella Memoria già avanti citata, mi spinse a tentare la formazione di composti del biureto colle aldeidi, paragonabili alle ureidi.

« Nelle stesse condizioni in cui si ottengono la maggior parte delle ureidi, il biureto non reagisce coll'aldeide benzoica, nè in soluzione acquosa nè alcoolica anche dopo lunga ebollizione.

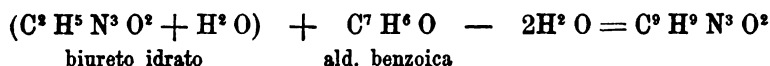
« Se si scalda invece a bagno d'olio, in quantità equimolecolari, aldeide benzoica e biureto idrato, si vedrà verso 100° svolgersi dalla massa del vapor d'acqua (forse l'acqua del biureto idrato) poi quasi smettere, per poi ripigliare lo svolgimento insieme a poco vapore d'aldeide oltre i 150°, temperatura a cui avviene la fusione completa della massa. Io però portai la temperatura del bagno fino quasi a 170° e lo tenni a quella temperatura per qualche tempo, cioè finchè lo svolgimento del vapore d'acqua non era cessato e subentrava un leggero odore ammoniacale.

« Lasciai allora raffreddare la massa cristallina, la polverizzai e lavai prima con alcool ordinario per esportare l'aldeide in eccesso e, dopo asciugata, con acqua per esportare il biureto inalterato. Ottenni in questo modo una piccola quantità di sostanza perfettamente bianca, un po' solubile in acqua ed in alcool specialmente a caldo, dai quali solventi cristallizza in piccoli mammelloni che fondono a 272°-273° con decomposizione.

« All'analisi questo composto diede i seguenti risultati:
gr. 0,2006 di sostanza fornirono $38^{cc},4$ di N secco a 22° e $746,5^{mm}$
da cui si ricava:

	trovato	calcolato per $C^9 H^9 N^3 O^2$
N %	21,85	21,98

« Questa formola porta all'equazione seguente:

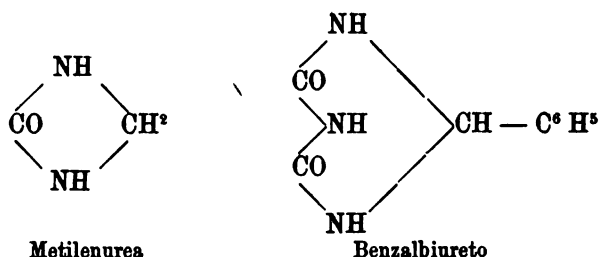
$$\underset{\text{biureto idrato}}{(C^2 H^5 N^3 O^2 + H^2 O)} + \underset{\text{ald. benzoica}}{C^7 H^6 O} - 2H^2 O = C^9 H^9 N^3 O^2$$

« Questo composto non dà più la reazione del biureto.

« Bollito a lungo con acqua, in parte si scompone.

[1] M'interessa qui fare osservare come il comportamento del composto descritto, specialmente colla potassa e soda e la sua riprecipitazione inalterato per azione di una corrente di anidride carbonica, sia perfettamente analogo a quello del biureto, e quindi parrebbe che la molecola d'acqua che questo contiene sia come acqua di costituzione.

« Nella potassa o soda diluita e fredda si scioglie e riprecipita inalterato per azione di una corrente di anidride carbonica. In ammoniaca liquida non si scioglie. Si scompone profondamente se la soluzione potassica si porta all'ebollizione, mandando odore di aldeide benzoica. Anche gli acidi diluiti a freddo non hanno azione sopra tale composto, a caldo invece lo scompongono nello stesso modo degli alcali fissi.

« Insomma il comportamento di tale composto è quasi identico a quello delle ureidi aldeidiche, colla sola differenza che queste sospese in acqua reagiscono coll'acido nitroso nascente, mentre invece quello rimane inalterato. Per questo riguardo si potrebbe paragonare alla metilenurea e per analogia di costituzione si potrebbe dare la formola seguente:

Metilenurea Benzalbiureto

« Questo benzalbiureto non reagisce più coll'etere acetilacetico, anche portando la miscela a 180° e in presenza di una goccia di acido cloridrico concentrato ».

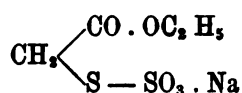
Chimica. — *Sui caratteri chimici delle diidrochinoline.* Nota di Adolfo Ferratini, presentata dal Socio Ciamician.

Chimica fisica. — *Rifrazione atomica di alcuni elementi. — Potere rifrangente delle combinazioni organo-metalliche.* Note di A. Ghira, presentate dal Corrispondente Nasini.

Le precedenti Note verranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Cristallografia. — *Studio cristallografico di alcuni nuovi composti organici.* Nota di Giovanni Boeris, presentata dal Socio Strüver.

1. Acetoiposolfonato etilsodico.

$$CH_2 \begin{cases} CO \,.\, OC_2H_5 \\ S - SO_3 \,.\, Na \end{cases}$$

« Ottenuto da Purgotti (1), scaldando, a bagno maria, etere monocloroacetico con iposolfito di sodio.

« Sistema cristallino: monoclino

$$a:b:c = 0.7129:1:1.3645$$

$$\beta = 76°24'$$

« Forme osservate: }010{, }001{, }110{, }011{, }$\bar{1}$11{.

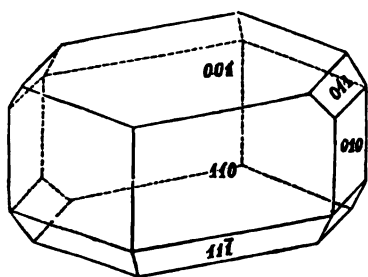



Fig. 1.

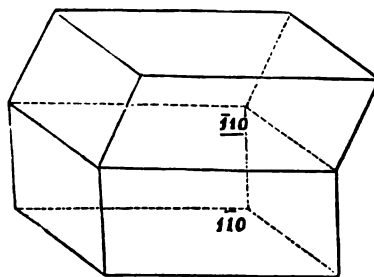



Fig. 2.

	Limiti delle osserv.	Osserv. media	Calcolato	n
(110) : (010)	55° 3′ — 55°38′	55°17′	*	8
(110) : (1$\bar{1}$0)	69 17 — 69 28	69 23	69°26′	5
(110) : (001)	78 41 — 78 58	78 51	*	8
(011) : (001)	52 58 — 53 0	52 59	*	2
(011) : (110)	54 50 — 54 54	54 52	55 10	2
($\bar{1}$11) : ($\bar{1}\bar{1}$1)	68 30 — 68 36	68 33	68 43	2
($\bar{1}$11) : (001)	75.50		76 28	1
($\bar{1}$11) : ($\bar{1}$10)	25 4 — 25 20	25 12	24 41	2

« Questi cristalli sono sempre un po' compressi secondo la }001{. La combinazione effigiata (fig. 1), si riscontrò su quasi tutti i cristalli presi in esame; in altri pochi si osservarono anche queste combinazioni:

}110{, }001{.

}110{, }001{, }$\bar{1}$11{.

(1) *Sopra alcuni nuovi acidi iposolfonici.* Gazz. chim. it., 1892, vol. I, pag. 416,

La }$\bar{1}$11{ e la }011{ si presentano con facce poco estese. Quelle della }010{ sono ristrette in alcuni individui ed in altri abbastanza sviluppate.

« Appena tolti dalla soluzione i cristalli sono incolori, trasparenti e lucenti, ma rapidamente si fanno biancastri e le facce perdono la loro lucentezza, talchè le misure diventano assai malagevoli.

« Non sono rari i geminati ad asse normale alla }001{ (fig. 2); in essi, a questa forma, si associa solamente la }110{.

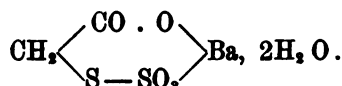
Potei misurare cinque volte l'angolo.

	Limiti delle osserv.	Osserv. media	Calcolato	n
(1$\bar{1}$0) : ($\bar{1}$10)	22°9′ — 22°38′	22°21′	22°18′	5

La base stava nella zona [110 : $\bar{1}\bar{1}$0] e le sue facce, nei due individui, erano fra loro parallele.

« La sostanza ha sfaldatura facile e perfettissima secondo }001{, perfetta secondo }110{.

2. Acetoiposolfonato baritico.

$$CH_2\left\langle\begin{matrix} CO\,.\,O \\ S-SO_3 \end{matrix}\right\rangle Ba,\ 2H_2O.$$

« Anche questo composto fu preparato da Purgotti (1) scaldando, a bagno maria, soluzioni equimolecolari di iposolfito sodico e di acido cloroacetico neutralizzato con carbonato sodico e trattando la sostanza che ne risulta, sciolta in acqua calda, con cloruro di bario in soluzione concentrata e a caldo.

« Sistema cristallino: trimetrico

$$a:b:c = 0.7279:1:0.5596$$

« Forme osservate: }010{, }001{, }011{, }110{.

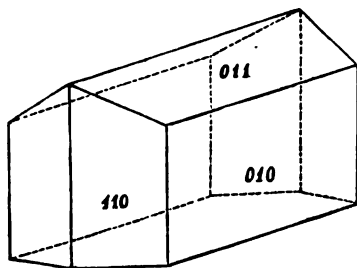



Fig. 3.

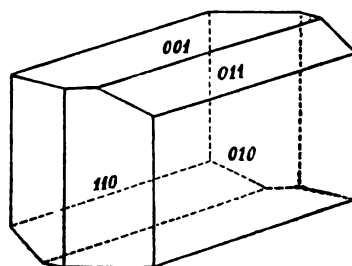



Fig. 4.

	Limiti delle osserv.	Osserv. media	Calcolato	n
(010) : (110)	53°43′ — 54°15′	53°57′	*	8
(010) : (011)	60 38 — 60 56	60 46	*	4
(011) : (0$\bar{1}$1)	58 16 — 58 48	58 32	58°28′	2
(011) : (110)	73 13 — 73 38	73 20	73 18	8
(110) : (1$\bar{1}$0)	72 4 — 72 19	72 12	72 6	4

(1) Mem. cit. Gazz. chim. it., 1892, vol. I, pag. 416.

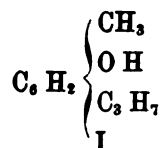
« I numerosi cristalli avuti a disposizione, tutti assai piccoli e tabulari secondo (010), hanno, per una metà circa, l'aspetto rappresentato dalla fig. 3. Sono, cioè, diversamente conformati alle due estremità dell'asse [001], poichè ad una di esse è presente la faccia (00$\bar{1}$) e mancano del tutto le facce di (011), e dall'altra, dove queste ultime sono visibili, non vi è traccia alcuna della base. Si avrebbe pertanto emimorfia rispetto all'asse [001]. I rimanenti sono conformati come indica la fig. 4. In questo caso la base compare con ambedue le facce, ma la }011{ con una sola e la sua parallela. Queste sono sempre notevolmente incavate, ciò che si riscontra talora anche, per le facce della stessa forma, nei cristalli del primo tipo, dove, per altro, sono di solito sufficientemente piane e brillanti. Quelle di }110{ sono, in generale, piane tanto nell'uno che nell'altro tipo di cristalli.

« Sfaldatura non osservata.

« I piani degli assi ottici sono paralleli a }001{, le bisettrici ottuse sono normali a }010{.

« Doppia rifrazione debole.

3. Monoiodotimolo.

$$C_6H_2\begin{cases}CH_3\\OH\\C_3H_7\\I\end{cases}$$

« Il dott. Giuseppe Scacchi mi ha fornito questa sostanza che ottenne [1] sottoponendo il timolo, sciolto in alcool, all'azione del joduro d'azoto, mentre gli scopritori di essa, Wilgerodt e Kornblum [2], l'ebbero trattando con jodio in polvere il timolo in soluzione ammoniacale. Il composto fonde a 69°.

« Sistema cristallino: monoclino

$$a:b:c = 3.6850:1:3.0114$$
$$\beta = 61°8'$$

« Forme osservate: }100{, }001{, }$\bar{1}$01{, }$\bar{2}$01{, }110{.

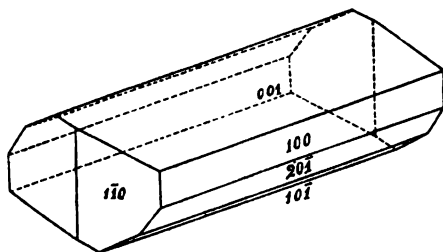



Fig. 5.

(1) *Nota sul monoiodotimolo*. Il Raccoglitore medico, ser. 5ª, vol. XIV, p. 85, 1892.
(2) Journal für prakt. Chem. 39, pag. 289.

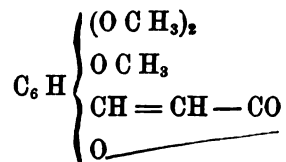
	Limiti delle osserv.	Osserv. media	Calcolato	n
(100):(110)	72°30′ — 73°3′	72°47′	*	7
(100):(001)	60 59 — 61 17	61 8	*	8
(001):(̄101)	49 35 — 49 54	49 46	*	12
(̄101):(̄201)	31 35 — 31 50	31 42	31°51′	4
(̄201):(̄100)	37 0 — 37 19	37 13	37 15	6
(110):(̄110)	34 19 — 34 32	34 22	34 26	4
(110):(001)	81 30 — 81 58	81 45	81 47	12
(̄101):(̄110)	83 32 — 84 0	83 52	83 56	6
(̄201):(̄110)	76 3 — 76 28	76 16	76 22	5

« Di questo composto si esaminarono cristalli che provenivano parte da una soluzione di etere petrolico, parte da una soluzione di alcool. Mostrano gli uni e gli altri la combinazione di tutte le forme di sopra indicate e non differiscono punto nell'abito, poichè sono tutti allungati nel senso dell'asse [010] e la base è, in generale, la forma predominante. Di più, tanto nei cristalli avuti dall'uno dei solventi adoperati quanto in quelli ricavati dall'altro, se ne rinvennero alcuni in cui le facce delle forme }100{, }001{, }̄101{, }̄201{, hanno a un dipresso la stessa estensione ed alcuni altri nei quali la }100{ è notevolmente sviluppata, ma la }̄101{ e la }̄201{ sono molto ristrette. Le facce della }110{ dànno sempre immagini più nette che non quelle delle forme della zona [010] che sono spesso striate secondo l'asse della zona stessa.

« La sostanza è biancastra e poco trasparente, ed ha sfaldatura perfetta secondo }001{.

« I piani degli assi ottici sono perpendicolari a }010{. Le bisettrici acute sono poco inclinate sulla }100{.

4. Dimetilfrassetina.

$$C_6H\begin{cases}(OCH_3)_2\\ OCH_3\\ CH=CH-CO\\ O\end{cases}$$

« Questa sostanza venne preparata da Körner e Biginelli (1) mediante la metilazione della frassetina. Fonde a 103°-104°.

« Sistema cristallino: trimetrico

$$a:b:c = 0.4096:1:0.7045$$

(1) *Intorno alla costituzione della frassina e della frassetina.* Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol VII, 2°, sem., fasc. 4. — Gazz. chim. it., 1891, vol. II, pag. 452.

« Forme osservate: {100}, {010}, {001}, {111}, {032}.

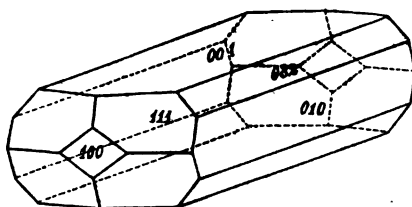



Fig. 6.

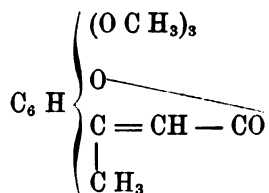
	Limiti delle osserv.	Osserv. media	Calcolato	n
(111) : (1$\bar{1}$1)	38°56′ — 39° 1′	39° 0′	*	7
(111) : (11$\bar{1}$)	56 30 — 56 38	56 34	*	9
(111) : (100)	35 14 — 35 28	35 20	35°25′	10
(111) : (010)	70 20 — 70 42	70 28	70 30	5
(111) : (001)	61 28 — 61 57	61 39	61 43	7
(111) : (032)	55 20 — 55 40	55 30	55 23	2
(001) : (032)	46 17 — 47 0	46 36	46 35	4

« Cristalli allungati nel senso dell'asse [100] ed alquanto schiacciati secondo {001}. Presentano la combinazione di tutte le forme osservate, ad eccezione di alcuni pochi, sui quali non si riscontra la {100}, che è, del resto, sempre subordinata alla {111}. Le facce della {001} sono, in qualche caso foggiate a tremìa ma di solito, come sempre quelle di {111}, sono nette e splendenti e riflettono al goniometro immagini semplici. Scabre invece si mostrano costantemente le facce della {032} ed incurvate, per di più verso l'intersezione loro con quelle della piramide {111}.

« Questi cristalli sono di un bel colore giallo e su di essi non si notò alcuna direzione di sfaldatura.

« I piani degli assi ottici sono paralleli a {001}. Le bisettrici ottuse sono normali a {010}.

5. β-metil-triossimetilcumarina.

$$C_6H\left\{\begin{array}{l}(OCH_3)_3\\ O\text{———————}\\ C = CH - CO\\ |\\ CH_3\end{array}\right.$$

« Fu ottenuta da Biginelli (1) scomponendo, con acqua calda, il prodotto $(C_{13}H_{14}O_5)_2$ KJ, che si forma trattando la β-metil-diossimetilossicumarina con un equivalente di potassa sciolta in alcool metilico ed uno di joduro di

(1) *Intorno ad un isomero della frassetina e derivati di esso.* Rendiconti della R. Acc. dei Lincei. Classe di sc. fis. mat. e nat., ser. 5a, vol. II, 1° sem. fasc. 7. — Gazz. chim. it. 1893, vol. II, pag. 608.

metile e risulta formato da due molecole di β-metil-triossimetilcumarina unite ad una di joduro di potassio. È fusibile tra 113°-113°,5.

« Sistema cristallino: monoclino

$$a:b:c = 0.9187:1:1.2551$$
$$\beta = 84°19'$$

« Forme osservate: }100{, }001{, }110{, }011{.

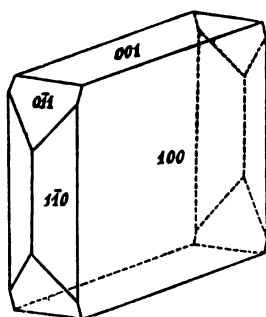



Fig. 7

	Limiti delle osserv.	Osserv. media	Calcolato	n
(110):(100)	42°13' — 42°36'	42°26'	*	14
(011):(001)	51 10 — 51 23	51 19	*	7
(011):(110)	54 55 — 55 16	55 5	*	7
(011):(1$\bar{1}$0)	61 11 — 61 18	61 15	61°15'	3
(100):(011)	86 15 — 86 36	86 24	86 27	10
(001):(100)	84 0 — 84 23	84 12	84 19	4
(001):(110)	85 42 — 86 24	86 0	85 49	6

« Cristalli tabulari secondo }100{, d'aspetto e dimensioni uniformi. Le facce delle forme }110{ e }011{ sono piane e splendenti, quelle della }001{ sono spesso incurvate e talune volte spezzate.

« I piani degli assi ottici sono paralleli a }010{, le bisettrici ottuse sono quasi normali a }100{.

« Sfaldatura facile e perfetta secondo }010{ ».

Geologia. — *Sulla geologia dei dintorni di Lagonegro.* Nota di G. De Lorenzo, presentata dal Corrispondente Fr. Bassani.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Paleontologia. — *Avanzi di Squilla nel miocene medio di Sardegna.* Nota di DOMENICO LOVISATO, presentata dal Socio STRÜVER.

« Il Lamarmora [1] ben giustamente riguardava i terreni marno-argillosi di Fangario, come inferiori a tutte le formazioni del sistema collinesco di Cagliari, che però per lui erano nettamente pliocenici.

« Premetto che sotto il nome di Fangario io comprendo tutta la vasta zona che dallo stagno di Santa Gilla ad occidente va a S. Michele ad oriente, e dalle ultime case di Cagliari del sobborgo di S. Avendrace va fin oltre il rio, che porta proprio il nome di Fangario, comprendendo quindi Bingia Fargeri, Bingia Pili, Cabitzuddu, S. Francesco, ecc.

« Questi terreni in generale marno-argillosi hanno offerto al grande uomo varie specie di fossili, che dal Meneghini furono battezzati come *Pecten cristatus*, *P. opercularis*, *Corbula gibba* [2], una *Venus* ed una *Tellina*, indeterminabili specificamente, e dalla presenza di questi fossili viene alla conclusione, che queste marne, argille e sabbie sono nettamente subappennine, dicendo: « la présence de ces fossiles ne nous laisse pas de doutes sur l'âge pliocénique de ces marnes ».

« Posteriormente il Gennari [3] riportando, quanto a proposito delle formazioni di Fangario avea detto il Lamarmora, dice che il numero dei fossili raccolti dall'autore *del Viaggio in Sardegna* è troppo scarso « perchè non abbia a rimanere qualche dubbio sulla vera indole della formazione e sulla sua età relativa », soggiungendo che le specie fossili regalate gentilmente al Museo fino al 1860 dal Marini e quelle numerose raccolte più tardi da lui stesso e che a centinaia di esemplari potè avere dagli operai applicati alle escavazioni di quelle marne argillose « accennano ad una fauna notevolmente differente dalla fauna pliocenica dei contorni ».

« Un po' di stratigrafia aggiunta allo studio paleontologico delle formazioni superiori, nelle quali il prof. Gennari dichiara frequente il genere Clypeaster, che, come dice benissimo, non trova a Fangario, avrebbe convertito fin d'allora il dubbio in certezza e di parecchi anni avrebbe fatto precedere il ribattezzamento di questi terreni, ascrivendoli al loro vero orizzonte geologico.

« Dopo il Gennari non abbiamo fino all'epoca di mia venuta a Cagliari alcuno studio scientifico sopra questo giacimento di marne argillose, uno dei più importanti dell'isola per ricchezza di fossili.

(1) *Voyage en Sardaigne,* 3e partie, tome I. Turin et Paris 1857, p. 276.

(2) Io non avrei trovato in questi importanti giacimenti il *P. opercularis*; invece negli infiniti esemplari di questo genere ravviserei una specie molto affine al *P. Burdigalensis* con altre specie rare da determinarsi; come non vi avrei trovato la *Corbula gibba.*

(3) P. Gennari, *Note paleontologiche sulla Sardegna.* Cagliari, 1867.

« Sgraziatamente essi sono per lo più male conservati, generalmente allo stato di modelli o di semplici impronte, in generale schiacciati per le forti pressioni subite; e la stessa natura mineralogica della roccia concorre, perchè i fossili difficilmente si possano levare interi ed, anche levati, che si possano conservare, essendo necessario mettere molta attenzione, perchè non vadano in frammenti al semplice contatto delle dita.

« Vista però l'importanza di que' sedimenti, nulla ho risparmiato per istudiarli accuratamente, raccogliendo le bellezze paleontologiche in essi racchiuse. Sebbene in alcun punto non si vegga la sovrapposizione ad essi di tutte le forme litologiche, che costituiscono la bella collina di S. Michele, parlano chiaro più che le trivellazioni e le escavazioni per pozzi alla Vigna Massa, alla polveriera di Cagliari e presso la Chiesa di S. Lucifero, riportate dallo stesso Lamarmora (1), le copiose raccolte paleontologiche, le quali ci dicono ad eloquenza dell'inferiorità di quei depositi ai vari membri, che finiscono col tramezzario o calcare compatto al colle di S. Michele ed in tutte le colline di Cagliari.

« Non è qui il caso di dare un'accurata e minuziosa sezione da me fatta su poco più di 9 m. di potenza cui si spinsero gli scavi talvolta a Bingia Fargeri, e secondo la quale avrei distinto ben 28 straterelli sovrapposti l'uno all'altro, qua di marne, là d'argille, quivi di sabbie sciolte, ivi sabbia compatta, qua piccolo banco di calcare argilloso e là di vero macigno; sezione che vedrà la luce nel mio lavoro generale sul terziario di Sardegna: non credo quindi necessario di accennare ai caratteri litologici dei vari strati e perciò alla importanza stratigrafica di quelle forme; nè credo opportuno di fare un elenco generale dei numerosissimi fossili da me scoperti e determinati o direttamente da me o coll'aiuto di egregi specialisti, come il Capellini (2) pei mammiferi e rettili, il Bassani (3) pei pesci, il Canavari (4) per un nuovo genere e nuova specie di cefalopodo, il Parona (5) per altri cefalopodi e per alcuni molluschi, il Ristori (6) pei crostacei, il Fornasini (7) pei foraminiferi;

(1) *Voyage en Sardaigne*, 3e partie, tome, I, p. 274-5.

(2) In litteris e vedi mia nota: *Nuovi resti di coccodrilliano fossile nel miocene di Nurri*. Rend. Accad. Lincei, vol. I, serie 5a, 1892.

(3) F. Bassani, *Contributo alla paleontologia della Sardegna. Ittioliti miocenici*. Mem. dell'Acc. delle Sc. Napoli, vol. IV, serie 2a, 1891.

(4) M. Canavari, *Note di Malacologia fossile*. II. *Spirulirostrina Lovisatoi, n. gen. et n. sp. di Cefalopodo*. Bull. d. Soc. Malacol. Ital., XVI, 1892.

(5) C. F. Parona, *Appunti per la paleontologia miocenica della Sardegna*. Boll. Soc. Geol. Ital., vol. VI, 1887. — *Descrizione di alcuni fossili miocenici di Sardegna*. Estratto dagli Atti della Soc. It. di Sc. Nat. Milano 1892.

(6) G. Ristori, *Alcuni crostacei del miocene medio italiano*. Atti d. Soc. Tosc. di Sc. Nat., vol. IX, fasc. 1°, 1887.

(7) C. Fornasini, *Di alcuni foraminiferi provenienti dagli strati miocenici dei dintorni di Cagliari*. Boll. Soc. Geol. Italiana, vol. VI, fasc. 1°, anno 1887.

per oggi mi limiterò a dire che questo deposito, che ha una singolarissima corrispondenza ne' suoi fossili con quelli del cosidetto *Schlier* dei tedeschi, corrispondente al miocene medio, e che diremo grossolanamente delle marne argillose ad *Aturia aturi* Bronn. ed a *Spirulirostrina Lovisatoi* Canavari di Fangario, m'ha offerto un' altra novità paleontologica, di grande importanza scientifica pel terziario, e scopo della presente breve Nota.

« Da parecchi mesi avea trovato qualche resto, che sebbene male conservato, pure potei identificare per quello di una *Squilla*. Raddoppiai le ricerche per rinvenirne altri avanzi, ma pur troppo le mie fatiche non furono coronate da felici risultati; non trovai che qualche altra misera reliquia.

« Ebbi riguardo a rendere di pubblica ragione la mia scoperta e solo per lettera l'accennai a qualche collega, il quale - si capisce - assai di buon grado avrebbe voluto i preziosi resti in comunicazione per farne oggetto di una Nota speciale: ma volendo riservare a me il cenno illustrativo dell'importante ritrovato paleontologico, inviai a lui uno schizzo schematico del raro fossile, anche perchè si mettesse fuor di dubbio la mia scoperta.

« Scrissi e rescrissi a vari scienziati per avere qualche aiuto nella letteratura carcinologica, specialmente delle *Squille*, ma pur troppo rimasi completamente deluso ed oggi mi devo accontentare di dare una semplice notizia di questa mia scoperta.

« Lo Zittel (1) dice che l' ordine degli Stomatopodi, che comprende la famiglia delle *Squillidae*, presentasi ben raramente allo stato fossile. Infatti di questi crostacei si conoscono allo stato fossile due sole specie nel cretaceo, la *Squilla Lewisi* Woodw. della creta di Hakel nel Libano e la *S. cretacea* Schlüter della creta di Sendenhorst di Westfalia, e due sole specie nell'eocene cioè *S. antiqua* Münst. degli schisti ad ittioliti di Monte Bolca e *S. Wetherelli* Woodw. di Highgate in Inghilterra (2), ma nessuna specie si conosce ancora nel miocene e nel pliocene; quindi la nostra *Squilla* è assolutamente nuova e per essa propongo il nome di

Squilla miocenica.

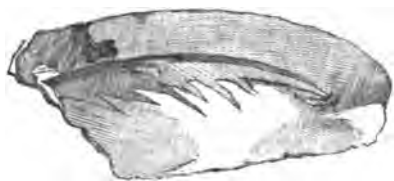
Per amore del vero devo ricordare che il Gennari nelle sue note paleontologiche sulla Sardegna, superiormente citate, riporta la *Squilla Mantis* (Latr.) con un piede-mascella di sinistra, come rinvenuta nell' argilla plastica di Fangario, ma a me, per quante ricerche abbia fatto, m' è riuscito di trovare nulla di simile nel Museo, affidato alle mie cure.

« I soli 6 frammenti, da me rinvenuti, sono resti della forchetta del 2°

(1) K. A. Zittel, *Handbuch der Palaeontologie*. II Band. München und Leipzig, 1881-85, pag. 678.

(2) Opera citata, pag. 678. - Fr. Aug. Quenstedt, *Handbuch der Petrefaktenkunde*. Tübingen, 1885, pag. 420.

paio di zampe-mascelle, cioè dei due organi che specialmente servono per afferrare e sbranare la preda, que' organi che dai tedeschi sono chiamati piedi rapaci (Raubfüsse), ma come gli altri fossili sono mal conservati e per giunta fragilissimi.

Fig. 1.

« Uno di essi (fig. 1) per la lunghezza complessiva del dito mobile del piede-mascella raggiunge quella del maggiore esemplare della *Squilla mantis* Rondelet, da me raccolto nell'Adriatico, ma è un po' inferiore alla lunghezza del maggiore esemplare avuto al mercato di Cagliari, dove comparisce rarissima. Ma mentre i denti della *S. mantis*, così frequente nell'Adriatico superiore e tanto rara nei mari sardi, sono 6 (1), trovandosi solo eccezionalmente 7 denti, come avvenne a me di avere un esemplare sul mercato di Cagliari ed un altro unico fra un numero immenso d' individui nella mia Istria natia, or sarà un anno, gli esemplari fossili portano 8 denti.

« Il campione (fig. 1), piuttosto male conservato, sarebbe slanciato, disteso, aperto, come il dito della *S. mantis* vivente; un altro invece (fig. 2) meglio conservato, coi denti un tantino consumati, di color bianco sporco, sarebbe mancante di parte dei denti stessi, ed un terzo (fig. 3) in condizioni abba-

Fig. 2.

Fig. 3.

stanza buone si mostrerebbe più corto, più curvo, quindi più chiuso e potrebbe forse accennare ad una seconda specie.

« È a questo crostaceo che sui mercati dell'Italia centrale e meridionale pare si dia il nome di *Pannocchia*, ma non è questo certamente il nome volgare che gli si dà sui mercati della Venezia e della Venezia Giulia (2), sui quali compare copiosissimo: ivi è conosciuto con quello di *Canocia*, che italianizzato sarebbe *Canocchia* (3).

(1) Milne Edwards, *Histoire naturelle des crustacés*, ecc., tome II, pag. 520. Paris 1837. — C. Heller, *Die Crustaceen des südlichen Europa*, p. 304-5, Wien 1863.

(2) M. Lessona, *Storia naturale illustrata*. Parte IV. *Animali invertebrati*, pag. 608. Milano 1892.

(3) C. De Marchesetti, *La pesca lungo le coste orientali dell'Adria*. Atti del Museo Civico di Storia Naturale, vol. VII, pag. 54. Trieste 1884.

« Quando avrò avuto l'opportunità di poter comparare i miei esemplari con quelli fossili, già citati del cretaceo e dell'eocene, ed avrò potuto consultare, ciò che mi è molto difficile, per non dire impossibile, qui in Sardegna, i lavori di Woodward, Schlüter, Münster, Kunth ed altri, ritornerò sopra l'argomento per illustrare questa rara *Squilla* sarda ».

CORRISPONDENZA

Estratto da una nuova lettera del Socio straniero prof. dott. F. Cohn al Segretario:

« Riguardo alla mia breve notizia sul *flos linceus*, inserita nei Rendiconti, « osservo ancora che quell'orchidea fù chiamata *Stanhopea ocellata* dal suo « scopritore Hernandez, il quale era medico alla Corte di Filippo II di « Spagna, e fù inviato da quel Re al Messico, per studiare le piante officinali « della Nuova Spagna. Ma l'opera sua fù stampata a Roma soltanto 50 anni « dopo. Il nome dell'orchidea venne da ciò, che i petali gialli sono coperti di « anelli bruni, che ricordano il disegno della lince ».

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 4 marzo 1894.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Paleontologia. — *Rhizocrinus Santagatai* e *Bathysiphon filiformis*. **Nota** del Socio G. Capellini.

« Sono trascorsi più di 55 anni, dacchè nelle marne mioceniche dei dintorni di Bologna era segnalato una strano fossile che, dallo scopritore, veniva riferito al genere *Apiocrinites* ed oggi da taluni paleontologi si vorrebbe annoverare tra i Rizopodi.

« Il prof. Domenico Santagata, che pel primo ne faceva menzione, discorrendo delle marne delle colline di S. Chierlo ricche di fossili, conchiglie specialmente, narra di avervi trovato: « un fossile così generalmente sparso « che può quasi tenersi come caratteristico, comprovando, così, con la sua « presenza che le nominate colline subapennine formano una sola e pressochè « eguale formazione ».

« Il Santagata aggiunge che avendo scoperto un saggio del fossile dalla marna che lo racchiudeva, trovò essere quello una serie di Entrochi formanti una specie di colonnetta di *Apiocrinite* somigliantissimo a quello che Müller e Goldfuss chiamano *Apiocrinites elipticus* e che Schlotheim chiamò *Encrinus elipticus* (1).

(1) Santagata D., *Osservazioni geologiche*. Nuovi Annali delle scienze naturali, anno I, tom. I, pag. 59, tav. II, fig. 2. Bologna 1838.

« Due anni dopo il prof. Bianconi, parlando delle molasse di S. Vittore, M. Paderno e altre località nel Bolognese, dopo avere accennato che racchiudono corpi organici fossili di svariatissime sorta, aggiunge: « Quello però tra « i fossili che è più generalmente distribuito nelle molasse è l'*Apiocrinites* « *ellipticus*, Goldf. descritto e figurato dal dott. Santagata » (1).

« Pilla, parlando delle marne sabbiose di Paderno e S. Vittore riferì quanto aveva scritto il Bianconi, riguardo al fossile che meglio le caratterizzava per la sua frequenza, e dice che avendo avuti esemplari della roccia con *Apiocrinites ellipticus* aveva trovato che gli articoli sciolti di quel crinoide (sic) erano simili a quelli trovati nella roccia di Mosciano e Paterno (2). Ma il Bianconi al quale il Pilla comunicava le sue vedute prontamente gli rispondeva: « Questo terreno è una molassa per certo posteriore al vostro terreno « *etrurio* e passa quindi nel novero dei terziari. Siate pur certo che su di « esso non potrà cadere mai sospetto che possa appartenere alla creta e se « l'indicato fossile sembrasse potervelo condurre, la sua giacitura e relazione « coi terreni inferiori annullerebbero questa sembianza ».

« E dello stesso parere era pure il Santagata, mentre il Pilla accettando per buona la determinazione del fossile, insiste per mostrare che le marne di M. Paderno nel Bolognese, con *Apiocrinites* fossile manifestamente cretaceo associato però a specie terziarie, pei loro rapporti con le argille scagliose cretacee, devono appartenere al terreno etrurio superiore. In seguito dopo aver ricordato il fossile tra quelli del cretaceo raccolti nel terreno nummulitico (pag. 92), alla citazione nella nota 3 fa seguire un punto interrogativo; e finalmente riproducendo nella tav. I fig. 16 la figura già pubblicata dal Santagata, aggiunge questa annotazione: « Stando alla figura data dal Santagata nel suo « lavoro citato, pare che la specie del crinoide bolognese differisca da quella « di Mosciano, ma esaminati gli articoli separati del primo, che ho veduti « impastati nella roccia, sonomi sembrati molto simili a quelli del secondo ».

« Dopo il Pilla nessuno, che io mi sappia, ebbe ad occuparsi del supposto crinoide bolognese, finchè nel 1874 il dott. Angelo Manzoni descrivendo un ben conservato tronco di *Pentacrinus Gastaldi* raccolto nella molassa serpentinosa di Montese, conclude che i crinoidi terziari avevano un *habitat* litorale e vivevano in piccola profondità. Parlando, quindi, della plausibile interpretazione da dare al così chiamato *Apiocrinites ellipticus* della molassa non serpentinosa delle alte colline bolognesi, dopo avere accennato che « se « ne conoscono soltanto frammenti di fusto risultanti da sottili e più o meno « cilindrici articoli a testa articolare rotondata e con canale centrale, angoloso,

(1) Bianconi G., *Storia naturale dei terreni ardenti, dei vulcani fangosi, delle sorgenti infiammabili, dei pozzi idropirici e di altri fenomeni geologici operati dal Gas idrogeno*, p. 72. Bologna 1840.

(2) Pilla L., *Distinzione del terreno etrurio tra piani secondari del mezzogiorno d'Europa*. Pisa 1846.

« piuttosto ampio e dilatato », dice che vien fatto di pensare che si tratti di un apiocrinide a tipo degradato come nel genere *Bourgueticrinus* della creta e *Rhizocrinus* e *Bathycrinus* dei mari attuali.

« Fra i tre generi citati, il genere *Rhizocrinus* gli sembra meglio degli altri combinare con la struttura dei frammenti di fusto del crinoide in esame e a convincere della sua osservazione, riferisce dal Sars la diagnosi del genere *Rhizocrinus*, concludendo che nei terreni terziari l'ordine dei crinoidi è rappresentato solamente dai generi *Pentacrinus* e *Rhizocrinus* (1).

« In quello stesso anno (1874) il prof. Bianconi in una Memoria, *Intorno alle argille scagliose di origine miocenica*, parlando delle molasse dice: « sono macigni a grana estremamente minuta o piuttosto sono marne fina- « mente arenose che, in piccolo, si dividono in poliedri, ma in grande offrono « una stratificazione sconvolta e di varia inclinazione.

« La loro struttura unita ma ad un tempo stesso sabbiosa e friabile è « cospersa di pagliette di mica e di frequènti piccoli fossili fra i quali più « notevole si mostra un crinoide che fu giudicato (1836) l'*Apiocrinites elli-* « *pticus*, ma oggi meglio conosciuto si ha per un *Rhyzocrinus*; per non dire « di altri fossili maggiori, quali *Megasiphonia Aturi*, *Solen*, *Cassidaria*, *Li-* « *mopsis aurita*, ecc. » (2).

« Un anno dopo, il prof. Meneghini pubblicava il suo bellissimo lavoro sui *Crinoidi terziari*, pel quale il dotto paleontologo aveva avuto in comunicazione dal prof. Zittel anche la ricca collezione dei crinoidi terziari del museo di Monaco.

« Nella importante monografia, che comprende una dozzina di specie, col nome di *Rhizocrinus? Santagatai* il prof. Meneghini descrive accuratamente il fossile bolognese, giovandosi dell'esemplare tipico già figurato dal Santagata e dal Pilla e che si conserva nel museo della R. Università di Pisa.

« Il grande maestro, alla accurata descrizione fa seguito con la importante osservazione: « che, oltre alla impossibilità di determinare il genere « di un crinoide senza conoscerne il calice, conviene confessare che anche « l'analogia lascia qualche dubbio sul proposto ravvicinamento generico ».

« E dopo aver citato le diagnosi del *Rhizocrinus* e del *Bathycrinus* descritti da M. W. Tompson e da Pourtales, conclude che il ravvicinamento del fossile bolognese al genere *Rhizocrinus* essendo stato dubbiosamente da altri proposto, conveniva conservare la indicazione di quel dubbio, piuttosto che proporne uno nuovo, forse egualmente arbitrario (3).

(1) Manzoni A., *Rarità paleozoologica*. Boll. del R. Comitato geol. d'Italia, vol. V, pag. 152-159. Roma 1874.

(2) Bianconi G., *Intorno alle argille scagliose di origine miocenica*. Mem. della Accad. delle scienze dell'Ist. di Bologna, serie III, t. V, pag. 381. Bologna 1874.

(3) Meneghini G. J., *Crinoidi terziarii*. Atti della Soc. tosc. di scienze naturali, vol. II. Pisa 1875.

« Nelle mie frequenti escursioni nelle vicine colline bolognesi, a Paderno e a San Vittore, non mi era occorso di trovare il fossile in quistione così abbondante e da potersi dire caratteristico, come lo aveva indicato il Bianconi; ma nelle molasse delle alte colline e precisamente tra Maserna e la Serra per la quale si passa a Gaggio, aveva trovato il supposto *Rhizocrinus* in tanta quantità che veramente si poteva dire il fossile più abbondante e caratteristico. Bellissimi esemplari ne inviai allora al prof. Meneghini che, malgrado la migliore loro conservazione, non credette di modificare il giudizio che aveva dato dello strano fossile, limitandosi a ringraziarmi dell'invio che pure lo aveva molto interessato (1) ed esprimendo la speranza che nel nuovo giacimento del *Rhizocrinus Santagatai* si riescisse a trovare anche qualche calice.

« Frattanto, in due lavori mi occorreva di parlare del *Rhizocrinus Santagatai*, trattandosi di sincronizzare con le marne sabbiose di Paderno e San Vittore le molasse marnose trovate tra Maserna e Serra Guidoni.

« Nel primo lavoro col titolò: *Il Macigno di Porretta e le rocce a Globigerine dell'Apennino bolognese*, notava che tra Maserna e la Serra dei Guidoni, inferiormente alle molasse e conglomerati ofiolitici di Montese e Vigliana ricchi di echinodermi, spugne ed altri fossili, vi erano calcari marnosi e arenarie a grana finissima con fucoidi, foraminiferi, caratterizzate dalla abbondanza del *Rhizocrinus Santagatai*.

« Quel complesso di rocce riteneva sincrono delle rocce a Globigerine di Magarone, Tana Caprina e altre località nel Porrettano e ne constatava la sovrapposizione alle arenarie oligoceniche di Corvella caratterizzate da numerosi fucoidi? *Chondrites intricatus*, *C. Targionii*, *C. Fischeri*; con numerosi esemplari di *Nemertilites meandrites*, *Helmintoidea labyrinthica*, *Palaeodictyon*, etc. (2).

« Nel secondo lavoro resi conto dei rapporti tra le rocce a Globigerine, il calcare a Pteropodi, *Lucina globulosa* e *Megasiphonia Aturi*, il calcare a bivalvi di Monte Cavallo, Stagno e Casola e le rocce marnose e sabbiose con *Rhizocrinus Santagatai* (3). Nel calcare di Casola notai l'abbondanza della selce che in parte aveva sostituito corpi organici originariamente calcarei e in parte si era modellata in cavità dovute alla scomparsa o al passaggio di esseri organici.

« Limitatomi a segnalare la presenza del supposto crinoide, non pensai affatto di sbrogliare un fossile che il Meneghini, in conclusione, aveva dichiarato poco o punto decifrabile; ma appena comparve la Nota del prof. Sacco: *Le genre Bathysiphon à l'état fossile*, non esitai a riconoscere che il *Ba-*

(1) Meneghini, lettere, 24 gennaio 1880.

(2) Capellini, *Il Macigno di Porretta e le rocce a Globigerine dell'Apennino bolognese*. Mem. della Accad. delle scienze dell'Ist. di Bologna, serie IV, tomo II, p. 175. Bologna 1881.

(3) Id., *Calcari a bivalvi di Monte Cavallo, Stagno e Casola*. Mem. cit., vol. cit., p. 195.

thysiphon taurinensis, Sacco veniva a identificarsi coll'*Apiocrinites ellipticus* del Santagata, *Rhizocrinus* del dott. Manzoni, *Rhizocrinus Santagatai* del Meneghini, e che il *Bathysiphon appenninicus*, Sacco, corrispondeva a certi fossili problematici che dal prof. Bianconi erano stati osservati sopra frammenti di pietraforte (cretaceo) e che io avevo trovato abbastanza frequenti nelle arenarie oligoceniche di Corvella, nelle condizioni che or ora passerò ad accennare.

« Il 28 febbraio 1893 il prof. Sacco annunziava alla Società belga di geologia che, quanto prima, in una Nota alla Società geologica di Francia avrebbe descritto e figurato due specie di *Bathysiphon* fossile [1].

« Il 5 maggio di quello stesso anno il prof. A. Andreae comunicava alla Società di Medicina e Storia naturale in Heidelberg che il prof. Sacco di Torino gli aveva mandato, perchè meglio esaminasse e determinasse, un esemplare con certi tubi scuri di un fossile discutibile che coprivano un frammento di arenaria del Flysch proveniente dalla Valle del Taro.

« Il prof. Andreae, descrive il fossile, lo confronta coi tubi dei vermi agglutinanti *Sabellaria*, *Pectinaria*; ma infine in seguito allo studio delle sezioni al microscopio lo giudica un foraminifero della famiglia *Astrorhizidae* e lo ravvicina al genere *Bathysiphon*. E poichè in una escursione da esso fatta col Depéret nelle colline di Torino scoprì nelle marne sabbiose un fossile che meglio ancora s'accordava col *Bathysiphon filiformis* di Sars, così si mostrò propenso a ritenere che allo stesso genere si potessero riferire i tubi del frammento di arenaria del Parmense [2].

« La comunicazione del prof. Sacco alla Società geologica di Francia fu spedita il 15 maggio e le prove di stampa furono rimandate corrette dall'autore il 4 ottobre 1893. Il prof. Sacco descrive e figura come specie distinte di *Bathysiphon* i tubi schiacchiati del frammento di arenaria raccolta dall'ing. Ponci alla confluenza del Ceno col Cenedolo, riferisce allo stesso genere la *Rhabdammina annulata* segnalata dal prof. Andreae nell'oligocene di Alsazia, distingue col nome specifico *taurinensis* il *Bathysiphon* delle colline torinesi, scoperto e riconosciuto dall'Andreae per un foraminifero da potersi identificare col *Bathysiphon filiformis* [3].

« I rapporti che aveva il fossile delle marne mioceniche del Piemonte con quello scoperto dal Santagata nel Bolognese nel 1838 non furono avvertiti. Solamente dopo che mi pervenne la nota del prof. Sacco potei per-

(1) Sacco F., *Contribution à la connaissance paléontologique des argiles écailleuses*, Mém. de la Soc. Belg. de Géol. de Paléont. et d'Hydrologie. d., t. VII. Bruxelles 1893.

(2) Andreae A., *Das fossile Vorkommen der Foraminiferengattung Bathysiphon* M. Sars Verhandlungen des Naturhist. Med. Vereins zu Heidelberg. N. F. V. Bd. 2 Heft. Heidelberg 1893.

(3) Sacco F., *Le genre Bathysiphon à l'état fossile*. Bulletin de la Soc. géol. de France, 3e série, t. XX, p. 165. Paris 1893.

suadermi che, col raro e delicatissimo foraminifero, raccolto in generale a grandi profondità nel golfo di Biscaglia, presso Banda e Amboyna dal Challenger e nel fiordo di Hardanger in Norvegia veniva a identificarsi il supposto crinoide delle marne Elveziane Langhiane del Bolognese. Ma se allora per questo riferimento non rimasi incerto neppure per un istante, confesso che non avrei potuto credere ancora alla identità del *Bathysiphon appenninicus* Sacco, con certi resti frequenti nella arenaria di Corvella presso Porretta, se, per cortese condiscendenza del sig. ing. Ponci e dello stesso prof. Sacco, non avessi avuto in comunicazione l'esemplare raccolto dal Ponci presso Via nino nel Parmense studiato dall'Andreae, descritto e figurato dal Sacco.

« E qui prima di continuare, sarà opportuno che aggiunga qualche notizia riguardo alla provenienza degli esemplari del museo di Bologna.

« Il primo esemplare l'ebbi dal prof. Bianconi nel 1877; esso consiste in una lastra romboidale della ordinaria *pietraforte* dei geologi toscani, una cinquantina circa di centimetri quadrati di superficie nella quale si scorgono avanzi organici che per la loro forma apparente, ricordano piccoli rostri di belemniti. Una prima ispezione e la sezione di uno degli esemplari mi permisero di escludere subito il sospetto affacciato dal Bianconi ma mi lasciarono lungamente incerto se, stando sempre alla forma apparente, i resti di qual primo saggio non potessero riferirsi a pteropodi dei tipi: *Creseis? Cuvieria? Vaginella?* L'esemplare con gli strani fossili era stato raccolto nelle argille scagliose cretacee di Pian di Casale presso Porretta. La superficie della roccia presenta poche e rare tracce dei soliti passaggi di vermi, i fossili spiccano sul fondo grigio giallastro, essendo essi di colore alquanto più scuro; l'esemplare maggiore e che tanto ricorda il rostro di un belemnite è lungo cica 18 millimetri e per due terzi della sua lunghezza offre un solco mediano derivato dalla frattura per schiacciamento. Studiati attentamente quei resti si riconosce che si tratta di tubi frammentati, i quali pel modo con cui si trovano sepolti nella roccia assunsero le sovraricordate apparenze, lasciando alcuni tratti tuttavia cilindrici e da poterne ben valutare il diametro, la grossezza delle pareti e il lume; mentre quando sono schiacciati sembrano avere un diametro notevolmente maggiore, presentano il solco longitudinale e la sezione assume la forma di cifra *8*. Ho sempre conservato questi fossili tra gli indecifrati, pure sospettando che, anche per questi resti come già per molte delle supposte fucoidi, si trattasse di tracce di vermi.

« Nel 1879, mentre Nathorst si interessava di provare che molte supposte alghe fossili dovevano invece riferirsi a tracce di animali invertebrati, raccolsi parecchi esemplari molto istruttivi, tanto nella pietraforte quanto nella arenaria di Corvella, che confrontati con le tracce e i rilievi che si osservano nelle arenarie siluriane e cambriane di Svezia e di altre regioni, non permettono di dubitare che si tratti di impronte fisiche e fisiologiche

prodotte nelle stesse circostanze; d'onde l'assoluta loro identità. Parecchi saggi comunicai allora al dott. Nathorst e alcuni molto istruttivi conservai per le collezioni del museo di Bologna ove si possono sempre confrontare tracce di vermi e d'altro, che poco o punto differiscono da quelle che si osservano sopra rocce cambriane donatemi dal Nathorst stesso e dal prof. Torell. Ma negli esemplari di arenaria di Corvella vi ha qualche cosa di più. Tubi spezzati e d'ordinario schiacciati, nel qual caso presentano il solco longitudinale notato dal prof. Sacco nel *Bathysiphon apenninicus*, abbondano sulla superficie degli strati, sulla quale si notano altresì tracce del movimento ondoso del mare, tracce di correnti come lo ha dimostrato il Nathorst per molti dei supposti *Eophiton* e tracce non equivoche di passaggi di vermi, che in gran parte un tempo, senza esitazione, si riferivano a fucoidi.

« Quei tubi, spezzati e d'ordinario schiacciati, non differiscono per nulla da quelli che ho già ricordati nella pietraforte e, sotto ogni rapporto ed anche per lo studio microscopico della loro costituzione, si devono con quelli identificare. Ciò che qui importa grandemente di notare è la giacitura di questi avanzi organici, la loro associazione con indubbie tracce di vermi, in un deposito grossolanamente sabbioso indubbiamente costituitosi in acque poco profonde. Ho già ricordato quali e quante altre tracce di elmintoidei e di supposte fucoidi si trovano nella arenaria di Corvella ed ho reso conto del piano geologico al quale va riferita. Ma a Corvella sulla superficie di certi strati si nota anche più abbondante un'altra varietà di questi tubi molto più sottili di quelli già indicati e per conseguenza assai meglio conservati. Può dirsi che la superficie di certi strati è letteralmente cospersa di frammenti di questi tubetti lunghi da mezzo millimetro fino a dieci e quindici millimetri, con un diametro di circa un terzo di millimetro. La superficie di questi tubetti, costituiti essenzialmente da grani di minuta sabbia agglutinata, apparisce più scabra della superficie dei grossi tubi precedentemente descritti, nella cui costituzione originaria evidentemente ebbe maggior parte l'elemento chitinoso, e dal modo col quale i frammenti sono allineati è facile di persuadersi che parecchi di essi sono porzioni di uno stesso tubo spezzato o parzialmente sepolto nella roccia; sicchè a mio avviso taluni esemplari dovevano essere lunghi parecchi centimetri. Sarà opportuno di ripetere che, di tali resti, non vi ha traccia nell'interno della roccia; pure essendo tanto abbondanti nella superficie degli strati.

« I confronti istituiti tra tutti questi fossili controversi, il *Bathysiphon filiformis*, la *Rhabdammina annulata* e le spoglie di vermi agglutinanti, *Sabella*, *Pectinaria* ecc., mi hanno indotto nella persuasione che al fossile scoperto dall'Andreae nelle colline di Torino e da esso riferito al genere *Bathysiphon* si debba pure riportare il supposto crinoide *Rhizocrinus Santagatai*, delle marne mioceniche delle colline bolognesi. Riguardo poi agli esemplari da identificare col *Bathysiphon apenninicus* Sacco, e più ancora per gli

altri piccoli tubi di sabbia agglutinata notati nella arenaria di Corvella, tenuto conto della loro forma e costituzione ed anche delle circostanze di giacimento, notevolmente diverse da quelle del vivente *Bathysiphon filiformis*; sopratutto per ciò che concerne l'*habitat* di questo foraminifero e la batimetria che si potrebbe assegnare alla originaria costituzione delle arenarie oligoceniche e cretacee dell'Appennino, non posso a meno di restare tuttavia esitante se debbasi riferire a foraminiferi ciò che mi pare meglio convenga di sospettare opera di vermi. Ma se anche per questi, fossi costretto a persuadermi che realmente si trattasse di foraminiferi della sottofamiglia *Astrorhizinae*, confesso che sarei disposto a riferirli piuttosto al genere *Rhabdammina*; mentre più che col *Bathysiphon filiformis*, Sars, sarebbe facile di riconoscervi qualche analogia con la *Rhabdammina cornuta* Brady.

« E qui mi limiterò a ricordare che il genere *Rhabdammina* fu fondato da Sars nel 1868 per un gruppo di Rizopodi, arenacei essi pure, di mare profondo, con conchiglia libera, tubulare, rettilinea o raggiata e con branche irregolari, aperte alle estremità. Il guscio o tubo è invariabilmente formato di grani di sabbia solidamente cementati. Ad eccezione di pochi casi, il genere *Rhabdammina* però fu trovato soltanto in profondità che variavano da m. 540 a m. 4390 (1).

« In conclusione: per un esame accurato e per la struttura microscopica del *Rhizocrinus*? *Santagatai* Mgh., mi sono convinto che debbasi identificare col *Bathysiphon filiformis* Sars, secondo il prof. Andreae, e *B. taurinensis* Sacco.

« Riguardo al *Bathysiphon apenninicus* Sacco, mi resta tuttavia qualche incertezza e, per le condizioni del giacimento di resti identici nell'arenaria di Corvella presso Porretta, mi tormenta il dubbio che quei resti di tubi possano avere appartenuto a vermi piuttosto che a rizopodi. E finalmente per i tubi ancora più sottili e più abbondanti nella superficie delle lastre della arenaria di Corvella, riconoscendo che sono tubi costituiti da sabbie fine agglutinate, ritengo che se si potesse dimostrare che non abbiano appartenuto a vermi ma bensì a foraminiferi, piuttosto che al genere *Bathysiphon* si dovrebbero riferire al genere *Rhabdammina*.

« Ma dopo tutto, senza elementi sufficienti per poter eliminare ogni incertezza riguardo alla classe alla quale riferire questi avanzi fossili, come si potrebbe aver il coraggio di proporre nomi specifici nella supposizione di avere avuto la fortuna di indovinare realmente la famiglia alla quale hanno appartenuto? Quanto a me, mi terrò pago di aver richiamato l'attenzione dei paleontologi su questi fossili incerti e controversi; mettendo in piena luce dove e come si trovano, perchè forse da ciò ne dovrà pure venir luce, per meglio decifrarli e distinguerli ».

(1) Brady H. B., *Report on the foraminifera dredged by H. M. S.* Challenger *during years* 1873-1876. — *Voyage of H. M. S. Challenger*, etc. *Zoology*, vol. IX, text, p. 266. Plates, vol. IX, Pl. XXI, XXII, 1884.

Chimica — *Sopra una nuova sostanza estratta dai licheni.* Nota del Socio E. Paternò e di F. Crosa.

« Già da alcuni anni uno di noi aveva fatto raccogliere una certa quantità di un lichene che cresce sulle rocce calcari dei monti che circondano Piana dei Greci in Provincia di Palermo, e che all'apparenza si avvicina alla Zeora sordida ed alla Lecanora atra, e solo era un poco meno colorato della prima e meno bianchiccio della seconda. Il prof. R. Pirotta, che ha avuto la gentilezza di esaminare questo lichene, lo ha riconosciuto per *Lecanora* (*Zeora*) *sulphurea* Schaer.

« Questo lichene trattato con l'etere in un apparecchio a spostamento cede a questo solvente oltre ad una resina bruna, un abbondante quantità di una sostanza cristallina colorata più o meno in giallo secondo che provenga dalla prima o dalle ultime estrazioni. Questa sostanza cristallina è un miscuglio essenzialmente formato di acido usnico, e di una nuova sostanza ben cristallizzata ed incolora. Contiene ancora una notevole quantità di sordidina, estratta da Paternò dalla Zeora sordida, ed in piccola proporzione dell'acido rangiformico estratto dallo stesso Paternò dalla Cladonia rangiferina. Dopo una serie di tentativi abbiamo trovato che il miglior metodo di separare la nuova sostanza dall'acido usnico, era quello di trattare il miscuglio dopo una prima purificazione per cristallizzazione dall'alcool o dalla benzina, con solfuro di carbonio a caldo, filtrare la soluzione bollente e lavare con nuovo solfuro di carbonio la parte indisciolta; il solvente trasporta tutto l'acido usnico, e la nuova sostanza che rimane indisciolta, premuta fra carta e disseccata all'aria, si consegue facilmente pura cristallizzandola ancora una o due volte dall'alcool bollente. Da 615 grammi del prodotto di estrazione grezzo si ebbero così 235 grammi della nuova sostanza pura, ossia il 38 %.

« Questa sostanza dall'alcool ordinario cristallizza in magnifiche lamelle di splendore madreperlaceo e di color bianco lievemente perlaceo. Si fonde a 92-93°. Essa contiene dell'acqua di cristallizzazione, che perde per la lunga esposizione all'aria e molto facilmente nel vuoto in presenza di acido solforico, e riprende se ritorna a cristallizzarsi dall'alcool ordinario. Se la sostanza disidratata si cristallizza dalla benzina, dalla ligroina, dall'etere o dall'etere acetico, nei quali è più o meno solubile, allora si ottiene in minuti cristalli che hanno il punto di fusione situato a 123-124°.

« La sostanza cristallizzata dall'alcool acquoso e fusibile a 92-93°, se si scalda in una stufa ad aria perde rapidamente l'acqua e si trasforma in un liquido abbastanza mobile, che pel raffreddamento si rapprende in una massa vetrosa, perfettamente trasparente, durissima ed a frattura concoide, che pel raffreddamento si contrae frangendosi in diversi sensi. Questa modi-

ficazione vetrosa si fonde verso 65°, e si trasforma facilmente in quella cristallina fusibile a 123-124° per effetto della semplice polverizzazione in un mortaio: umettata con alcool acquoso ed abbandonata per pochi minuti assorbe l'acqua con forte elevazione di temperatura, si rigonfia, e diventa bianca polverosa trasformandosi nel composto idrato fusibile a 92-93°. L'andamento esteriore del fenomeno è analogo a quello dello spegnimento della calce anidra.

« La sostanza completamente disidratata per disseccamento nel vuoto, o cristallizzata da un miscuglio di benzina e ligroina, ha dato all'analisi i seguenti risultati:

I. gr. 0,3356 fornirono gr. 0,7955 di CO_2 e gr. 0, 1905 di H_2O.
II. gr. 0,4177 fornirono gr. 0,9892 di CO_2 e gr. 0,2365 di H_2O.
III. gr. 0,3421 fornirono gr. 0,8155 di CO_2 e gr. 0,2020 di H_2O.
IV. gr. 0,3540 fornirono gr. 0,8373 di CO_2 e gr. 0,2016 di H_2O.
V. gr. 0,3933 fornirono gr. 0,9299 di CO_2 e gr. 0,2204 di H_2O.
VI. gr. 0,4062 fornirono gr. 0,9569 di CO_2 e gr. 0,2206 di H_2O.
VII. gr. 0,3287 fornirono gr. 0,7955 di CO_2 e gr. 0,1943 di H_2O.
VIII. gr. 0,5115 fornirono gr. 1,2270 di CO_2 e gr. 0,2917 di H_2O.

« Ossia per 100:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Media
Carbonio	64,73	64,58	65,01	64,50	64,48	64,16	65,98	65,42	64,84
Idrogeno	6,30	6,28	6,55	6,32	6,22	6,02	6,56	6,33	6,32

« Questi risultati conducono alla formola grezza:

$$C_9H_{10}O_3$$

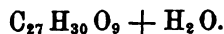
per la quale si calcola:

Carbonio	65,06
Idrogeno	6,02

« Però, secondo tutta probabilità, essa deve triplicarsi e trasformarsi in quella

$$C_{27}H_{30}O_9$$

« Ammessa quest'ultima formola per la sostanza anidra, a quella idrata che si fonde a 92-93°, corrisponde l'altra

$$C_{27}H_{30}O_9 + H_2O.$$

« Infatti:

gr. 2,6236 di sostanza cristallizzata dall'alcool acquoso riscaldata per 4 ore a 100° perdettero gr. 0,1041; ossia per 100

Acqua 3,96

mentre per la formola sopraindicata si calcola

Acqua 3,48

« In principio del nostro studio avevamo supposto che la sostanza cristallizzata dell'alcool, anzichè dell'acqua, contenesse di questo solvente. Ad eliminare ogni dubbio, oltre alle esperienze qualitative, che ci provarono che trattavasi veramente di acqua, ne abbiamo fatto una che crediamo decisiva. Abbiamo cioè riscaldato una porzione di sostanza contenuta in un tubo ad U in un bagno di paraffina a 130°, ed in corrente di ossigeno; il prodotto volatile trasportato dall'ossigeno lo abbiamo fatto traversare per un tubo a combustione pieno di ossido di rame riscaldato, al quale erano legati i soliti apparecchi per condensare l'acqua ed assorbire l'anidride carbonica. Partendo da gr. 1,8351 di sostanza abbiamo da un lato constatato una perdita di peso di gr. 0,0818 e dall'altra nel tubo a cloruro di calcio abbiamo avuto un aumento di peso di gr. 0,0863 e nelle bolle a potassa di gr. 0,074. Questa esperienza esclude in modo assoluto che il nostro prodotto cristallizzasse con alcool, dopoichè gr. 0,0818 di alcool avrebbero dovuto fornire gr. 0,1564 di CO_2.

« La quantità di acqua che si calcola da quest'ultima determinazione corrisponde per 100 a

4,45

il che prova soltanto che la sostanza non era perfettamente disseccata, e forse conteneva ancora tracce piccolissime del solvente.

« Abbiamo voluto fare una combustione della sostanza idrata.

gr. 0,6497 ci fornirono gr. 1,4863 di CO_2 e gr. 0,387 di H_2O.

« Cioè per 100:

Carbonio	62,39
Idrogeno	6,63

mentre per la formola $C_{27}H_{30}O_9 + H_2O$ si calcola:

Carbonio	62,79
Idrogeno	6,20.

« In quanto concerne la natura chimica di questa sostanza, i risultati finora ottenuti non ci permettono di fare nessuna supposizione fondata. Essa si scioglie facilmente negli idrati alcalini a freddo, ed è riprecipitata inalterata dagli alcali; però le soluzioni alcaline, si colorano rapidamente all'aria alterandosi; anche la soluzione ammoniacale si colora fortemente all'aria resinificandosi in poche ore. La soluzione alcoolica si colora col cloruro ferrico in violetto intenso, riduce la soluzione di nitrato di argento, ed anche abbastanza rapidamente il liquore di Fehling.

« La soluzione ammoniacale preparata di recente precipita colla maggior parte delle soluzioni saline, sia dei metalli alcalino-terrosi, sia dei metalli pesanti; ma non ci è riuscito di ottenere composti che presentassero le necessarie garanzie di purezza, tranne di quello argentico. Questo si prepara trattando la soluzione alcoolica della sostanza con ammoniaca goccia a goccia

sino a leggiera reazione alcalina, e mischiandola a freddo e nell'oscurità con una soluzione parimenti alcoolica di nitrato di argento. Si ottiene così un precipitato bianco gelatinoso, che si raccoglie sopra un filtro, si lava con alcool, poi si spappola nell'acqua, si raccoglie nuovamente sul filtro e si lava con acqua fino che questa non dia più reazione sensibile di sali di argento, e si dissecca finalmente nel vuoto sopra acido solforico preservandolo dall'azione della luce. Questo composto argentico ci ha dato all'analisi i seguenti risultati:

I. gr. 0,5609 fornirono gr. 1,1173 di CO_2, gr. 0,2648 di H_2O, e gr. 0,0999 di Ag;

II. gr. 0,4965 fornirono gr. 0,9950 di CO_2, gr. 0,2316 di H_2O e gr. 0,0880 di Ag;

III. gr. 0,4641 fornirono gr. 0,9245 di CO_2, gr. 0,2182 di H_2O e gr. 0,0821 di Ag.

« Cioè per 100:

	I	II	III
Carbonio	54,32	54,64	54,32
Idrogeno	5,24	5,18	5,22
Argento	17,81	17,72	17,68

« La formola più semplice che si calcola da questi dati, ammettendo nella molecola un solo atomo di argento, è quella

$$C_{27}H_{29}O_9Ag$$

per la quale si calcola:

Carbonio	53,55
Idrogeno	4,79
Argento	17,85

« Ed è appunto per la composizione di questo sale argentico che noi abbiamo creduto di assegnare alla nuova sostanza la formola $C_{27}H_{30}O_9$, invece di quella più semplice $C_9H_{10}O_3$ che si deduceva dall'analisi elementare.

« Il peso molecolare che si calcola per il nuovo prodotto dalla quantità di argento trovato nelle analisi riportate è

I	II	III
498	502	503

mentre alla formola $C_{27}H_{30}O_9$ corrisponde il peso molecolare 498.

« Noi abbiamo fatto numerose esperienze per determinare il peso molecolare della nostra sostanza sia col metodo crioscopico di Raoult, sia con quello ebullioscopico di Beckmann; ma l'innalzamento nel punto di ebollizione e le depressioni nel punto di congelamento dei varî solventi adoperati sono stati così piccoli e portano a pesi molecolari così elevati, da non per-

mettere di trarne alcuna conseguenza attendibile, e noi ci esentiamo dal riportare i dati ottenuti.

« Come abbiamo già accennato, nulla possiamo pel momento affermare sulla natura chimica di questa sostanza, e dal fatto della sua facile solubilità nelle soluzioni alcaline, e dalla esistenza del composto argentico non ci crediamo neanco autorizzati ad ammettere che essa abbia i caratteri di un vero e proprio acido. Ed invero il composto argentico è una sostanza amorfa, pochissimo stabile, che si decompone per l'ebollizione con l'acqua; trattato con acido cloridrico diluito, si rigenera la sostanza primitiva; esso per l'azione del joduro di etile non dà un etere corrispondente, ma forma bensì del joduro argentico, rigenerando la sostanza primitiva, che cristallizzata dall'alcool, si fonde a 92-93°, e diede all'analisi i seguenti risultati

gr. 0,3851 fornirono gr. 0,8891 di CO_2 e gr. 0,2253 di H_2O.

« Cioè in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{27}H_{30}O_9 + H_2O$
Carbonio	62,94	62,79
Idrogeno	6,49	6,20

mentre per l'etere etilico $C_{27}H_{29}O_8.O.C_2H_5$ si calcola

Carbonio	66,16
Idrogeno	6,46

« Abbiamo studiato l'azione degli acidi su questa sostanza e brevemente accenneremo ai principali risultati ottenuti. Se si fa bollire con acido cloridrico o jodidrico diluiti per tre o quattro ore, essa in principio si fonde e si attacca alle pareti del pallone prendendo un'apparenza vischiosa, poi mano mano che l'ebollizione procede si solidifica in una massa amorfa giallastra. Questa, raccolta, lavata e purificata per cristallizzazione dall'alcool, si ottiene sotto forma di cristalli prismatici trasparenti ed incolori, che all'aria effloriscono, perdendo dell'acqua, e trasformandosi in una polvere bianca, opaca, che si fonde a 142-143°. All'analisi questa nuova sostanza ha fornito i seguenti risultati:

I. gr. 1,7615 di sostanza cristallizzata dall'alcool acquoso e non efflorita riscaldata per 4 ore a 120°, perdette gr. 0,0719 di acqua;

II. gr. 0,3332 di sostanza disseccata fornirono gr. 0,8952 di CO_2 e gr. 0,1720 di H_2O;

III. gr. 0,3837 fornirono gr. 0,9519 di CO_2 e gr. 0,2160 di H_2O.

« Cioè in 100 parti:

	I	II	III
Acqua	4,08	—	—
Carbonio	—	67,79	67,65
Idrogeno	—	5,73	6,23

« Questi risultati conducono alla formola $C_{27} H_{28} O_8 + H_2 O$ per la quale si calcola:

Acqua	3,75	
Carbonio	67,50	nella sostanza anidra
Idrogeno	5,79	

« Come si vede, adunque, per l'ebollizione con gli idracidi diluiti si forma un prodotto di disidratazione per eliminazione di una sola molecola di acqua. Questo stesso prodotto sembra inoltre formarsi riscaldando la sostanza primiiiva per alcuni minuti con acido solforico e precipitando con acqua; per trattamento con cloruro di acetile, ed anche facendo bollire con soluzione diluita di carbonato sodico, e precipitando con un acido la soluzione che si forma.

« Questo prodotto di disidratazione, a differenza della sostanza primitiva, non si scioglie più negli idrati alcalini, a meno che siano in soluzione concentratissima nel quale caso si decompone; da esso non si riesce ad ottenere un composto argentico.

« Risultati in qualche modo migliori abbiamo ottenuto per l'azione della potassa in fusione. Gr. 13 di sostanza, e gr. 130 di potassa alla calce un poco umettata si riscaldarono per circa un'ora a bagno di paraffina fra 180 e 210°: avviene una reazione abbastanza energica, e la massa si rigonfia, senza che si svolgano gaz. Dopo raffreddamento si trattò con acqua e poscia con acido solforico diluito sino a leggiera reazione acida; si separa un olio bruno, che fu distillato in una corrente di vapore, la quale trasporta un acido volatile che in parte si separa sotto forma di goccioline oleose ed in parte resta in soluzione nell'acqua. Agitando con etere, e distillando il solvente, si ottennero gr. 5 circa del nuovo acido. Sottoposto alla distillazione passa completamente a 199-200° e si ottiene facilmente incoloro e puro. Una combustione fornì i seguenti risultati, che conducono alla formola $C_6 H_{12} O_2$. Infatti gr. 0,3251 di sostanza diedero gr. 0,7350 di CO_2 e gr. 0,3032 di H_2O

« Cioè per 100:

	trovato	calcolato
Carbonio	61,64	62,06
Idrogeno	10,33	10,33

« Si tratta adunque di un acido caproico, come del resto era stato svelato dall'odore caratteristico di burro rancido. — Per caratterizzare meglio l'acido caproico da noi ottenuto, dopo esserci assicurati che esso si solidificava in un miscuglio frigorifero di sale e neve, dando una massa bianca cristallina, che si fonde completamente a — 2°, ne abbiamo preparato alcuni derivati.

« Il sale di bario ottenuto neutralizzando l'acido con idrato baritico, cristallizza dall'acqua in lamine brillanti che non contengono acqua di cristallizzazione.

« Il sale di argento ottenuto precipitando la soluzione del sale precedente con nitrato argentico, si precipita sotto forma di polvere pesante, che dall'acqua bollente cristallizza in laminette splendenti giallastre, poco sensibili all'azione della luce e del calore. All'analisi ha fornito i seguenti risultati:

gr. 0,1052 di sale diedero gr. 0,1268 di CO_2, gr. 0,0511 di H_2O e gr. 0,0512 di Ag.

« Ossia per 100:

	trovato	calcolato per $C_6H_{11}O_2Ag$
Carbonio	32,87	32,28
Idrogeno	5,38	4,93
Argento	48,66	48,43

« Abbiamo pure preparato l'amide, seguendo le indicazioni di Hoffmann, scaldando cioè a 230° in tubo chiuso il sale di ammonio; essa si presenta in laminette bianchissime, trasparenti, untuose al tatto e fusibili a 100°.

« Il punto di fusione dell'amide, ed il fatto che il sale di bario cristallizza anidro, non lasciano dubbio che l'acido caproico da noi ottenuto sia identico all'acido caproico normale, preparato la prima volta sinteticamente da Lieben e Rossi (1); e lo differenziano sicuramente dagli altri isomeri finora conosciuti.

« La formazione dell'acido caproico normale dalla sostanza che abbiamo estratto dalla Lecanora Sulphurea non è certo priva d'importanza, tanto più che è la prima volta che si ottiene da un prodotto di licheni un acido grasso già abbastanza elevato nella serie. È pure notevole il fatto che ammessa per la nuova sostanza la formola $C_{27}H_{30}O_9$, poichè da essa si forma quasi il 50 °/₀ di acido caproico, che è un composto a 6 atomi di carbonio, è evidente che nella sua molecola debbono esistere più aggruppamenti che per l'azione della potassa possono dare origine a un tale acido.

« Non essendo presumibile che l'acido caproico sia l'unico prodotto dell'azione della potassa fusa sulla nostra sostanza, noi abbiamo fatto numerosi tentativi per rintracciare i prodotti complementari di questa reazione, ma i nostri sforzi sono riusciti finora vani.

« Continueremo queste ricerche nella speranza di potere chiarire la natura chimica del nuovo corpo in esame, e le relazioni di costituzione che la collegano all'acido caproico ».

(1) Gazz. Chim., t. I, p. 314, e t. III, p. 27.

Chimica. — *Sopra un polimero dell' epicloridrina.* Nota del Socio E. PATERNÒ e di V. OLIVERI.

« Alcuni anni addietro ci siamo occupati di parecchi derivati organici fluorurati, e fra gli altri abbiamo descritto gli acidi fluobenzoici, la fluorobenzina, ed il fluorotoluene. Se però è stato possibile a noi e ad altri chimici di preparare dei prodotti di sostituzione fluorurati di sostanze aromatiche, per quanto concerne quelli della serie grassa, se si tolgono alcuni fluoruri alcoolici preparati in tempo molto remoto, può dirsi che non si conosce nulla o quasi nulla.

« Considerando la facilità con la quale l'ossido di etilene si combina agli idracidi per fornire dei veri alcooli clorurati (cloridrina, bromidrina, ed jadidrina del glicol) sembrò ad uno di noi che sarebbe stato facile per la diretta combinazione dell'acido fluoridrico e dell' ossido di etilene di preparare l' alcool etilico fluorurato $CH_2 Fl. CH_2. OH$; però la esperienza provò che l'ossido di etilene viene bensì assorbito rapidamente e completamente dalla soluzione acquosa di acido fluoridrico, con elevazione notevolissima di temperatura; ma non ci fu possibile di constatare la formazione della fluoridrina, anzi fu osservato che l'acido fluoridrico assorbe una quantità di ossido di etilene molto maggiore di quella corrispondente alla reazione che si prevedeva. La difficoltà di disporre di una considerevole quantità di ossido di etilene, pel suo prezzo molto elevato, fece sospendere quello studio, e ci suggerì invece di studiare l'azione dell'acido fluoridrico sull'epicloridrina, la quale è un composto, nella sua costituzione e nel suo comportamento chimico, del tutto analogo all'ossido di etilene, ma che può aversi a prezzo molto più basso.

« La reazione fra l'epicloridrina e l'acido fluoridrico in soluzione concentrata, è molto energica, ed avviene con grande svolgimento di calore, tanto da fare entrare la massa in ebollizione; anche in questo caso abbiamo potuto osservare che l'azione continua energica aggiungendo all'acido fluoridrico una quantità di epicloridrina molto maggiore di quella richiesta dal rapporto $C_3 H_5 ClO : H Fl$.

« Ecco come abbiamo operato. S'introducono in un recipiente di platino cc. 20 di soluzione concentrata di acido fluoridrico, e vi si versano cc. 200 di epicloridrina, per porzioni non maggiori di 1 cc. alla volta, agitando bene ed aspettando sempre prima di una nuova aggiunzione che sia cessata la reazione energica prodotta dalla precedente. Il prodotto ottenuto si presenta quale un liquido quasi incoloro, vischioso, insolubile nell'acqua. Dopo 24 ore di riposo lo abbiamo trattato con carbonato sodico sino a leggiera reazione alcalina, e poscia lo abbiamo lavato replicate volte con acqua distillata sino a che questa non aveva più reazione alcalina. Il prodotto così liberato dall'acido fluoridrico

fu distillato in una corrente di vapore, la quale trasporta soltanto una piccola quantità di epicloridrina rimasta inalterata. L'olio non trasportato dal vapore, separato dall'acqua con un imbuto a chiavetta, e disseccato lasciandolo sotto una campana in presenza di acido solforico, per lo scaldamento a 300° si decompone; nel vuoto, sotto la pressione di 5 mm. distilla in parte sotto i 200°, ma alterandosi profondamente.

« Non essendoci riuscito di purificare qnesto prodotto per distillazione, ci siamo contentati dopo averlo ben lavato, con carbonato sodico prima e poi con acqua distillata, a sciogIierlo nell'alcool puro, filtrare la soluzione, distillare l'alcool, riscaldare in una stufa a 110°, e poscia completare il disseccamento nel vuoto in presenza di acido solforico. Il nuovo prodotto si presenta allora sotto forma di un liquido leggermente colorato in giallo, più consistente della glicerina, di sapore piccante, più pesante dell'acqua, solubile in alcool, etere, benzina, acido acetico.

« All'analisi ha dato i seguenti risultati:

I. gr. 0,5181 fornirono gr. 0,7939 di Ag Cl;
II. gr. 0,5025 fornirono gr. 0,7058 di CO_2 e gr. 0,2997 di acqua;
III. gr. 0,4375 fornirono gr. 0,6208 di CO_2 e gr. 0,2217 di acqua.

« Ossia in 100 parti:

	I.	II.	III.
Cloro	37,91	—	—
Carbonio	—	38,33	38,72
Idrogeno	—	5,62	5,62

« Questi risultati corrispondono alla composizione dell'epicloridrina, per la quale si calcola in 100 parti:

Cloro	38,90
Carbonio	38,37
Idrogeno	5,40

« La determinazione del peso molecolare col metodo crioscopico in soluzione nella benzina ci ha fornito i seguenti risultati, che furono del resto già pubblicati da noi fin dal 1889 (1):

Concentrazione	Abbassamento termometrico	coefficiente di abbassamento	Abbassam. molecolare per C_3H_5ClO
2,1362	0°,17	0,079	7,31
6,1582	0°,42	0,068	6,29
10,6320	1°,415	0,133	12,30

« Quantunque queste determinazioni abbiano bisogno di essere ripetute, se non altro per lo strano comportamento della sostanza col variare della concentrazione, pure esse non lasciano dubbio che si tratti di un polimero dell'epicloridrina.

(1) Vedi: Paternò, Gazz. chim. t. XIX, p. 656.

« Abbiamo studiato il comportamento di questa sostanza con la fenilidrazina e con l'idrosilammina, ma non siamo riusciti ad ottenere nè l'idrazone, nè l'ossima.

« Ossidata con l'acido nitrico fornisce principalmente anidride carbonica ed acido ossalico; col permanganato l'ossidazione è più lenta, ma non ci è stato possibile esaminare i prodotti formati.

« Con l'anidride acetica a 200°, e col cloruro di acetile a 100°, abbiamo potuto constatare la formazione di derivati acetili, ma non ci è stato possibile averli in istato di purezza.

« Un risultato importante abbiamo ottenuto riscaldando in tubi chiusi a 200° il prodotto di trasformazione dell'epicloridrina, con acqua acidulata di acido solforico. Si forma una sostanza semisolida che, abbandonata per lungo tempo all'aria, va gradatamente ispessendosi, e finisce per trasformarsi in una massa bianca, resinosa, infusibile, insipida ed inodora. Questa nuova sostanza è insolubile nell'acqua, nella benzina, nell'alcool, nell'etere ed in generale in tutti i solventi ordinarî; è anche insolubile nelle soluzioni alcaline e degli acidi diluiti. Brucia sulla lamina di platino senza lasciar residuo. Riscaldata in un tubo chiuso ad una estremità, si carbonizza ed emette vapori di odore misto di acetone ed acido acetico, mentre distillano sostanze catramose; in una parola si comporta come il legno.

« All'analisi elementare ci ha fornito in 100 parti:

Cloro	3,38
Carbonio	47,56
Idrogeno	8,79
Ossigeno per differenza	39,27
	100,00

« La conseguenza più probabile che possa dedursi dai risultati di questa analisi, messi in confronto alla composizione della sostanza primitiva, si è che il piccolo tenore in cloro provenga da una reazione incompleta, o da incompleta purificazione del prodotto, e che operando in migliori condizioni si riuscirà ad ottenere una sostanza affatto esente di cloro.

« In quanto alla natura dell' ultimo prodotto è notevole la somiglianza che ha col celluloso

« Noi pubblichiamo queste notizie, per quanto incomplete, al solo scopo di riservarci il campo di questi studî, che non è improbabile che potranno condurre a risultati di grande importanza ».

Astronomia. — *Sull'orbita del pianetino* (303) *Iosephina in base a tre opposizioni.* Nota del Corrispondente E. MILLOSEVICH.

« Nelle Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani leggonsi tre mie Note riguardanti i successivi studî orbitali da me fatti su questo pianetino.

« Nella terza Nota, calcolate le perturbazioni per Giove e Saturno, e corretti gli elementi colle due prime opposizioni, forniva i tre sistemi osculanti alle epoche 1891 febb. 20,5 Berlino; 1892 maggio 5,0 e 1893 luglio 19,0.

« Il pianetino, in terza opposizione, era di 12,2, ma in causa della declinazione australe e forte, per estinzione dell'atmosfera, discendeva alla tredicesima, e a Roma, co' miei mezzi, non mi riuscì di osservarlo.

« Ciò che non feci io volle fare, dietro mia preghiera, il D.r Vincenzo Cerulli a Collurania presso Teramo nel suo Osservatorio astronomico, e poscia il prof. Zona a Palermo. A questi miei amici e chiari astronomi rendo pubbliche grazie.

« Il pianeta fu trovato dal D.r Cerulli ben prossimo al luogo calcolato in base al III^{zo} sistema. Le differenze fra osservazione e calcolo furono:

		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1893. Agosto	9.5	$+5.^s53$	$+16''.6$
	10.5	$+5.53$	$+12.6$
	14.5	$+5.40$	$+10.0$

« Utilizzando tutte e tre le opposizioni, ho ricorretto gli elementi coi metodi noti in astronomia, e pervenni a tre nuovi sistemi, che soddisfano bene a tutto il materiale di osservazione fino ad oggi posseduto su questo pianetino. Salvo la longitudine del perielio che, trattandosi di astro poco eccentrico, ancora può domandare qualche correzione sensibile, gli altri elementi, compreso il moto medio, debbono essere abbastanza vicini ai veri; e, calcolate le perturbazioni fra la terza e la quarta opposizione, locchè farò in seguito, è assai probabile che l'astro si ritrovi in quarta opposizione ben vicino al luogo calcolato.

« Il pianeta sarà in opposizione verso il 29 di settembre di quest'anno lucente di 11,9, e quindi in condizioni più favorevoli delle due passate opposizioni.

« Ecco i tre nuovi sistemi ricorretti:

	I^ma^ opposizione	II^da^ opposizione	III^za^ opposizione
T (epoca):	1891 febb. 20,5 B	1892 maggio 5,0 B	1893 luglio 19,0 B
L	138° 21′ 26″. 6	216° 47′ 5″. 7	295° 22′ 27″. 0
π	58 27 58. 3	58 27 15. 0	58 42 8. 8
M	79 53 28. 2	158 19 50. 7	236 40 18. 2
Ω	345 15 51. 9	345 15 39. 8	345 14 27. 0
i	6 54 26. 2	6 54 24. 2	6 54 24. 2
φ	3 36 4. 6	3 37 36. 2	3 39 19. 9
μ	642″. 668528	642″ 878448	643″ 399448
loga	0. 494680	0 494585	0 494351
	Eclittica 1892. 0	Eclittica 1892. 0	Eclittica 1892. 0

« Gli elementi, or ora scritti, soddisfacendo alla prima e seconda opposizione, rappresentano il luogo corrispondente alle osservazioni del D.^r^ Cerulli in terza oppesizione nel seguente modo:

$$1893.\ 11\ \text{Agosto}\ 12^h\ \text{B}\ \begin{cases} \text{O} - \text{C} & 15\,\Delta\alpha \cos\delta & +1''.1 \\ \text{O} - \text{C} & \Delta\delta & -2.5 \end{cases} \text{».}$$

Geodesia. — *Sulla espressione della gravità alla superficie del geoide, supposto ellissoidico.* Nota del prof. PAOLO PIZZETTI, presentata dal Socio BELTRAMI.

« § 1. Estendiamo la ricerca della Nota precedente, indagando quale sia la espressione esatta della gravità sulla superficie del geoide, quando questa superficie si supponga essere un ellissoide *qualunque*, del quale un asse coincida con quello della rotazione diurna.

« Non possiamo qui, generalmente procedere, come nei §§ 3, 4 della Nota 1^a^, ad una semplice applicazione delle formole (1) (2). Non conosciamo infatti, come nel caso speciale dell'ellissoide di rotazione schiacciato, una particolar distribuzione Σ_0 di materia, per la quale l'ellissoide qualunque sia figura di equilibrio, tenuto conto della rotazione attorno ad uno degli assi (a meno che non si tratti di uno di quegli ellissoidi, così detti di Jacobi, che possono essere figura d'equilibrio per una massa fluida omogenea ruotante).

« § 2. Cerchiamo pertanto di risolvere il problema seguente: Trovare una funzione V la quale, in tutto lo spazio esteriore all'ellissoide

$$\text{(S)} \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\,,$$

soddisfaccia alle condizioni cui è soggetta la funzione potenziale nel vuoto, e che sulla superficie dell'ellissoide stesso si riduca alla forma

$$\textit{costante} - \frac{\omega^2}{2f}(y^2 + z^2) .$$

« Il seguente tentativo conduce senza incertezza al risultato. Per analogia colla formola che esprime il potenziale dell'attrazione di un ellissoide omogeneo sopra un punto esterno, poniamo a priori che la cercata funzione V possa esprimersi così:

$$(1) \qquad V = x^2 \int_\lambda^\infty \frac{F(s)\,ds}{\sqrt{R}} + y^2 \int_\lambda^\infty \frac{\Phi(s)\,ds}{\sqrt{R}} + z^2 \int_\lambda^\infty \frac{\Psi(s)\,ds}{\sqrt{R}} ,$$

dove

$$(2) \qquad R = (a^2 + s)(b^2 + s)(c^2 + s) ,$$

λ è la maggior radice dell'equazione

$$(3) \qquad \frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} + \frac{z^2}{c^2 + \lambda} = 1 ,$$

ed F, Φ, Ψ sono funzioni da determinarsi, se è possibile, in modo che, per $\lambda > 0$, la V soddisfaccia alla equazione $\Delta_2 V = 0$.

« Posto:

$$(4) \qquad P^2 = \frac{x^2}{(a^2 + \lambda)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + \lambda)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + \lambda)^2} ,$$

$$(5) \qquad R_1 = (a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda) ,$$

avremo, differenziando la (3) e considerandovi λ come funzione di x, y, z:

$$(6) \qquad \frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{2x}{(a^2 + \lambda) P^2}$$

ed altre due analoghe; donde ricaviamo:

$$(7) \qquad \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)^2 = \frac{4}{P^2}$$

$$(7') \qquad \Delta_2 \lambda = \frac{2}{P^2 R_1} \frac{dR_1}{d\lambda}$$

Se, coll'aiuto di queste formole, si deduce dalla (1) il $\Delta_2 V$, se si moltiplica il risultato per P^2 e si eguaglia a zero, si è condotti alle seguenti equazioni:

$$(8) \qquad \begin{cases} H\sqrt{R_1} - 4(a^2 + \lambda) F - 2(a^2 + \lambda)^2 F' = 0 , \\ H\sqrt{R_1} - 4(b^2 + \lambda) \Phi - 2(b^2 + \lambda)^2 \Phi' = 0 , \\ H\sqrt{R_1} - 4(c^2 + \lambda) \Psi - 2(c^2 + \lambda)^2 \Psi' = 0 , \end{cases}$$

dove, per semplicità si è posto:

$$H = \int_\lambda^\infty \left\{ F(s) + \Phi(s) + \Psi(s) \right\} \frac{ds}{\sqrt{R}} ,$$

e si è indicato con F, F' la funzione $F(\lambda)$ e la sua derivata prima rispetto a λ, e analogamente per le altre.

« Eliminando H fra le (8), otteniamo due equazioni che possono scriversi:

$$\frac{d}{d\lambda}\left\{(a^2+\lambda)^2 F\right\}=\frac{d}{d\lambda}\left\{(b^2+\lambda)^2 \Phi\right\}=\frac{d}{d\lambda}\left\{(c^2+\lambda)^2 \Psi\right\},$$

donde integrando, e indicando con h', h'' due costanti, si deduce che F, Φ, Ψ debbono potersi mettere sotto la forma:

$$\text{(9)} \qquad F=\frac{\theta}{(a^2+\lambda)^2}, \quad \Phi=\frac{\theta-2h'}{(b^2+\lambda)^2}, \quad \Psi=\frac{\theta-2h''}{(c^2+\lambda)^2}.$$

dove θ è una novella funzione di λ. Differenziando la prima delle (8) rispetto a λ, dopo averla divisa per $\sqrt{R_1}$, poi sostituendo per F, Φ, Ψ le espressioni (9), e finalmente moltiplicando nuovamente per $\sqrt{R_1}$, abbiamo, per determinare θ, una equazione alle derivate totali, che può scriversi:

$$2\theta''-\frac{d}{d\lambda}\left\{\frac{\theta}{a^2+\lambda}+\frac{\theta}{b^2+\lambda}+\frac{\theta}{c^2+\lambda}\right\}-\frac{2h'}{(b^2+\lambda)^2}-\frac{2h''}{(c^2+\lambda)^2}=0$$

Integrando, rispetto a λ, termine a termine, si ottiene un'equazione lineare del 1° ordine, dalla quale, colla nota regola, si deduce:

$$\theta=\left\{C+\int_\lambda^\infty\left(t+\frac{h'}{b^2+s}+\frac{h''}{c^2+s}\right)\frac{ds}{\sqrt{R}}\right\}\sqrt{R_1},$$

dove $-2t$ e C sono le costanti introdotte nella 1ª e nella 2ª integrazione rispettivamente.

« Si sostituisca ora l'espressione trovata di θ nelle (9). Cangiando λ in s, si avranno le espressioni di $F(s)$, $\Phi(s)$, $\Psi(s)$, le quali sostituite nella (1) ci dànno V. Figureranno nel risultato alcuni integrali doppî, che molto facilmente si riducono ad integrali semplici, mediante l'integrazione per parti. Si trova allora come primo termine, nella espressione di V, la costante C, e poichè V deve annullarsi per $\lambda=\infty$, dovremo porre $C=0$.

« Otteniamo così finalmente:

$$\begin{aligned} V = {} & t\int_\lambda\left(1-\frac{x^2}{a^2+s}-\frac{y^2}{b^2+s}-\frac{z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{\sqrt{R}}+ \\ \text{(10)} \qquad & +h'\int_\lambda^\infty\left(1-\frac{x^2}{a^2+s}-\frac{3y^2}{b^2+s}-\frac{z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{(b^2+s)\sqrt{R}}+ \\ & +h''\int_\lambda^\infty\left(1-\frac{x^2}{a^2+s}-\frac{y^2}{b^2+s}-\frac{3z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{(c^2+s)\sqrt{R}}. \end{aligned}$$

« È facile verificare che questa V gode di tutte le proprietà della fun-

zione potenziale nel vuoto, ed è pur facile vedere che le costanti h', h'' possono determinarsi in guisa che, sull'ellissoide S, la V si riduca alla forma

$$\text{(11)} \qquad costante - \frac{\omega^2}{2f}(y^2 + z^2) \; .$$

« Ma noi faremo uso di una espressione alquanto più semplice della (10). Osserviamo che quando si determinino le h', h'' nel modo che ora si è detto, si giunge a un risultato della forma

$$h' = m' + n'\omega^2 \; ,$$
$$h'' = m'' + n''\omega^2 \; ,$$

dove m', n', m'', n'' sono indipendenti da ω. Se ora si pone $\omega = 0$, la (10) deve ridursi alla forma che è propria della funzione potenziale esterna, quando l'ellissoide S è *superficie di livello*, ossia, a meno di un fattore costante, a

$$\int_\lambda^\infty \frac{ds}{\sqrt{R}} \; .$$

« La (10) può dunque scriversi così: [1]

$$\text{(12)} \quad V = \frac{M}{2}\int_\lambda^\infty \frac{ds}{\sqrt{R}} + \frac{k'}{f}\int_\lambda^\infty \frac{1}{b^2+s}\left(1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{3y^2}{b^2+s} - \frac{z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{\sqrt{R}}$$
$$+ \frac{k''}{f}\int_\lambda^\infty \frac{1}{c^2+s}\left(1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s} - \frac{3z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{\sqrt{R}}$$

dove M è una nuova costante, e k', k'' sono costanti proporzionali ad ω^2.

« § 3. Verifichiamo come la V soddisfaccia alla $\Delta_2 V = 0$, e alle condizioni cui è soggetta la funzione potenziale pei punti a distanza infinita. Scrivendo la (12) sotto la forma:

$$V = M V_1 + \frac{k'}{f} V_2 + \frac{k''}{f} V_3 \; ,$$

si avrà, per $\lambda > 0$:

$$\Delta_2 V_1 = \frac{1}{4R_1^{\frac{3}{2}}}\frac{dR_1}{d\lambda}\Sigma\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}\right)^2 - \frac{1}{2\sqrt{R_1}}\Sigma\frac{\partial^2\lambda}{\partial x^2} = 0$$

in virtù delle (7) (7'). E coll'aiuto di queste stesse formole si trova

$$\Delta_2 V_2 = -2\int_\lambda^\infty \frac{1}{b^2+s}\left(\frac{1}{a^2+s} + \frac{3}{b^2+s} + \frac{1}{c^2+s}\right)\frac{ds}{\sqrt{R}} + \frac{4}{(b^2+\lambda)\sqrt{R_1}}$$
$$= -4\int_\lambda^\infty \left[\frac{1}{(b^2+s)^2} + \frac{1}{2(b^2+s)R}\frac{dR}{d\lambda}\right]\frac{ds}{\sqrt{R}} + \frac{4}{(b^2+\lambda)\sqrt{R_1}} = 0$$

Similmente $\Delta_2 V_3 = 0$.

[1] Il passaggio dalla (10) alla (12) può giustificarsi, benchè con maggior fatica, per via puramente analitica. Bisogna porre nelle (10):

$$h' = (a^2 - b^2)\frac{t}{3} + \frac{k'}{f} \quad , \quad h'' = (a^2 - c^2)\frac{t}{3} + \frac{k''}{f} \quad , \quad t = \frac{3}{4}M$$

« Per un punto $(x\,y\,z)$ il cui raggio vettore r faccia l'angolo ξ coll'asse delle x, si ha, crescendo r all'infinito:

$$\text{(13)} \qquad \lim \frac{r}{\sqrt{\lambda}} = 1 \;, \quad \lim \frac{x}{\sqrt{\lambda}} = \cos \xi \,.$$

Di più, senza difficoltà si prova che, per $\lambda = \infty$:

$$\text{(14)} \qquad \begin{gathered} \lim. \sqrt{\lambda} \int_\lambda^\infty \frac{ds}{\sqrt{R}} = \frac{1}{2} \\ \lim. \sqrt{\lambda} \int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)\sqrt{R}} = 0 \;, \quad \lim \lambda^{\frac{3}{2}} \int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s)\sqrt{R}} = 0 \end{gathered}$$

ed analoghe. Coll'aiuto delle (13) (14) si verifica subito che, per $r = \infty$:

$$\lim (r\,V) = M \;, \quad \lim \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial x}\right) = -M \,.\cos \xi .$$

Il 2° membro della (12) esprime dunque il potenziale dell'attrazione di una massa M, per valori positivi di λ.

« § 4. Determiniamo ora k' e k'' in modo che, sulla superficie dell'ellissoide S, la V si riduca alla forma (11). Per questo, indicando con

$$\text{(15)} \qquad V = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 + \delta$$

quello a cui si riduce la (12) ponendovi $\lambda = 0$, è necessario e sufficiente che sia

$$\text{(16)} \qquad \begin{gathered} b^2 \beta - a^2 \alpha + \frac{\omega^2 b^2}{2f} = 0 \\ c^2 \gamma - a^2 \alpha + \frac{\omega^2 c^2}{2f} = 0. \end{gathered}$$

Infatti, se queste sono soddisfatte, la (15) può porsi sotto la forma

$$V = \alpha a^2 + \delta - \frac{\omega^2}{2f}(y^2 + z^2)$$

per tutti i valori di x, y, z che soddisfanno alla equazione (S).

« Poniamo per brevità:

$$\text{(17)} \qquad \begin{gathered} B_1 = \int_0^\infty \frac{ds}{(b^2+s)^2\sqrt{R}} \;, \qquad C_1 = \int_0^\infty \frac{ds}{(c^2+s)^2\sqrt{R}} \;, \\ A_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(b^2+s)(c^2+s)\sqrt{R}} \;, \qquad B_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(a_2+s)(c_2+s)\sqrt{R}} \;, \\ C_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s)\sqrt{R}} \;. \end{gathered}$$

Fra questi integrali passano le relazioni:

$$(18)\qquad \begin{aligned} A_2 + 3B_1 + C_2 &= \frac{2}{a\,b^3\,c}\ , \\ A_2 + B_2 + 3C_1 &= \frac{2}{a\,b\,c^3}\ . \end{aligned}$$

Sostituendo nelle (16) per α, β, γ, le loro espressioni abbiamo:

$$(19)\qquad \begin{aligned} k'\,(3\,b^2\,B_1 - a^2\,C_2) + k''\,(b^2\,A_2 - a^2\,B_2) &= \frac{b^2\,\omega^2}{2}\,, \\ k''\,(c^2\,A_2 - a^2\,C_2) + k''\,(3\,c^2\,C_1 - a^2\,B_2) &= \frac{c^2\,\omega^2}{2}\ , \end{aligned}$$

due equazioni le quali determinano k', k''. Queste equazioni possono anche scriversi:

$$(20)\qquad \begin{aligned} k'\int_0^\infty \frac{2\,b^2\,(a^2+s)+s\,(b^2-a^2)}{(a^2+s)\,(b^2+s)^2\sqrt{R}}\,ds + k'\,(b^2-a^2)\int_0^\infty \frac{s\,.\,ds}{R^{\frac{3}{2}}} &= \frac{b^2\omega^2}{2}\,, \\ k'\,(c^2-a^2)\int_0^\infty \frac{s\,.\,ds}{R^{\frac{3}{2}}} + k''\int_0^\infty \frac{2\,c^2\,(a^2+s)+s\,(c^2-a^2)}{(a^2+s)\,(c^2+s)^2\sqrt{R}}\,ds &= \frac{c^2\omega^2}{2}\,, \end{aligned}$$

e sotto questa forma si prestano assai bene al calcolo di k', k'' quando l'ellissoide è poco differente da una sfera. Il determinante delle (19) o delle (20) è generalmente diverso da zero; e si può dimostrare che esso è sempre > 0 quando l'asse a, attorno al quale ha luogo la rotazione, sia il più piccolo dei tre.

« § 5. Se indichiamo con M la massa terrestre e se ammettiamo che l'ellissoide S sia superficie d'equilibrio (esteriore), il potenziale dell'attrazione terrestre sarà dunque espresso dalle (12), dove k'. k'' sono determinate dalle equazioni (19) o dalle (20).

« Le componenti della gravità nel punto $(x\,y\,z)$, cangiate di segno, si valuteranno colle formole

$$X = -f\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad Y = -f\frac{\partial V}{\partial y} - \omega^2\,y,$$
$$Z = -f\frac{\partial V}{\partial z} - \omega^2\,z\,.$$

« Eseguendo le derivazioni e ponendo nei risultati $\lambda = 0$, abbiamo le componenti della gravità in un punto dell'ellissoide S:

$$(21)\qquad \begin{aligned} X_0 &= \frac{Mfx}{a^2\,q} + 2\,x\,k'\,C_2 + 2\,x\,k''\,B_2 - \frac{4\,k'\,x\,y^2}{a^2\,b^4\,q} - \frac{4\,k''\,x\,z^2}{a^2\,c^4\,q} \\ Y_0 &= \frac{Mfy}{b^2\,q} + 6\,y\,k'\,B_1 + 2\,y\,k''\,A_2 - \frac{4\,k'\,y^3}{b^6\,q} - \frac{4\,k''\,z^2\,y}{b^2\,c^4\,q} - \omega^2\,y\ , \\ Z_0 &= \frac{Mfz}{c^2 q} + 2\,z\,k'\,A_2 + 6\,z\,k''\,C_1 - \frac{4\,k'\,z\,y^2}{b^4\,c^2\,q} - \frac{4\,k''\,z^3}{c^6 q} - \omega^2\,z\ , \end{aligned}$$

« Per un punto $(x\,y\,z)$ il cui raggio vettore r faccia l'angolo ξ coll'asse delle x, si ha, crescendo r all'infinito:

$$(13)\qquad \lim \frac{r}{\sqrt{\lambda}} = 1\ ,\quad \lim \frac{x}{\sqrt{\lambda}} = \cos\xi\ .$$

Di più, senza difficoltà si prova che, per $\lambda = \infty$:

$$(14)\qquad \begin{gathered} \lim.\sqrt{\lambda}\int_\lambda^\infty \frac{ds}{\sqrt{R}} = \frac{1}{2} \\ \lim.\sqrt{\lambda}\int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)\sqrt{R}} = 0\ ,\ \lim \lambda^{\frac{3}{2}}\int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s)\sqrt{R}} = 0 \end{gathered}$$

ed analoghe. Coll'aiuto delle (13) (14) si verifica subito che, per $r=\infty$:

$$\lim (r\,V) = M\ ,\quad \lim\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial x}\right) = -M.\cos\xi.$$

Il 2° membro della (12) esprime dunque il potenziale dell'attrazione di una massa M, per valori positivi di λ.

« § 4. Determiniamo ora k' e k'' in modo che, sulla superficie dell'ellissoide S, la V si riduca alla forma (11). Per questo, indicando con

$$(15)\qquad V = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 + \delta$$

quello a cui si riduce la (12) ponendovi $\lambda = 0$, è necessario e sufficiente che sia

$$(16)\qquad \begin{gathered} b^2\beta - a^2\alpha + \frac{\omega^2 b^2}{2f} = 0 \\ c^2\gamma - a^2\alpha + \frac{\omega^2 c^2}{2f} = 0. \end{gathered}$$

Infatti, se queste sono soddisfatte, la (15) può porsi sotto la forma

$$V = \alpha a^2 + \delta - \frac{\omega^2}{2f}(y^2 + z^2)$$

per tutti i valori di x, y, z che soddisfanno alla equazione (S).

« Poniamo per brevità:

$$(17)\qquad \begin{gathered} B_1 = \int_0^\infty \frac{ds}{(b^2+s)^2\sqrt{R}}\ ,\qquad C_1 = \int_0^\infty \frac{ds}{(c^2+s)^2\sqrt{R}}\ , \\ A_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(b^2+s)(c^2+s)\sqrt{R}}\ ,\qquad B_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(a_2+s)(c_2+s)\sqrt{R}}\ , \\ C_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s)\sqrt{R}}\ . \end{gathered}$$

Fra questi integrali passano le relazioni:

$$(18)\qquad \begin{aligned} A_2 + 3B_1 + C_2 &= \frac{2}{a\,b^3\,c}\,, \\ A_2 + B_2 + 3C_1 &= \frac{2}{a\,b\,c^3}\,. \end{aligned}$$

Sostituendo nelle (16) per α, β, γ, le loro espressioni abbiamo:

$$(19)\qquad \begin{aligned} k'\,(3\,b^2\,B_1 - a^2\,C_2) + k''\,(b^2\,A_2 - a^2\,B_2) &= \frac{b^2\,\omega^2}{2}\,, \\ k''\,(c^2\,A_2 - a^2\,C_2) + k''\,(3\,c^2\,C_1 - a^2\,B_2) &= \frac{c^2\,\omega^2}{2}\,, \end{aligned}$$

due equazioni le quali determinano k', k''. Queste equazioni possono anche scriversi:

$$(20)\qquad \begin{aligned} k'\int_0^\infty \frac{2\,b^2\,(a^2+s) + s\,(b^2-a^2)}{(a^2+s)\,(b^2+s)^2\sqrt{R}}\,ds + k'\,(b^2-a^2)\int_0^\infty \frac{s\,.\,ds}{R^{\frac{3}{2}}} &= \frac{b^2\omega^2}{2}\,, \\ k'\,(c^2-a^2)\int_0^\infty \frac{s\,.\,ds}{R^{\frac{3}{2}}} + k''\int_0^\infty \frac{2\,c^2\,(a^2+s) + s\,(c^2-a^2)}{(a^2+s)\,(c^2+s)^2\sqrt{R}}\,ds &= \frac{c^2\omega^2}{2}\,, \end{aligned}$$

e sotto questa forma si prestano assai bene al calcolo di k', k'' quando l'ellissoide è poco differente da una sfera. Il determinante delle (19) o delle (20) è generalmente diverso da zero; e si può dimostrare che esso è sempre > 0 quando l'asse a, attorno al quale ha luogo la rotazione, sia il più piccolo dei tre.

« § 5. Se indichiamo con M la massa terrestre e se ammettiamo che l'ellissoide S sia superficie d'equilibrio (esteriore), il potenziale dell'attrazione terrestre sarà dunque espresso dalle (12), dove k', k'' sono determinate dalle equazioni (19) o dalle (20).

« Le componenti della gravità nel punto $(x\,y\,z)$, cangiate di segno, si valuteranno colle formole

$$X = -f\frac{\partial V}{\partial x}\,, \qquad Y = -f\frac{\partial V}{\partial y} - \omega^2\,y\,,$$
$$Z = -f\frac{\partial V}{\partial z} - \omega^2\,z\,.$$

« Eseguendo le derivazioni e ponendo nei risultati $\lambda = 0$, abbiamo le componenti della gravità in un punto dell'ellissoide S:

$$(21)\qquad \begin{aligned} X_0 &= \frac{M f x}{a^2\,q} + 2\,x\,k'\,C_2 + 2\,x\,k''\,B_2 - \frac{4\,k'\,x\,y^2}{a^2\,b^4\,q} - \frac{4\,k''\,x\,z^2}{a^2\,c^4\,q} \\ Y_0 &= \frac{M f y}{b^2\,q} + 6\,y\,k'\,B_1 + 2\,y\,k''\,A_2 - \frac{4\,k'\,y^3}{b^6\,q} - \frac{4\,k''\,z^2\,y}{b^2\,c^4\,q} - \omega^2\,y\,, \\ Z_0 &= \frac{M f z}{c^2 q} + 2\,z\,k'\,A_2 + 6\,z\,k''\,C_1 - \frac{4\,k'\,z\,y^2}{b^4\,c^2\,q} - \frac{4\,k''\,z^3}{c^6 q} - \omega^2\,z\,, \end{aligned}$$

dove:

$$q = abc\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right).$$

In particolare, chiamando G_1, G_2, G_3 i valori di G alle estremità degli assi $2a$, $2b$, $2c$, avremo:

$$(22)\qquad \begin{cases} G_1 = \dfrac{fM}{bc} + 2ak'C_2 + 2ak''B_2\,, \\ G_2 = \dfrac{fM}{ac} + 6bk'B_1 + 2bk''A_2 - \dfrac{4k'}{ab^2c} - \omega^2 b\,, \\ G_3 = \dfrac{fM}{ab} + 2ck'A_2 + 6ck''C_1 - \dfrac{4k''}{abc^2} - \omega^2 c\,. \end{cases}$$

Da queste, tenendo conto delle (18) (19), si deduce facilmente

$$bG_2 - aG_1 = \frac{fM}{abc}(b^2 - a^2) - \frac{4k'}{abc}$$

$$cG_3 - aG_1 = \frac{fM}{abc}(c^2 - a^2) - \frac{4k''}{abc}$$

$$\frac{G_1}{a} + \frac{G_2}{b} + \frac{G_3}{c} = \frac{3fM}{abc} - 2\omega^2\,,$$

ovvero, chiamando ϱ_m la densità media terrestre,

$$23)\qquad \frac{G_1}{a} + \frac{G_2}{b} + \frac{G_3}{c} = 4\pi f\varrho_m - 2\omega^2\,.$$

« Questa formola, notevole per la sua semplicità, può anche scriversi in altro modo. Il sig. Poincaré ha dimostrato che se una massa *omogenea* di densità ϱ e massa M ruota con velocità angolare ω attorno ad un asse, e se la sua superficie esterna S è di *equilibrio*, si deve avere:

$$(24)\qquad \int_S G\,d\sigma = (2\pi f\varrho - \omega^2)\frac{2M}{\varrho}\,,$$

dove G è la gravità alla superficie, contata positivamente quando è diretta verso l'interno, e l'integrale è esteso alla superficie S. Ora è facilissimo verificare che la (24) sta anche pel caso di una massa *eterogenea*, purchè in luogo di ϱ si ponga la densità media ϱ_m ossia il rapporto fra la massa M e il volume racchiuso dalla superficie S. Chiamando W il volume del nostro ellissoide, avremo dunque:

$$\int G\,d\sigma = (2\pi f\varrho_m - \omega^2)\,2W,$$

e quindi la (23) potrà mettersi sotto la forma

$$\frac{1}{W}\int G\,d\sigma = \frac{G_1}{a} + \frac{G_2}{b} + \frac{G_3}{c}\,,$$

dove l'integrazione va estesa sulla superficie dell'ellissoide.

« § 6. Daremo, da ultimo, le formole approssimate relative al caso di un ellissoide poco diverso dalla sfera, e nel quale l'asse più piccolo sia quello attorno al quale si compie la rotazione. Posto:

$$b^2 = a^2 (1 + \varepsilon) \qquad c^2 = a^2 (1 + \eta)$$

e sviluppando in serie rispetto ad ε, η le funzioni sotto il segno integrale nelle equazioni (20), le integrazioni si eseguiscono senza alcuna difficoltà. Risolvendo poi le equazioni stesse rispetto a k', k'', si ha:

$$k' = \frac{5}{8} \omega^2 a^5 \left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon + \frac{5}{14}\eta + \dots\right)$$

$$k'' = \frac{5}{8} \omega^2 a^5 \left(1 + \frac{5}{14}\varepsilon + \frac{3}{2}\eta + \dots\right).$$

Si ha poi, mediante lo sviluppo in serie:

$$B_1 . a^5 = \frac{2}{5} - \frac{5\varepsilon + \eta}{7} + \dots, \quad C_1 . a^5 = \frac{2}{5} - \frac{\varepsilon + 5\eta}{7} + \dots$$

$$A_2 . a^5 = \frac{2}{5} - \frac{3\varepsilon + 3\eta}{7} + \dots, \quad B_2 . a^5 = \frac{2}{5} - \frac{\varepsilon + 3\eta}{7} + \dots$$

$$C_2 . a^5 = \frac{2}{5} - \frac{3\varepsilon + \eta}{7} + \dots,$$

E sostituendo nelle (21) si ottiene:

$$(25) \quad \frac{a^2 X_0}{x} = \frac{b^2 Y_0}{y} = \frac{c^2 Z_0}{z} = \frac{Mf}{q} + \omega^2 a^2 \left(1 + \frac{3}{14}\varepsilon + \frac{3}{14}\eta + \dots\right) - \frac{4k'y^2}{b^4 q} - \frac{4k''z^2}{c^4 q}.$$

Posto:

$$P_0^2 = \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} = \frac{q}{abc}$$

avremo

$$G = \frac{a^2 P_0}{x} X_0 .$$

E, valendoci della (25) dove sostituiremo per k', k'', b, c le loro espressioni in funzione di $\omega, a, \varepsilon, \eta$, e per P_0 lo sviluppo

$$P_0 = \frac{1}{a}\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\frac{y^2}{a^2} - \frac{\eta}{2}\frac{z^2}{a^4} + \dots\right),$$

otteniamo finalmente:

$$(26) \quad \begin{aligned} G = {} & \frac{Mf}{abc.P_0} + \omega^2 a \left(1 - \frac{5}{2}\frac{y^2 + z^2}{a^2}\right) + \\ & + \omega^2 a \varepsilon \left(\frac{3}{14} + \frac{2y^2}{a^2} + \frac{5}{14}\frac{z^2}{a^2} - \frac{5}{4}\frac{(y^2 + z^2)y^2}{a^4}\right) + \\ & + \omega^2 a \eta \left(\frac{3}{14} + \frac{2z^2}{a^2} + \frac{5}{14}\frac{y^2}{a^2} - \frac{5}{4}\frac{(y^2 + z^2)z^2}{a^4}\right) + \dots \end{aligned}$$

« Questa formola gode della stessa approssimazione che la (19') della Nota 1ª. Per ricavare dalla (26) la (19'), bisogna nella (26) porre ϵ^2 in luogo di ϵ e di η, per y, z porre le espressioni (15) opportunamente sviluppate in serie, e in luogo di a mettere $b\left(1-\frac{\epsilon}{2}+\ldots\right)$ ».

Fisica-matematica. — *Sulla legge di razionalità rispetto alle proprietà elastiche dei cristalli.* Nota di Carlo Somigliana, presentata dal Socio Beltrami.

« La legge cristallografica così detta *di razionalità degli indici* può essere giustificata *a priori* mediante la ipotesi di una distribuzione regolare delle molecole nello spazio occupato dal cristallo, come si fa nelle moderne teorie di struttura.

« Nella teoria della elasticità essa fu finora ammessa come un postulato; così procedette Minnigerode [1] per trovare le diverse forme assegnabili al potenziale delle forze elastiche, così Voigt [2], Liebisch [3] e Love [4] che seguirono sostanzialmente lo stesso metodo di Minnigerode.

« Ora un esame più accurato conduce invece a concludere che la legge di razionalità, per quanto concerne le proprietà elastiche, può essere dedotta, senza alcuna altra ipotesi, dai principî della ordinaria teoria della elasticità, la quale può perciò essere liberata da un tale postulato. Di fatti in questa Nota dimostrerò che *un asse di simmetria elastica, il cui periodo non sia* 2, 3 *o* 4 *non differisce da un asse di isotropia.* »

« Questa proposizione contiene la legge di razionalità, sotto una forma, anzi, più ristretta della ordinaria, in quanto esclude la possibilità di un asse a periodo 6, distinto da un asse di isotropia. Ciò del resto si accorda coi risultati cui sono giunti i cristallografi, i quali, nel determinare la forma del potenziale corrispondente ad un asse a periodo 6, trovarono appunto quella appartenente ad un asse di isotropia (Love, l. c. pag. 88).

« Se indichiamo, come di solito, con $x_x, y_y, z_z, y_z, z_x, x_y$ e $x'_x, y'_y, z'_z, y'_z, z'_x, x'_y$ le componenti di deformazione di un cristallo riferite a due terne di assi ortogonali, le formole che servono a passare dall'uno all'altro sistema di componenti sono lineari, omogenee, ed è facile porle sotto la forma di una sostituzione ortogonale a sei variabili. Difatti l'esistenza dell'invariante di deformazione

$$x_x^2+y_y^2+z_z^2+\frac{1}{2}y_z^2+\frac{1}{2}z_x^2+\frac{1}{2}x_y^2 \tag{1}$$

(1) Nachrichten von der K. Gesell. der Wiss. zu Göttingen, 1884.

(2) Abhandlungen id. id. 1887.

(3) *Physikalische Krystallographie,* Leipzig, 1891.

(4) *A treatise on the the mathematical theory of elasticity,* V. I, Cambridge, 1892.

ci dice immediatamente che tale deve essere la sostituzione per le variabili $x_x, y_y, z_z, \frac{1}{\sqrt{2}} y_z, \frac{1}{\sqrt{2}} z_x, \frac{1}{\sqrt{2}} x_y$.

« Noi non avremo bisogno di queste formole generali, bastandoci di cercare le condizioni per l'esistenza di un solo asse di simmetria. Supporremo che questo coincida coll'asse della z, e studieremo le variazioni prodotte nel potenziale d'elasticità dalla sostituzione

$$
(2) \qquad \begin{aligned}
x &= x' \cos\frac{2\pi}{n} - y' \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} \\
y &= x' \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} + y' \cos\frac{2\pi}{n} \\
z &= z'
\end{aligned}
$$

che corrisponde alla rotazione di un angolo $\frac{2\pi}{n}$ attorno all'asse delle z; sarà allora n il periodo dell'asse di simmetria. Per avere la sostituzione che lega fra loro le componenti di deformazione riferite ai due sistemi di assi, basta osservare che tra le componenti di spostamento u, v, w e u', v', w' esistono relazioni simili alle (2), e così pure tra i simboli di derivazione; cioè si ha

$$
\begin{aligned}
D_x &= D_{x'} \cos\frac{2\pi}{n} - D_{y'} \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} & \qquad u &= u' \cos\frac{2\pi}{n} - v' \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} \\
D_y &= D_{x'} \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} + D_{y'} \cos\frac{2\pi}{n} & \qquad v &= u' \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} + v' \cos\frac{2\pi}{n} \\
D_z &= D_{z'} & \qquad w &= w' .
\end{aligned}
$$

Perciò ricordando che

$$
\begin{gathered}
x_x = D_x u \qquad y_y = D_y v \qquad z_z = D_z u \\
y_z = D_z v + D_y w \qquad z_x = D_x w + D_z u \qquad x_y = D_y u + D_x v
\end{gathered}
$$

si trova

$$
(3) \quad
\begin{aligned}
&\alpha) \left\{
\begin{aligned}
x_x &= x'_x \cos^2\frac{2\pi}{n} + y'_y \operatorname{sen}^2\frac{2\pi}{n} - \frac{1}{\sqrt{2}} x'_y \,.\, \sqrt{2} \cos\frac{2\pi}{n} \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} \\
y_y &= x'_x \operatorname{sen}^2\frac{2\pi}{n} + y'_y \cos^2\frac{2\pi}{n} + \frac{1}{\sqrt{2}} x'_y \,.\, \sqrt{2} \cos\frac{2\pi}{n} \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} \\
\frac{1}{\sqrt{2}} x_y &= (x'_x - y'_y)\sqrt{2} \cos\frac{2\pi}{n} \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} + \frac{1}{\sqrt{2}} x'_y \left(\cos^2\frac{2\pi}{n} - \operatorname{sen}^2\frac{2\pi}{n}\right)
\end{aligned}
\right. \\
&\beta) \quad z_z = z'_z \\
&\gamma) \left\{
\begin{aligned}
y_z &= y'_z \cos\frac{2\pi}{n} + z'_x \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} \\
z_x &= - y'_z \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} + z'_x \cos\frac{2\pi}{n} .
\end{aligned}
\right.
\end{aligned}
$$

« Questa sostituzione si decompone in tre sostituzioni ortogonali (α), (β), (γ) di tre, una e due variabili rispettivamente; perciò se il potenziale di elasticità

$$
\begin{array}{ll}
2\Pi = c_{11}\,x_x^2 + 2c_{12}\,x_x\,y_y + \cdots\cdots & \cdots\cdots + 2c_{16}\,x_x\,x_y \\
\quad + c_{22}\,y_y^2 + \cdots\cdots & \cdots\cdots + 2c_{26}\,y_y\,x_y \\
\quad + \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
 & + c_{66}\,x_y^2
\end{array}
$$

rimane immutato di forma quando si eseguisce la sostituzione precedente, esso potrà essere decomposto nelle sei forme quadratiche seguenti, ciascuna delle quali, separatamente, dovrà essere un invariante della sostituzione (3):

$$
\begin{aligned}
2\Pi_1 &= c_{11}\,x_x^2 + c_{22}\,y_y^2 + c_{66}\,y_y^2 + 2c_{26}\,y_y\,x_y + 2c_{16}\,x_x\,x_y + 2c_{12}\,x_x\,y_y \\
2\Pi_2 &= c_{33}\,z_z^2 \\
2\Pi_3 &= c_{44}\,y_z^2 + c_{55}\,z_x^2 + 2c_{45}\,y_z\,z_x \\
\Pi_4 &= z_z\,(c_{13}\,x_x + c_{23}\,y_y + c_{36}\,x_y) \\
\Pi_5 &= z_z\,(c_{34}\,y_z + c_{35}\,z_x) \\
\Pi_6 &= x_x\,(c_{14}\,y_z + c_{15}\,z_x) + y_y\,(c_{24}\,y_z + c_{25}\,z_x) + x_y\,(c_{46}\,y_z + c_{56}\,z_x).
\end{aligned}
$$

« Noi dovremo quindi cercare quei valori di n pei quali è possibile determinare le costanti c_{ik} in modo che queste sei espressioni risultino invarianti.

« Intanto osserviamo che dalle (3) appare che, qualunque sia la grandezza dell'angolo $\frac{2\pi}{n}$, sono invarianti le espressioni

$$x_x + y_y\,,\quad z_z$$

e, a cagione dell'ortogonalità delle sostituzioni (α) (γ), anche

$$x_x^2 + y_y^2 + \frac{1}{2}\,x_y^2\,,\quad \frac{1}{2}\,(y_z^2 + z_x^2)$$

(che sommate con z_z^2 danno l'invariante (1)). Quindi esisteranno in qualunque caso gli invarianti quadratici

$$x_x^2 + y_y^2 + \frac{1}{2}\,x_y^2\,,\quad (x_x + y_y)^2,\quad z_z^2,\quad y_z^2 + z_x^2,\quad (x_x + y_y)\,z_z\,,$$

al secondo dei quali si può anche sostituire: $2x_x y_y - \frac{1}{2}\,x_y^2$, che è una combinazione lineare dei primi due. Vedremo che questi sono i soli invarianti indipendenti dalla grandezza dell'angolo di rotazione e che perciò il potenziale, quando l'asse delle z è asse di isotropia, è una funzione lineare di queste cinque espressioni.

« Essendo z_z invariante, tali dovranno essere anche le espressioni lineari

$$\Pi'_4 = c_{13}\,x_x + c_{23}\,y_y + c_{36}\,x_y \qquad \Pi'_5 = c_{34}\,y_z + c_{35}\,z_x$$

per cui la quistione si riduce a cercare le condizioni di esistenza di questi due invarianti lineari, e dei tre quadratici Π_1, Π_3, Π_6, essendo inutile occuparci di Π_2.

« La ricerca degli invarianti [1] lineari di una sostituzione lineare si riduce a quella dei punti uniti della sostituzione stessa. Difatti se per una sostituzione

$$x_i = \sum_{h=1}^{m} a_{ih}\, y_h \qquad (i = 1, 2, \dots m)$$

si ha identicamente

$$\sum_{i=1}^{m} \mathrm{A}_i\, x_i = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{A}_i\, y_i$$

devono essere soddisfatte le m equazioni

$$\sum_{i=1}^{m} \mathrm{A}_i\, a_{ih} = \mathrm{A}_h \qquad (h = 1, 2, \dots m)$$

che sono appunto quelle che determinano le coordinate $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \dots \mathrm{A}_n$ dei punti uniti differenti dal punto $x_1 = x_2 = \cdots = x_m = 0$.

« Inoltre, nel caso delle sostituzioni ortogonali, la ricerca degli invarianti quadratici può ridursi a quella degli invarianti lineari di una sostituzione ortogonale. Difatti se si ha

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^2 = \sum_{i=1}^{m} y_i^2$$

si ha anche

$$\sum_{i=1}^{m} (x_i^2)^2 + \sum_{ih} (\sqrt{2} x_i\, x_h)^2 = \sum_{i=1}^{m} (y_i^2)^2 + \sum_{ih} (\sqrt{2} y_i\, y_h)^2$$

e perciò la trasformazione di una forma quadratica può effettuarsi mediante una sostituzione lineare *ortogonale* sulle $\dfrac{m(m+1)}{2}$ variabili

$$x_1^2,\ x_2^2, \dots x_n^2,\ \sqrt{2}\, x_1\, x_2, \dots, \sqrt{2}\, x_{m-1}\, x_m .$$

« Come si vedrà in seguito, noi potremo ridurre il nostro problema alla ricerca degli invarianti lineari di sostituzioni ortogonali di due e tre variabili, a determinante positivo. Riguardo a queste, ricordandone il significato cinematico, si trova subito:

1° Una sostituzione ortogonale di due variabili, a determinante positivo, non ammette in generale alcun invariante lineare; solo quando si riduce alla sostituzione identica ammette, come invarianti, le *due* variabili;

2° Una sostituzione ortogonale di tre variabili a determinante positivo ammette sempre *un* invariante lineare; ne ammette *tre*, le variabili stesse, quando si riduce alla sostituzione identica.

[1] Ho conservato la denominazione di *invarianti*, quantunque fosse forse più propria quella di *covarianti*, poichè non avrò mai bisogno di considerare altre espressioni invariantive, e non può quindi nascere ambiguità.

« Questi teoremi del resto sono conseguenze immediate di teoremi algebrici generali noti (Baltzer, *Theorie... der Determinanten*, V[te] Auflage, s. 201)

Invarianti Π_3, Π'_4, Π'_5.

« La sostituzione (3, γ) che serve a trasformare Π'_5 non può ridursi alla sostituzione identica per alcun valore di n differente dall'unità; quindi Π'_5 non potrà essere invariante se non si annulla identicamente. *In ogni caso perciò dovrà essere* $\Pi'_5 = 0$, *ossia*

$$c_{34} = 0 \qquad c_{35} = 0.$$

« La sostituzione (3, α) che trasforma Π'_4 può essere ridotta alla forma canonica delle sostituzioni ortogonali positive di tre variabili osservando che si ha

$$(4) \qquad \begin{aligned} x_x - y_y &= (x'_x - y'_y) \cos \frac{4\pi}{n} - x'_y \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} \\ x_y &= (x'_x - y'_y) \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} + x'_y \cos \frac{4\pi}{n} \cdot \\ x_x + y_y &= x'_x + y'_y \end{aligned}$$

« Il suo invariante è quindi, come già si è visto,

$$x_x + y_y$$

e non si può ridurre alla sostituzione identica che per $n = 2$. Dunque:

« Per $n = 2$ la forma Π'_4 è invariante, qualunque ne siano i coefficienti c_{13}, c_{23}, c_{36}.

« Per $n > 2$ dovrà essere invece

$$c_{13} = c_{23} \qquad c_{36} = 0.$$

« La sostituzione lineare per le variabili y_z^2, z_x^2, $\sqrt{2}\, y_z z_x$ che si deduce dalla sostituzione (3, γ) è della stessa forma della (3, α) e quindi può ridursi alla forma della (4). Abbiamo quindi:

« Per $n = 2$ la forma Π_3 è invariante qualunque ne siano i coefficienti c_{44}, c_{55}, c_{45}.

« Per $n > 2$ dovrà essere invece

$$c_{44} = c_{55} \qquad c_{45} = 0.$$

Invariante Π_1.

« Per ottenere la sostituzione lineare di sei variabili che trasforma Π_1 ci serviremo della sostituzione (3, α) ridotta alla forma canonica (4). Posto

$$\begin{aligned} y_1 &= (x_x + y_y)^2 & y_4 &= \sqrt{2}\,(x_x - y_y)\, x_y \\ y_2 &= (x_x - y_y)^2 & y_5 &= \sqrt{2}\,(x_x + y_y)\, x_y \\ y_3 &= x_y^2 & y_6 &= \sqrt{2}\,(x_x^2 - y_y^2) \end{aligned}$$

la sostituzione per queste variabili y, che possono essere considerate invece delle $x_x^2, y_y^2, \ldots, x_x y_y$ che compaiono in Π_1, è la seguente

$$\delta) \left\{ y_1 = y'_1 \right.$$

$$\varepsilon) \left\{ \begin{aligned} y_2 &= y'_2 \cos^2 \frac{4\pi}{n} + y'_3 \operatorname{sen}^2 \frac{4\pi}{n} - y'_4 \sqrt{2} \cos \frac{4\pi}{n} \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} \\ y_3 &= y'_2 \operatorname{sen}^2 \frac{4\pi}{n} + y'_3 \cos^2 \frac{4\pi}{n} + y'_4 \sqrt{2} \cos \frac{4\pi}{n} \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} \\ y_4 &= (y'_2 - y'_3) \sqrt{2} \cos \frac{4\pi}{n} \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} + y'_4 \left(\cos^2 \frac{4\pi}{n} - \operatorname{sen}^2 \frac{4\pi}{n} \right) \end{aligned} \right.$$

$$\zeta) \left\{ \begin{aligned} y_5 &= y'_5 \cos \frac{4\pi}{n} + y'_6 \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} \\ y_6 &= -y'_5 \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} + y'_6 \cos \frac{4\pi}{n} \,. \end{aligned} \right.$$

Questa sostituzione si decompone in tre sostituzioni ortogonali di una, due e tre variabili rispettivamente, in modo simile alla sostituzione (3). Quindi la ricerca dei suoi invarianti si può fare anche in questo caso mediante i due teoremi già invocati.

« La sostituzione (δ) ammette, qualunque sia n, l' invariante

$$y_1 = (x_x + y_y)^2.$$

« La sostituzione (ε) ammette in generale soltanto l' invariante

$$y_2 + y_3 = (x_x - y_y)^2 + x_y^2.$$

« Però, come si vede immediatamente riducendola alla forma canonica, vi sono due casi, in cui essa si riduce alla sostituzione identica, quando $n = 2$ od $n = 4$. Per questi valori di n, ammetterà i tre invarianti

$$y_2 = (x_x - y_y)^2 \qquad y_3 = x_y^2 \qquad y_4 = \sqrt{2}\,(x_x - y_y)\, x_y.$$

« Finalmente la sostituzione (ζ) non ammette in generale alcun invariante, e solo si riduce alla sostituzione identica per $n = 2$. In questo caso avrà i due invarianti

$$y_5 = \sqrt{2}\,(x_x + y_y)\, x_y \qquad\qquad y_6 = \sqrt{2}\,(x_x^2 - y_y^2).$$

« Vediamo ora quali condizioni ne derivano per i coefficienti di Π_1 nei tre casi che, come si è visto, basterà di considerare, cioè $n = 2$, $n = 4$ ed n differente da 2 e da 4.

« 1° *Per* $n = 2$ tutte le sei variabili sono invarianti, quindi tale sarà pure Π_1 qualunque ne siano i coefficienti.

« 2° *Per* $n = 4$ si hanno quattro invarianti y_1, y_2, y_3, y_4, a cui possiamo sostituire i seguenti che ne sono funzioni lineari

$$x_x^2 + y_y^2,\ x_x y_y\,,\ x_y^2,\ (x_x - y_y)\, x_y\,.$$

« Dovrà allora Π_1 essere funzione di queste quattro espressioni, quindi fra i suoi coefficienti dovranno esistere le relazioni

$$c_{11} = c_{22} \qquad\qquad c_{16} = -c_{26}\,.$$

« 3° *Per* $n \neq 2, 4$ si hanno due soli invarianti, y_1 ed $y_2 + y_3$, ai quali possiamo sostituire i seguenti

$$x_x^2 + y_y^2 + \frac{1}{2} x_y^2 \qquad 2 x_x y_y - \frac{1}{2} x_y^2 .$$

Perchè Π_1 sia funzione di queste due espressioni si devono avere le relazioni

$$c_{11} = c_{22} \qquad c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) \qquad c_{16} = 0 \qquad c_{26} = 0.$$

« Ora noi abbiamo già osservato che i due invarianti precedenti esistono anche quando l'asse del z è un asse di isotropia; dunque per n differente da 2 e da 4 la Π_1 non può essere invariante che sotto la forma che assume quando l'asse di simmetria è asse di isotropia.

Invariante Π_6.

« La sostituzione lineare che trasforma Π_6 si ottiene dalle sostituzioni (3, α, γ). Prenderemo la (3, α) sotto la forma canonica (4), e ponendo

$$\begin{array}{lll} z_1 = (x_x + y_y) y_z & z_3 = (x_x - y_y) y_z & z_5 = x_y y_z \\ z_2 = (x_x + y_y) z_x & z_4 = (x_x - y_y) z_x & z_6 = x_y z_x \end{array}$$

troviamo

$$\eta) \begin{cases} z_1 = \quad z'_1 \cos \frac{2\pi}{n} + z'_2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{2} \\ z_2 = -z'_1 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} + z'_2 \cos \frac{2\pi}{n} \end{cases}$$

$$\vartheta) \begin{cases} z_3 = \left(\quad z'_3 \cos \frac{2\pi}{n} + z'_4 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} \right) \cos \frac{4\pi}{n} - \left(z'_5 \cos \frac{2\pi}{n} + z'_6 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} \right) \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} \\ z_4 = \left(-z'_3 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} + z'_4 \cos \frac{2\pi}{n} \right) \cos \frac{4\pi}{n} + \left(z'_5 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} - z'_6 \cos \frac{2\pi}{n} \right) \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} \\ z_5 = \left(\quad z'_3 \cos \frac{2\pi}{n} + z'_4 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} \right) \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} + \left(z'_5 \cos \frac{2\pi}{n} + z'_6 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} \right) \cos \frac{4\pi}{n} \\ z_6 = \left(-z'_3 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} + z'_4 \cos \frac{2\pi}{n} \right) \operatorname{sen} \frac{4\pi}{n} - \left(z'_5 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} - z'_6 \cos \frac{2\pi}{n} \right) \cos \frac{4\pi}{n} . \end{cases}$$

« Questa sostituzione si spezza in due sostituzioni ortogonali, l'una (η) di due variabili, l'altra (ϑ) di quattro. Però anche quest'ultima si può decomporre facilmente in due sostituzioni di due variabili. Si ha infatti dalle formole precedenti

$$\vartheta') \begin{cases} z_3 + z_6 = \quad (z'_3 + z'_6) \cos \frac{6\pi}{n} + (z'_4 - z'_5) \operatorname{sen} \frac{6\pi}{n} \\ z_4 - z_5 = -(z'_3 + z'_6) \operatorname{sen} \frac{6\pi}{n} + (z'_4 - z'_5) \cos \frac{6\pi}{n} \end{cases}$$

e similmente

$$\vartheta'')\quad \begin{aligned} z_3 - z_6 &= (z'_3 - z'_6)\cos\frac{2\pi}{n} - (z'_4 + z'_5)\operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} \\ z_4 + z_5 &= (z'_3 - z'_6)\operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} + (z'_4 + z'_5)\cos\frac{2\pi}{n}\,. \end{aligned}$$

« Per cui possiamo dire che la trasformazione di Π_6 si può effettuare mediante tre sostituzioni ortogonali (η), (ϑ'), (ϑ'') di due variabili, a determinante positivo.

« In generale nessuna di queste sostituzioni ammette invarianti lineari; soltanto la (ϑ') si può ridurre alla sostituzione identica per $n = 3$. In questo caso esisteranno gli invarianti

$$z_3 + z_6 = (x_x - y_y)\, y_z + x_y\, z_x$$
$$z_4 - z_5 = (x_x - y_y)\, z_x - x_y\, y_z\,.$$

« Dunque: se si esclude il caso che sia $n = 3$, la Π_6 non potrà mai essere invariante, se non è identicamente nulla.

« Per $n = 3$ la Π_6 dovrà essere funzione delle due espressioni invarianti precedenti, e perciò dovranno fra i suoi coefficienti esistere le relazioni

$$c_{14} + c_{24} = 0 \qquad c_{14} - c_{56} = 0$$
$$c_{15} + c_{25} = 0 \qquad c_{25} - c_{46} = 0.$$

« Riassumendo i risultati cui siamo arrivati, troviamo che, qualunque siano le proprietà di simmetria dell'asse, si ha sempre

$$2\Pi_2 = c_{33}\, z_z^2 \qquad \Pi_5 = 0.$$

« Inoltre Π_1, Π_3, Π_4, Π_6 saranno invarianti se:

per $n = 2$:

$$2\Pi_1 = c_{11}\, x_x^2 + c_{22}\, y_y^2 + c_{66}\, x_y^2 + 2c_{26}\, y_y\, x_y + 2c_{16}\, x_x\, x_y + 2c_{12}\, x_x\, y_y$$
$$2\Pi_3 = c_{44}\, y_z^2 + c_{55}\, z_x^2 + 2c_{45}\, y_z\, z_x$$
$$\Pi_4 = z_z\,(c_{13}\, x_x + c_{23}\, y_y + c_{36}\, x_y)$$
$$\Pi_6 = 0$$

per $n = 3$:

$$2\Pi_1 = c_{11}\left(x_x^2 + y_y^2 + \frac{1}{2}\, x_y^2\right) + c_{12}\left(2x_x\, y_y - \frac{1}{2}\, x_y^2\right)$$
$$2\Pi_3 = c_{44}\,(y_y^2 + z_x^2)$$
$$\Pi_4 = c_{13}\, z_z\,(x_x + y_y)$$
$$\Pi_6 = c_{14}\,[(x_x - y_y)\, y_z + x_y\, z_x] - c_{25}\,[(x_x - y_y)\, z_x - x_y\, y_z]$$

per $n = 4$:

$$2\Pi_1 = c_{11}\,(x_x^2 + y_y^2) + 2c_{12}\, x_x\, y_y + 2c_{16}\,(x_x - y_y)\, x_y + c_{66}\, x_y^2$$
$$2\Pi_3 = c_{44}\,(y_z^2 + z_x^2)$$
$$\Pi_4 = c_{13}\,(x_x + y_y)\, z_z$$
$$\Pi_6 = 0$$

per $n > 4$ e per l'isotropia uniasssiale:

$$2\Pi_1 = c_{11}\left(x_x^2 + y_y^2 + \frac{1}{2} x_y^2\right) + c_{12}\left(2x_x y_y - \frac{1}{2} x_y^2\right)$$
$$2\Pi_3 = c_{44}(y_z^2 + z_x^2)$$
$$\Pi_4 = c_{13}(x_x + y_y) z_z$$
$$\Pi_6 = 0.$$

« Dunque i soli casi in cui il potenziale assume una forma differente da quella della isotropia uniassiale si hanno per $n = 2, 3, 4$. Ciò dimostra il teorema enunciato da principio.

« Le quattro forme ora trovate per il potenziale coincidono con quelle assegnate dai cristallografi a quelle classi cristalline che sono caratterizzate da un asse di simmetria a periodo 2, 3, 4, 6 ».

Fisica. — *Sulla distribuzione del magnetismo indotto nel ferro. — Sul magnetismo dei cilindri di ferro.* Note di M. Ascoli, presentate dal Socio Blaserna.

Queste due Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Fisica terrestre. — *Velocità di propagazione delle principali scosse del terremoto di Zante a Catania.* Nota del prof. A. Riccò, presentata dal Socio Blaserna.

« Nell'Osservatorio Geodinamico di Catania le dette scosse furono registrate da un sismometrografo a striscia di carta continua sulla quale un cronometro di marina segna elettricamente le ore; nei tempi delle scosse ricavati da questo strumento vi può essere l'incertezza di alcuni secondi, in causa della brevità del tratto di circa $0^m,1$ percorso dalla striscia in un'ora, ed anche per cagione delle parallasse delle penne scriventi, inconveniente questo ora soppresso, adottando l'innovazione di segnare le ore, interrompendo per alcuni secondi le linee segnate dalle penne medesime, come ha ideato il dottor A. Cancani.

« Il tempo nell'Osservatorio di Catania si determina colla osservazione delle stelle o del sole collo strumento dei passaggi, quindi lo si ha esatto fino ad una frazione di secondo. Inoltre non di rado si osserva il mezzodì vero alla meridiana costruita da Peters e Waltershausen nell'attigua basilica di San Nicola: talchè si ha un controllo che non ammette la possibilità di un equivoco.

« Gli istanti delle scosse furono a suo tempo trasmessi all'Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica in Roma; ora si sono verificati completamente, e non si è trovato nulla da cambiare.

« Intanto il dottor Agamennone in una interessante comunicazione fatta nella seduta del 17 dicembre 1893 ha messo in rilievo il fatto notevole che per le scosse di Zante i tempi dati dall'Osservatorio di Catania sono discordanti da quelli dati da altri Osservatorii, anche astronomici, come Roma, Padova, Nicolaiew, Strasburgo, Potsdam, qualora tutti si vogliano sottomettere alla ipotesi di una propagazione superficiale delle scosse dall'epicentro, con velocità costante ed eguale in tutte le direzioni.

« Era da aspettarsi che fosse così, perchè la detta ipotesi non si poteva verificare e non si è verificata che con grossolana approssimazione, perchè si tratta della propagazione in un mezzo tutt'altro che omogeneo.

« Per Catania poi la propagazione non poteva farsi superficialmente per terra o per bassi fondi, come nelle altre stazioni; ma bensì o attraverso le acque o per il fondo del Jonio, che fra la Grecia e la Sicilia ha profondità fin di 4000 metri, secondo gli scandagli del Magnaghi, e quindi la velocità di propagazione vi doveva essere diversa.

« A decidere poi se le scosse registrate in Catania furono trasmesse dall'acqua o dal fondo marino, potremo avere un criterio nella grandezza della velocità, la quale sappiamo essere nell'acqua minore che nei solidi.

« Prendendo i dati dalla nota stessa del dottor Agamennone, si ha in tempo medio di Roma:

	31 gen. 1893	1 febb.	20 marz.	17 april.
Tempo delle scosse a Zante	$5^h,00^m,00^s$	$1^h,22^m,30^s$	$6^h,00^m,00^s$	$6^h,30^m,20^s$
» » » Catania	5, 07, 30	1, 28, 30	6, 04, 20	6, 37, 30
Intervallo di tempo	07, 30	06, 00	04, 20	07, 10
$\frac{\text{Distanza (515 km.)}}{\text{Intervallo di tempo}}$	1145^m	1431^m	1891^m	1198^m
Velocità media	1439^m			

Certamente le differenze dei singoli valori sono notevoli, e l'errore probabile della media $\pm 112^m$ è rilevante, ma tale irregolarità era inevitabile per l'incertezza del luogo dell'epicentro e quella del tempo di Zante, ritenuta di uno a due minuti primi. Ma ad ogni modo il valore della media è di molto inferiore alla velocità di propagazione delle onde sismiche nel suolo, trovata di 2 a 4 km. dal dottor Agamennone, di 2,2 a 5,0 km. dal dottore von Rebeur Paschwitz (1).

(1) Petermann Mitteilungen. 1893, Heft 9.

« Ma v'ha di più; *la detta media coincide colla velocità del suono nell'acqua* (1).

« È chiaro che le vibrazioni sismiche sono meccanicamente della stessa natura delle acustiche, ed invero spesso i terremoti sono accompagnati da rombi.

« È altresì fuori di dubbio che l'acqua trasmette i terremoti come risulta dalle scosse avvertite nei bastimenti al largo e con scroscio, come per urto in una secca o contro le catene delle ancore. E nelle esperienze del prof. Bertelli (2) la scossa prodotta dallo scoppio di torpedini immerse in mare era percepita nelle navi come vibrazione e rumore simultanei.

« Vi è dunque fondamento per ritenere che i terremoti di Zante si sieno propagati a Catania per mezzo delle acque del Jonio.

« Men facile è persuadersi perchè le dette scosse non si sieno trasmesse anche per il fondo del Jonio, poichè non pare che la profondità, anche di 4000^m, possa essere impedimento sufficente. Si potrà però notare che si ammette generalmente che i vulcani si sieno specialmente formati sulle grandi fratture litorali: è quindi probabile che nella costa orientale della Sicilia, ove sorge il massimo vulcano di Europa, vi sia tale frattura e discontinuità della scorza terrestre, da rendere difficile se non impossibile la trasmissione delle vibrazioni provenienti dal fondo del Jonio.

« Resterebbe poi di spiegare la discrepanza dei tempi di Catania da quelli del vicino Osservatorio di Mineo: ma è noto che ivi, come negli altri uffici telegrafici ad orario limitato, il tempo è dato nel seguente modo:

« Dall'Osservatorio del Collegio Romano il tempo è dato all'Ufficio telegrafico Centrale di Roma: questo alle ore 15 lo trasmette all'ufficio telegrafico di Catania: questo al *mattino seguente* lo trasmette agli uffici secondarii colla così detta *circolare*. Si comprende che con due o tre trasmissioni telegrafiche, e restando il tempo affidato ad orologi comuni per più di 24 ore per le scosse pomeridiane, non possa aversi in Mineo l'istante delle scosse che con una troppo larga approssimazione, malgrado la ben nota solerzia ed intelligenza del Direttore cav. C. Gozzanti; il quale, per il primo ricono-

(1) Il collega prof. Grimaldi mi ha cortesemente comunicato i seguenti valori della velocità del suono nell'acqua:

Beudant: Marsiglia acqua di mare	1500^m
Collodon e Sturm: Lago di Ginevra a 8°,1	1435
Wertheim: misure indirette: acqua della Senna a 15°	1437
» » » » » a 30°	1528
» » » » di mare a 20°	1453
Formola teorica Newtoniana: acqua pura a 4°	1425

La temperatura media dell'acqua del mare di Catania in gennaio, febbraio, marzo, aprile, secondo le osservazioni del prof. Sciuto-Patti, è 13°,9, 14°,9, 14°,5, 16°,7.

(2) Annali dell'Uff. Centr. di Meteor. e Geod., Parte IV, vol. X, 1888.

scendo questo inconveniente, ha ripetutamente domandato che il tempo gli sia trasmesso direttamente, dall'Osservatorio di Catania. Il che è da sperare venga concesso dalle Autorità competenti, attesa l'importanza di quell'Osservatorio, specialmente per la Geodinamica ».

Elettricità. — *Esperienze con un sistema di condensatori a coibente mobile.* Nota di Riccardo Arnò, presentata dal Socio G. Ferraris.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sopra un nuovo metodo di misura del calore di vaporizzazione dei liquidi.* Nota del prof. Stefano Pagliani, presentata dal Socio Blaserna.

« In recenti ricerche sulla condensazione dei vapori nei tubi metallici (1), ho dimostrato sperimentalmente che in realtà la quantità di vapore condensato in un tubo metallico nell'unità di tempo è semplicemente data dall'espressione: $p = \frac{CS}{r}(T - t)$, in cui r è il calore di vaporizzazione del liquido, C il coefficiente di conduttività esterna, calcolato secondo i dati del Peclet e le formole di Dulong e Petit (2), S la superficie condensante, $T - t$ la differenza fra la temperatura del vapore e quella dell'aria esterna, e che questa quantità di vapore condensata è indipendente, entro limiti abbastanza estesi, dalla velocità colla quale si muove il vapore nel condotto, e cioè dalla quantità di esso generata nell'unità di tempo.

« Fondandomi specialmente sopra quest'ultimo risultato supposi che si doveva poter determinare, valendosi di quella relazione, il calore di vaporizzazione, anche con poca quantità di liquido, e cioè con un generatore di vapore di dimensioni limitate, come un pallone di vetro, una piccola caldaia di rame. Le esperienze istituite con diversi liquidi dimostrarono conforme al vero la supposizione fatta.

« L'apparecchio da me adoperato è costituito nel modo seguente. Il liquido da sperimentare si fa bollire in un pallone di vetro, od in una caldaina di rame. Nel primo caso al collo del pallone è saldato un tubo di vetro del diametro interno di un centimetro, brevissimo, lievemente inclinato, il quale si innesta mediante un turacciolo di sughero in un tubo di rame, che diremo tubo di condensazione. Nel secondo caso la caldaina di rame si

(1) Giornale scientifico di Palermo, 1894, n. 1.

(2) Guido Grassi, *Corso di fisica applicata*, p. 46.

prolunga in un tubo pure di rame, al quale è saldato ad una certa altezza un altro tubo di rame dello stesso diametro che il tubo di condensazione, e che con esso si unisce mediante un giunto a vite.

« A due centimetri circa dall'estremità libera del tubo di condensazione è saldato un tubo di rame più piccolo, del diametro interno di 1 cm. e lungo circa 7 cm., il quale tagliato alla sua estremità a sezione ellittica entra mediante un turacciolo di sughero in un tubo di vetro del diametro di 24 mm. e della lunghezza di 8 cm. La estremità inferiore di questo tubo è chiusa pure da un turacciolo nel quale passa un tubetto di vetro a robinetto. Sopra il detto tubo di vetro a due centimetri circa dalla sua estremità superiore è saldato lateralmente un tubo di vetro più piccolo, il quale è unito ad un tubo a serpentino verticale, circondato da acqua corrente, nel quale si compie la condensazione del vapore.

« Nel collo del pallone o della caldaina è introdotto mediante un tappo un termometro, che dà la temperatura del vapore all'entrata nel tubo di condensazione, e così nella estremità di questo è pure introdotto un termometro che dà la temperatura all'uscita. Accanto al tubo di condensazione sono disposti verso le due estremità, alla distanza di cinque a sei centimetri, due termometri che danno la temperatura esterna.

« Le esperienze si eseguirono nel seguente modo. Portato alla ebollizione il liquido, si attendeva che i due termometri immersi nel vapore indicassero temperature costanti e che il liquido distillasse in modo costante e piuttosto copioso dal serpentino. Allora ad un dato istante, che si notava, si chiudeva il robinetto sopra indicato, cosicchè il liquido condensato nel tubo di rame veniva a raccogliersi nel tubo di vetro, mentre il vapore in eccesso passava nel serpentino. Si disponeva poi subito sotto il robinetto un recipiente pesato, e tenendo aperto quello, si raccoglieva in questo il liquido a misura che si andava condensando. Dopo un intervallo di tempo opportuno, secondo i liquidi, ad un dato istante, che di nuovo si notava, si chiudeva il robinetto, e si poteva incominciare anche subito un'altra determinazione. Ripesando il detto recipiente si aveva il peso di vapore condensato nel tempo misurato, e si riduceva all'intervallo di un'ora.

« Si calcolava il coefficiente C nel seguente modo. È ammesso, e fu confermato come dissi sopra, dall'esperienza, che nel caso della trasmissione di calore attraverso alla parete di un tubo metallico percorso da una corrente di vapore si può assumere come coefficiente di trasmissione il coefficiente di conduttività esterna relativo alla faccia lambita dall'aria. Ora quest'ultimo è dato dalla somma del coefficiente di irradiazione e del coefficiente di convezione. Ciascuno di questi poi è il prodotto di due altri coefficienti: l'uno dipendente soltanto dalla differenza fra le due temperature dei due ambienti, e che chiameremo h per l'irradiazione, e h' per la convezione; l'altro dipendente dalla natura della superficie del corpo, nel caso dello irradiamento,

ed è il potere irradiante, che diremo i, oppure, nel caso della convezione, dalla forma e dalle dimensioni del corpo, dalle condizioni di moto dell'aria, e lo diremo k; cosicchè risulta $C = hi + h'k$.

« Dalla legge di Dulong e Petit si deducono le seguenti formole empiriche pel calcolo di h e h':

$$h = 124{,}72 \frac{a^T - a^t}{T - t} \qquad h' = 0{,}552 \, (T - t)^{0{,}233}$$

Ora se noi eseguendo con un dato apparecchio delle esperienze di vaporizzazione coll'acqua troviamo il valore di C per una certa differenza di temperatura p. es. 85°, potremo con essa calcolare k, essendo per il rame $i = 0{,}16$, ed avuto k per un dato tubo condensante, calcolare poi C per un'altra differenza di temperatura qualunque, e per lo stesso tubo, ed introdurre questo valore di C nella sopra indicata relazione per dedurne r.

« Con questo metodo si fecero determinazioni di calore di vaporizzazione per diversi liquidi per i quali già si hanno valori determinati con altri metodi. Le determinazioni si fecero variando il generatore di vapore e le dimensioni del tubo condensante.

« Nelle tabelle seguenti nella prima colonna è notato il tempo $\mathfrak{T}$ per il quale durò la condensazione, espresso in secondi; nella seconda il peso di vapore p condensato durante questo tempo, espresso in grammi; nella terza la temperatura T del vapore; nella quarta la temperatura t dell'aria esterna; nella quinta il peso di vapore condensato P per ora e per metro quadrato di superficie in grammi, nel caso dell'acqua, oppure il calore di vaporizzazione r, nel caso degli altri liquidi.

« Riguardo alla temperatura T del vapore dirò che ho assunta quella del vapore all'uscita dal generatore di vapore per la seguente ragione. Allo scopo di rendere per quanto possibile piccola la correzione dovuta alla colonna sporgente del termometro, che offre sempre incertezze, mi sono servito di una serie di termometri divisi o in decimi od in quinti di grado, in ciascuno dei quali la estensione della scala era al più di una cinquantina di gradi. In tal modo la colonna sporgente era breve e la correzione a farsi sempre piccola. Ma per la temperatura da misurarsi all'altra estremità del tubo condensante non potei procurarmi un'altra serie di termometri, che soddisfacessero a quella condizione, perciò la porzione di colonna di termometro da introdursi nel tubo doveva esser molto breve e la colonna sporgente quindi molto lunga. Però il massimo abbassamento di temperatura che si ebbe nel vapore fra un'estremità e l'altra del tubo condensante arrivò ad 1° circa per l'anilina, la cui temperatura di ebollizione era 188° e la differenza $T - t = 171°$, e per gli altri liquidi era presso a poco in proporzione di tale differenza, per cui assumendo la temperatura del vapore all'entrata nel tubo invece della media fra le due si poteva commettere un errore che non

arrivava mai a $\frac{1}{350}$. Intanto in tal modo si era più sicuri di avere la vera temperatura del vapore.

« SERIE I. — Il generatore del vapore era un pallone di vetro della capacità di un litro e mezzo circa; il tubo di rame aveva la lunghezza di cm. 117,2 ed il diametro interno di cm. 2,1.

Acqua.

$\mathfrak{T}$	*p*	T	*t*	P
1199^s	51.112	100.°05	17.65	153.46
1218	51.395	100. 06	17.70	151.90
1248	52.417	100. 06	17.75	151.20
1245	52.697	100. 10	17.90	152.37

« Da questi dati si deduce per la differenza media di temperatura 82°.3 il valore CS = A = 0.992. Per mezzo di questa nel modo sopra indicato si calcolò A_1 per le differenze di temperatura che si avevano cogli altri liquidi nello stesso apparecchio.

Alcool etilico — $A_1 = 0.906$.

$\mathfrak{T}$	*p*	T	*t*	*r*
752^s	56.144	77.°76	16.2	207.5
716	53.019	77. 75	16.3	208.6
697	51.485	77. 78	16.5	208.6
781	58.420	77. 79	16.6	205.7
729	53.904	77. 80	16.6	208.1

« Il medio valore risultante sarebbe 207.7 per un alcool che bolle alla temperatura di circa 77°.8 alla pressione di 763^{mm}.8. Ora riguardo al calore di vaporizzazione dell'alcool etilico abbiamo i seguenti dati [1]: Andrews trovò $r = 202.4$, essendo T = 77°.9; Despretz 208.0; Favre e Silbermann 208.9; Schall 206.4 essendo T = 78°.0 a 760^{mm}; Wirtz 205.07 essendo T = 78°.1 a 742^{mm}; von Brix per un alcool a 99 $^1/_2$, bollente a 78°.4, $r = 214.2$. Il valore da me ottenuto è compreso nei valori ottenuti cogli altri metodi e concorda col maggior numero di essi.

Alcool metilico — $A_1 = 0.869$.

$\mathfrak{T}$	*p*	T	*t*	*r*
1445^s	65.438	64.°30	15.6	259.5
1637	73.608	64. 25	16.0	259.2
1530	68.568	64. 35	16.3	259.0

[1] Le citazioni bibliografiche relative a questi ed agli altri dati si trovano tutte nelle recenti tabelle di Landolt e Börnstein. I dati di temperatura e di pressione, che mancano, non si trovano nemmeno nelle memorie originali, che furono tutte riscontrate.

« Valore medio $r = 259.2$, essendo $T = 64.3$ a $750^{mm}.5$. Favre e Silbermann trovarono 263.9; Andrews 263.7 essendo $T = 65^{\circ}.8$; Wirtz 267.5 essendo $T = 64^{\circ}.5$ a 742^{mm}; Schall 261.7 essendo $T = 66.5$ a 760^{mm}. È quest'ultimo valore il più prossimo a quello trovato.

« Queste differenze nei valori trovati possono dipendere o dalla presenza di acqua che tende ad aumentare il calore di vaporizzazione, o di alcoli superiori, che tendono a diminuirlo. I liquidi da me adoperati erano della fabbrica Trommsdorff, ma non potei eseguire su di essi che distillazioni frazionate per separarne porzioni bollenti a temperatura il più che era possibile costante, anche perchè non ne aveva grandi quantità.

« SERIE II. — Il generatore di vapore era un pallone di vetro di un litro di capacità. Stesso tubo di rame. Dalle esperienze sull'acqua, che per brevità tralascio di riferire, dedussi $A = 1.008$.

Benzina — $A_1 = 0.932$.

$\mathfrak{T}$	p	T	t	r
549ˢ	97.495	79.°48	13.7	95.9
387	68.395	79. 60	13.8	96.4
586	104.075	79. 45	14.1	95.2
557	98.385	79. 55	14.1	95.8

« Risulta per valore medio $r = 95.7$, essendo $T = 79^{\circ}.5$ a $750^{mm}.79$ di pressione. Regnault ottenne 101.9 per una benzina bollente a $80^{\circ}.45$; R. Schiff 93.45 essendo $T = 80^{\circ}.35$ a 765.1; Wirtz 92.91 essendo $T = 80^{\circ}.1$ a 742^{mm}; Schall 93.5. Il mio valore si accorda abbastanza bene cogli ultimi tre. Per la benzina ha influenza specialmente la non completa essiccazione che aumenta il valore del calore di vaporizzazione.

« La relazione indicata in una Nota precedente [1], secondo la quale si può calcolare il calore di vaporizzazione mediante i dati delle tensioni di

[1] Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Vol. III, p. 70. La relazione a cui qui si accenna deriva dalle due relazioni stabilitesi nella detta nota, e che qui si ripetono essendo sfuggito nella correzione qualche errore. Esse sono:

$$\frac{M_1 \varrho_1}{M \varrho} = \frac{k_1}{k} \frac{T_1 \frac{d_1 p}{dt} - p}{T \frac{dp}{dt} - p} \frac{\frac{dp}{dt}}{\frac{d_1 p}{dt}} \quad \text{e} \quad \frac{M_1}{M} \frac{A u_1 p}{A u p} = \frac{k_1}{k} \frac{\frac{dp}{dt}}{\frac{d_1 p}{dt}}$$

dalle quali si deduce

$$r_1 = \frac{M}{M_1} \frac{k_1}{k} \frac{\frac{dp}{dt}}{\frac{d_1 p}{dt}} \left(\varrho \frac{T_1 \frac{d_1 p}{dt} - p}{T \frac{dp}{dt} - p} + A u p \right)$$

ove i termini senza indici si riferiscono all'acqua, gli altri alla sostanza di cui si calcola il calore di vaporizzazione.

vapore, darebbe 92.6, essendo 80°.26 il punto di ebollizione della benzina a 760^{mm}, secondo i risultati delle determinazioni di Young.

Alcool isobutilico — $A_1 = 1.035$.

Σ	p	T	t	r
380^s	72.065	107.°06	14.1	140.9
495	95.855	108. 01	14.3	139.1
358	67.310	108. 26	15.0	142.6

« Il valore medio sarebbe $r = 140.9$, essendo all' incirca $T = 107.5$ a 751^{mm}.9. Per questa sostanza non abbiamo altre misure dirette del calore di vaporizzazione. Colla relazione sopra citata e dai dati di Naccari e Pagliani sulle tensioni di vapore si calcola $r = 132.2$, essendo $T = 107.04$ a 760^{mm}.

« Serie III. — Pallone di vetro di $^1/_2$ litro di capacità. Tubo di rame dello stesso diametro, ma della lunghezza di m. 0.58. Le esperienze coll'acqua diedero $A = 0.576$.

Acetone — $A_1 = 0.493$.

Σ	p	T	t	r
1791^s	77.890	57.°20	14.0	135.4
1689	71.580	57. 10	14.8	136.0
1507	64.705	57. 20	14.2	136.5

« Come medio valore risulterebbe $r = 135.9$ essendo $T = 57.2$ a 765^{mm}.58. Il Regnault ottenne 129.7 a 56°.55; Wirtz 125.3 a 56°.6 e 742^{mm}.

« Serie IV. — Il generatore del vapore era costituito da una caldaia cilindrica di rame del diametro di 10 cm., alta 20 cm. sormontata da un tubo pure di rame del diametro di 30 mm. alto 20 cm. A 2 cm. al disotto dell'estremità superiore era saldato con leggierissima inclinazione un altro tubo di diametro uguale a quello del tubo di condensazione col quale era raccordato mediante manicotto a vite. Il tubo condensante riusciva così lungo m. 1.37, essendo sempre il diametro cm. 2.10.

« Citeremo qui anche le esperienze coll'acqua, essendo diverso il materiale costituente il recipiente, in cui si faceva bollire il liquido.

Acqua.

Σ	p	T	t	P
1805^s	79.025	99.°95	16.3	156.62
1815	79.925	99. 94	16.4	158.53
1824	80.000	99. 94	16.7	156.78
1830	80.765	99. 94	16.9	157.95

« Da questi dati si calcola $A = 1.011$.

Alcool etilico — $A_1 = 0.945$.

𝔗	*p*	T	*t*	*r*
1064*	84.780	77.°57	15.7	203.9
1087	86.595	77. 62	15 9	203.3
1099	87.960	77. 62	16.0	202.0

« Il valore medio qui risultante sarebbe $r = 203.1$ un poco inferiore al precedente. Però l'alcool usato in queste esperienze era un prodotto di ulteriore distillazione del primo, quindi meglio privato d'acqua.

« Serie V. — Stesso generatore di vapore; la lunghezza del tubo condensante ridotta però a cm. 0.65.

« Dalle esperienze coll'acqua si ottenne $A = 0.639$.

Alcool amilico — $A_1 = 0.685$.

𝔗	*p*	T	*t*	*r*
594*	108.95	130.°22	16.9	117.6
571	106.27	130. 52	16.8	116.3
542	100.58	130. 72	16.8	116.9

« Risulta come medio valore $r = 117.0$ essendo $T = 130.5$ a $767^{mm}.04$. Favre e Silbermann trovarono 121.4; Schall 120.0 per un alcool bollente a $131^{\circ}.0$ a 760^{mm}. Colla relazione più volte indicata e coi dati sulle tensioni di vapore di G. Grassi si calcolerebbe per un alcool bollente a 131.38 a 760^{mm} $r = 118.2$. La concordanza col risultato da me ottenuto è soddisfacente.

Acetato di amile — $A_1 = 0.698$.

𝔗	*p*	T	*t*	*r*
377*	124.545	140.°29	17.7	72.0
374	122.555	140. 98	18.1	72.1
375	124.495	141. 71	18.2	72.1

« Risulta come medio $r = 72.1$, essendo $T = 141^{\circ}.0$ a $767^{mm}.14$. R. Schiff per un acetato di amile bollente a $142^{\circ}.0$ a $756^{mm}.5$ trovò 66.4. I due prodotti hanno però un punto di ebollizione notevolmente diverso, quindi la ragione della differenza sensibile fra i due calori di vaporizzazione.

Toluene — $A_1 = 0.656$.

𝔗	*p*	T	*t*	*r*
520*	104.020	110°.69	16.2	86.1
531	106.335	110. 97	16.7	85 8
529	105.920	111. 30	16.8	86.0

« Medio valore $r = 85.9$ essendo $T = 111.0$ a $767^{mm}.01$. R. Schiff trovò 83.55 per un toluene bollente a 110.8 a $765^{mm}.4$. Colla relazione sopra accennata e coi dati sulle tensioni di vapore di Naccari e Pagliani si calcola $r = 85.3$ essendo $T = 110^{\circ}.32$ a 760^{mm}. La concordanza col valore da me ora ottenuto è soddisfacente.

Metaxilene — $A_1 = 0.698$.

$\mathfrak{T}$	p	T	t	r
385^s	117.500	138.°85	16.6	77.7
349	106.285	139. 02	14 9	79.0
366	111.990	139. 32	15.1	78.7
333	103.655	139. 51	15.2	77.5

« Medio valore $r = 78.2$ essendo $T = 139^{\circ}.2$ a $768^{mm}.5$. R. Schiff trovò 78.25 essendo $T = 139.9$ a $766^{mm}.2$. La concordanza è soddisfacente.

Anilina — $A_1 = 0.758$.

$\mathfrak{T}$	p	T	t	r
374^s	127 49	187.°9	17.0	105.6
371	126.45	188. 3	17.5	105.6
347	118.79	188. 6	17.6	105.2

« Medio $r = 105.3$ essendo $T = 188^{\circ}.3$ a $764^{mm}.74$. Per l'anilina trovai soltanto una determinazione di Petit, il quale, senza alcun dato di temperature pel prodotto sperimentato, dà $r = 93.3$. Però dalla relazione più volte indicata e dai dati sulle tensioni di vapore di Ramsay e Young si calcolerebbe 100.6 per un'anilina bollente a $184^{\circ}.5$ a 760. Il valore qui trovato è alquanto superiore, trattandosi però di un prodotto diverso. È noto come sia difficile ottenere l'anilina pura.

« Dal complesso dei risultati fin qui esposti mi sembra possa dedursi che i coefficienti di conduttività esterna che si calcolano colle formole di Dulong e Petit, siano applicabili anche nel caso pratico di un tubo immerso nell'aria nelle condizioni ordinarie. Si operava in una stanza piuttosto piccola, in cui venivano convenientemente evitate le correnti d'aria.

« Quindi il metodo indicato per determinare il calore di vaporizzazione mi sembra adatto a dare dei buoni risultati. Secondo i casi si potrà usare un opportuno generatore di vapore e dimensioni diverse del tubo condensante. In generale credo migliore l'uso di un generatore metallico, per evitare di avere parti condensanti di natura diversa.

« Questo metodo poi presenta qualche vantaggio, quello di essere di facile applicazione, di permettere di determinare il valore del calore di vaporizzazione corrispondente a ciascuna frazione di liquido bollente ad una determinata temperatura, di non esigere le correzioni così difficili del metodo calorimetrico.

« Questo metodo può essere conveniente per determinazioni di calore di vaporizzazione di miscugli di liquidi appunto per la ragione ora detta; come pure per determinazioni di detta grandezza a pressioni e temperature differenti di una stessa sostanza.

« Infine mi sembra pure possa sopra lo stesso principio aversi un metodo di misura dei coefficienti di conduttività esterna nei diversi gas e vapori. È mio intendimento di tentare appunto tutte queste applicazioni, a misura che me lo consentiranno i mezzi di laboratorio.

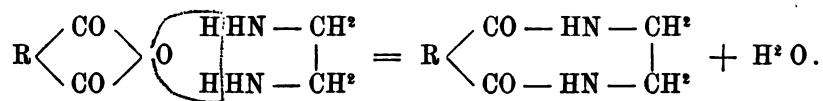
« Il detto metodo di misura del calore di vaporizzazione, per la sua facile applicazione riuscirà al certo utile in tutte quelle industrie in cui per il calcolo degli apparecchi di riscaldamento si ha bisogno di determinare il calore di vaporizzazione di liquidi di composizione ignota o mal definita ».

Fisica. — *Se i nembi temporaleschi sono sempre grandinosi. Grandine anomala.* Nota di CARLO MARANGONI, presentata dal Socio BLASERNA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Azione dell'etilendiammina sulle anidridi di acidi bibasici.* Nota di F. ANDERLINI, [1] presentata dal Corrispondente NASINI.

« In una Nota precedente ho riferito sopra alcuni composti ottenuti per azione delle ortodiammine aromatiche sulle anidridi di acidi bicarbossilici; in quell'occasione ho accennato ad uno studio che avevo intrapreso sulle stesse anidridi coll'etilenediammina, la quale, da quanto sto per esporre apparisce che si comporta in modo analogo alle basi aromatiche e che si ottengono in condizioni simili dei prodotti dello stesso genere. Così avviene la diretta addizione di due molecole delle sostanze poste a reagire alla temperatura ordinaria e successivamente la formazione di un primo prodotto di condensazione per la perdita di una molecola di acqua secondo lo schema:

$$R\left\langle\begin{matrix} CO \\ CO \end{matrix}\right\rangle O \begin{matrix} H\,HN - CH^2 \\ | \\ H\,HN - CH^2 \end{matrix} = R\left\langle\begin{matrix} CO - HN - CH^2 \\ | \\ CO - HN - CH^2 \end{matrix}\right. + H^2O.$$

« Facendo intervenire l'azione del calore si ottengono dei prodotti di condensazione diversi a seconda delle anidridi; fra esse la ftalica fornì un

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica dell'Uviversità di Padova.

corpo che fa riscontro ad un composto ottenuto da A. T. Mason [1] facendo reagire l'etilenediammina coll'acido succinico, scaldando sopra il suo punto di fusione il prodotto di addizione che si forma dapprima, che per perdita di due molecole di acqua si trasforma nel composto a cui assegnò la formola $C^2 H^4 (CO)^2 N - CH^2 - CH^2 - N(CO)^2 C^2 H^4$ che è l'etilenedissuccinimide.

« È presumibile che l'identico composto si formi partendo dall'anidride succinica e che analogamente la malica e la ftalica abbiano a reagire similmente; io però mi limitai per ora a studiare il derivato ftalico che più mi interessava, e poi perchè, stando alle poche esperienze eseguite, ho rilevato che le prime due anidridi si comportano diversamente quando sieno poste nelle stesse condizioni, specialmente l'anidride malica, come risultò anche a proposito dei derivati delle basi aromatiche, e sarà quindi necessario moltiplicare il numero delle esperienze per giungere allo scopo.

« Senza dubbio l'etilenediammina e le anidridi in questione danno luogo a delle condensazioni complicate, perchè la eliminazione di acqua può avvenire da più molecole dei componenti, come accade colle diammine aromatiche, per effetto del calore; inoltre i veicoli esercitano una grande influenza sull'andamento delle reazioni, perchè, a cagion d'esempio, se l'anidride ftalica e l'etilenediammina si fanno agire in soluzione nell'alcole si forma un composto insolubile nei solventi ordinari che non ha punto di fusione, ma si decompone pel riscaldamento. Ciò del resto si spiega facilmente ponendo mente al fatto che l'anidride ftalica dà luogo alla formazione dell'etere corrispondente abbandonando a sè la soluzione dell'anidride nell'alcole alla temperatura ordinaria, quindi la reazione, che si compie in più fasi, deve avvenire fra l'etere e la diammina ed il risultato finale è probabilmente una imide ftalica complicata forse da sostituzioni e condensazioni. Qualche cosa di analogo deve avvenire anche con l'anidride succinica e maleica perchè anche esse danno per tale via dei corpi insolubili e non fusibili. Volendo evitare possibilmente ogni complicazione ho quindi fatto uso di un solvente affatto inerte che fu il benzolo puro, anidro.

Etilenediammina con anidride maleica.

« Per questa e per le esperienze successive ho impiegato la base anidra ottenuta tale digerendola sul sodio metallico per distruggere l'idrato che poteva contenere, perchè la prima soltanto è solubile nel benzolo, mentre il secondo non lo è e rende la soluzione lattiginosa. Il benzolo fu digerito a lungo sul potassio.

« Le due sostanze, base ed anidride maleica, vennero poste a contatto in

(1) Chem. Soc. 28 p. 10

soluzione benzolica nelle proporzioni molecolari; si formò subito un precipitato bianchissimo che venne raccolto su di un filtro, rapidamente lavato un benzolo, posto immediatamente nel disseccatore accanto all'acido solforico e sostanza grassa e praticato il vuoto. Il corpo che si forma in tal guisa è un prodotto di addizione come lo dimostra l'analisi seguente:

I 0,1928 gr. di sostanza diedero 0,3220 gr. di CO^2 e 0,1196 gr. di H^2O
II 0,1140 gr. » » 0,4188 gr. di CO^2 e 0,0760 gr. di H^2O

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C^4H^2O^2C^2H^4(NH^2)^2$
	I	II	
C	45,45	45,54	45,56
H	6,95	6,89	6,32

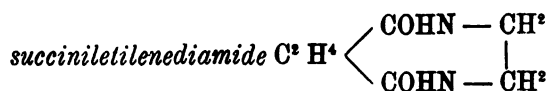
« La prima delle due analisi si riferisce alla sostanza seccata a peso costante nel vuoto tale e quale fu ottenuta, la seconda alla stessa sostanza bollita a lungo nel benzolo e poi seccata nelle stesse condizioni di prima.

« Ottenuto questo corpo nel modo descritto, quando è secco forma una massa leggera, bianchissima, assai deliquescente, solubilissima nell'alcole, solubile alquanto nell'etere, insolubile nel benzolo; scaldata in tubo capillare si gonfia verso i 50°, fra 90°-110° si decompone fondendo in un liquido limpido che assume una tinta rossa fra 120°-170°, passando per varie gradazioni di colore; più oltre si decompone totalmente. Come apparisce anche dalle analisi soltanto non perde acqua per l'ebullizione, anche prolungata, nel benzolo, soltanto mi parve modificato il modo di comportarsi al riscaldamento in tubo capillare, forse perchè coll'ebullizione sembra che assuma struttura cristallina. Scaldata con polvere di zinco dà dei vapori che producono la colorazione rossa del legno d'abete bagnato in acido cloridrico che, come è noto, è la reazione che si riguarda caratteristica del pirrolo e di alcuni suoi derivati.

Etilenediammina con anidride succinica.

« Fu ottenuto un prodotto di addizione come quello precedentemente descritto; anche questo è una massa bianchissima, deliquescente senza però liquefarsi, ma assume un aspetto gommoso, solubile nell'alcole, insolubile nel benzolo. Scaldata lentamente in tubo capillare incomincia essa pure a gonfiarsi verso 50°, si decompone fondendo intorno ai 120°, ed a 130°-140° ridiventa solida: dopo non si fonde più ma si decompone diventando bruna. A differenza del composto maleico questa perde acqua nel vuoto sull'acido solforico alla temperatura ordinaria in modo che già dopo circa 24 ore dà all'analisi dei numeri, che reputo inutile riportare, intermedi fra quelli ad

essa spettanti e quelli richiesti dal prodotto d'eleminazione di una molecola d'acqua che è la

$$\textit{succiniletilenediamide}\ C^2H^4 \begin{cases} COHN - CH^2 \\ \quad\quad\quad\quad\ | \\ COHN - CH^2 \end{cases}$$

« Più rapidamente si ottiene bollendo nello stesso benzolo in cui si forma il prodotto d'addizione oppure nell'alcole assoluto. È anche essa una sostanza bianca, solubile nell'alcole, igroscopica e che non presenta un punto di fusione netto quando si scalda lentamente in tubo capillare, ma ad incominciare dai 135° si rammollisce e fonde fra 160°-170°. L'analisi diede i numeri qui esposti:

0,3566 gr. di sostanza diedero 0,6568 gr. di CO^2 e 0,2340 gr. di H^2O,

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^4H^4O^2(HN)^2C^2H^4$
C	50,16	50,70
H	7,29	7,04

« Questo corpo dà pure la colorazione rossa del legno di abete quando si scalda con polvere di zinco.

Etilenediammina con anidride ftalica.

« Come le due precedenti anidridi la ftalica dà coll'etilenediammina un prodotto di addizione e dei prodotti di condensazione per eliminazione di più molecole di acqua da più molecole dei componenti fondamentali a seconda delle condizioni.

Prodotto di addizione.

« Si ottiene come i precedenti e presso a poco presenta gli stessi caratteri, salvo qualche differenza nei punti di decomposizione e di fusione che però non mi sembrano caratteristici, ed ha di comune col composto succinico la instabilità, perchè esso pure perde acqua nel vuoto, lentamente, e si trasforma nel primo prodotto di condensazione per eliminazione di una molecola di acqua; di modo che dopo circa 24 ore dà all'analisi dei numeri intermedi e poi finisce col trasformarsi nella

$$\textit{ftaliletilenediamide}\ C^6H^4(CO)^2.(HN)^2C^2H^4$$

che si ottiene anch'essa più rapidamente per ebullizione nel benzolo del prodotto di addizione e la cui analisi diede i numeri seguenti:

0,1082 gr. di sostanza diedero 0,2996 gr. di CO^2 e 0,0602 gr. di H^2O.

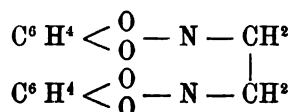
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^6 H^4 (CO)^2 (HN)^2 C^2 H^4$
C	62,91	63,15
H	6,18	6,18

È questa una sostanza bianca, leggera, voluminosa, igroscopica, che scaldata in tubo capillare incomincia a gonfiarsi sopra i 100° e fonde a 125°; facilmente solubile nell'alcole e nell'acqua, poco o punto nel benzolo e nell'etere.

Diftaliletilendiimide $[C^6 H^4 (CO)^2]^2 . N^2 C^2 H^4$

« Ottenni questo composto mescolando le soluzioni benzoliche dell'anidride e della base nelle proporzioni molecolari, ed il miscuglio formato del benzolo e del precipitato bianco, costituito del prodotto di addizione sopra descritto, venne tal quale scaldato in tubo a 100° per due ore circa; trascorso il qual tempo il precipitato scomparve, ad eccezione di una piccola quantità che fu tenuta in disparte. Eliminato il benzolo per distillazione lasciò questo un residuo che ripreso con alcole bollente, pel raffreddamento si separò in cristalli aghiformi, scolorati, che dopo qualche ricristallizzazione fondevano costantemente a 243°-244° e la cui analisi fornì numeri concordanti con la formola

$$\begin{matrix} C^6 H^4 < {}^{O}_{O} - N - CH^2 \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \\ C^6 H^4 < {}^{O}_{O} - N - CH^2 \end{matrix}$$

« Il rendimento piuttosto scarso lascia supporre che si formi qualche altra sostanza, ma che non ho potuto identificare, avendo operato con una quantità molto limitate di materie prime.

« L'analisi condusse al risultato seguente:

I 0,1135 gr. di sostanza diedero 0,2804 gr. di CO^2 e 0,0426 gr. di H^2O

II 0,0784 gr. » » 5,8 c. c. di N misurato a 10° e 768^{mm} di pressione.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C^{18} H^{12} O^4 N^2$
C	67,37	—	67,50
H	4,17	—	3,75
N	—	8,92	8,75

« La diftaliletilenediimide è poco solubile nell'alcole freddo, più a caldo, quasi insolubile nell'acqua e nell'etere, facilmente solubile invece nel benzolo anche freddo. Scaldata lentamente in tubo capillare fonde a 243°-244° ed a temperatura più elevata distilla senza alterazione apparente ».

Chimica. — *Sopra un composto dell'acido picrico con l'anetol.* Nota del dott. G. Ampola, presentata dal Socio Paternò.

Chimica. — *Dimorfismo del fluoborato potassico.* Nota del dott. C. Montemartini, presentata dal Socio Paternò.

Chimica. — *Azione dell'anidrite acetica sopra l'acido succinico in presenza di cloruro di zinco.* Nota di G. Magnanini e T. Bentivoglio, presentata dal Socio Ciamician.

Mineralogia. — *Sopra la Calcocite di Montecatini.* Nota di G. Boeris, presentata dal Socio Strüver.

Geologia. — *Considerazioni sopra i tufi vulcanici a nord di Roma, fra il fosso della Crescenza e quello della Torraccia.* Nota dell'ing. E. Clerici, presentata dal Socio Capellini.

Batteriologia. — *Sulla nitrificazione che si produce nei muri.* Nota di G. Tolomei, presentata dal Socio Blaserna.

Le precedenti Note verranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni presentate in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Lorenzoni e Nasini; presenta inoltre l'opera del prof. Campana: *Fracastorius*, e i volumi 4° e 6° delle *Opere* di Weber, pubblicate dall'Accademia delle scienze di Gottinga.

Il Socio Cerruti fa omaggio della pubblicazione del prof. A. Favaro: *Per l'edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei.*

Il Socio Betocchi presenta una Nota a stampa del prof. P. Busin, intitolata: *Relazioni elettromagnetiche tra alcuni fenomeni cosmici, tellurici ed atmosferici.*

CORRISPONDENZA

Il Presidente BRIOSCHI annuncia che l'Accademia è stata invitata a farsi rappresentare all'inaugurazione, che avrà luogo il 14 corr., del monumento eretto a Quintino Sella, nei locali della R. Scuola di Applicazione degl'ingegneri di Torino. Il Presidente aggiunge che egli stesso interverrà alle cerimonie insieme a quei Colleghi che a lui si vorranno unire.

Il Segretario BLASERNA dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia delle scienze di Stockholm; la Società di scienze naturali di Emden; il Museo britannico di Londra; la R. Biblioteca di Berlino.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Direzione del R. Archivio di Stato di Firenze; l'Università di Bologna; le Università di Lione, di Cambridge, di Giessen, di Upsala e di Albany; l'Ufficio per la misura del grado, di Vienna.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 4 marzo 1894.

Bonfiglio M. — Misura del tempo. Piazza Armerina, 1894. 8°.
Busin P. — Relazioni elettro-magnetiche fra alcuni fenomeni cosmici, tellurici e atmosferici. Roma, 1893. 8°.
Campana R. — Dei morbi sifilitici e venerei. 3ª ed. Genova, 1894. 8°.
Carta idrografica d'Italia. — Progetto del canale emiliano. Roma, 1893. 4°.
Choffat P. — Description de la faune jurassique du Portugal. — Ammonites du Lusitanien. Lisbonne, 1893. 4°.
Favaro A. — Materiali per un indice dei manoscritti e documenti galileiani non posseduti dalla Biblioteca nazionale di Firenze. Venezia, 1894. 8°.
Gambera P. — Alcune questioni di meccanica molecolare. Lecce, 1894. 8°.
Lorenzoni G. — Determinazione relativa della gravità terrestre a Pedova, a Milano ed a Roma ecc. Venezia, 1894. 8°.
Id. — Determinazione relativa della gravità terrestre negli Osservatori di Vienna, di Parigi e di Padova ecc. Venezia, 1893. 8°.

Lorenzoni G. — Nuovo esame delle condizioni del supporto nelle esperienze fatte a Padova nel 1885-86 per determinare la lunghezza del pendolo a secondi ecc. Venezia, 1893. 8°.

Lovisato D. — Gita al Serpeddi del 13-14 maggio 1893. Cagliari, 1893. 8°.

Luini B. — La sistemazione e gl'interrimenti dell'alveo del Tevere nella città di Roma. Milano, 1894. 8°.

Macfarlane A. — On the definitions of the Trigonometric Functions. Boston, 1893. 8°.

Matteucci R. V. — Due parole su l'attuale dinamica del Vesuvio. Torino, 1892. 4°.

Id. — Nuove osservazioni su l'attuale fase eruttiva del Vesuvio marzo 1891, luglio 1892. Torino, 1892. 4°.

Nasini R. e *Carrara G.* — Sul potere rifrangente dell'ossigeno, dello zolfo e dell'azoto nei nuclei eterociclici. Venezia, 1894. 8°.

Norske (den) Nordhavs-Expedition. 1876-1878, XXII Zoologi. Ophiuroidea. Christiania, 1893. 4°.

Peano G. — Notations de Logique mathèmatique. Turin, 1894. 8°.

Weber W. — Werke. Bd. IV, VI. Berlin, 1894. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 18 marzo 1894.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulla linea elastica.* Nota del dott. Orazio Tedone, presentata dal Socio Bianchi.

« 1. La lettura di quel paragrafo dell'ammirabile trattato dell'Halphen sulle funzioni ellittiche, il quale tratta della curva elastica gobba [1], mi ha suggerito alcune osservazioni che possono forse avere qualche interesse e che io riunisco in questa Nota.

« L'Halphen si propone di dimostrare il teorema di Kirchhoff sulla coincidenza delle equazioni che servono a trovare la curva elastica con quelle che servono a trovare il movimento di un corpo grave intorno ad un suo punto fisso. Egli dice fra l'altro: « La forme de la section du ressort joue ici le même rôle que, dans l'autre problème, la nature de l'ellipsoide d'inertie. Au corps grave de révolution suspendu par un point de son axe correspond le ressort à section circulaire ». Ciò premesso, invece di servirsi delle equazioni di Kirchhoff, si serve di quelle conosciute avanti il citato autore [2],

[1] 2ª partie, pag. 142.

[2] Queste equazioni furono date da Lagrange (*Méc. anal.* T. I, pag. 143, édit. de Bert.); ma in esse l'autore considerava soltanto l'elasticità prodotta dalla flessione della curva e malgrado ciò riteneva che le sue equazioni non fossero in generale integrabili. Binet considerò anche la elasticità dovuta alla torsione (*Méc. anal.*. T. I, pag. 401, éd. de Bert.) ed integrò le equazioni così completate. Il suo metodo fu perfezionato da Wantzell in una Nota dei Compt. rend., T. XVIII.

per costruire le quali non si tien conto nè della forma della sezione piccolissima del filo, nè delle costanti della elasticità della materia di cui il filo può essere composto, o almeno la considerazione di questi elementi, nelle ultime equazioni, è molto imperfetta. Indi riporta il metodo d'integrazione di queste equazioni com'è esposto nel libro di Hermite, *Sur quelques applications des fonctions elliptiques*, e mostra che le espressioni di due delle coordinate di un punto della curva elastica coincidono con le espressioni di due delle componenti della rotazione di un corpo rigido, pesante, di rivoluzione, sospeso per un punto del suo asse di simmetria quando l'ellissoide d'inerzia, relativo al punto fisso, è una sfera; mentre la derivata dell'altra coordinata, rispetto all'arco della curva, ha la stessa espressione del coseno dell'angolo che la verticale forma con la retta che contiene il punto di sospensione e il baricentro.

« Ora questo risultato, se mostra una certa relazione fra il problema della linea elastica e quello del moto di un corpo rigido pesante intorno ad un suo punto fisso, non è il teorema di Kirchhoff, nè da esso risultano le analogie fra i due problemi che lo stesso autore cita.

« Il teorema di Kirchhoff constata fra i due problemi delle relazioni molto più generali e più intime che non appaia dal risultato di Halphen.

« Per mettere in chiaro la questione dobbiamo cominciare a determinare con precisione in che differiscono i due sistemi di equazioni della linea elastica o se uno può sostituirsi completamente all'altro.

« 2. Supponiamo che ξ, η, ζ sia un sistema di assi fissi nello spazio scelti in modo che l'asse ζ sia parallelo alla risultante delle tensioni che agiscono su ciascuna delle sezioni estreme del filo. che x, y, z sia un sistema di assi mobili tale che la sua origine sia un punto della curva formata dai baricentri delle diverse sezioni del filo, che per brevità chiamiamo linea elastica e che l'asse z si mantenga tangente a questa curva, mentre gli assi x, y coincidano con gli assi principali della sezione del filo prodotta dal piano $x\,y$. Supponiamo ancora che i coseni di direzione degli assi ξ, η, ζ rispetto agli assi x, y, z siano

$$\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3;\ \beta_1,\ \beta_2,\ \beta_3;\ \gamma_1,\ \gamma_2,\ \gamma_3$$

in modo che α, β, γ corrispondano a ξ, η, ζ e 1, 2, 3 a x, y, z. Le equazioni differenziali che servono a trovare la linea elastica, secondo la teoria di Kirchhoff, sono allora:

$$(1)\qquad \begin{cases} A_1 \dfrac{dp}{ds} = (A_2 - A_3)\,rq + \Gamma\gamma_2 \\ A_2 \dfrac{dq}{ds} = (A_3 - A_1)\,pr - \Gamma\gamma_1 \\ A_3 \dfrac{dr}{ds} = (A_1 - A_2)\,qp\ , \end{cases}$$

dove A_1, A_2, A_3 sono costanti dipendenti soltanto dalla forma della sezione del filo e dalle costanti dell'elasticità della materia di cui esso è costituito; Γ è la grandezza della risultante delle tensioni agenti su una sezione estrema del filo; s è l'arco della curva elastica, r la torsione e p, q le flessioni delle proiezioni della stessa curva sui piani $y\,z$ e $z\,x$.

« Nella forma delle equazioni (1) è contenuto il teorema di Kirchhoff. Le (1) rappresentano infatti il moto di un corpo rigido pesante di momenti d'inerzia A_1, A_2, A_3, quando s è proporzionale al tempo e s'interpretino convenientemente le altre quantità che in esse compaiono.

« Affinchè le (1) rappresentino le equazioni di equilibrio di un filo elastico è sufficiente che il potenziale elastico della materia, di cui il filo è costituito, si possa ridurre ad una somma di quadrati in p, q, r moltiplicati per certe costanti A_1, A_2, A_3. Perciò basta che il potenziale elastico di un elemento di materia abbia la forma:

$$f = a_{11}\,x_x^2 + a_{22}\,y_y^2 + a_{33}\,z_z^2 + a_{44}\,y_z^2\,a_{55}\,z_x^2 + a_{66}\,x_y^2 + \\ + 2\,a_{23}\,y_y\,z_z + 2\,a_{13}\,z_z\,x_x + 2\,a_{12}\,x_x\,y_y \text{ (1)},$$

dove $a_{11} \ldots a_{66}$, $a_{23}, \ldots a_{12}$ sono costanti e x_x, y_y, z_z; $y_z, \ldots$ dinotano le dilatazioni e gli scorrimenti individuanti la pura deformazione dell'elemento, secondo le notazioni usate da Kirchhoff.

« Alle equazioni (1) si può dare facilmente un'altra forma. Basta perciò moltiplicarle successivamente per α_1, α_2, α_3, poi per β_1, β_2, β_3 e finalmente per γ_1, γ_2, γ_3 e sommare ciascuna volta. Facendo uso delle formole di Poisson si trova:

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{d}{ds}(A_1\,p\alpha_1 + A_2\,q\alpha_2 + A_3\,r\alpha_3) + \Gamma\beta_3 = 0 \\ \dfrac{d}{ds}(A_1\,p\beta_1 + A_2\,q\beta_2 + A_3\,r\beta_3) - \Gamma\alpha_3 = 0 \\ \dfrac{d}{ds}(A_1\,p\gamma_1 + A_2\,q\gamma_2 + A_3\,r\gamma_3) \qquad = 0 . \end{cases}$$

« Osservando che $\alpha_3 = \dfrac{d\xi}{ds}$, $\beta_3 = \dfrac{d\eta}{ds}$, $\gamma_3 = \dfrac{d\zeta}{ds}$, le equazioni precedenti si possono integrare rispetto ad s e quindi danno:

$$(3)\qquad \begin{cases} A_1\,p\alpha_1 + A_2\,q\alpha_2 + A_3\,r\alpha_3 + \Gamma\eta = c_1 \\ A_1\,p\beta_1 + A_2\,q\beta_2 + A_3\,r\beta_3 - \Gamma\xi = c_2 \\ A_1\,p\gamma_1 + A_2\,q\gamma_2 + A_3\,r\gamma_3 \qquad = c_3 . \end{cases}$$

(1) Per convincersi di ciò, basta osservare che in questa ipotesi, salvo i valori delle costanti, si può trattare il problema di de Saint-Venant procedendo come nel Clebsch (*Théorie de l'élast.* ecc., pag. 136 dell'ediz. fran.), quindi si possono costruire le equazioni dell'equilibrio del filo come è indicato alla pag. 424 dello stesso libro.

c_1, c_2, c_3 sono costanti e rappresentano le componenti dell'asse momento della coppia delle tensioni agenti su una sezione estrema del filo rispetto agli assi ξ, η, ζ. Ciò risulta facilmente dal fatto che $A_1 p$, $A_2 q$, $A_3 r$ rappresentano le componenti dello stesso asse momento rispetto agli assi x, y, z.

« Supponiamo ora che la sezione del filo sia circolare, che la materia sia omogenea e che sia simmetrica riguardo alle sue proprietà elastiche rispetto alla linea dei baricentri. Allora è $A_1 = A_2$ e come risulta dalla 3ª delle (1) r è costante per cui tutte le curve corrispondenti a questa ipotesi sono a torsione costante. Inoltre poichè la posizione degli assi x e y nel loro piano diventa indeterminata, possiamo supporre che l'asse x, p. es. coincida con la normale principale della curva e quindi l'asse y con la binormale. In queste ipotesi è $p = 0$, $q = \frac{1}{\varrho}$, dove ϱ è il raggio di flessione della curva e per formole note di geometria differenziale:

$$\alpha_2 q = \frac{d\eta}{ds}\frac{d^2\zeta}{ds_2} - \frac{d\zeta}{ds}\frac{d^2\eta}{di}\,,\quad \beta_2 q = \frac{d\zeta}{ds}\frac{d^2\xi}{ds^2} - \frac{d\xi}{ds}\frac{d^2\zeta}{ds^2}\,,$$

$$\gamma_2 r = \frac{d\xi}{ds}\frac{d^2\eta}{ds^2} - \frac{d\eta}{ds}\frac{d^2\xi}{ds^2}$$ [1].

« Le (3) diventano quindi:

$$(4)\quad \begin{cases} A_1\left(\frac{d\eta}{ds}\frac{d^2\zeta}{ds^2} - \frac{d\zeta}{ds}\frac{d^2\eta}{ds^2}\right) + A_3 r \,.\, \frac{d\xi}{ds} + \Gamma\eta = c_1 \\ A_1\left(\frac{d\zeta}{ds}\frac{d^2\xi}{ds^2} - \frac{d\xi}{ds}\frac{d^2\zeta}{ds^2}\right) + A_3 r \,.\, \frac{d\eta}{ds} - \Gamma\xi = c_2 \\ A_1\left(\frac{d\xi}{ds}\frac{d^2\eta}{ds^2} - \frac{d\eta}{ds}\frac{d^2\xi}{ds^2}\right) + A_3 r \,.\, \frac{d\zeta}{ds} \qquad = c_3\,. \end{cases}$$

« Queste equazioni, quando si supponga $c_1 = c_2 = 0$, coincidono con quelle adoperate dall'Halphen. Le equazioni di Halphen si possono sostituire alle (1) quando oltre alle restrizioni indicate si possa fare in modo che l'asse ζ riesca contemporaneamente parallelo alla forza e all'asse momento della coppia delle tensioni esercitantesi alle ertremità del filo. Ora se pure, stante la piccolezza della sezione del filo, si possa supporre che queste tensioni sieno come applicate ai punti di un sistema rigido [2] e quindi si possano sostituire con un altro sistema di tensioni staticamente equivalente al primo, potrebbe anche avvenire che sostituendo quel sistema che si riduce ad una forza e ad una coppia il cui asse momento è parallelo alla forza, questa forza dovesse essere applicata in un punto esterno alla sezione estrema del filo. A questa osservazione pare che il Wantzell non abbia posto mente perchè nella sua Nota dei Compt. rend. asserisce che la riduzione precedente sia sempre possibile.

[1] Vedi Bianchi, *Lez. di geom. diff.*, pag. 7, form. (8).

[2] Mathieu asserisce che ciò è inesatto (Vedi: *Théorie de l'élast. des corps sol.*, 1e partie, pag. 135).

« 3. Mostriamo ora come si possono trovare semplicemente le formole che ci danno le coordinate di un punto della linea elastica nel caso che corrisponde ai moti di un corpo rigido di Lagrange, servendoci delle equazioni di Kirchhoff.

« Dalle formole stesse di Halphen [1] risulta:

$$(5)\quad \begin{cases} \gamma_3 = \dfrac{2pu - pa - pa_1}{pa - pa_1} \\ \alpha_3 + i\beta_3 = -\dfrac{2\,E_1\,\sigma a\,\sigma a_1\,\sigma(u-a)\,\sigma(u+a_1)}{\sigma(a-a_1)\,\sigma(a+a_1)\,\sigma^2 u}\,e^{(\zeta a - \zeta a_1)u} \\ \alpha_3 - i\beta_3 = \dfrac{2\sigma a\,\sigma a_1\,\sigma(u+a)\,\sigma(u-a_1)}{E_1\,\sigma(a-a_1)\,\sigma(a+a_1)\sigma^2 u}\,e^{-(\zeta a - \zeta a_1)u} \end{cases}$$

dove p, σ e ζ sono i noti simboli delle funzioni di Weierstrass; E, a, a_1 sono costanti e l'argomento variabile u invece di essere proporzionale al tempo, come nel moto di un corpo rigido, è proporzionale all'arco s della curva. E facile trasformare le due ultime equazioni (5) servendoci delle formole di decomposizione in elementi semplici delle funzioni ellittiche di seconda specie [2]. Abbiamo infatti:

$$\frac{\sigma(u-a)\,\sigma(u+a_1)}{\sigma^2 u}\,e^{(\zeta a - \zeta a_1)u} = -\frac{\sigma a\,\sigma a_1}{\sigma(a-a_1)}\frac{d}{du}\left[\frac{\sigma(u-a+a_1)}{\sigma u}\,e^{(\zeta a - \zeta a_1)u}\right]$$

$$\frac{\sigma(u+a)\,\sigma(u-a_1)}{\sigma^2 u}\,e^{(\zeta a_1 - \zeta a)u} = \frac{\sigma a\,\sigma a_1}{\sigma(a-a_1)}\frac{d}{du}\left[\frac{\sigma(u+a-a_1)}{\sigma u}\,e^{(\zeta a_1 - \zeta a)u}\right].$$

« Le formole (5) si potranno allora scrivere:

$$(5')\quad \begin{cases} \gamma_3 = \dfrac{2\,pu - pa - pa_1}{pa - pa_1} \\ \alpha_3 + i\beta_3 = \dfrac{2\,E_1}{\sigma(a-a_1)}\dfrac{1}{pa_1 - pa}\dfrac{d}{du}\left[\dfrac{\sigma(u-a+a_1)}{\sigma u}\,e^{(\zeta a - \zeta a_1)u}\right] \\ \alpha_3 - i\beta_3 = \dfrac{2}{E_1\sigma(a-a_1)}\dfrac{1}{pa_1 - pa}\dfrac{d}{du}\left[\dfrac{\sigma(u+a-a_1)}{\sigma u}\,e^{(\zeta a_1 - \zeta a)u}\right]. \end{cases}$$

« Ricordando poi che le coordinate ξ, η, ζ di un punto della linea elastica si ottengono per mezzo delle formole:

$$\xi = \int \alpha_3\,ds\ ,\quad \eta = \int \beta_3\,ds\ ,\quad \zeta = \int \gamma_3\,ds$$

[1] 2ª partie, Chap. III, formule (19), (29), (30).

[2] Halphen, 1ª partie, pag. 228-230.

si avrà anche:

$$
(6)\qquad \begin{cases}
\zeta = \dfrac{2\zeta u + (pa + pa_1)u}{pa_1 - pa} + \text{cost.} \\[2mm]
\xi + i\eta = \dfrac{2E_1}{\sigma(a - a_1)} \dfrac{1}{pa_1 - pa} \dfrac{(\sigma u - a + a_1)}{\sigma u} e^{(\zeta a - \zeta a_1)u} + \text{cost.} \\[2mm]
\xi - i\eta = \dfrac{2}{E_1 \sigma(a - a_1)} \dfrac{1}{pa_1 - pa} \dfrac{\sigma(u + a - a_1)}{\sigma u} e^{(\zeta a_1 - \zeta a)u} + \text{cost.}
\end{cases}
$$

« In queste formole il fattore di proporzionalità che da s fa passare ad u l'abbiamo supposto eguale ad uno; del resto lasciando questo fattore arbitrario si possono prendere per ξ, η, ζ dei valori proporzionali in modo che le (6) restino sempre giuste.

« 4. Nel caso poi in cui $\Gamma = 0$ è:

$$
(7)\qquad \begin{cases}
\gamma_3 = \dfrac{\sigma(u - \omega_3)\sigma(v - \omega_3)}{\sigma u\, \sigma v} e^{\eta_3 (u + v - \omega_3)} \\[2mm]
\alpha_3 + i\beta_3 = K\, e^{-(i\frac{f}{\mu} + \zeta v)u} \dfrac{\sigma(u + v - \omega)\, \sigma\omega_3}{\sigma u\, \sigma v} e^{\eta_3 (u + v - \omega_3)} \\[2mm]
\alpha_3 - i\beta_3 = \dfrac{1}{K} e^{(i\frac{f}{\mu} + \zeta v)} \dfrac{\sigma(u - v + \omega_3)\, \sigma\omega_3}{\sigma u\, \sigma v} e^{\eta_3 (v - u - \omega_3)} .
\end{cases}
$$

In questo caso però le quadrature mediante le quali da α_3, β_3, γ_3 si passa alle coordinate ξ, η, ζ di un punto della linea elastica si possono soltanto accennare.

« Qui possiamo anche notare che le equazioni usate dall'Halphen non contengono ques'ultimo caso se si fa eccezione di quello in cui $A_1 = A_2$ che può anche considerarsi come caso limite di quello trattato nel n.° 3.

« In questa ipotesi in cui $\Gamma = 0$, $A_1 = A_2$ la linea elastica è un'elica circolare poichè è costante la torsione r ed anche la flessione $\sqrt{p^2 + q^2}$. Che sia un'elica risulta pure facilmente dalle (4), quando in esse si faccia $\Gamma = 0$, poichè moltiplicandole successivamente per $\dfrac{d\xi}{ds}$, $\dfrac{d\eta}{ds}$, $\dfrac{d\zeta}{ds}$ e sommando risulta:

$$
A_3\, r = c_1 \frac{d\xi}{ds} + c_2 \frac{d\eta}{ds} + c_3 \frac{d\zeta}{ds} .
$$

« Questa relazione mostra infatti che il coseno dell'angolo, e quindi anche l'angolo, che la tangente alla linea elastica fa con la direzione dell'asse momento della coppia delle tensioni agenti su ciascuna delle sezioni estreme del filo è costante. La linea è quindi un'elica tracciata su un cilindro le cui generatrici sono parallele alla direzione dell'asse momento di cui sopra si è discorso.

« 5. Da quello che s'è detto appare che non sarebbe privo di interesse lo studio geometrico delle curve che sono in tale relazione con i moti di un corpo rigido pesante che una delle componenti della rotazione, secondo assi fissi nel corpo, sia la torsione e le altre due componenti sieno le flessioni delle proiezioni della curva su due piani ortogonali passanti per la tangente, anche facendo astrazione dal problema particolare di cui ci siamo occupati. Ciò sarebbe fuor di luogo in questa breve Nota; ma è facile prevedere che molte proposizioni sul moto di un corpo rigido pesante potrebbero avere un'altra possibile interpretazione.

« Ai moti di Poinsot o, più in particolare, ai moti di un corpo rigido pesante intorno al baricentro corrispondono curve tali che la torsione e le flessioni delle proiezioni della curva su certi due piani ortogonali passanti per la tangente sono proporzionali ai coseni di direzione che una retta fissa forma con la tangente e con le intersezioni del piano normale con i due piani accennati.

« Se la quadrica base dei movimenti di Poinsot o, più in particolare l'ellissoide d'inerzia del solido pesante che rota intorno al baricentro, è di rivoluzione, la curva corrispondente, come si è visto, è un'elica di un cilindro circolare.

« Se delle costanti A_1, A_2, A_3, supposte positive, A_1, p. es., è la più grande il teorema della stabilità della rotazione intorno all'asse d'inerzia corrispondente ad A_1 si può interpretare nel modo seguente: Se in un punto della curva è $q = r = 0$, è sempre $q = r = 0$ e la curva è un circolo di raggio $\frac{1}{p}$.

« Si troverebbe facilmente anche questo teorema: Se il triedro principale di una curva rota come un corpo rigido pesante intorno al baricentro e la curva non è a torsione nulla, questa curva non può essere altro che un'elica circolare; se poi la torsione è nulla la curva è un circolo. In particolare la curva può ridursi ad una retta; in questo caso soltanto r è diverso da zero.

« Questi risultati si ricavano dalle (1) supponendo in esse $\Gamma = p = 0$, giacchè il triedro principale di una curva rota sempre intorno ad un asse perpendicolare alla binormale.

« Abbiamo pure osservato e lo notiamo qui che ai moti di Lagrange corrispondono curve tutte a torsione costante ».

Elettricità. — *Esperienze con un sistema di condensatori a coibente mobile.* Nota di RICCARDO ARNÒ [1], presentata dal Socio G. FERRARIS.

« Il principio, da me dimostrato, della rotazione di un cilindro dielettrico in un campo elettrico rotante [2], mi ha servito di base per alcune ricerche, le quali mi condussero a stabilire che la relazione tra l'energia dissipata W in un cilindro dielettrico e l'intensità F del campo rotante è, nei limiti delle esperienze, della forma

$$W = HF^{1,6},$$

ove H è una costante [3].

« E poichè F, ritenuto costante il potere induttore specifico del dielettrico sperimentato, è, in ogni punto dello spazio occupato dal dielettrico, proporzionale all'induzione elettrostatica B nel punto considerato [4], si può pure scrivere, detta K un'altra costante:

$$W = KB^{1,6}.$$

« Questa formola, analoga a quella con cui Steinmetz rappresenta il lavoro consumato per l'isteresi magnetica nei corpi magnetici [5], concorre a confermare l'idea, già da me manifestata sin dal principio delle mie esperienze, che il fenomeno si debba attribuire ad un'isteresi elettrostatica nei corpi dielettrici.

« È pure noto che il sig. Steinmetz, sperimentando sopra un condensatore a carta paraffinata, inserito nel circuito di una forza elettromotrice alternativa, e misurando l'energia w trasformata in calore nel coibente di quel condensatore in funzione della differenza di potenziale alternativa efficace e

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano in Torino.

(2) Rendiconti, fascicolo del 16 ottobre 1892, p. 284: *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'isteresi elettrostatica.*

(3) Rendiconti, fascicolo del 30 aprile 1893, p. 341: *Sulla dissipazione di energia in un campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica.* — Rendiconti, fascicolo del 12 novembre 1893, p. 260: *Ricerche quantitative sulla dissipazione di energia nei corpi dielettrici in un campo elettrico rotante.*

(4) Trattandosi di spazi occupati in parte da materia la cui costante dielettrica non è uguale all'unità, è ovvio considerare, in luogo della forza elettrica, l'induzione elettrostatica, che è un vettore a distribuzione solenoidale.

(5) Elektrotechnische Zeitschrift, 6 febbraio 1891, p. 63: *Einige Bemerkungen über Hysteresis.* — Elektrotechnische Zeitschrift, 22 e 29 gennaio 1892, p. 43 e 55: *Experimentelle Bestimmungen des Energieverlustes durch Hysteresis und seiner Abbhängigkeit von der Intensität der Magnetisirung.*

fra le armature del medesimo, trovò w proporzionale al quadrato di e [1], ossia, essendo e proporzionale all'induzione elettrostatica B:

$$w = kB^2,$$

ove k è una costante.

« Secondo Steinmetz esisterebbero nei corpi dielettrici due cause differenti di dissipazione di energia, e queste sarebbero un' *isteresi dielettrica statica* (static dielectric hysteresis) ed un' *isteresi dielettrica viscosa* (viscous dielectric hysteresis), corrispondenti, nei circuiti magnetici, la prima all' isteresi magnetica e la seconda alle correnti di Foucault [2].

« A tal proposito Steinmetz osserva che, mentre nelle sue esperienze l' induzione elettrostatica B variò fra 59 e 230 unità elettrostatiche C. G. S., con una frequenza della corrente alternativa uguale a 170, le mie ricerche, invece, furono eseguite con una frequenza uguale a 40 e fra limiti di B notevolmente più piccoli (0,99 e 2,78 unità elettrostatiche C. G. S.). Se quindi, così almeno pensa questo scienziato, l' isteresi dielettrica viscosa varia col quadrato della frequenza e dell' induzione elettrostatica, precisamente come la dissipazione di energia per correnti di Foucault nei circuiti magnetici, mentre l' isteresi dielettrica statica segue la legge dell' isteresi magnetica, la prima potrà essere trascurabile per piccole frequenze e piccoli valori di B, mentre invece gli effetti dell'ultima potranno essere completamente dissimulati dagli effetti dell' isteresi viscosa, per grandi frequenze e grandi valori dell' induzione elettrostatica.

« È oggetto di questa Nota la descrizione di un metodo per la produzione di campi elettrici rotanti di notevole intensità e l'esposizione di alcuni risultati ottenuti sperimentando, con un apparecchio in cui quel metodo è utilizzato, sopra un cilindro di carta paraffinata.

« Per produrre, fra due lastre metalliche affacciate A e B (fig. 1), un campo elettrico di grande intensità, senza dover ricorrere a differenze di potenziali troppo grandi, basta fare, come negli ordinari condensatori elettrici, piccola la distanza fra le due lastre; oppure, ciò che fa lo stesso, interporre nello spazio compreso fra le medesime un parallelepipedo C di materia conduttrice. In quest'ultimo caso, infatti, poichè, per una data differenza di potenziale tra A e B, l' integrale della forza elettrica lungo una linea che parte da una lastra e termina sull'altra è costante ed uguale a quella differenza di potenziale, e poichè la forza elettrica è nulla in ogni punto di C,

Fig. 1.

(1) Elektrotechnische Zeitschrift, 29 aprile 1892, p. 227: *Dielektrische Hysteresis, der Energieverlust in dielektrischen Medien unter dem Einfluss eines wechselnden elektrostatischen Feldes.*

(2) The Electrical World, 26 agosto 1893, p. 144: *Electromagnetic and Electrostatic Hysteresis.*

deve necessariamente risultare grande il valore della forza stessa in un punto qualunque dei due spazi compresi fra *A* e *C*, *B* e *C*. Tali spazi costituiscono allora i coibenti dei due condensatori, le cui armature sono rispettivamente *A*, *C* e *B*, *C*.

« Nel caso di un campo elettrico rotante, generato fra due coppie *A*, *B* ed *A'* e *B'* di lastre metalliche incrociate (fig. 2), non è evidentemente possibile, per accrescere l'intensità del campo, avvicinare le quattro lastre l'una all'altra oltre un certo limite. Per produrre campi elettrici intensi mediante differenze di potenziali non troppo grandi, si dovrà allora ricorrere all'artifizio di collocare nello spazio compreso fra le quattro lastre un corpo conduttore, per esempio un cilindro di rame *C*, come è indicato in figura.

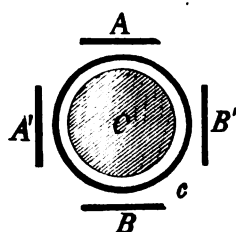



Fig. 3.

« Per la generazione del campo elettrico rotante mi sono servito della medesima disposizione di cui ho fatto uso in tutte le mie esperienze precedenti, la quale ha il vantaggio di non richiedere, per la produzione del campo stesso, che una semplice differenza di potenziale alternativa fra due punti fissi (1).

« Se si sospende, per mezzo di una bava di seta, nello spazio compreso fra il cilindro *C* e le quattro lastre *A*, *B*, *A'*, *B'*, un cilindro cavo *c* di carta paraffinata, quest'ultimo incomincia subito a rotare intorno al proprio asse seguendo la rotazione del campo elettrico. E se, mentre il cilindro sta girando in un senso, si inverte la rotazione del campo, anche il cilindro sospeso, dopo essersi rapidamente fermato, prende a rotare in senso inverso.

« Il complesso delle quattro lastre *A*, *B*, *A'*, *B'*, del cilindro conduttore *C* e del cilindro dielettrico *c* può essere considerato come un sistema di quattro condensatori affacciati gli uni agli altri, nei quali il coibente si muove continuamente nel verso in cui si spostano le cariche elettriche sulle rispettive armature *A* e *C*, *B* e *C*, *A'* e *C*, *B'* e *C* dei quattro condensatori in questione.

« Nella figura 3 è rappresentato, nella scala di 1.6, l'apparecchio che servì alle mie ricerche, il quale non differisce da quello descritto nelle due ultime mie Note sovracitate che per una diversa disposizione delle varie sue parti. In *s* è rappresentata la sospensione bifilare, in *S* lo specchietto piano per la misura con cannocchiale e scala dell'angolo di rotazione, in *M* e *Q* rispettivamente il magnete ed il cilindro di rame elettrolitico destinati a rendere a periodico

(1) Nei miei esperimenti la differenza di potenziale alternativa, destinata alla generazione del campo elettrico rotante, era prodotta per mezzo di un grande rocchetto di Ruhmkorff, privato del commutatore ed inserito nel circuito secondario di un trasformatore Zipernowsky, destinato a trasformare, a sua volta, la corrente alternativa fornita, per mezzo di un cavo della Società Piemontese di Elettricità, da una macchina Thury ad alta tensione esistente in una delle Stazioni centrali della Società stessa.

l'apparecchio, in A, B ed A', B' le due coppie di lastre di rame incrociate, in C il cilindro di rame, di cui abbiamo detto, in c il cilindro cavo di carta paraffinata, in R il recipiente contenente il cloruro di calcio per l'essiccazione, e finalmente in Z la cassa metallica, che racchiude tutte le parti principali dello strumento e serve come schermo elettrico.

« Ciò posto, poichè il lavoro W, espresso in erg, fatto dalle forze elettriche deviatrici nell'unità di tempo, e l'induzione elettrostatica B, espressa in unità elettrostatiche *C. G. S.*, sono rispettivamente proporzionali alla lettura d in millimetri fatta col cannocchiale ed alla differenza di potenziale alternativa efficace v in volt, alle estremità della spirale primaria del rocchetto, basterà fare, per trovare la relazione esistente tra W e B, per diversi valori di v, le corrispondenti letture d col cannocchiale.

Fig. 3.

« Le esperienze, di cui sto per esporre i risultati, furono eseguite alla temperatura di circa 14° centigradi, con una corrente alternativa di frequenza uguale a 40, sopra un cilindro convenientemente essiccato di carta paraffinata, vuoto e chiuso superiormente, del peso di 4,878 grammi, del diametro esterno di 37 mm. dell' altezza di 30 mm. e della grossezza di 1,3 mm.

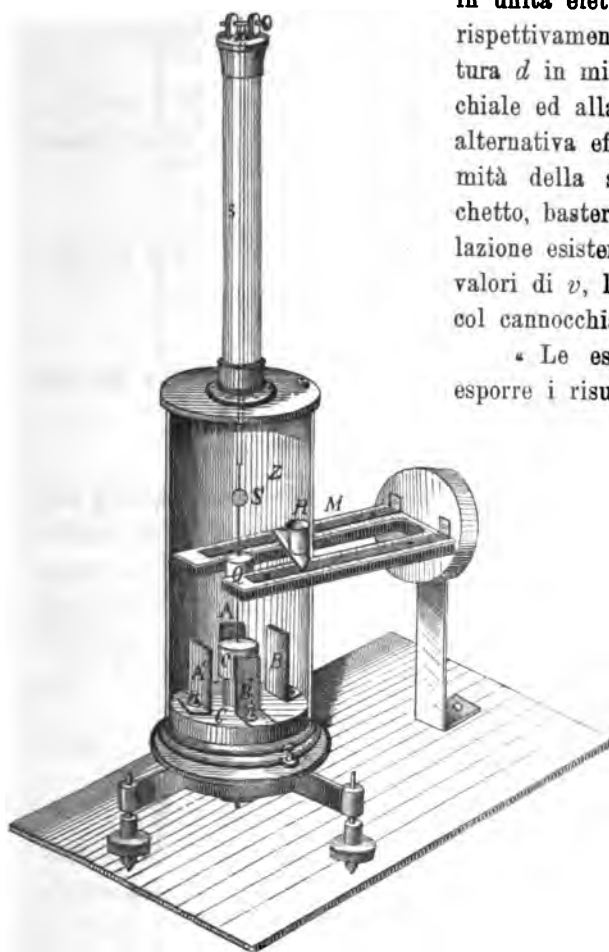
« Nelle prime colonne delle tabelle I e II sono indicati i risultati delle mie esperienze. Nella seconda colonna di ciascuna tabella sono registrate le differenze di potenziali efficaci V, misurate per mezzo di un voltometro di Cardew preventivamente tarato, esistenti alle estremità della spirale secondaria di un trasformatore Zipernowsky, calcolato per un rapporto di trasformazione di 1:4, la spirale primaria del quale era messa in parallelo colla spirale primaria del rocchetto di Ruhmkorff; nella terza colonna sono registrati i

valori di v, rispettivamente ottenuti dividendo per 4 le letture sul voltometro; e finalmente nella quarta colonna sono registrate le letture d fatte col cannocchiale.

TABELLA I.

N°	V	v	d osservato	d calcolato	Δ	= %
1	76	19	74	73,79	+ 0,21	+ 0,3
2	80	20	81	81,25	— 0.25	— 0,3
3	84	21	89	89,06	— 0,06	— 0,1
4	88	22	97	97,21	— 0,21	— 0,2
5	92	23	106	106,10	— 0,10	— 0,1
6	96	24	115	114,79	+ 0,21	+ 0,2
7	100	25	124	124,19	— 0,19	— 0,2
8	104	26	134	133,74	+ 0,26	+ 0,2
9	108	27	144	143,48	+ 0,52	+ 0,4
10	112	28	155	153,89	+ 1,11	+ 0,7

TABELLA II.

N°	V	v	d osservato	d calcolato	Δ	= %
1	40	10	26	24,89	+ 1,11	+ 4,3
2	48	12	35	35,10	— 0,10	— 0,3
3	56	14	46	46,96	— 0,96	— 2,1
4	64	16	59	60,43	— 1,43	— 2,4
5	72	18	74	75,43	— 1,43	— 1,9
6	80	20	90	92,13	— 2,13	— 2,4
7	88	22	109	110,10	— 1,10	— 1,0
8	96	24	130	129,87	+ 0,13	+ 0,1
9	104	26	153	151,22	+ 1,78	+ 1,2
10	112	28	178	173,80	+ 4,20	+ 2,4

« Le esperienze compilate nella tabella I si riferiscono a valori di v compresi fra 19 e 28, mentre invece quelle compilate nella tabella II si riferiscono a valori di v compresi fra 10 e 28. E poichè dalla relazione

$$B = \frac{N}{300\,(\lambda - \delta)}\, v,$$

ove N è il rapporto di trasformazione del rocchetto, λ la distanza in centimetri fra le lastre e δ il diametro in centimetri del cilindro C, si ricava, nel nostro caso in cui $N = 250$, $\lambda = 4,4$ cm., $\delta = 2,8$ cm:

$$B = \frac{V}{1,92},$$

ne segue che i valori limiti di B sono rispettivamente, nella prima serie di esperienze 9,90 e 14,58, e nella seconda serie di esperienze 5,21 e 14,58 unità elettrostatiche $C. G. S.$

« Ponendo

$$\log d = \log h + x \log v, \tag{1}$$

ove h ed x sono costanti, ed applicando il metodo dei minimi quadrati, si ricava, per la prima serie di esperienze:

$$h = 0,274,$$
$$x = 1,900,$$

e per la seconda serie di esperienze:

$$h = 0,322,$$
$$x = 1,888.$$

Per tali valori di h e di x si ha rispettivamente:

$$\log d = \log 0,274 + 1,900 \log v,$$
$$\log d = \log 0,322 + 1,888 \log v.$$

Con queste formole sono stati calcolati i valori di d, indicati nella quinta colonna delle tabelle precedenti. Le differenze Δ e le differenze Δ percentuali, rispettivamente registrate nelle due ultime colonne delle tabelle stesse, dimostrano che la relazione (1) è soddisfatta, con sufficiente approssimazione, dai valori di h e di x ora trovati. Si potrà quindi scrivere, per la prima serie di esperienze:

$$d = 0,274 v^{1,900},$$

e per la seconda serie di esperienze:

$$d = 0,322 v^{1,888}.$$

« Risulta adunque che, entro i limiti di B fra cui ho sperimentato, la relazione tra l'energia dissipata nel cilindro di carta paraffinata e l'induzione elettrostatica in un punto qualunque del campo elettrico è, a seconda che si considera lè prima o la seconda serie di esperienze, della forma

$$W = K' B^{1,900},$$
$$W = K'' B^{1,888},$$

ove K' e K'' sono costanti.

« In un'ultima serie di esperimenti, i cui risultati sono indicati nelle prime colonne della tabella III [1], ho voluto verificare se per la carta paraf-

[1] Queste esperienze, eseguite sul medesimo cilindro di carta paraffinata già sperimentato e con lo stesso apparecchio rappresentato nella figura 3, privato del cilindro conduttore C, si riferiscono ad un'altra sensibilità dell'apparecchio stesso.

finata continua a sussistere, fra limiti di B dello stesso ordine di grandezza di quelli entro cui io ebbi altre volte a sperimentare, la relazione tra W e B allora trovata.

TABELLA III.

N°	V	v	d osservato	d calcolato	Δ	$= \%$
1	40	5	42	39,90	+ 2,10	+ 5,0
2	48	6	54	53,90	+ 0,10	+ 0,2
3	56	7	68	69,57	— 1,57	— 2,3
4	64	8	84	86,77	— 2,77	— 3,3
5	72	9	103	105,37	— 2,37	— 2,3
6	80	10	124	125,55	— 1,55	— 1,2
7	88	11	147	146,76	+ 0,24	+ 0,2
8	96	12	172	169,62	+ 2,38	+ 1,4
9	104	13	198	193,80	+ 4,20	+ 2,1
10	112	14	225	218,92	+ 6,08	+ 2,7

« Come vedesi, i valori di v sono ottenuti dividendo per 8 le letture V sul voltometro, il quale era adoperato, in questa serie di esperienze, coll'intermediario di due trasformatori Zipernowsky aventi rispettivamente un rapporto di trasformazione di 1:4 e di 1:2.

« Nella quinta colonna della tabella III sono registrati i valori di d calcolati con la formola

$$\log d = \log h + x \log v,$$

e coi valori di $h = 2,785$ e di $x = 1,654$, determinati col metodo dei minimi quadrati. Le differenze Δ e le differenze Δ percentuali, rispettivamente registrate nelle due ultime colonne della tabella stessa, dimostrano che si può scrivere:

$$d = 2,785 v^{1,654}.$$

« Onde, in tal caso (entro i limiti di B uguali a 0,95 e 2,65 unità elettrostatiche $C. G. S.$), detta K una costante, la relazione tra W e B risulta

$$W = KB^{1,654}.$$

« In questa formola, come era a prevedersi, l'esponente di B è dello stesso ordine di grandezza di quello che figura in una qualunque delle relazioni ricavate per altri cilindri dielettrici nelle esperienze pubblicate nelle mie Note precedenti ».

Fisica. — *Sopra la reazione del magnetismo indotto sul campo induttore.* Nota di M. Ascoli, presentata dal Socio Blaserna.

« 4. *Ellissoide.* La discussione della mia Nota precedente può essere fatta anche, indipendentemente da qualsiasi speciale serie di esperienze, considerando il caso di un ellissoide di rotazione immerso in un campo uniforme parallelo al suo asse, caso che si può trattare direttamente a priori. È noto che in tale corpo la magnetizzazione è uniforme, cioè l'I è uguale in tutti i punti della massa e quindi in tutti quelli di una sezione. Sarebbe cosa molto singolare che la magnetizzazione potesse penetrare negli strati interni di un ellissoide e non in quelli di un cilindro; e perciò mi pare che non sia inutile mostrare come anche trattando teoricamente il caso dell'ellissoide si giungerebbe alla stessa *apparente* localizzazione del magnetismo lungo l'asse, constatata per i cilindri pieni (§ 2).

« L'intensità del campo, cioè il valore della f. m. *vera* in un punto qualunque nell'interno dell'ellissoide è data dalla espressione

$$H = H' - NI \qquad (1)$$

dove H' è l'intensità del campo primitivo (senza ferro), quella che, nel caso di un lungo rocchetto, è misurata da $4\pi n_1 i \left(n_1 = \frac{n}{l}\right)$, ed

$$N = \left(\frac{1}{e^2} - 1\right) \left(\frac{1}{2e} \log \frac{1+e}{1-e} - 1\right).$$

e è l'eccentricità, cioè

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{d}{l}\right)^2}$$

d essendo l'asse minore, l il maggiore.

« Supponiamo che si abbia una serie di ellissoidi tutti della medesima sostanza ed aventi il medesimo asse maggiore ma diverso il minore, cioè l'eccentricità. Immergiamo successivamente questi diversi corpi nel medesimo campo che abbia, ad esempio, l'intensità $H' = 100$ c. g. s., l'I indotta sarà diversa in ciascuno perchè diverso è N cioè H; solo per valori piccolissimi di d, N è trascurabile ed $H = H'$. Tracciamo la curva magnetica del metallo (H ascisse, I ordinate) di cui son fatti gli ellissoidi. Sia $I = f(H)$ la sua equazione. Questa equazione insieme alla (1) dà per ogni valore di N, cioè per ogni ellissoide i valori di H e di I risultanti da un dato campo primitivo H'. La risoluzione è facile graficamente. Tracciata la linea $I = f(H)$ [fig. 4], si prende sull'asse delle ascisse il punto A di ascissa H' (=100), su quello delle ordinate il punto B di ordinata $\frac{100}{N}$; la retta AB ha per

equazione H = H′ — NI, e quindi le coordinate del punto M di incontro colla curva sono i valori cercati di H ed I. Le diverse rette AB_2 AB_3... trac-

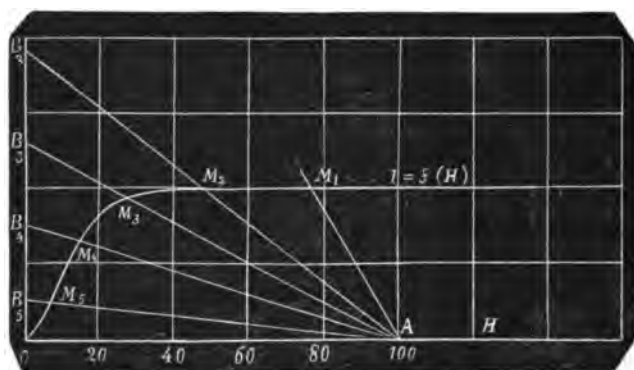



Fig. 4.

ciate nella fig. 4 corrispondono a diversi valori di N cioè dell'asse minore. Ottenuto il valore di I, si calcola il momento magnetico colla formola

$$M = \frac{1}{6} \pi d^2 l I$$

« Ho eseguito il calcolo prendendone a base una curva contenuta nel libro dell'Ewing, *Magnetic Induction in Iron* etc. a pag. 53. Il calcolo è riassunto nella seguente tabella:

Tabella VI.

$\frac{l}{d}$	N	H	I	S	Mm
500	0,0000	100	1290	0,0003	2,70
200	0,0016	98. 0	1290	0,0019	16.89
100	0,0054	95. 5	1290	0,0078	67.54
50	0,0181	76. 58	1285	0,0314	269.1
20	0,0842	6. 88	1102	0,1964	1442
10	0,2611	2. 98	371	0,7854	1943
6	0,5432	2. 56	179	2,1871	2603
4	0,9467	2. 20	100	4,9088	3272
3	1.3670	2. 02	70	8,8378	4072

« S è la sezione massima in cm. quadrati.

« Fino alla lunghezza di 20 assi minori circa, il momento magnetico cresce proporzionalmente alla sezione, ma poi l'aumento diventa lentissimo come è mostrato dalle linee della fig. 5 avente le sezioni per ascisse e i Mm

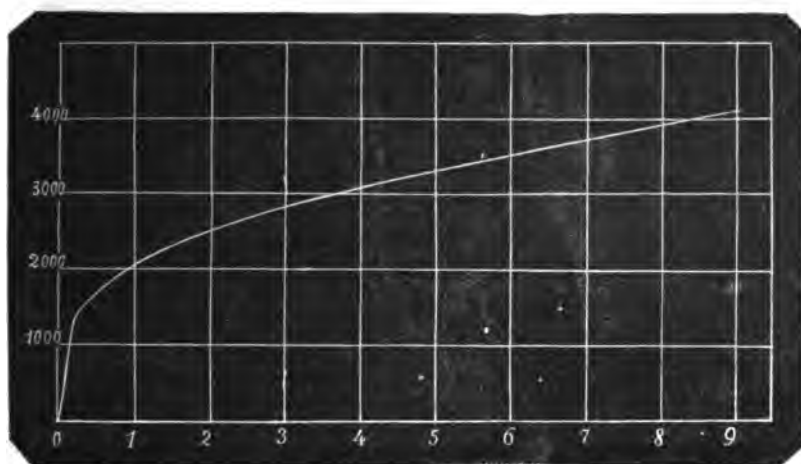



Fig. 5.

per ordinate. Anche in questo caso gli strati superficiali danno apparentemente poco contributo al momento magnetico del pezzo; ma sarebbe errore concludere che la magnetizzazione tende a localizzarsi presso l'asse, perchè si sa che essa è uguale in tutti i punti.

« 5. *Cilindri pieni.* Nella colonna H della tabella precedente sono segnati i valori della f. m. vera; 100 — H esprime la reazione o forza smagnetizzante dovuta al nucleo. L'importanza di questa è grandissima per lunghezza che non superino i 20 diametri circa; per $l = 20\,d$ la forza da 100 è ridotta a meno di 7, per $l = 3\,d$ da 100 a 2 circa. Si vede così di quale entità sarebbe l'errore di chi credesse di operare sopra un simile nucleo colla f. m. calcolata per la spirale magnetizzante senza nucleo. Questo per l'ellissoide.

« Nel caso di un nucleo cilindrico non si può calcolare a priori la f. m. vera che è diversa da punto a punto. La si può però misurare sperimentalmente nel modo seguente che può applicarsi alle mie misure.

« Ho detto come, mediante il metodo balistico, si misuri l'intensità I della magnetizzazione indotta media in una sezione. È noto che, ad un dato valore della f. m., possono corrispondere, in causa dell'isteresi, infiniti valori dell'I indotta, tutti inferiori ad un certo massimo. L'I che si misura col galvanometro balistico, invertendo la f. m., è appunto questo valore massimo che è una funzione monodroma della f. m. rappresentabile mediante una linea determinata. Questa linea si traccia sperimentando in modo che la f. m. vera si possa calcolare direttamente, p. es. misurando la I al centro di un cilindro

lungo 4 o 500 diametri e immerso tutto in un campo primitivamente uniforme. Sia $I = f(H)$ (fig. 6) questa linea. Sperimentando poi sopra un ci-

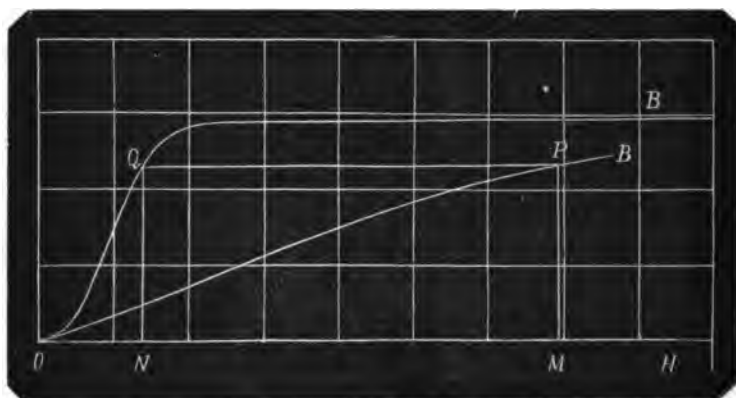



Fig 6.

lindro corto della medesima sostanza, per le medesime f. m. *apparenti* si avranno diversi valori di I a seconda del valore di $\frac{d}{l}$; ma, per quanto ora ho detto, a un dato valore della I corrisponderà sempre il medesimo valore della f. m. *vera*. Suppongasi che O B sia la linea tracciata per un cilindro corto prendendo per ascisse le f. m. apparenti $\left(4\pi \frac{n}{l} i\right)$. Se dal punto P si conduce PQ parallela ed OH, l'ascissa del punto Q sarà la f. m. vera che, in quel cilindro, corrisponde alla apparente o primitiva OM, ed N M misurerà la reazione o forza smagnetizzante.

« La maggior lunghezza provata è di 103 diametri; per questa la reazione non è nulla, ma possiamo, in un calcolo approssimato come questo, trascurarla (nell'ellissoide è di circa il 4 %), e ritenere che il valore vero delle f. m. sia il primitivo. Nella seguente tabella per le diverse f. m. primitive segnate in corrispondenza di $\lambda = 103$, e per i diversi valori di λ sono date le f. m. vere determinate al centro.

Tabella VII.

$\lambda = 103$	59.5	39.0	23.7	17.0	13.2	10.8	8
0,750	0,73	0,61	0,17	0,095	0,070	0,055	0,015
0,530	0;51	0,31	0,12	0,075	0,060	0,048	0,012
0,305	0,20	0,12	0,065	0,040	0,030	9,025	0,08
0,170	0,12	0,07	0,035	0,020	0,015	0,012	0.04
0,100	0,065	0,035	0,016	0,010	—	—	—

« Nella figura 7 sono tracciate le 5 linee aventi per ascisse i valori di λ, e per ordinate quelli della f. m. vera corrispondenti alle 5 f. m. primitive adoperate nelle mie esperienze.

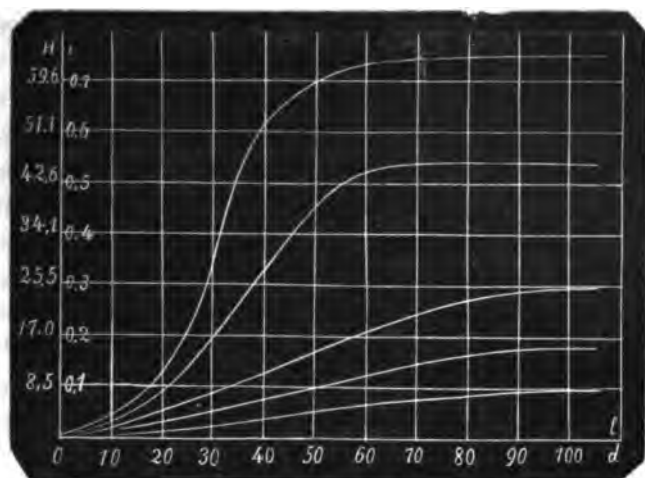



Fig. 7.

« La fig. 8 dà l'analoga linea per l'ellissoide, tracciata coi valori $\frac{l}{d}$ ed H della tabella VI. La perfetta analogia di questa linea colle precedenti

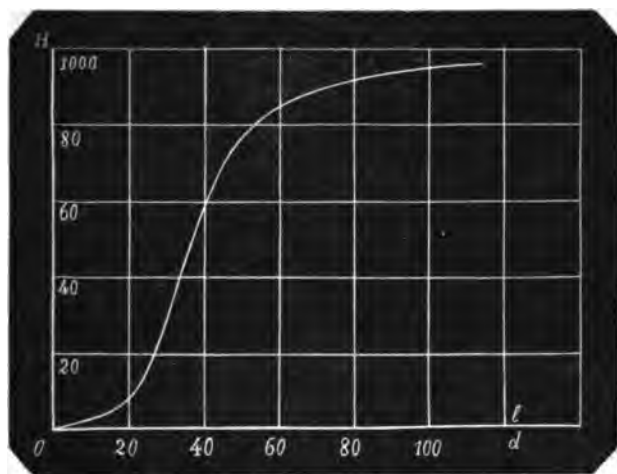



Fig. 8.

dimostra la bontà del metodo usato per la determinazione di H, e la non grande differenza esistente tra la reazione di un ellissoide e quella di un cilindro di ugual lunghezza relativa. Si noti che l'analogia aumenterebbe se

si calcolasse la f. m. media invece che quella al centro, che è la massima. Del resto le differenze dipendono anche dalle diversità del materiale che ha servito ai due casi. Anche questa analogia depone in favore della quasi uniformità della magnetizzazione in una sezione trasversale.

« 6. *Cilindri cavi.* Abbiamo veduto come i cilindri cavi si comportino analogamente ai pieni di ugual sezione, per modo che una serie di cilindri cavi con pareti di diverso spessore è paragonabile a una serie di cilindri pieni di diverso diametro. Ma è prevedibile che il comportamento non sarà identico perchè, come è noto, la reazione di un corpo sul campo dipende, non solo dalla sezione, ma anche essenzialmente dalla *forma*. Sull'entità di tale differenza non può decidere che l'esperienza. A questo scopo ho fatto alcune ricerche delle quali qui riferisco qualche risultato generale riservandomi di parlarne più estesamente in altra Nota. Queste esperienze consistono nel paragonare direttamente tra loro cilindri cavi con cilindri pieni della stessa lunghezza e della stessa sezione metallica. Il confronto fu fatto per diverse intensità di corrente magnetizzante, per diverse lunghezze e per diverse sezioni.

Così ho trovato che, nei tubi corti a parete molto sottile rispetto al diametro, la reazione sul campo (come è prevedibile) è minore che nei cilindri pieni di ugual sezione e quindi, alla stessa corrente induttrice, corrisponde una maggiore intensità indotta. Ma la differenza va rapidamente diminuendo al crescer dello spessore, e, a parità di spessore, al crescere della lunghezza; per una lunghezza di 30 diametri circa, la differenza stessa è ridotta a quasi nulla. Tale risultato si poteva facilmente prevedere partendo dal concetto che la notata differenza sia dovuta, non ad una preferenza della magnetizzazione per gli strati sottili, ma al differente valor vero della forza magnetizzante nei due casi, cioè alla differente reazione; infatti tale reazione va diminuendo al crescer della lunghezza (v. § 6), e la diminuzione è rapidissima per lunghezze superiori a 25 diametri circa; perciò va rapidamente cessando la ragione della differenza. Questa dunque cessa non pel fatto dell'aumentata lunghezza in sè stessa, ma per la diminuita reazione. Perciò si giungerà allo stesso scopo, diminuendo la reazione in modo qualunque come ad esempio piegando il nucleo in forma di anello, o semplicemente accostandone le estremità, oppure congiungendole con delle grandi masse di ferro.

« Nelle dinamo le cose si dispongono appunto in questo modo; per questa ragione, oltre che per quella notata sopra, la convenienza della sostituzione di nuclei cavi e nuclei pieni nelle dinamo non sussiste.

« Le stesse esperienze hanno dato che la differenza in questione diminuisce al crescere della forza magnetizzante, specialmente quando questa è grande. Ciò si interpreta ancora nello stesso modo. Quando la f. m. primitiva è molto grande, la vera può essere ancora sufficiente a portare il nucleo presso alla saturazione, nel qual caso l'intensità della magnetizzazione tende

a diventare indipendente dalla f. m. e quindi dalla reazione e, finalmente, della forma.

« 7. *Conclusioni.* Da quanto è esposto in questa Nota e nella precedente parmi si possa con sicurezza concludere:

« 1. Il magnetismo non ha alcuna difficoltà di *penetrare* negli strati più profondi di un corpo qualunque ne sia la sezione.

« 2. Esso si distribuisce nello stesso modo nelle sezioni piccole e nelle grandi, purchè la forza magnetizzante agente sia la medesima.

« 3. Una serie di cilindri cavi di diverso spessore si comporta in modo perfettamente analogo ad una serie di cilindri pieni di diverso diametro.

« 4. Nel 1° caso si ha un'*apparente* prevalenza magnetica degli strati esterni, nel 2° degli interni.

« 5. Quest'apparenza dipende dai diversi valori che la forza magnetizzante *vera* prende in *tutti* i punti della sezione al variare della sezione stessa. Essa scompare comunque si annulli la reazione.

« 6. Non è affatto vantaggioso sostituire in una dinamo nuclei cavi ai pieni ».

Fisica. — *Se i nembi temporaleschi sono sempre grandinosi. Grandine anomala.* Nota di Carlo Marangoni, presentata dal Socio Blaserna.

« Ammesso che l'elettricità nei temporali sia generata dallo strofinìo dei ghiaccioli coll'acqua, ne segue che ogni nembo con lampi è necessariamente grandinoso, o per lo meno nevoso (1). Ma i nembi temporaleschi dànno dei rovesci di acqua, e raramente la grandine; dunque questa deve fondere avanti di cadere. La pioggia commista, anche supposta a 15° C. non fonderebbe neppure una quinta parte della propria massa di grandine; la condensazione del vapore, invece, è efficacissima a fondere in breve tempo il ghiaccio ed eccone la dimostrazione. La formola di Regnault:

$$Q = 606{,}5 + 0{,}305\,t\ ,$$

ci dà le calorie Q cedute da un grammo di vapore saturo alla temperatura t, e che diventa acqua a 0°. Se chiamiamo p il peso di ghiaccio a 0° che le le calorie Q possono fondere, si ha:

$$p = \frac{606{,}5 + 0{,}305\,t}{80}\ .$$

Supponendo che la temperatura del nembo varii da 15° a 30° C, si hanno per p i valori di g. 7,64 e g. 7,71. Cioè un grammo di vapore saturo fra

(1) In Francia e in Spagna le forti nevate sono talvolta accompagnate da colpi di tuono. Gay-Lussac. Ann. de Chim. et de Phys. t. VIII, p. 165.

15° e 30°, condensandosi può fondere più di grammi 7 ½ di ghiaccio. Ma un metro cubo di aria satura a 15° e a 30° contiene rispettivamente g. 12,739 e g. 30,079 di vapore. Moltiplicando questi numeri pei valori di p rispettivi si ha: g. 97,31 e g. 231,85, che rappresentano il peso del ghiaccio che può essere fuso dal vapore contenuto in un metro cubo d'aria, saturo alle temperature di 15° e di 30°. Questi pesi rappresenterebbero di già dei chicchi di grandine grossi come le ova di tacchino e come le grosse arancie. È vero che in un metro cubo vi potranno essere delle centinaia di chicchi; ma per sviluppare elettricità basterebbero dei ghiaccioli grossi la centesima, e la millesima parte di quelli supposti. La condensazione del vapore sui chicchi di grandine deve avvenire con grande rapidità nell'interno del nembo saturo, come nel condensatore di Newcomen. Dunque la grandine si forma, e si strugge colla stessa facilità; perchè identica ne è la causa, benchè invertita; nel primo caso sono le calorie di evaporazione, nel secondo sono le calorie di condensazione. Ma la formazione della grandine avviene negli strati superficiali e non saturi del nembo; mentre la fusione avviene entro il nembo saturo, sempre per opera dei vortici, i quali non sono più attivati all'esterno, se manca il velo nevoso.

« Parmi adunque di poter concludere:

« 1° Che tutti i temporali con lampi sono grandinosi.

« 2° Che i chicchi di grandine si fanno e si disfanno continuamente, e che la loro sospensione per delle ore è apparente.

« 3° Che per produrre la grandine non ci vuole un ambiente freddissimo, ma anzi un'aria calda e umida [1].

« 4° Che il vento, e un'aria secca sono necessari perchè l' evaporazione produca il freddo al contatto delle due masse umida e asciutta, e generi quindi il velo nevoso.

« 5° Che la temperatura ottima per produrre la grandine più grossa sarà vicina alla più alta, togliendo dalla quale il freddo prodotto dall'evaporazione si arrivi sotto lo zero. Si sono avute grandini straordinarie con temperature fra 25° e 30° C, e perfino con 40° C al Messico.

« 6° Che d'estate nelle latitudini medie non può cadere che la grandine grossa; e nella zona torrida non cade la grandine in pianura, ma cade al di sopra di 2000 metri, ove si ha un clima paragonabile al nostro estivo.

« 7° Che quell'estesa nuvola superiore in forma di *cortina* o di *telone*, che dalle osservazioni di Lecoc apparisce non avere alcuna azione elettrica sul fenomeno, serve unicamente di riparo ai raggi solari, e quindi il nembo grandinoso sottostante ci apparisce così scuro da fare spavento. La presenza

[1] È curiosa l'analogia fra lo svolgimento della teoria sui ghiacciai, e quella sulla grandine. Dopo avere esaurite tutte le cause astronomiche e fisiche di freddo, venne l'Escher, che spiegò l'epoca glaciale con un clima caldo-umido, e lo Stoppani che ne dette le più luminose prove.

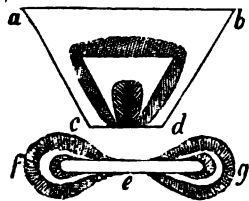
di questa *cortina uniforme* poi esclude assolutamente le trombe, e i vortici discendenti dall'alto.

« *Grandine anomala.* — Una interessantissima descrizione, fatta dal D[r] Lorenzo Casari, della grandine che cadde a Padova con orribile fracasso il 26 agosto 1834 (¹), mi fornisce le prove sulla teoria da me tentata per spiegare la forma a mandarino, e gli aggruppamenti di cristalli. Ecco la descrizione di due forme, N° 1 e N° 3:

« N° 1. — Lastre angolose, grosse mm. 25 formate di strati retti e curvi opaco biancastri, e trasparenti non concentrici, ma quasi paralleli ai lati massimi della lastra. Una superficie era piana e liscia, sull'opposta erano aderenti cristalli purissimi di ghiaccio trasparente, lunghi 4 o 5 cent. inclinati di circa 45°, in forma di prismi a quattro faccie, una delle quali piccolissima rispetto alle altre tre. Ogni prisma terminava con una piramide a quattro faccie. Il lato massimo di queste lastre era compreso fra 10 e 20 cent., il peso massimo arrivava fino a kg. 1 ¹/₂.

« N° 3. — Pezzi trasparenti di ghiaccio con orlo molto ingrossato e con superficie scabrosa con due cavità opposte. Il solo orlo aveva gli strati alternati trasparenti, e bianchi opachi, ed aveva per centro un cerchio opaco che si poteva assumere come il nucleo dell'orlo; gli strati del bordo erano da 3 a 5. In alcuni pezzi la lastra sottile di mezzo era fusa, e sembravano anelli di ghiaccio, del diametro di 4 a 8 cent. ma erano rarissimi ».

« Cerchiamo di ricostruire questi chicchi singolari. Sia *abcd*, fig. 1, la base di un prisma a 4 faccie. Se gli angoli in *c* e in *d* fossero stati di 120° si potrebbe prendere per una base esagona sproporzionata, di cui le altre due faccie in *a* e in *b* sfuggirono all'osservatore, per la loro tenuità. Un mineralogista avrebbe potuto decidere se quella forma apparteneva al sistema esagonale o ad un altro. Ciò che mi importa è di notare che anche *le lastre angolose a strati retti e curvi paralleli ai lati massimi, e non concentrici,* dovevano rappresentare dei grossi cristalli tabulari colla base egualmente sproporzionata come i prismi, e di cui la fig. *abcd* mostrerebbe appunto gli strati eccentrici (²).

« Ecco ritrovate le lastre da me supposte a simmetria esagonale secondo la base, formanti il nucleo dei *chicchi a mandarino*. La fig. *fg* rappresenta in sezione un chicco N° 3, in dove *e* è il cristallo tabulare che forma il nucleo, e all'orlo è il cercine a strati alterni, come nei chicchi ordinari, ingrossiamo il cercine, ed avremo i chicchi a mandarino. Ed è pure dichiarato che gli *anelli di ghiaccio* provengono dalla fusione della piastrella centrale, come io supposi nella seconda Nota.

(¹) Ann. delle Scienze del R. Lombardo-Veneto, T. IV p. 337.

(²) Le linee curve sarebbero dovute a una fusione parziale dei chicchi, avvenuta nell'interno del nembo; così spiegherei pure i *chicchi a margherita* della grandine di Firenze del 1869, fig. 2 *b* della Nota precedente.

« In quanto poi agli aggruppamenti di cristalli, dico che i prismi di ghiaccio si sono attaccati alle lastre belli e formati aderendovi per una faccia della piramide. Secondo Nordenskiold l'angolo che formano le perpendicolari a una faccia del prisma e a quella corrispondente della piramide è di 81° 41′ $^1/_2$. Appoggiandosi sul piano delle lastre per una faccia di piramide, i prismi formerebbero col piano l'angolo suddetto. È vero che è molto minore di 45°; ma, per una nota illusione ottica, che le dimensioni verticali sembrano maggiori delle orizzontali, i detti prismi, come io ho verificato, sembrano appunto *inclinati di circa 45°*. Ecco una nuova prova che gli aggruppamenti di cristalli si formano per l'attrazione delle elettricità contrarie dei cristalli, e dei chicchi bagnati.

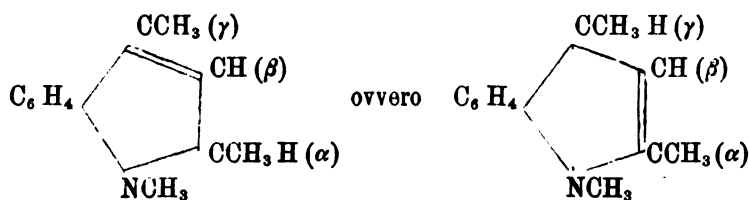
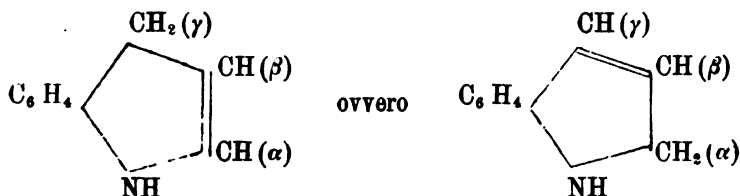
« *Teoria sui chicchi emimorfi.* — Modifico la teoria sui chicchi emimorfi della 2ª Nota, che veramente pareva deficiente anche a me. Faccio intervenire, nella loro formazione, il moto rotatorio e la capillarità. I chicchi N° 1 sono pure emimorfi, essendo lisci da un lato, e coperti di cristalli dall'altro. Questi chicchi nel vortice grandinoso devono assumere un moto rotatorio attorno a un asse perpendicolare al loro piano. Le goccie d'acqua, che per adesione e per capillarità si attaccano alle lastre, scorreranno al perimetro per la forza centrifuga. All'orlo stesso, la velocità dei punti essendo massima, avverrà un maggiore raffreddamento e una maggiore elettrizzazione; circostanze queste che favoriscono più che mai l'ingrossamento dell'orlo. Ora quei chicchi, venendo a cadere, tenderanno a mantenere l' asse di rotazione parallelo a se stesso, come fanno i proietti delle armi rigate, e perciò cadranno spingendo l' aria e urtando la goccioline con una sola delle faccie delle lastre, faccia che diventerà positiva; se questa incontrerà dei cristalli, che sono negativi, li attrarrà dalla sola faccia che procede all'innanzi.

« Il Sig. L. Lizioli in una recente Nota [1], rispondendo al mio questionario, cita fra gli altri fatti interessanti il seguente: « Chicchi voluminosi (quanto una noce e più) comuni, in forma di cipolla. Una delle faccie, alquanto più convessa dell'altra, spesso è scabra per prominenze o verruche più o meno pronunziate. Molti di essi hanno nucleo e uno o più strati, e il nucleo (come dice più avanti), è eccentrico, più prossimo alla faccia liscia e più depressa ». Questo particolare è interessante, imperocchè implica il moto rotatorio dei chicchi, i quali ingrossano di più all'orlo pel moto rotatorio, ed ingrossano di preferenza sulla faccia anteriore pel moto di traslazione. La capillarità si oppone alla formazione dei cristalli; ma tende a dare forme tondeggianti al ghiaccio. Così quelle prominenze o verruche dovevano essere stati cristalli, attirati dal chicco, e poi incrostati d'un velo di ghiaccio tondeggiante, prodotto da goccioline cadutevi sopra ».

[1] Rivista Scientifico-Industriale del prof. G. Vimercati, 1894 p. 18.

Chimica. — *Sui caratteri chimici delle diidrochinoline* (1).
Nota di ADOLFO FERRATINI, presentata dal Socio CIAMICIAN.

« In un lavoro da me pubblicato nello scorso anno (2) dimostrai che per azione del joduro di metile gli indoli conducono ad un derivato chinolinico. L'alcaloide che si origina in questa reazione è la trimetildiidrochinolina, cui spetta una delle due seguenti formole:

CCH_3 (γ), CH (β), C_6H_4, CCH_3H (α), NCH_3 ovvero CCH_3H (γ), CH (β), C_6H_4, CCH_3 (α), NCH_3

ed è perciò un derivato di una delle due seguenti chinoline biidrogenate:

« Queste basi hanno la costituzione di chinoline, ma in esse è ancora contenuta la parte caretteristica del gruppo indolico, e possono essere considerate quali omologhi nel nucleo dell'indolo, nello stesso modo come la tetraidrochinolina è l'omologo nel nucleo del diidroindolo, e la piperidina della pirrolidina.

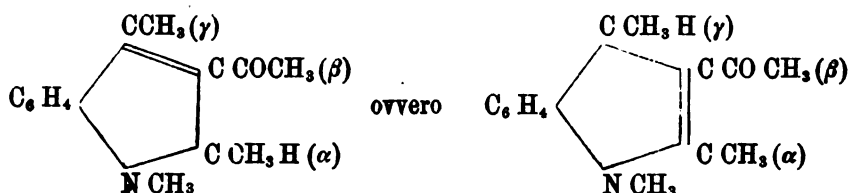
« I caratteri delle diidrochinoline non devono perciò esser quelli dei derivati chinolinici veri e propri, ma devono ricordare le proprietà degli indoli. Difatti le diidrochinoline finora note, hanno un comportamento che nettamente le distingue dagli ordinari derivati della chinolina. Sono basi abbastanza energiche, ma alterabilissime all'azione dell'aria. Tutte le idrochinoline finora conosciute arrossano all'aria con la massima facilità, mentre questa caratteristica proprietà sparisce del tutto nei composti tetraidrogenati, che sono veri derivati della chinolina.

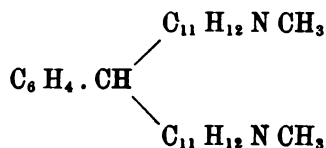
« Le uniche diidrochinoline finora note e bene studiate sono quelle derivanti dagli indoli; la diidrochinolina C_9H_9N è ancora sconosciuta, perchè la base ottenuta da Königs (3) è un polimero, come lo ha provato Lellmann (4).

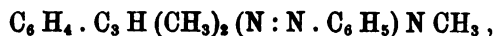
(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica generale della R. Università di Bologna.
(2) Gazzetta chimica XXIII, 105; Berl. Berichte XXVI, 1811.
(3) Berl. Berichte XIV, 90.
(4) Berl. Berichte XXII, 1339.

Del pari polimerizzata è la etildiidrochinolina di Claus e Stiglitz ([1]). La diidrotrimetilchinolina possiede ancora uno degli idrogeni metinici di carattere indolico, e perciò era da prevedersi che il suo comportamento sarebbe stato analogo a quello dei metilindoli.

« Questa previsione venne perfettamente confermata dai risultati delle mie esperienze, perchè la diidrotrimetilchinolina dà tutte le reazioni che Emil Fischer ([2]) e Philipp Wagner ([3]) hanno eseguito sul metilchetolo, facendolo reagire coll'anidride acetica, colla benzaldeide e col diazobenzolo.

« L'anidride acetica reagendo sulla trimetildiidrochinolina fornisce un acetilderivato in cui, trattandosi di una base terziaria, il gruppo acetilico è necessariamente unito ad un atomo di carbonio. Ad essa spetteranno una delle due seguenti formole:

« L'aldeide benzoica reagendo sulla trimetildiidrochinolina dà un composto perfettamente corrispondente al benzilidenmetilchetolo ottenuto da Fischer:

$$C_6H_4 . CH \begin{cases} C_{11}H_{12}NCH_3 \\ C_{11}H_{12}NCH_3 \end{cases}$$

« Finalmente il cloruro di diazobenzolo, fatto agire in opportune condizioni sopra una soluzione cloridrica della base, fornisce l'azocomposto corrispondente,

$$C_6H_4 . C_3H(CH_3)_2(N:N.C_6H_5)NCH_3 ,$$

che io ho analizzato sotto forma di picrato. Questo corpo è perfettamente analogo al metilchetoloazobenzolo di Wagner.

Acetiltrimetildiidrochinolina $C_6H_4 . C_3H(\underset{\alpha\gamma}{CH_3})_2(CO\underset{\beta}{CH_3})NCH_3$.

« Grammi sedici di base, grammi venticinque di acetato sodico, e grammi cento di anidride acetica vennero fatti bollire per dodici ore in un apparecchio a ricadere.

([1]) Berl. Berichte XVII, 1331.
([2]) Liebig's Annalen 242, 372.
([3]) Liebig's Annalen 242, 383.

« L'operazione fu eseguita in corrente di acido carbonico causa la grande alterabilità all'aria della base, ed il riscaldamento fu compiuto a 160°. Per distillazione nel vuoto dell'eccesso di anidride acetica, rimane indietro una massa cristallina colorata in rosso scuro. Si riprende più volte la massa con alcool bollente, ed il liquido alcoolico intensamente rosso viene precipitato con cinque a sei volte il proprio volume di acqua, aggiunta poco a poco sempre agitando fortemente. Depositasi assieme a sostanza resinosa, che si attacca alle pareti del recipiente, un composto cristallino, che raccolto su filtro alla pompa si secca nel vuoto. Questo composto ha l'aspetto di una polvere rossa solubile per la massima parte nell'etere petrolico, che lascia indisciolta la parte resinosa. Dal liquido bollito a lungo con nero animale e fortemente concentrato, si separa un composto cristallino leggiermente tinto in giallo. Disseccato nel vuoto pesa grammi tredici, e fonde a 92°-94°. La purificazione di questo prodotto è lunga e laboriosa. Non si ottiene purissimo che dopo ripetute cristallizzazioni prima da molta acqua, e poi dall'etere petrolico in cui è solubilissimo a caldo.

« Il composto puro è bianco, cristallizza dall'etere petrolico in lunghi aghetti prismatici, fonde a 100°,5-101°,5.

« L'analisi conduce a numeri concordanti con quelli richiesti dalla formula:

$$C_{14}H_{17}NO.$$

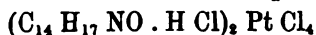
I. 0,1796 gr. di sostanza, seccata nel vuoto, diedero 0,1315 gr. di H_2O e 0,5116 gr. di CO_2.

II. 0,1606 gr. di sostanza diedero 0,1172 gr. di H_2O e 0,4604 gr. di CO_2.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_{14}H_{17}NO$
C	77,69	78,12	78,14
H	8,25	8,10	7,90

« L'acetiltrimetildiidrochinolina ha ancora proprietà basiche, e si scioglie perciò facilmente negli acidi diluiti. La sua soluzione cloridrica dà con cloruro d'oro un cloroaurato giallo pastoso, e con cloruro platinico un cloroplatinato cristallino. Il cloraurato si riduce dopo poco tempo, mentre il cloroplatinato si conserva inalterato in aghetti di un bel color giallo arancio. Questi, cercando di purificarli per cristallizzazione dall'acqua, si alterano; fondono con decomposizione in liquido bruno a 203°-204°. Una determinazione di platino dette numeri concordanti con quelli richiesti dalla formola

$$(C_{14}H_{17}NO.HCl)_2PtCl_4$$

0,1960 gr. di sostanza, seccata nel vuoto, diedero 0,0452 gr. di platino

« Sopra 100 parti:

	trovato	calcolato per $(C_{14}H_{17}NO.HCl)_2PtCl_4$
Pt	23,06	23,15

« L'acetildiidrotrimetilchinolina non viene attaccata dalla potassa bollente. Gli acidi concentrati invece la scindono a caldo, come fanno con gli acetilindoli, originando la base primitiva.

Benzilidentrimetildiidrochinolina $C_6H_5CH.[C_6H_4.C_3H(\underset{\alpha\gamma}{CH_3})_2NCH_3]_2$.

« Se si tratta in apparecchio a ricadere due grammi di aldeide, e quattro grammi di trimetildiidrochinolina si ha subito lieve riscaldamento della massa con separazione di acqua. Si completa la reazione riscaldando per un'ora a b. m. Il contenuto del palloncino si presenta sotto forma di una massa gommosa, entro cui guardando con la lente si vedono disseminati rari cristallini. Si fa bollire per circa mezz'ora con alcool, che discioglie tutta la massa, ma dopo qualche ora lascia depositare in seno ad un liquido bruno un prodotto in croste dure cristalline, che si raccolgono sopra filtro alla pompa.

« Il prodotto colorato intensamente in rosso è di difficile purificazione, fu disciolto in poco benzolo, operando in corrente di anidride carbonica. Se poi parzialmente si scacci il benzolo nel vuoto ottenuto per mezzo di una pompa ad acqua, si deposita un composto in cristallini che a poco a poco si vanno colorando.

« Ripetendo altre due volte questa operazione, si raccoglie sopra filtro un prodotto quasi bianco, che, dopo averlo disseccato, si dibatte con alcool assoluto per asportare la materia colorante formatasi ancora durante l'essiccamento.

« Dopo alcune ore di digestione nell'alcool si raccoglie di nuovo sopra filtro, e si lava accuratamente con poco etere petrolico leggierissimo reso secco sul sodio.

« Il prodotto che così si ottiene è bianchissimo, non si altera anche esposto per più giorni all'aria e fonde a 142°-144°.

« L'analisi diede numeri concordanti con quelli richiesti dalla formola:

$$C_{31}H_{34}N_2$$

0,1718 gr. di sostanza, seccata nel vuoto, diedero 0,1284 gr. di H_2O e 0,5416 gr. di CO_2.

« Sopra 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{31}H_{34}N_2$
C	85,97	85,71
H	8,30	7,83

Trimetildiidrochinolinazobenzolo $C_6H_4.C_3H(\underset{\alpha\gamma}{CH_3})_2(\underset{\beta}{N:N.C_6H_5})NCH_3$.

« Sopra un grammo di anilina sciolta in acido cloridrico diluito, si fece agire la quantità calcolata di nitrito sodico in presenza di acetato di sodio. Sul miscuglio ben raffreddato a 0°, si versi a poco a poco grammi uno e mezzo di trimetildiidrochinolina sciolta in acido acetico diluito. Dopo poco

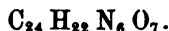
tempo il liquido si intorbida, ed agitando con bacchetta di vetro si facilita la formazione di un composto cristallino, che si raccoglie sopra filtro alla pompa.

« Siccome anche in questo caso, come per quello dell'anidride acetica, il composto formatosi ha ancora proprietà basiche, così esso si separa allo stato salino.

« Questo composto si altera all'aria con grande facilità, si scioglie nell'acqua specie a caldo, e nell'acido acetico colorando il liquido fortemente in giallo.

« La soluzione acetica decomposta con acido picrico forma un picrato dapprima oleoso, ma che poi agitando si separa allo stato cristallino.

« Cristallizzato più volte dall'alcool si presenta sotto forma di aghetti rossi, il cui colore ricorda quello dell'acido cromico. Essi rammolliscono fortemente a 204° e fondono con decomposizione a 208°-209°.

« L'analisi condusse a numeri concordanti con quelli richiesti dalla formola:

$$C_{24} H_{22} N_6 O_7 .$$

0,2127 gr. di sostanza, seccata nel vuoto, diedero 0,0910 gr. di H_2O e 0,4423 gr. di CO_2.

« Sopra 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{24} H_{22} N_6 O_7$
C	56,71	56.91
H	4,75	4,35

« Certamente anche l'anidride ftalica (¹) ed il cloruro di benzoile (²) cimentati in opportune condizioni con la trimetildiidrochinolina, sarebbero capaci di fornire composti analoghi a quelli che E. Fischer ottenne partendo dal metilchetolo. Io credo però che le reazioni sopra citate siano sufficienti per stabilire in modo sicuro l'analogia di comportamento della diidrochinolina da me studiata, con quello degli indoli ».

Chimica. — *Azione dell'etilenediammina sopra alcuni acidi bicarbossilici* [3]. Nota di F. Anderlini, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« Nella Nota in cui ho descritto l'azione della etilenediammina sopra le anidridi di acidi bicarbossilici ho fatto un cenno intorno ad un lavoro di A. Mason [4], eseguito fin dal 1887, sull'azione dell'etilenediammina sull'acido suc-

(¹) Liebig's Annalen 242, 381.
(²) Berl. Berichte XX, 815.
(³) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica dell'Università di Padova.
(⁴) Chem. Soc. 28, p. 10.

cinico, dove è descritto un prodotto di addizione di questi due corpi ed un prodotto di condensazione.

« Lo studio, da me intrapreso sulle anidridi, mi condusse per necessità di cose a darvi maggior espansione coll'iniziare sopra altri acidi bicarbossilici delle analoghe esperienze che, come era da attendersi, collimano nei risultati con una parte di quelle del Mason, salvo che modificai il metodo di preparazione che permette di ottenere dei prodotti purissimi assai rapidamente. Nel presente scritto mi limito a dare la descrizione dei prodotti di addizione di alcuni acidi coll'etilenediammina non per altro scopo che di prendere data, riserbandomi di riferire ad altro tempo sui prodotti di condensazione che si ottengono, perchè, oltre al richiedere un tale studio un tempo considerevole, rende più penoso il lavoro la circostanza che la etilenediammina ha un prezzo commerciale elevato, e si deve quindi restringere a piccole proporzioni le quantità da impiegarsi per ogni saggio.

« Per quanto riguarda la natura dei prodotti di addizione che si ottengono, non vi ha dubbio che non si tratti di veri sali, perchè bastano gli acidi minerali diluiti per decomporli e mettere in liberta l'acido organico con formazione del sale ad acido inorganico della base, come lo provarono le esperienze dirette.

« Tutti i composti più avanti descritti furono ottenuti mescolando le soluzioni in alcole assoluto delle quantità molecolari degli acidi coll'etilenediammina; si formano in tutti i casi, con sensibile sviluppo di calore, dei precipitati poco o punto ridisolubili nell'alcole freddo, insolubili tutti nel benzolo e nell'etere, solubilissimi nell'acqua invece, dalla quale, se la soluzione è sufficientemente concentrata, per lo più vengono precipitati dall'alcole assoluto. Tutti, scaldati in tubo capillare, si fondono con decomposizione.

Succinato di etilenediammina.

« Fu preparato questo composto da Mason [1] facendo reagire i due componenti, acido e base, in soluzione acquosa e cristallizzando da questa il sale. Io ottenni lo stesso composto, mescolando invece le soluzioni alcoliche, sotto forma di un precipitato bianco, voluminoso, che si separò dal liquido immediatamente; il quale raccolto su di un filtro, lavato con alcole assoluto e da questo liberato in massima parte venne sciolto nell'acqua e riprecipitato con alcole assoluto in forte eccesso e di nuovo raccolto su filtro, lavato e seccato nel vuoto sull'acido solforico. In tali condizioni ottenni una massa formata di cristalli microscopici, bianchissima leggera e friabile. Siccome presentava un punto di fusione più elevato (195° con decomposizione) del corpo preparato dal Mason poteva esservi dubbio sulla identità dei due prodotti, però

[1] Lavoro citato.

i cristalli di aspetto prismatico, ottenuti dalla soluzione acquosa, e l'analisi tolgono ogni dubbio intorno all'identità.

« Infatti:

0,1676 gr. di sostanza diedero 0,2468 gr. di CO^2 e 0,1182 gr. di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^2H^4(CO^2H)^2.(H^2N)^2C^2H^4$
C	40,16	40,44
H	7,83	7,87

« La differenza nel punto di fusione ritengo si possa spiegare riflettendo che qui trattasi di sostanza decomponibile al punto di fusione, per cui difficilmente più osservazioni sono concordanti, perchè il punto di fusione dipende in simili casi anche dalla rapidità del riscaldamento; inoltre si può ammettere che i cristalli ottenuti da una soluzione acquosa possono trattenere un po' di acqua interposta che ne abbassa il punto di fusione.

Malato di etilenediammina.

« Quando si mescolano le soluzioni alcooliche piuttosto concentrate dell'acido malico e di etilenediammina si separa un precipitato oleoso che rende lattiginoso il liquido, ma dopo qualche tempo si formano dei cristalli minuti ed il liquido chiarisce. La sostanza solida venne raccolta dopo circa 12 ore di riposo, lavata con alcole assoluto contenente etere e finalmente sciolta nell'alcole a caldo. Pel raffreddamento si separarono dei cristalli minutissimi che, seccati nel vuoto accanto all'acido solforico, vennero sottopposti all'analisi, i cui numeri concordano colla formola:

$$C^2H^3(OH)(CO^2H)^2.(NH^2)^2C^2H^4$$

0,2136 gr. di sostanza diedero 0,2900 gr. di CO^2 e 0,1394 gr. di H^2O.

« In 100 parti:

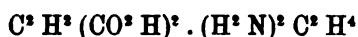
	trovato	calcolato per $C^6H^{14}O^5N^2$
C	37,02	37,11
H	7,25	7,21

« Il malato di etilenediammina è quasi insolubile nell'alcole assoluto freddo, più solubile a caldo dal quale cristallizza in piccoli cristallini scolorati che fondono decomponendosi a 198°. È insolubile nell'etere e benzolo.

Fumarato di etilenediammina.

« Le soluzioni dell'acido fumarico e dell'etilenediammina in questo caso furono piuttosto diluite (1,16 gr. di acido; 0,60 gr. di base in circa 80 gr. di alcole). Si formò un voluminoso precipitato che venne depurato nello stesso

modo dei precedenti e così pure anche seccato. I risultati dell'analisi conducono alla formula:

$$C^2 H^2 (CO^2 H)^2 . (H^2 N)^2 C^2 H^4$$

0,2156 gr. di sostanza diedero 0,3220 gr. di CO^2 e 0,1336 gr. di $H^2 O$.

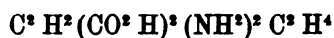
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^6 H^{12} O^4 N^2$
C	40,73	40,90
H	6,88	6,81

« Preparato in tal modo il fumarato di etilenediammina è una polvere cristallina insolubile nell'alcole, anche a caldo, nell'etere e nel benzolo, solubile nell'acqua da cui si ottiene in cristalli scolorati: fonde con decomposizione rapida a 210°.

Maleato di etilenediammina.

« Preparato questo sale come i precedenti, venne depurato per cristallizzazioni dall'alcole bollente, seccato nel vuoto ed analizzato diede numeri concordanti colla formola:

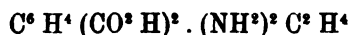
$$C^2 H^2 (CO^2 H)^2 (NH^2)^2 C^2 H^4$$

0,2151 gr. di sostanza diedero 0,3218 gr. di CO^2 e 0,1270 gr. di $H^2 O$.

« In 100 parti:

	trovato
C	40,87
H	6,95

Ftalato di etilenediammina.

« Non differì il modo di preparazione del ftalato di etilenediammina da quello seguito per preparare il fumarato in nessun particolare. I numeri richiesti per la formola

$$C^6 H^4 (CO^2 H)^2 . (NH^2)^2 C^2 H^4$$

concordano con quelli dell'analisi seguente:

0,1947 gr. di sostanza diedero 0,3774 gr. di CO^2 e 0,1128 gr. di $H^2 O$.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{10} H^{14} O^4 N^2$
C	52,92	53,09
H	6,43	6,19

« Polvere cristallina, bianca, insolubile nell'alcole assoluto freddo e caldo, nell'etere e nel benzolo, solubile nell'acqua da cui si separa in cristalli scolorati. Preparato questo sale nel modo sopra descritto fonde con viva decomposizione a 225°-227° in un liquido giallo ».

Chimica-fisica. — *Rifrazione atomica di alcuni elementi* (1).
Nota di A. Ghira, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« Il moltiplicarsi degli studi sul potere rifrangente degli elementi diversi dal carbonio non si può dire che sin qui abbia portato molta luce sulle variazioni che il potere rifrangente stesse subisce: talvolta sembra che le variazioni nella rifrazione atomica sieno intimamente legate con quelle nella capacità di saturazione e che, se la forma di combinazione si mantiene la stessa, nessuna influenza eserciti la natura degli atomi che ne fanno parte; talvolta appare perfettamente il contrario: spesso anche delle variazioni non ci possiamo in nessun modo render ragione in base a considerazioni di ordine puramente chimico. Siamo ancora assai lontani io credo dalla possibilità di lavori teorici d'indole generale sulle variazioni del potere rifrangente atomico degli elementi e non vi è da fare altro attualmente che accumulare dei nuovi fatti e ricavare da questi le conclusioni più immediate senza tentare di stabilire regole generali. In questa Nota porto appunto un nuovo contributo alla conoscenza del potere rifrangente atomico di alcuni elementi: mi affretto a pubblicare ciò che ho fatto sin qui giacchè la mia partenza da Padova mi costringe per qualche tempo a interrompere il lavoro.

Mercurio.

« Di stabilire la rifrazione atomica del mercurio si occupò il Gladstone (2) il quale trovò che questo metallo presentava difficoltà maggiori che non molti altri da lui studiati: infatti i valori da lui dedotti e che qui riportiamo non sono fra loro molto concordanti: si riferiscono alla riga A dello spettro solare e alla formula n:

	Rifrazione atomica del mercurio
Dal bicloruro nell'acqua	19.8
» » nell'alcool	14.2
» nitrato mercurico.	20.8
» cianuro mercurico.	16.0
» calomelano cristallizzato	22.0
» mercurio metile	22.7

Le differenze, come fa notare il Gladstone, sono assai maggiori di quelle che potrebbero essere attribuite a errori di osservazione. Come rifrazione atomica definitiva egli dà, ma con un punto interrogativo, il numero 20.2.

« Io ho esaminato i seguenti composti:

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.
(2) J. H. Gladstone, *On the Refraction. Equivalents of the Elements.* Philosophical Transactions, vol. XVI, parte I, pag. 9. Anno 1870.

Mercurio dimetile $Hg(CH_3)_2 = 230$.

« Proveniva dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino. Una determinazione di densità di vapore col metodo di V. Meyer mi dette i seguenti risultati:

$p = 0.3261$; $V = 34.5$ c.c.; $t = 25°$; $H = 753.5$ mm.

	trovata	calcolata per $Hg(CH_3)_2$
Densità di vapore rispetto all'aria	8.31	7.95

« Le determinazioni ottiche furono eseguite alla temperatura di 22°2:

$d_4^{22.2} = 2.95412$; $\mu_{H_\alpha} = 1.52780$; $\mu_D = 1.53266$; $\mu_{H_\beta} = 1.54474$; $\mu_{H_\gamma} = 1.55588$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 0.17866;\quad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 0.10420;\quad P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 41.09;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 23.96$$

« Di qui:

	n	n^2
Rifrazione atomica di Hg	23.29	12.76

« Il Gladstone aveva trovato $P\frac{\mu_A-1}{d} = 40.54$.

Mercurio dietile $Hg(C_2H_5)_2 = 258$.

« Proveniva pure dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino. Una determinazione di densità di vapore col metodo di V. Meyer mi dètte i seguenti resultati:

$p = 0.1348$; $V = 13$ c.c.; $t = 24°$; $H = 732.2$ mm.

	trovata	calcolata per $Hg(C_2H_5)_2$
Densità di vapore rispetto all'aria	9.07	8.92

« Le esperienze ottiche furono eseguite alla temperatura di 23°2.

$d_4^{23.2} = 2.42346$; $\mu_{H_\alpha} = 1.53519$; $\mu_D = 1.53990$; $\mu_{H_\beta} = 1.55190$; $\mu_{H_\gamma} = 1.56240$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 0.22083;\quad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 0.12842;\quad P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 56.87;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(d^2_{H_\alpha}+2)d} = 33.13$$

« Di qui:

	n	n^2
Rifrazione atomica di Hg	23.97	12.81

« Il Gladstone (1) per $P\frac{\mu_A-1}{d}$ aveva trovato 54.48, numero che si allontana assai da quello trovato da me.

(1) Loco citato.

Mercurio difenile $Hg(C_6H_5)_2 = 354$.

« Proveniva dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino. Due determinazioni del peso molecolare col metodo crioscopico in soluzione benzolica dettero i seguenti resultati:

Concentrazione	Abbass. termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Abbass. molecolare per $Hg(C_6H_5)_2$
2.2697	0.34	0.1409	45.65
5.0455	0.66	0.1308	46.30

« Le esperienze ottiche furono eseguite in soluzione benzolica alla temperatura di 22°7: le costanti del benzolo erano le seguenti alla temperatura di 23°1:

$$d_4^{23.1} = 0.87723\,;\ \mu_{H_\alpha} = 1.49381\,;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 0.56291\,;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 0.33175.$$

°/₀ della soluzione 8.6576; $d_4^{22.7} = 0.92442$; $\mu_{H_\alpha} = 1.50113$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(soluzione)} = 0.54210;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sostanza)} = 0.32260;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 114.20$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(soluzione)} = 0.31877\,;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(sostanza)} = 0.18190\,;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 64.39.$$

« Di qui:

	n	n^2
Rifrazione atomica di Hg	26.80	13.55

Nitrato mercuroso $Hg\,NO_3 = 262$.

« Credetti opportuno di esaminare il nitrato mercuroso per ricercare se la variazione nella forma di combinazione porta con se forti differenze nel potere rifrangente atomico, non sapendo quanto possa essere attendibile la determinazione fatta moltissimo tempo fa dal Brewster sul calomelano cristallizzato, che è quella appunto riportata dal Gladstone. Preparai con tutte le cure il nitrato mercuroso e l'esame lo feci in soluzione in acido nitrico. L'acido nitrico aveva le seguenti costanti alla temperatura di 8°5:

$$d_4^{8.5} = 1.02077\,;\ \mu_{H_\alpha} = 1.33667\,;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 0.32991\,;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 0.20352.$$

« Esaminai due soluzioni:

I °/₀ 13.865; $t = 10°3$; $d_4^{10.3} = 1.16217$; $\mu_{H_\alpha} = 1.35246$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(soluzione)}=0.30329: \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sostanza)}=0.13781; \ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=36.106$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}\text{ (soluzione)} = 0.18632; \ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}\text{ (sostanza)} = 0.08013;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 20.99.$$

II °/₀ 21.22; $t = 14°$; $d_4^{14} = 1.25642$; $\mu_{H_\alpha} = 1.36256$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(soluzione)}=0.28863; \ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sostanza)}=0.13539; \ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 35.87$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}\text{ (soluzione)} = 0.17681; \ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}\text{ (sostanza)} = 0.07766;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 20.34.$$

« Da cui, adottando per il gruppo NO_3 i valori 15 (formula n) e 9 (formula n^2), quali risultano dalle esperienze di Loewenherz [1] si ha:

	n		n^2	
Rifrazione atomica di Hg	21.1 20.34	media 20.72	11.99 11.34	media 11.66

È importante a notarsi come dal nitrato mercuroso da me studiato e dal nitrato mercurico studiato dal Gladstone si ricavano quasi esattamente gli stessi valori per la rifrazione atomica del metallo, prova evidente che in alcuni casi almeno la rifrazione atomica non è affatto modificata per il cambiamento avvenuto nella forma di combinazione dell'elemento.

« Può dirsi insieme col Gladstone che i valori per la rifrazione atomica del mercurio non sono molto concordanti tra di loro: dal mercurio metile e dal mercurio etile si ricavano presso a poco gli stessi numeri: numeri assai più elevati dal mercurio fenile, come era da aspettarsi. Eccezionalmente bassi sono i valori trovati dal Gladstone per il cloruro mercurico in soluzione alcoolica e per il cianuro mercurico: sembrerebbe quasi che potesse qui invocarsi la dissociazione elettrolitica giacchè tanto il cloruro mercurico in alcool quanto il cianuro in acqua debbono essere pochissimo dissociati: ma d'altra parte abbiamo il fatto che nei composti organo mercurici e nel calomelano cristallizzato, pei quali non è a parlarsi di dissociazione, il mercurio ha pure una rifrazione assai elevata. Su tale argomento che è attualmente oggetto di un accurato studio in questo Istituto credo inutile di insistere.

[1] R. Loewenherz, *Ueber die Molekularrefracktion Stickstoff enthaltender Substanzen*. Zeitschrift für physikalische Chemie, t. VI, pag. 552. Anno 1890.

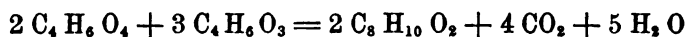
Chimica. — *Azione della anidride acetica sopra l'acido succinico in presenza di cloruro di zinco* [1]. Nota di G. MAGNANINI e T. BENTIVOGLIO, presentata dal Socio CIAMICIAN.

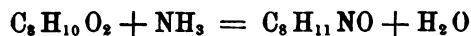
« In una ricerca, fatta da uno di noi, intorno all'azione del bromoacetone sopra l'acetilacetone in presenza di alcoolato sodico, e presentata a questa Accademia [2] nella seduta del 19 marzo trascorso, venne dimostrato che, nell'azione dell'anidride acetica sopra l'acido levulinico ha luogo la formazione di un derivato del furfurano, sostituendosi, con ogni probabilità ed in una prima fase della reazione, due gruppi acetilici a due atomi di idrogeno dei metileni.

« L'anidride acetica può dunque, in opportune condizioni, sostituire ad uno o più atomi di idrogeno uniti a carbonio uno o più radicali acetilici.

« Ci è sembrato che questo comportamento, notato assai raramente per le combinazioni della serie alifatica, sia meritevole di studio, e noi abbiamo intrapreso ricerche aventi lo scopo di esaminare quali sono i casi in cui è possibile l'introduzione dell'acetile, e quindi la sintesi di derivati complessi paragonabili o no all'acido deidrodiacetillevulinico.

« Diamo conto in questa notizia, del comportamento dell'acido succinico rispetto alla anidride acetica, a temperatura elevata. Noi abbiamo trovato che, in presenza di acetato di soda e cloruro di zinco, l'azione dell'anidride acetica si compie secondo la seguente reazione:

$$2\,C_4H_6O_4 + 3\,C_4H_6O_3 = 2\,C_8H_{10}O_2 + 4\,CO_2 + 5\,H_2O$$

e si ottiene, sebbene in piccola quantità, un olio volatile, di odore caratteristico e la cui composizione corrisponde alla formola $C_8H_{10}O_2$. Riscaldando questo olio con ammoniaca in tubi chiusi, noi lo abbiamo trasformato quantitativamente in una sostanza azotata, la quale si forma secondo la seguente reazione:

$$C_8H_{10}O_2 + NH_3 = C_8H_{11}NO + H_2O$$

e che venne riconosciuta *identica* all'*αα'-dimetil-β-acetilpirrolo.*

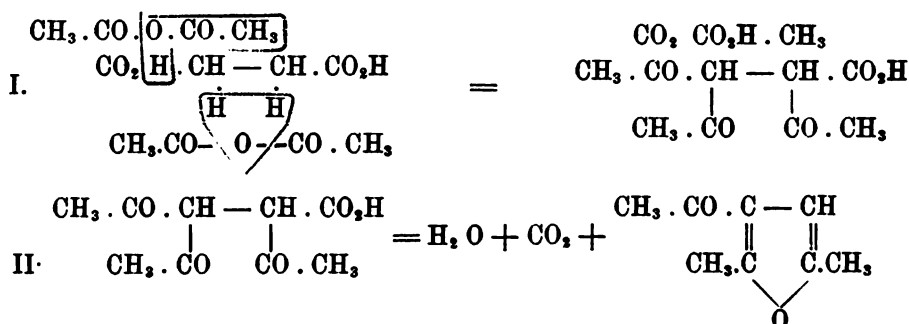
« La sostanza $C_8H_{10}O_2$ da noi ottenuta deve perciò venire considerata

[1] Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica generale della R. Università di Modena.

[2] Vedi G. Magnanini, *Azione dell'acetilacetone sopra il bromoacetone in presenza di alcoolato sodico.*

come l'$\alpha\alpha'$-dimetil-β-acetilfurfurano, e la sua formazione dall'acido succinico si compie in due fasi, le quali si possono esprimere nel seguente modo:

$$\text{I.}\quad \begin{array}{c} CH_3.CO.\boxed{O.CO.CH_3} \\ CO_2\boxed{H}.CH - CH.CO_2H \\ \boxed{H\quad H} \\ CH_3.CO - O - CO.CH_3 \end{array} = \begin{array}{c} CO_2\ CO_2H.CH_3 \\ CH_3.CO.CH - CH.CO_2H \\ |\qquad | \\ CH_3.CO\quad CO.CH_3 \end{array}$$

$$\text{II.}\quad \begin{array}{c} CH_3.CO.CH - CH.CO_2H \\ |\qquad | \\ CH_3.CO\quad CO.CH_3 \end{array} = H_2O + CO_2 + \begin{array}{c} CH_3.CO.C - CH \\ \|\qquad \| \\ CH_3.C\quad C.CH_3 \\ \diagdown\ \diagup \\ O \end{array}$$

« Ci siamo serviti per la preparazione dell'acetildimetilfurfurano di una autoclave che ci venne somministrata dal dott. R. Muencke e nella quale abbiamo riscaldato, ogni volta, gr. 75 di acido succinico, 15 gr. di cloruro di zinco, 30 gr. di acetato di soda anidro e 300 gr. di anidride, acetica collocati entro apposito recipiente di caolino, ed abbiamo mantenuta costante la temperatura a 200°-205° per un periodo di 8-9 ore consecutive. La massima pressione osservata nell'apparecchio durante il riscaldamento, fu di 40 atmosfere; e, cessato il riscaldamento, venne osservata a freddo, una pressione residua di 3-4 atmosfere. Distillato nel vuoto l'acido acetico e l'anidride rimasta inalterata, la massa venne trattata con acqua bollente e sottoposta alla distillazione in corrente di vapore. Venne così raccolto un olio facilmente volatile, il quale, reso alcalino il liquido con carbonato di soda, venne estratto con etere e sottoposto alla distillazione. La maggior parte di esso bolle alla temperatura di 193°-196° e dette all'analisi risultati i quali si avvicinano a quelli richiesti dalla formola di un acetildimetilfurfurano:

gr. 0,2718 di sostanza dettero gr. 0,6887 di CO_2 e gr. 0,1806 di H_2O

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8H_{10}O_2$
C	69,1	69,56
H	7,37	7,24

« Il rendimento anche nelle preparazioni meglio riuscite non supera il 5-5,5 % della quantità di acido succinico consumato. La nuova sostanza è un olio di odore aggradevole, quasi insolubile nell'acqua a freddo e leggermente solubile a caldo; conserva costantemente un colore giallo chiaro ed assorbisce avidamente il bromo trasformandosi in un prodotto bromurato che non venne studiato ulteriormente.

« Assieme all'acetildimetilfurfurano, nell'azione dell'anidride acetica sopra l'acido succinico, si forma in minor quantità un olio molto denso, non volatile in corrente di vapore, e che resta mescolato alla resina nel pallone nel

quale venne eseguita la distillazione. Estratto con acqua bollente da cui si separa per raffreddamento, si presenta come una materia vischiosa, trasparente, colorata in giallo-rossastro, e la natura della quale ci è ancora completamente sconosciuta.

Azione della idrossilamina sopra l'acetildimetilfurfurano.

« La natura chetonica dell'acetildimetilfurfurano è dimostrata dal suo comportamento rispetto alla idrossilamina; noi abbiamo ottenuto facilmente l'ossima corrispondente, che è una sostanza solida della formola $C_8H_{11}NO_2$.

« Vennero riscaldati in tubo chiuso gr. 3 di acetildimetilfurfurano con gr. 3 di cloridrato di idrossilamina e gr. 2 di carbonato sodico secco in soluzione di 23 gr. di alcool e 15 gr. di acqua per 3-4 ore alla temperatura di 150°.

« Estratta l'ossima con etere, venne distillata a pressione ridotta; si ottenne così una massa semi-solida, che noi abbiamo spremuta fra carta per liberarla da una certa quantità di olio colorato, di odore pirrolico, e che venne sottoposta alla cristallizzazione dall'alcool diluito bollente. Si ottennero pagliette cristalline di colore argenteo, fusibili costantemente a 78° e le quali dettero all'analisi il seguente risultato:

gr. 0,1479 di sostanza svilupparono nell'azotometro c.c. 11,1 di azoto misurato alla pressione di 767 m.m. di mercurio ed alla temperatura di 4°.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8H_{11}NO_2$
N	9,38	9,13

Azione della ammoniaca sopra l'acetildimetilfurfurano.

« Si riscaldarono 3 gr. di acetildimetilfurfurano con 12-15 c.c. di ammoniaca liquida concentrata ($d = 0,905$) per 3-4 ore alla temperatura di 110 115° gradi. Si ottenne per raffreddamento una massa cristallina che venne separata dal liquido per filtrazione e cristallizzata ripetutamente dall'acqua bollente. La sostanza ottenuta fonde costantemente a 94° e possiede tutte le proprietà dell' $\alpha\alpha'$-dimetil-β-acetilpirrolo. Presenta il medesimo odore, lo stesso punto di fusione, la medesima solubilità; dà egualmente con aldeide benzoica un prodotto di condensazione fusibile a 208°, e finalmente presenta come l'acetildimetilpirrolo la proprietà di dare un cloridrato pochissimo solubile e decomponibile dall'acqua. Questo cloridrato, che si ottiene trattando la sostanza con acido cloridrico concentrato, venne separato per filtrazione dalla soluzione acida, seccato sopra la potassa caustica, e sottoposto all'analisi:

gr. 0,1679 di sostanza svolsero nell' azotometro c.c. 11,2 di azoto misurati alla pressione di 766 m.m. di mercurio ed alla temperatura di 8°.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8H_{11}NO.HCl$.
N	8,26	8,07

Mineralogia. — *Sopra la Calcocite di Montecatini.* Nota di G. Boeris, presentata dal Socio Strüver.

« Ebbi occasione di aver tra mano, già sono alcuni anni, nel museo mineralogico dell'università di Pavia, diversi esemplari di calcocite provenienti dalla miniera di Montecatini. Sopra di essi si notano numerosi cristalli di questo minerale. Ne sottoposi alcuni a misure goniometriche e pubblico ora i risultati delle mie osservazioni, perchè accrescono le conoscenze che si avevano intorno alle forme cristalline del minerale di questa località, e che dobbiamo alle notizie dateci dal Bombicci (1) e riportate dal d'Achiardi nella sua *Mineralogia della Toscana* (2).

« Ho potuto misurare tre soli cristalli semplici di cui uno piccolissimo, oltrepassando esso di poco il millimetro nelle tre dimensioni. Più grossi erano gli altri due e aderivano alla ganga per una estremità dell'asse [x], sicchè erano terminati da una sola parte di questo. Il primo invece poggiava sulla ganga stessa per una estremità dell'asse [y] e mostrava facce terminali sì all'uno che all'altro capo di [x].

« Le facce della zona [110:111] sono quasi sempre piane e brillanti e riflettono immagini abbastanza buone. Poco perfette, come avviene spesso anche per i cristalli di questo minerale delle altre località, sono quelle della zona [010:001]. Anzi in alcuni tratti di questa zona, piuttosto che facce, si hanno delle superfici striate le quali, al goniometro, dànno delle lunghe serie d'immagini diffuse, inattendibili. In altri tratti però si osservano delle vere facce che si discernono bene colla lente e talune anche ad occhio nudo, quantunque sempre molto striate.

« Per determinare il simbolo di tali facce, tenni conto solo di quelle che davano le immagini meno diffuse, che potei misurare per facce di piramide ad esse adiacenti, e cercai sempre di fissarne la posizione rispetto agli assi mediante le zone, quando mi venne fatto di verificarle al goniometro.

« Diversi altri cristalli, oltre i misurati, riuscii a staccare dai nodi e dalle vene di calcite e di analcime che si osservano in qualcuno degli esemplari, e dal minerale compatto su cui sono talvolta piantati. Sono quasi tutti assai minuti, alcuni per altro grossi di qualche millimetro, ma per la esiguità delle facce e la conseguente diffusione delle immagini in un caso, e per le profonde striature che sformano le facce stesse nell'altro, non si prestano affatto a ricerche goniometriche:

(1) *Notizie intorno ad alcuni minerali italiani.* Atti soc. it. sc. nat. vol. XI, 109. 1868.
(2) Pisa 1872-73, vol. II, 253.

« Le Forme osservate sono raccolte nel seguente elenco:
}100{ , }010{ , }110{ , }230{ , }012{ , }023{ , }011{ , (?)}021{ , }052{ , }111{ , }112{
Di queste sarebbero nuove per la località }230{ , }012{ , }023{ , }021{ , }111{ .
La }052{ poi sarebbe nuova per la calcocite in genere.

« I tre cristalli misurati presentavano queste combinazioni:
I. }100{ , }110{ , }230{ , }010{ , }023{ , }011{ , }052{ , }112{ , }111{ .
II. }110{ , }012{ , }011{ , }052{ , }112{ , }111{ fig. 1ª.
III. }110{ , }010{ , }011{ , }052{ , }112{ , }111{ fig. 2ª.

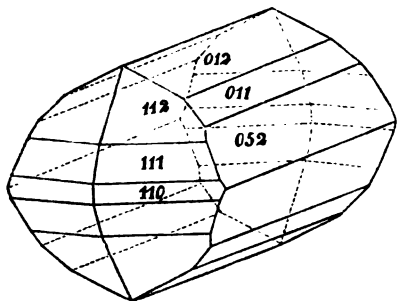
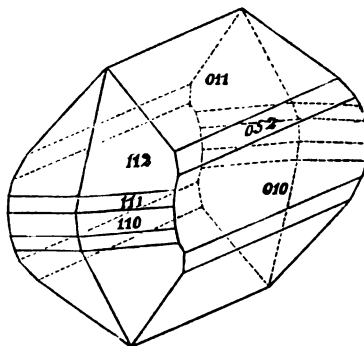



Fig. 1 Fig. 2.

« Dirò ora in breve dell'apparenza delle facce delle singole forme osservate.

« }100{ . Di questa forma potei riscontrare una sola faccetta, che, per la sua poca estensione, dà una immagine alquanto diffusa.

« }010{ . Fu trovata su due cristalli semplici e con una faccia per ciascuno. Una volta era piuttosto ampia. La notai pure, con uno sviluppo relativo notevole per tutti i geminati secondo }011{ , di cui sarà fatto cenno più oltre.

« }110{ . Questo prisma è costante. Nei cristalli semplici le sue facce sono quasi tutte subordinate a quelle delle piramidi }112{ , }111{ ; più sviluppate di queste, per contrario, si mostrano nei geminati secondo }011{ nei quali sono pure sempre presenti.

« }230{ . Venne osservata sopra un solo cristallo e con un'unica faccetta abbastanza brillante.

« }023{ . Trovai questa forma, come la precedente, nel cristallo della combinazione I. Essa si mostra con due facce parallele, al solito, striate. Constatai che stavano nelle zone [010 . 001], [112 : $1\bar{1}\bar{1}$]. Una faccia di questo simbolo ho pure riscontrata sopra uno dei citati gemelli.

« }012{ . Nei cristalli semplici ho notata una sol volta questa forma che nei geminati è costante e precisamente nel cristallo più piccolo rappresentato dalla fig. 1ª, nel quale appare con una sola faccia relativamente estesa e poco striata.

« }011{. Notata in tutti i cristalli semplici con facce sempre molto striate.

« }021{. Come incerta do questa forma della quale incontrai una sola faccia, sopra un gemello, che non mi fu possibile di misurare colle adiacenti facce di piramide. Su (010) e su (012) mi diede questi valori

(021) : (010)	mis.	26°.33′	calc.	27°.16′
(021) : (012)	"	36 .45	"	36 .51

« }052{. Questa nuova forma fu osservata con due facce in tutti e tre i cristalli semplici misurati. Sono poco piane nel cristallo della fig. 2ª, una striata ed una discreta in quello della fig. 1ª, ma, delle due facce del cristallo della combinazione I, una è insolitamente piana e brillante ed è, senza confronto, la migliore di tutte le facce (*o n p*) che ebbi campo di osservare. È ben discernibile ad occhio nudo accanto ad una faccia di }010{, e i valori avuti misurandola colle facce delle piramidi vicine e col prisma }110{, sono abbastanza in accordo coi calcolati. Per questo e per la costanza di questa forma mi sono indotto ad ammettere il nuovo simbolo.

(052) : (111)	mis.	54°. 5′	calc.	53°.57′
(052) : (112)	"	53 .10	"	53 .20
(052) : (110)	"	62 .25	"	62 .17
(052) : (11$\bar{1}$)	"	76 . 0	"	76 .16
(052) : (11$\bar{2}$)	"	87 . 9	"	87 .13
(052) : (010)	"	22 . 3	"	22 .24

Negli altri cristalli ebbi questi valori pure abbastanza buoni

(052) : (111)	mis.	53°.52′	calc.	53°.57′
		54 .13		
(052) : (112)	"	53 .12	"	53 .20
(052) : (010)	"	22 .35	"	22 .24

« }112{. È costante e con facce assai sviluppate e splendenti nei cristalli semplici.

« }111{. Le facce di questa piramide mostrano uno sviluppo variabile anche sullo stesso individuo. Raggiungono, talvolta, ma non oltrepassano mai la estensione di quelle di }112{.

« Ho inoltre trovata una piccola faccetta sul cristallo della I. combinazione, che, come potei assicurarmi, stava esattamente nelle zone [100 . 010], [052 . 11$\bar{1}$], per mezzo delle quali si determina il simbolo }270{ che spetterebbe ad un prisma non ancora osservato nella calcocite. Partendo invece dall'angolo di 34°.42′ che la detta faccetta fa approssimativamente su (110), si calcola, come simbolo più semplice ad essa spettante, }140{. Senonchè per l'angolo (140) : (110) si calcola 36°.33′ e per (270) : (110) si calcola 33°,39′,

con una differenza fra calcolato e trovato di — 0°.53′ in questo caso e di + 1°.51′ nell'altro, meno considerevole, cioè, per (270) : (110).

« Misurandola colle facce della zona [100 . 010], dà un'immagine molto diffusa, invece, nella zona [052 . 11$\bar{1}$], riflette meglio la luce e fornisce una immagine unica, quantunque poco distinta. I valori angolari ottenuti sono i seguenti:

(270) : (111)	mis.	42°.47′	calc.	42°.21′
(270) : (112)	»	54 .53	»	54 .42
(270) : (052)	»	33 .30	»	33 .54

« Inoltre (140) su (111) e (112) darebbe questi valori:

(140) : (111)	calc.	44°.31′
(140) : (112)	»	56 . 7

Se per la faccia in questione si tenesse fermo il simbolo }140{, la }052{, per mezzo delle zone [140 . 11$\bar{1}$], [010 . 100], diventerebbe }031{. Ma per (031) con (110), (112), (140), (010) si hanno questi valori.

(031) : (111)	calc.	55°. 7′
(031) : (112)	»	55 .39
(031) : (140)	»	29 .39
(031) : (010)	»	18 .58

« Per (270) adunque i valori trovati sono quelli che meglio s'accordano coi richiesti dal calcolo, ma essendo essi pochi di numero per una faccia assai piccola, poco brillante e trovata una sol volta, non ho stimato conveniente di mettere questo simbolo, nemmeno come incerto, nell'elenco delle forme osservate.

« Non ho calcolato le costanti del nostro minerale, perchè gli spigoli misurati non presentano quel grado di bontà e di sicurezza che sono desiderabili in questo genere di ricerche. Per il calcolo di controllo degli angoli misurati sono partito dai valori dati dal Miller (1), i quali si trovano anche nel trattato del Dana (2):

$$(110):(100) = 30°.12'.30''$$
$$(011):(001) = 44 . 8$$

dai quali si ricava:

$$a : b : c = 0{,}5822085 : 1 : 0{,}9701962 \; (^3)$$

(1) Phillips, *Introd. to Mineral. by Brooke and Miller.* London 1852, p. 159.

(2) J. D. Dana, *The system of Mineralogy.* VI edit. by Edw. S. Dana, 1892, pag. 55

(3) Nel lavoro di P. Jeremejew: *Krystalle des Kupferglanzes aus den Turjinskischen Kupfergruben auf dem Ural* (Verh. d. k. russ. min. Ges. in J. 1888, St. Peterbs. 1889,

« Gli angoli da me misurati sono riportati nel seguente quadro:

Angoli	Limiti delle osserv.	Osser. media	Calc.	n.
(110):(1$\bar{1}$0)	60°. 1 — 60°.25′	60°.14′	60°.25′	3
(110):(100)	—	30 . 6	30 .12.30	1
(110):(010)	59 .50 — 59 .57	59 .55	59 .47.30	5
(110):(230)	—	11 . 9	10 .55.30	1
(111):(110)	27 . 3 — 27 .32	27 .16	27 .25	5
(111):(112)	18 .13 — 18 .55	18 .37	18 .38	10
(111):(011)	50 .12 — 50 .30	50 .21	50 . 6	2
(111):(1$\bar{1}\bar{1}$)	79 .44 — 79 .48	79 .46	79 .48	2
(111):(023)	—	51 . 8	51 . 1	1
(111):(1$\bar{1}$1)	52 .41 — 53 .37	53 .16	53 . 4	3
(111):(010)	—	63 .53	63 .28	1
(111):(1$\bar{1}$0)	—	63 .45	64 . 0	1
(111):(1$\bar{1}$2)	—	50 .29	50 .32	1
(112):(023)	—	37 .13	37 .26	1
(112):(1$\bar{1}\bar{1}$)	91 .21 — 91 .23	91 .22	91 .34	2
(112):(012)	36 .43 — 36 .47	36 .45	36 .51	2
(112):(1$\bar{1}$2)	—	41°.28′	40°.52′	1
(112):(1$\bar{1}\bar{2}$)	—	106 .28	106 .18	1
(112):(010)	—	69 .41	69 .34	1
(1$\bar{1}$2):(110)	—	69 .40	69 .58	1
(023):(010)	—	57 .19	57 . 6	1
(011):(010)	—	36 .45	36 .51	1

« Sono note per la calcosina tre leggi di geminazione. L'una già conosciuta per questa località, è così esprimibile: piano di geminazione una faccia di }110{. Per la seconda e la terza si ha rispettivamente: piano di geminazione una faccia di }112{ e di }032{.

« Negli esemplari che ebbi a disposizione ho trovato diversi gruppi, la regolarità dei quali mette subito in evidenza che non si tratta di aggruppamenti casuali. Ma, anche quì, le misure erano assai difficili e i risultati poco sicuri a causa dello stato delle facce, o troppo piccole, o troppo striate.

« Tuttavia, su alcuni gruppi di due individui compenetrati a croce cia-

---

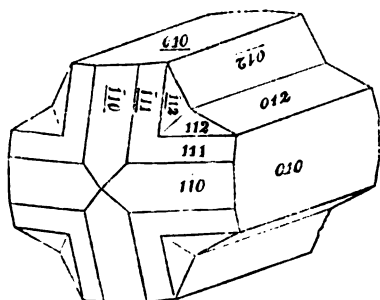
(2) 25, 315-325. — Zeitsch. für Kryst. und Min. 1890, 17, 623), sono dati come fondamentali questi due angoli

$$(110):(1\bar{1}0) = 60°.25'$$
$$(021):(010) = 27\ .12\ .50''$$

dai quali si deduce il rapporto parametrale

$$a:b:c = 0{,}5822085:1:0{,}972315$$

scuno dei quali presentava facce di }110{ e di }010{ abbastanza estese e piane, potei eseguire alcune misure, per le quali il piano di geminazione risulta essere parallelo ad una faccia di }011{.

Fig. 8.

« Tali gemelli sono terminati da una sola parte dell'asse [x], perchè poggiano sulla ganga per una estremità di questo. Ma poichè esso è sempre più o meno inclinato sulla superficie che sostiene il gemello, ne viene che talvolta uno solo, talvolta tutti e due gli individui, sono incompleti da un capo del rispettivo asse [y]. La fig. 3 rappresenta, ridotto a modello, il più perfetto fra i geminati secondo questa legge che ho misurato. Constatai la coincidenza delle zone [010 : 001] nei due individui e i migliori spigoli che mi riuscì di misurare sono i seguenti:

$(010):(\underline{010})$	mis.	88°.26′	calc.	88°.16′
$(010):(\underline{0\bar{1}0})$	»	91 .59	»	91 .44
		91 .48		
$(110):(\underline{\bar{1}10})$	»	41 .21	»	41 . 1
$(110):(\underline{0\bar{1}0})$	»	91 . 5	»	90 .52

« Valori approssimati soltanto ebbi tre le facce }*o n p*{, ma la sufficiente concordanza tra i valori calcolati con quelli trovati per gli angoli fatti dalle facce più piane e brillanti, e la coincidenza di zone di cui è detto di sopra, mi pare che rendano assai probabile l'esistenza di questa nuova legge di geminazione ».

Geologia. — *Sulla geologia dei dintorni di Lagonegro.* Nota preliminare di G. De Lorenzo, presentata dal Corrispondente Fr. Bassani.

« Appoggiandosi indifferentemente sui calcari a noduli di selce, sugli scisti silicei a radiolarie, sul calcare dolomitico a scogliera e sulla dolomite a *Gervilleia exilis*, si stendono in larghe ondulazioni dei calcari grigi, bituminosi, friabili, a volte dolomitici e contenenti intercalate delle masse dolomitiche cariolate, che passano nella parte superiore, senza alcun distacco,

a calcari neri, compatti, bituminosi e marnosi, che si alterano in una massa marnosa giallo-rossastra. Questo complesso inscindibile di calcari grigi e neri bituminosi forma tutte le alture che si trovano lungo il corso del fiume Noce, a cominciare dai monti Nucitu e Jatile, passando per Nizzullo, il Foraporta e le Pertusata fino ad arrivare, verso nord, al fiume Calore. I fossili sono piuttosto rari e anzi nei calcari più bassi, grigi, non ho potuto trovarne tracce; ma nei calcari neri superiori e negli scisti marnosi ad essi intercalati non mancano avanzi organici: i giacimenti fossiliferi più ricchi si trovano al monte Nucitu, nella valle di Nizzullo e sul Foraporta. In essi ho riscontrato le forme seguenti:

Rhynchonella cfr. *fissicostata* Suess, var. *applanata* Zugm.
Rhynchonella curviceps Quenst. sp.
Rhynchonella fascicostata Uhl.
Rhynchonella cfr. *Fraasi* Opp.
Rhynchonella Cartieri Opp. (= *Rhynch. Caroli* Gemm.)
Rhynchonella sp. indet.
Rhynchonella sp. indet.
Rhynchonella sp. indet.
Rhynchonellina cfr. *alpina* Par.
Terebratula punctata Sow. typ.
Terebratula punctata Sow. var. *ovatissima* Quenst.
Terebratula punctata Sow., var. *Andleri* Opp.
Terebratula basilica Opp.
Terebratula Fötterlei Bökh.
Waldheimia Carapezzae Di Stef.
Waldheimia sp. aff. *W. numismalis* Lmk. sp.
Pleurotomaria sp. indet.
Ostrea sp. indet.
Lima sp. indet.
Lima (*Radula*) *Haueri* Stol.
Lima (*Radula*) *succincta* Schloth. sp.
Semipecten cfr. *velatus* d'Orb.
Pecten (*Pseudoamussium*) *Hehlii* d'Orb.
Modiola Gemmellaroi Di Stef.
Arietites sp. indet.
Cidaris sp.
Lepidotus sp.

« Fra alcuni dei brachiopodi dei calcari neri da me mandati a Vienna il dott. Geyer potette constatare la presenza di

Terebratula punctata Sow.
Terebratula basilica Opp.
Rhynchonella cfr. *Fraasi* Opp.

« Questo terreno litologicamente e paleontologicamente è identico al Lias inferiore di Longobucco e Cropalati, ultimamente illustrato da Fucini e Greco, e corrisponde con esattezza ai calcari grigi e neri, che costituiscono la parte superiore del Lias inferiore di Taormina, il quale, dopo le belle ricerche di Di Stefano, può servire benissimo come terreno tipico di paragone. Questa importante plaga di calcari a brachiopodi, che, con i medesimi caratteri di facies si ripete in Sicilia e nell'Italia meridionale, può considerarsi come omotaxiale dei calcari di Hierlatz e, al pari di questi, ritenersi come equivalente, secondo le ultime idee di Oppel, alle quattro zone dello

Arietites raricostatus
Oxynoticeras oxynotum
Arietites obtusus
Pentacrinus tuberculatus.

« Appoggiati ordinariamente su questi calcari grigi e neri del Lias inferiore, ma non raramente anche sui terreni del Trias superiore, si trovano dei calcari grigi, affumicati, compatti, in strati potenti, zeppi a volte di rudiste, fra cui alcune forme ricordano la

Sphaerulites Blumenbachi Stud. sp.

e contenenti anche una piccola *Requienia*, non rassomigliante ad alcuna delle forme descritte. Questi calcari possono riguardarsi come la continuazione orizzontale dei calcari della penisola di Sorrento, nei cui interstrati marnosi oltre alla *Orbitolina lenticularis* e alla *Orbitolina conoidea* si trovano anche

Neithea atava Röm.
Neithea Morrisi d'Orb.

e le cui forme di rudiste e di chamacee sono perfettamente identiche a quelle contenute nei calcari del Lagonegrese. Tanto gli uni che gli altri possono ritenersi come equivalenti ai calcari con *Toucasia carinata* delle Puglie, ultimamente descritti da Di Stefano, e a quelli, già noti, di Sicilia: tutti apparterrebbero alla parte superiore dell'*Urgoniano* nel senso datogli da d'Orbigny.

« Nel fondo delle valli, o strozzato nelle pieghe strette sinclinali, si trova un complesso di argille scagliose, scisti argillosi, grés silicei, arenarie grossolane e calcari marnosi, in mezzo a cui, alla confluenza del Vajeto col Serra, a Mascilimiero e a Petinachiana, si trovano dei calcari nummulitici e orbitoidici in proporzioni molto ridotte. Il prof. Tellini, che ringrazio sentitamente, ha potuto riscontrare in alcuni frammenti di tale calcare

Nummulites subdiscorbina de la H.
Nummulites Guettardi d'Arch.
Nummulites variolaria C. de Sow. ?

Nummulites sp. del gruppo della *N. Tchihatcheffi* d'Arch.
Orbitoides papyracea Boubée
Operculina subcomplanata Tell.
Operculina ammonea Leym.
Alveolina sp.

Tale complessso di terreni si deve quindi assegnare al Bartoniano, che si presenta in Sicilia con i medesimi caratteri litologici e paleontologici.

« Finalmente, il Postpliocene è rappresentato dai potenti depositi glaciali, già da me descritti, del gruppo montuoso del Sirino, dai materiali di alluvione, che si trovano a Vallone Siccu e nel punto in cui sorge la stazione ferroviaria, e dai conglomerati formatisi *in situ*, che si trovano un po' da per tutto nel fondo delle valli o lungo i fianchi dei monti. A Nizzullo si forma tuttora un piccolo banco di travertino ».

Fisica terrestre. — *Sopra i microfoni nella sismologia.* Nota del dott. A. Cancani, presentata a nome del Corrispondente Tacchini.

Magnetismo terrestre. — *Sopra alcune notevoli roccie magnetiche trovate nelle vicinanze di Rocca di Papa.* Nota del dott. A. Cancani, presentata a nome del Corrispondente Tacchini.

Geologia. — *La comunicazione sotterranea fra il canale d'Arni e la Pollaccia nelle Alpi Apuane dimostrata mediante l'uranina.* Nota del dott. G. de Agostini e di O. Marinelli, presentata a nome del Corrispondente Bassani.

Geologia. — *Sulla origine dei tufi vulcanici al nord di Roma.* Nota dell'ing. E. Clerici, presentata a nome del Socio Capellini.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 1° aprile 1894.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Biologia. — *Nuove osservazioni sul protoplasma.* Nota del Socio S. Trinchese.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Astronomia. — *Osservazioni della nuova cometa Denning.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

« Una modesta cometa fu scoperta il 26 marzo a Bristol dall'astronomo Denning. L'astro è poco lucido, nucleo non ben distinto di 12^{ma}, altri puntini meno lucidi gli stanno appresso, nebulosità verso sud di circa 3′.

« Le mie osservazioni all'equatoriale di $0.^{m}25$ sono le seguenti:

1894 marzo 28 $9^{h}11^{m}36^{s}$ t. m. di Roma C. R.
Ascensione retta apparente della cometa $10^{h}1^{m}54^{s},58$ ($8.754\,n$)
Declinazione boreale apparente $31°9'33''.0$ (0.215).

1894 marzo 29 $9^{h}10^{m}40^{s}$ t. m. di Roma C. R.
Ascensione retta apparente della cometa $10^{h}5^{m}30^{s}.01$ ($8.761\,n$)
Declinazione boreale apparente $30°36'25''.5$ (0.236) ».

Matematica. — *I numeri di Grassmann in Geometria intrinseca.* Nota di E. CESARÒ, presentata a nome del Socio F. SIACCI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sul magnetismo dei cilindri di ferro.* Nota di M. ASCOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

« 8. La questione trattata nelle Note precedenti [1] mi indusse ad eseguire qualche nuova esperienza, che conferma pienamente le mie considerazioni e di cui qui riferisco i risultati.

« Prima però torna a proposito una osservazione intorno ad un articolo del sig. Ernst Schulz pubblicato nell'*Elektrotechnische Zeitschrift* dell'8 febbraio, e che ho letto dopo la presentazione delle Note precedenti. Ho mostrato in queste (§ 3 e 6) come il vantaggio di sostituire nelle dinamo nuclei cavi ai pieni non poteva sussistere; le esperienze del sig. Schulz confermano pienamente tale mia asserzione; ma non posso accordarmi quanto alla spiegazione del fatto, ossia del disaccordo colle previsioni del sig. Grotrian. Il sig. Schulz crede che la ragione stia nella diversa lunghezza dei nuclei relativamente al diametro; i cilindri del sig. Grotrian sono lunghi, quelli delle dinamo sono molto più corti. Secondo me, la ragione è opposta; il fatto o meglio l'apparenza osservata dal sig. Grotrian dipende dall'aver adoperato cilindri troppo corti; nelle dinamo i nuclei sono corti, ma il circuito magnetico è chiuso in sè stesso; è notissimo che un anello di metallo equivale magneticamente ad un cilindro infinitamente lungo; nelle dinamo il circuito non è così perfetto come in un anello, ma lo è di gran lunga più che in un cilindro lungo tre volte il diametro. Ho già esposto le ragioni di questa interpretazione; la dimostrazione sperimentale e decisiva è data nelle pagine seguenti.

« Ho fatto tre serie di esperienze. Nella prima ho confrontato il magnetismo di un cilindro cavo con quello di uno pieno di ugual sezione e lunghezza, estendendo lo studio a diverse lunghezze.

« Nella seconda ho ripetuto il medesimo confronto per tubi di diverso spessore di parete.

« Nella terza ho trattato direttamente la questione della distribuzione del magnetismo indotto nell'interno di un cilindro di ferro.

« In questa Nota riferisco sulle prime due.

[1] Nel fascicolo di marzo dei Wied. Ann. il sign. Du Bois pubblica osservazioni analoghe a quelle contenute nelle mie Note, presentate il 18 febbraio.

« 9. *Materiale.* I cilindri pieni e vuoti esaminati sono formati di fili di ferro sottili (diametro cm. 0,097) legati strettamente tra loro. Ho già osservato al § 2 come le differenze magnetiche tra corpi così costituiti e corpi compatti siano trascurabili per ricerche di questo genere. Per formare i tubi o cilindri vuoti, sopra un cilindro di legno o una canna di vetro di diametro uguale al diametro interno del tubo da formarsi, infilavo due o più anelli di caoutchouc, e sotto questi facevo passare i fili, uno per volta, parallelamente all'asse del cilindro fino a coprire con uno strato di essi tutta la superficie; al di sopra di questo primo strato ne collocavo uno secondo, un terzo, un quarto, a seconda dei casi. Così risultava un bellissimo tubo compatto che, per i maggiori spessori, avrebbe anche potuto esser sfilato dal cilindro di legno senza sfasciarsi. Con questo metodo si può con tutta facilità scomporre e ricomporre *coll'identico materiale* tubi e cilindri cavi e pieni; riunendo p. e. tra loro tutti i fili formanti un tubo si ha un cilindro pieno dello stesso materiale e della stessa sezione metallica. Questa inoltre, senza bisogno di alcuna misura si può ritenere molto approssimativamente proporzionale al numero dei fili. I fili sono sempre in gran numero e tratti tutti dalla medesima matassa; perciò le piccole differenze magnetiche che possono esistere tra l'uno e l'altro tendono a compensarsi, ciò risulta dalle molte esperienze da me eseguite su tali corpi sia in questo studio sia altrove (1).

« 10. *Metodo.* Ho adottato il metodo balistico, colle disposizioni generali già citate nel § 2. La spirale magnetizzante era lunga cm. 30,5 e portava 44 spire per centimetro; il suo campo, senza nucleo, si poteva ritenere per buon tratto uniforme. Al centro di ciascun cilindro era collocata una spirale indotta congiunta col galvanometro balistico; questa era per lo più avvolta sopra il cilindro stesso, talvolta invece sopra un tubo di vetro nel quale il cilindro si introduceva. La deviazione balistica era sempre ottenuta mediante l'inversione della corrente primaria data da 30 elementi Daniell in serie di debolissima resistenza (circa ohm. 0,4 per elemento). L'inversione era sempre ripetuta due volte in senso opposto; il risultato è la media delle due letture, sempre concordanti quando si adottino le precauzioni descritte nella Nota citata al § 2. Le spirali indotte erano composte di filo di rame isolato del diametro metallico di cm. 0,03; quelle adoperate nelle due prime serie di esperienze erano composte di 32 spire sopra due strati, quelle della terza di 20 spire sopra un solo strato. La loro resistenza era piccolissima (circa ohm. 0,4) rispetto a quella totale del circuito secondario (circa 417 ohm.) per modo che bastava che le loro lunghezze fossero approssimativamente uguali, per poter ritenere costante la resistenza totale.

« I numeri che si riferiscono alla terza serie furono tutti moltiplicati pel rapporto $\frac{32}{20}$ per renderli senz'altro confrontabili con quelli delle altre

(1) V. *L'Elettricista* 1893, pag. 138 e 201.

due. Inoltre, siccome nei diversi casi, per ridurre le deviazioni nei giusti limiti, era necessario introdurre delle resistenze nel circuito indotto (fino a 2000 ohm.), si son ridotti tutti i numeri alla resistenza minima, dividendoli per rapporto tra questa e la totale.

« Ho anche determinato approssimatamente il coefficiente di riduzione in misura assoluta cgs. nel modo già indicato al § 2; questo coefficiente è 3.86 per la I e II serie, 16.54 per la III. Ho però creduto inutile di fare tale riduzione nelle tabelle riportate in seguito.

« Le misure furono fatte tutte al centro del nucleo; per uno studio più completo sarebbe necessario eseguirle anche in diversi punti della lunghezza; ma pel nostro scopo bastano quelle fatte.

« 11. *Correzione pel campo*. La deviazione balistica dà il flusso totale passante attraverso l'elica secondaria. Ossia, se indichiamo con S' la sezione di questa, con S quella del ferro, con I il valor *medio* dell'intensità magnetica in questa sezione, con B quello dell'induzione magnetica e con H quello della forza magnetizzante, la detta deviazione misura $4\pi\,IS + HS'$, oppure, essendo $B = 4\pi I + H$, $BS + H(S - S')$. Quindi, se si vuol misurare B, dalla quantità esservata si deve sottrarre il termine $H(S - S')$, se si vuol misurare I, il termine HS'. Ma, nell'un caso e nell'altro, H deve essere il valor medio della f. m. *vera*, non quello della primitiva, cioè di quella che si ha nel rocchetto senza nucleo. Perciò, se per H si prendesse la forza calcolata colle formole valevoli per un rocchetto senza nucleo, cioè per HS' il valore ottenuto al galvanometro balistico quando si tolga il nucleo e si lasci la stessa elica indotta, si commetterebbe un errore, che, nel caso di nuclei corti come il nostro, sarebbe gravissimo. Per la medesima ragione non è giusto di sottrarre dal momento magnetico di un elettro-magnete, quello dell'elica magnetizzante senza nucleo, per ottenere quello del solo ferro; quando il ferro è introdotto, l'elica magnetizzante primitiva, per così dire, non esiste più; ne esiste una affatto diversa.

« Per determinare la correzione $H(S - S')$ ho proceduto nel modo seguente. Anzitutto ho determinato la deviazione balistica data da un'elica uguale a quelle adoperate nelle esperienze, ma senza nucleo; il valore della deviazione, ridotto come ho detto sopra, è, in parti della scala 44.4; senza nucleo, tale valore sarebbe esattamente proporzionale all'area dell'elica. Il diametro di questa era di cm. 2,24. Per eliche aventi i diametri uguali a quelli del vuoto interno dei tubi (tenuto conto dello spessore del filo formante l'elica), cioè cm.:

1.59 1.76 1.94 2.11

si avrebbero avute le deviazioni:

22.1 27.4 33.3 39.4

ottenute dalla precedente moltiplicandola pel rapporto dei quadrati dei diametri.

Tutto ciò coll'inversione di una corrente primaria di amp. 1.10, cioè in un campo di 64.16 c. g. s.

« Ho poi determinato direttamente il flusso passante nel vuoto interno dei diversi tubi, avvolgendo un'elica indotta uguale alla precedente sopra i cilindri di legno formanti il vuoto stesso, e costruendo sopra all'elica stessa i tubi nel modo detto al § 9. Colla medesima corrente ho trovato pel primo e l'ultimo tubo della lunghezza di 10 cm. i valori

1.4 e 4.5

che danno la correzione esatta da farsi alle letture per ottenere il valore di BS. Come si vede la correzione è ridotta da 22.1 a 1.4 e da 39.4 a 4.5 ed è diventata quasi insensibile rispetto ai valori che darò in seguito. Per ottenere I, si dovrebbe sottrarre anche la parte HS'; questa per i nuclei pieni si dedurrebbe nel modo detto al § 5 e sarebbe piccolissima; per i vuoti non si può dedurla che approssimatamente, ritenendo che il suo valore stia a quello relativo ad un cilindro pieno di ugual lunghezza e sezione metallica come stanno fra di loro le intensità magnetiche indotte da una stessa corrente nei due corpi. Il rapporto tra queste si ottiene dai numeri della prima serie, non corretti. Tale correzione però nella massima parte dei casi è trascurabile ed a ogni modo non può avere nessuna influenza sull'indole dei risultati.

« 12. *I Serie.* Ho mostrato (§ 2), e mostrerò direttamente più innanzi, come una serie di tubi di diversa sezione metallica si comporti in modo analogo ad una serie di cilindri pieni di ugual sezione. Ma non vi può essere identità di andamento, perchè la reazione di un corpo indotto sul campo induttore non dipende solo dalla sezione ma anche dalla forma del corpo. Ma al diminuire di questa reazione anche tale differenza diminuirà, tendendo ad annullarsi insieme alla reazione stessa che ne è la causa. La reazione diminuisce all'aumentare della lunghezza del nucleo in rapporto al diametro; si può dunque prevedere che diminuirà anche la differenza tra il magnetismo di un tubo e di un cilindro pieno di ugual sezione metallica, e che, per corpi molto lunghi, la differenza sarà nulla. Nella I serie di esperienze ho esaminati 4 tubi formati, nel modo detto sopra, di un solo strato di fili di ferro tutti dello stesso diametro esterno e composti tutti di 67 fili, ma di diverse lunghezze, cioè di cm. 6.5, 10, 20, 30. Dopo eseguita la misura sopra ciascun tubo, riunivo i medesimi 67 fili in un fascio cilindrico che sottoponevo a misura con un'elica indotta uguale; era così assicurata l'uguaglianza perfetta della sostanza e della sezione dei due corpi confrontati. Il diametro metallico dei cilindri risultava di 8 mm. e la loro lunghezza relativa al diametro stesso 8.1, 12.5, 25.0, 37.5. Su ciascun corpo ho sperimentato con 5 correnti magnetizzanti diverse.

« I risultati sono raccolti nella tabella VII.

TABELLA VII.

	$l = 6.5$					$l = 10$				
i	T	C	T′	C′	$\frac{T'}{C'}$	T	C	T′	C′	$\frac{T'}{C'}$
0.010	37.1	23.2	36.0	22.5	1.60	56.7	37.5	55.5	36.7	1.51
0.025	100.9	60.1	99.3	59.2	1.68	165.1	101.8	163.3	100.7	1.62
0.050	217.3	124.4	215.0	213 7	1.75	368.8	219.0	366.3	364.8	1 68
0.080	357.7	202.9	354.2	352.2	1.76	601.4	361.3	597.8	595.6	1.66
0.110	496.9	281.4	492.4	489.9	1.77	834.0	506.0	829.5	826.7	1.65

	$l = 20$					$l = 30$				
i	T	C	T′	C′	$\frac{T'}{C'}$	T	C	T′	C′	$\frac{T'}{C'}$
0.010	109.1	75.8	101.0	70.4	1.47	222.6	165.8	204.4	151.8	1.34
0.025	372.0	—	360.0	—	—	752.3	542.5	729.3	522.5	1.39
0.050	842.3	576.8	837.2	832.1	1.46	1326.0	1133.0	1292.4	1105.0	1.17
0.080	1330.0	—	1312.0	—	—	1440 0	1410.0	1402.5	1376.0	1.02
0.110	1480.0	1273.5	1458.4	1255.5	1.16	1496.0	1484.0	1456.0	1416.0	1.02

Coefficienti di riduzione in misura assoluta: per le f. m. 58.3 per il flusso 3.86.

« Nella colonna i sono scritte le intensità in unità assolute c. g. s., T e C sono i numeri osservati, e già ridotti nel modo detto al § 10; il primo si riferisce ai tubi, il secondo ai fasci cilindricî di ugual sezione e lunghezza; T′ e C′ sono gli stessi valori corretti come è detto al § precedente. È facile vedere che, facendo o trascurando queste correzioni, il risultato non varia; perciò l'approssimazione con cui queste sono determinate è sufficente. Nelle colonne $\frac{T'}{C'}$ sono scritti i rapporti. Per tutte le intensità la e specialmente per le maggiori, questi rapporti al crescere della lunghezza, tendono manifestemente verso l'unità. Così si verifica in modo chiarissimo che il magnetismo dei tubi e quello dei cilindri di ugual sezione tendono a diventare uguali al crescere della lunghezza cioè al diminuire della reazione. Se, specie per le intensità minori, anche per $l = 30$ cioè $\frac{l}{d} = 37.5$ non si è ancora molto vicini all'uguaglianza (il rapporto $\frac{T'}{C'}$ è 1.34), ciò è dovuto al fatto che per tale lunghezza

la reazione è ancora molto grande; infatti dalle linee del § 5 si deduce che la f. m. dal valore è ridotta nel rapporto di 10 e 3.3 circa. E pur naturale che per le maggiori intensità il rapporto $\frac{T'}{C'}$ tenda più rapidamente all'unità, perchè l'intensità magnetica tende al valor di saturazione.

« Dimostrato così che la differenza magnetica tra tubi e cilindri pieni, dipende dalla diversa reazione sul campo, e che tende ad annullarsi quando questa si annulli, segue che lo stesso risultato si otterrà diminuendo la reazione in altro modo, come ad esempio foggiando il nucleo a circuito chiuso o quasi chiuso come nelle dinamo. La dimostrazione sperimentale di questa conseguenza si può ritenere contenuta nelle esperienze sopra citate del sig. Schulz (v. § 8). Sarebbe facile dimostrare anche direttamente che il circuito di una dinamo equivale ad un cilindro di lunghezza molto considerevole rispetto al diametro, sebbene i nuclei degli elettro-magneti sieno molto corti [1].

« 13. *II Serie.* Nella serie precedente la notevole differenza tra il magnetismo dei tubi e dei cilindri di piccola lunghezza è spiegata dalla piccolezza dello spessore della parete del tubo rispetto al diametro del cilindro. È naturale che adoperando tubi di maggior spessore ed uguale diametro esterno, la differenza diminuirà. Ho fatto qualche esperienza con 4 tubi diversi formati di 1, 2, 3 e 4 strati di fili. Ne raccolgo i risultati nella tabella VII, anche perchè con queste esperienze vengono ripetute, sotto altra forma, quelle del sig. Grotrian. Alle esperienze sui 4 tubi nella tabella sono aggiunte quelle sopra un cilindro pieno, di uguale diametro esterno, formato anch'esso con fili di ferro. Tutti i cilindri sono lunghi 10 cm. ed hanno il diametro esterno di 2,24; i dati circa il cilindro pieno sono ricavati dalla III serie di cui riferirò in seguito. In questa si ripetono anche le misure sopra i quattro tubi formati con altrettanti fili. Nella tabella VII sono scritte le medie dei valori ottenuti. Per mostrare la esattezza delle misure, riporto i valori delle due serie fatte sul tubo di 4 strati, ossia di 230 fili:

	$i =$ 0.110	0.080	0.050	0.025	0.010
II serie	871.0	626.0	385.0	185.7	71.2
III »	879.0	629.0	386.0	185.7	71.2
medie	875.0	627.5	385.5	185.7	71.2

La concordanza è perfetta, quando si consideri che tra l'una e l'altra serie il tubo fu sfasciato e rifatto con altri fili. Pel cilindro pieno (377 fili) ho 4 misure altrettanto concordanti.

(1) In alcune esperienze sopra una piccola dinamo coi nuclei lunghi 2 diametri, ho trovato un circuito magnetico equivalente a quello di un cilindro di 20 diametri circa.

« La correzione rispetto al campo (v. § 11) è sempre piccolissima, il suo massimo valore, quello pel tubo di 4 strati, è, per le solite 5 correnti:

2.8 2.2 1.5 1.1 0.8.

Sebbene senza effetto, nei numeri della tabella VII ne è tenuto conto.

TABELLA VIII.

Cilindri cavi.						
s	*f*	0.010	0.025	0.050	0.080	0.110
1	66	55.7	163.1	361.5	594	824
2	127	64.1	176.7	377.8	618	860
3	185	68.2	181.3	383.1	626	870
4	230	70 8	185.1	384.8	627	874
pieno	377	73.6	187.3	382.5	619	855
Cilindri pieni.						
	66	37.0	102.3	219.2	358.5	497.9
	127	47.4	125.5	262.2	428.7	592.5
	185	52.9	141.1	293 2	478.5	664.9
	230	59.9	155.9	320.3	519.6	724.3
	377	73.6	187.3	382.5	619.5	855.0

Coefficiente di riduzione in misura assoluta: per le f. m. 58 3 per il flusso 3.86.

« I rapporti delle sezioni sono quelli dei numeri *f* di fili. Nella seguente tabella sono raccolti i rapporti tra i numeri ottenuti pei tubi e pei cilindri di ugual sezione.

1.	1.50	1.59	1.64	1.65	1.66
2.	1.35	1.56	1.43	1.43	1.45
3.	1.28	1.28	1.29	1.30	1.31
4.	1.18	1.22	1.20	1.20	1.20
pieno	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

« Al crescere dello spessore della parete questi rapporti tendono rapidamente all'unità, come era da prevedersi. Si comprende perciò che se si ripetessero le esperienze della I serie con maggiori spessori della parete, i rapporti $\frac{T'}{C'}$ della tabella VII si accosterebbero molto più rapidamente all'unità.

« I dati relativi ai tubi dimostrano a evidenza la piccolezza dell'aumento del magnetismo all'aumentare della sezione; anzi risulta che, passando dai tubi al cilindro pieno, si ha una diminuzione invece che un aumento. Questo fatto, inesplicabile con l'ipotesi del Grotran, si spiega benessimo ammettendo che il grande aumente della reazione non sia compensato dall'aumento relativamente minore della sezione.

« Ma i dati relativi ai cilindri pieni mostrano un andamento analogo, sebbene meno spiccato; l'aggiunta di strati superficiali va producendo nel flusso aumenti man mano decrescenti e sempre assai minori di quello che vorrebbe il rapporto delle sezioni. Dal primo all'ultimo cilindro pieno, la sezione varia nel rapporto di 1 a 6 circa; mentre il flusso non arriva mai a raddoppiare, specie poi per le intensità maggiori esaminate.

« Se dalle esperienze sui tubi si potesse concludere che il magnetismo è tutto concentrato negli strati superficiali di un cilindro, da quelle sui cilindri pieni si verrebbe dunque, come ho osservato al § 2, alla conclusione opposta, cioè che il magnetismo è concentrato specialmente nelle regioni più interne. La contraddizione è eliminata dalla esposta interpretazione del fenomeno ».

Fisica. — *Sull'assorbimento dei raggi di forza elettrica nei conduttori* [1]. Nota di A. Garbasso, presentata dal Corrispondente Naccari.

« Si sa che il procedimento seguito da Maxwell nell'edificare la sua teoria, una volta introdotto il concetto di spostamento dielettrico, fu quello di estendere ai dielettrici, convenientemente generalizzate, alcune proprietà dei metalli: ora è successo questo fatto curioso che, mentre pel caso dei corpi non conduttori la teoria si è verificata nel modo più completo, per ciò che riguarda i metalli essa si trova, apparentemente, in difetto.

« Uno studio particolarmente interessante dal punto di vista teorico è quello delle proprietà ottiche dei metalli: l'importanza di queste ricerche dipende da ciò che nelle diverse serie di fenomeni elettromagnetici che conosciamo è questa la sola, o quasi, in cui la forza elettrica entra nelle equazioni per sè e per la sua derivata, in altri termini le correnti di conduzione e quelle di spostamento hanno qui dei valori paragonabili.

« Quando si introduce nelle equazioni il termine che corrisponde alla corrente di conduzione, esse non sono più integrabili con funzioni circolari, bensì con espressioni della forma

$$e^{-as} \sin b(s - \mathrm{V}t); \qquad (*)$$

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica dell'Università di Bonn.

nel linguaggio della fisica ciò vuol dire, che, essendo la sostanza che si studia conduttrice, gli spostamenti tendono a dissiparsi e quindi l'onda si va mano a mano smorzando.

« Ora, sia che, come Maxwell ha fatto, si impieghi per determinare il coefficiente d'assorbimento una sola delle due equazioni a cui la teoria conduce, attribuendo all'indice di rifrazione il valore sperimentale, sia che, come propriamente si deve fare (1), si adoperino le due equazioni per calcolare le due incognite, i valori che s'ottengono sono estremamente differenti da quelli che fornisce l'esperienza diretta (sulle onde luminose).

« Ma per il caso della luce il disaccordo fra teoria ed esperienza non deve sorprendere; possiamo ormai affermare con sicurezza che le molecole dei corpi devono esercitare delle azioni perturbatrici sulla propagazione di onde il cui periodo di vibrazione è prossimo a quello delle molecole stesse.

« Sono azioni del genere di quelle che io trovai essere esercitate da un sistema di risonatori che si colloca sul cammino di un raggio di forza elettrica (2); provai infatti che, con opportune disposizioni, si possono imitare alcuni dei fenomeni ottici a cui dà luogo la presenza della materia ponderale, la riflessione, p. es., e l'assorbimento elettivo.

« In realtà si devono distinguere due maniere particolari d'assorbimento, che si potrebbero chiamare assorbimento *per conduzione* e assorbimento per *risonanza* (3).

« Il comportamento dei metalli rispetto alla luce sembra indicare che in questo caso l'assorbimento per conduzione è trascurabile rispetto all'altro, si trova infatti che variazioni anche notevoli nella resistenza danno luogo a variazioni o nulle o appena sensibili nell'assorbimento (4).

« Se l'assorbimento per conduzione è trascurabile nel caso delle onde luminose, lo sarà a maggior ragione quando si tratti di onde molto più rapide di quelle visibili; ma in questo caso anche l'azione delle molecole come risonatori sarà notevolmente minore e però le onde brevissime passeranno dove le onde luminose non possono passare.

« Ammesso che, come sembra si possa dedurre da un'esperienza di Lenard (5), i raggi catodici siano costituiti da onde estremamente più corte di

(1) Cfr. E. Cohn, Wied. Ann. XLV, 1892.

(2) A. Garbasso, Atti Acc. di Torino. XXVIII, 1893.

(3) Dal nostro punto di vista non riesce incomprensibile, come è parso a V. Bjerknes (Wied. Ann. 1893), il fatto che l'assorbimento della luce in diversi metalli cresce con la lunghezza d'onda mentre i raggi rossi sembrano più vicini che i violetti alle condizioni contemplate dalla teoria: ciò prova soltanto che per quei metalli il periodo di vibrazione principale corrisponde ad un raggio rosso od ultrarosso.

(4) P. Drude, Wied. Ann. XXXIX, 1890 e XLII, 1891. — G. B. Rizzo, Il Nuovo Cimento (3). XXXV, 1894.

(5) P. Lenard, Wied. Ann. LI, 1894.

quelle luminose, la conclusione che ho tratto or ora, si può considerare verificata dall'esperienza. Si sa infatti che Hertz (1) e, indipendentemente da lui, Wiedemann ed Ebert (2) hanno trovato che i metalli sono ancora trasparenti pei raggi catodici in lastre di notevole spessore.

« Per onde elettromagnetiche molto più lunghe di quelle visibili come sono quelle dei raggi di forza elettrica d'Hertz l'assorbimento per risonanza sarà trascurabile rispetto a quello per conduzione, ma nemmeno qui si potrà pretendere che i risultati sperimentali vadano perfettamente d'accordo coi teorici perchè ammettere le formole di Maxwell è ammettere la legge d'Ohm e v'è ragione di dubitare se essa valga per correnti così rapidamente alternate.

« Esperienze su questo argomento che si possano paragonare fino ad un certo punto con quelle che si fanno in ottica, sono dovute ad Hertz (3).

« Hertz produceva delle ondulazioni lungo un filo metallico, che ad un certo punto offriva un'interruzioni in modo che vi potesse scoccare una scintilla; il filo passava dentro un tubo argentato alle estremità del quale era metallicamente riunito. Ora Hertz trovava, che comparivano scintille nell'intervallo malgrado la presenza del tubo argentato solamente quando lo strato metallico era sottilissimo, tanto da non essere più interamente opaco per la luce.

« Si può concludere di qui che l'assorbimento esercitato dai metalli sulle ondulazioni elettriche è dell'ordine di quello che essi esercitano sulla luce.

« Ma l'esperienza di Hertz non è direttamente paragonabile con quelle che si fanno in ottica perchè qui la forza elettrica è perpendicolare alla superficie in cui penetra, nel caso dell'ottica è parallela perchè si impiega sempre l'incidenza normale; la disposizione adottata da Hertz si può considerare identica al caso dell'incidenza radente quando la vibrazione è perpendicolare alla superficie riflettente, ma in tal caso non sappiamo fino a quali profondità penetri nel secondo mezzo il movimento luminoso.

« Ho pensato di fare coi raggi di forza elettrica proprio la stessa esperienza che si fa con la luce. Come si vedrà i risultati non sono molto differenti da quelli d'Hertz.

« Per facilitare la preparazione degli strati metallici ho adoperato da principio delle onde molto corte.

« Il primario era simile a quello che adoperò il prof. Righi (4). Nelle due pareti più grandi di una cassetta di legno di 2. 5. 6 cm., press'a poco nel mezzo sono praticati due fori e in questi sono assicurate con ceralacca due palline d'ottone di cm. 1,3 di diametro. L'intervallo di scarica fra le due palline era di due o tre millimetri; la cassetta si riempiva d'olio; esterior-

(1) H. Hertz, Wied. Ann. XLV, 1892.
(2) E. Wiedemann und H. Ebert, Sitzber. phys. Ges. Erlangen 1891.
(3) H. Hertz, Wied. Ann. XXXVII, 1889.
(4) A. Righi, Rend. Acc. dei Lincei. II, 1893.

mente due altre palline uguali alle prime, unite con fili ai poli di una piccola macchina d'Holtz a due dischi servivano a scaricare il primario, le due scintille esterne erano lunghe poco meno di un centimetro.

« Il risonatore era costruito esattamente secondo le norme indicate dal Righi; le condizioni erano tali che, tenendo i due conduttori senza specchi le scintille indotte erano ancora visibili a 20 cm. di distanza dal primario.

« Per le esperienze primario e secondario, orizzontali entrambi, erano fissati sopra un'assicella: la distanza fra la scintilla inducente e la indotta era 7 cm. circa; uno schermo di cartone interposto fra i due conduttori permetteva di osservare la scintilla indotta più comodamente.

« Lo strato metallico che adoperai, era d'argento, deposto sopra una lastra di vetro da specchi di 11 cm. per 16 col metodo di Martin; benchè nettamente specchiante, era sottilissimo, azzurro pallido per trasparenza.

« Ora si trova che, mentre una tavola di legno di 3 cm. e mezzo di spessore non ha effetto sensibile sulla scintilla indotta, e una lastra di vetro di più di due cm. la indebolisce appena, lo strato metallico testè descritto la sopprime quasi completamente.

« Questa esperienza basta per provare che il potere assorbente dei metalli par i raggi di forza elettrica non è molto minore del potere assorbente per la luce come si potrebbe supporre.

« La stessa cosa si può vedere anche in un altro modo. Se le onde d'Hertz potessero penetrare ad una certa profondità nel metallo, il potere riflettente di strati sottilissimi dovrebbe essere molto minore di quello posseduto da lastre di un certo spessore, ma non è così: lo strato d'argento di cui ho parlato più innanzi basta per produrre l'onda stazionaria, il primo nodo almeno è nettamente osservabile. L'esperienza riesce particolarmente elegante, perchè si può osservare l'onda stazionaria stando dietro lo specchio; se si colloca questo a un paio di cm. dal risonatore si veggono distintamente attraverso lo strato metallico le scintille indotte, avvicinando lo specchio al risonatore esse si vanno man mano affievolendo finchè cessano del tutto.

« Le esperienze descritte non sono però sufficienti per conchiudere che l'assorbimento nel caso delle onde d'Hertz sia più grande che nel caso delle onde luminose; noi diciamo che uno strato metallico è molto trasparente se trasmette p. e. la metà della luce incidente, e pure un risonatore non molto sensibile si può benissimo spegnere del tutto quando la radiazione che lo eccitava è ridotta a metà.

« La questione si può sciogliere solamente facendo delle misure: ora l'apparecchio del Righi nelle condizioni in cui lo avevo io, eccitato da una piccola Holtz girata a mano, non si prestava a ricerche quantitative; mi sono dunque deciso ad impiegare apparecchi di dimensioni maggiori.

« Ho adoperato due specchi d'Hertz con primario e secondario identico

a quelli descritti nella Memoria *Ueber Strahlen elektrischer Kraft,* alti un metro, larghi un metro e venti cm., profondi settantadue cm.; la distanza fra i due conduttori era ordinariamente due metri e mezzo.

« Ho incontrato una certa difficoltà nel preparare delle lastre argentate di dimensioni un po' grandi; dopo alcuni tentativi ho proceduto sempre come segue.

« Prendevo due lastre di vetro rettangolari, uguale ciascuno in superficie alla metà dello strato che volevo ottenere, le collocavo una sull'altra e interponendo qualche pezzetto di vetro le tenevo parallele ad un paio di mm., di distanza; quindi con un mastice di cera e colofonia congiungevo da tre lati gli orli affacciati delle due lastre, in modo da ottenere una specie di recipiente prismatico.

« Tenevo questo recipiente con le faccie grandi verticali, con la bocca all'in su e lo riempivo col liquido per argentare. Ho adoperato sempre la soluzione di Martin: aggiungevo in eccesso il liquido riducente quando volevo una lastra molto sottile.

« Una volta terminata l'argentatura rompevo il mastice, staccavo le lastre e le collocavo l'una accanto all'altra in uno stesso piano; quelle che ho adoperato nelle esperienze erano munite di un telaio di legno.

« Di tutti i mezzi proposti per misurare la radiazione elettromagnetica il più semplice è quello indicato dal prof. Righi (1); disgraziatamente non lo potei impiegare, perchè i miei specchi non erano forniti di un asse intorno a cui potessero ruotare; ho adoperato invece un procedimento, suggeritomi da quello del Righi, e che si fonda sulle proprietà dei reticoli metallici.

« Suppongo che eccitatore e risonatore siano tenuti verticali, indico con A l'ampiezza dell'oscillazione emessa, con φ l'angolo che fanno con la verticale i fili di un reticolo che imagino inserito fra i due conduttori.

« Passerà solamente la componente che è normale ai fili, di grandezza

$$A \sin \varphi,$$

e sarà utile solo la componente verticale di questa oscillazione, cioè:

$$A \sin^2 \varphi$$

« Indichiamo adesso con φ_1 e φ_2 i valori di φ che corrispondono alla estinzione delle scintille indotte con e senza strato metallico interposto; indichiamo inoltre con A_1 la oscillazione emessa sullo strato assorbente, sarà:

$$A_1 \sin^2 \varphi_1 = A_2 \sin^2 \varphi_2$$

e quindi:

$$\frac{A_2}{A_1} = \left[\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}\right]^2$$

(1) Loc. cit.

« Se per due strati di uno stesso metallo e di spessore differente si conosce il rapporto

$$\frac{A_2}{A_1}$$

si può facilmente eliminare la perdita dovuta alla riflessione e calcolare la costante a dell'espressione (*).

« Il reticolo di cui mi sono servito era a telaio ottagonale, coi fili di un mm. di spessore, distanti uno dall'altro due cm.

« Per misurare φ ho fissato al telaio una tavoletta di legno su cui era descritto un quarto di cerchio diviso in 36 parti: ogni divisione corrisponde a due gradi e mezzo, se ne stimava il decimo ad occhio. Nel centro del cerchio era attaccato un filo e questo reggeva una pallina di piombo e serviva da indice; il raggio diretto allo zero essendo parallelo ai fili si aveva direttamente l'angolo φ.

« Le esperienze consistevano nel determinare alternativamente φ_1 e φ_2 un certo numero di volte, con la massima possibile rapidità; la lastra argentata la collocavo sempre vicinissima all'eccitatore, normalmente alla direzione di propagazione, col lato più breve verticale.

« Ho fatto esperienze con una mezza dozzina di strati metallici. I valori che s'ottengono per a raggruppando due a due i risultati ottenuti nei singoli casi non sono molto concordanti e ciò dipende probabilmente dal non essere gli strati regolarissimi; riporterò solamente, nella tabella seguente, i valori trovati per le due lastre meglio riuscite, le indico con le lettere S_1 e S_2.

« In questa tabella p è il peso di un dcm. quadrato della lastra metallica in milligrammi; s è lo spessore, calcolato, in milionesimi di millimetro. Lo strato S_1 era per trasparenza azzurro cupo, S_2 presentava un colore azzurro olivastro sbiadito; entrambi riflettevano fortemente la luce, entrambi erano larghi 35 cm. e lunghi 66.

	p	s	$\frac{A_2}{A_1}$
S_1	13.4	127.3	0,339
S_2	8.9	84.5	0,500

« Mediante i valori di s e

$$\frac{A_2}{A_1}$$

si ottiene

$$a = 9,1\ 10^4 \quad (^1)$$

(1) Supposto s espresso in centimetri.

« Come si ricava da quello che ho detto più su, questo numero non merita una fiducia assoluta; credo però che sia sufficiente a provare che l'assorbimento è dello stesso ordine di grandezza che nel caso della luce (¹).

« Il calcolo da cui si deduce a suppone che il potere riflettente dei due strati sia il medesimo: si può mostrare che è veramente così. Se si studia l'onda stazionaria ottenuta per riflessione con un risonatore non molto sensibile, esso si spegne prima di arrivare sulla superficie riflettente, tanto più presto quanto migliore è la riflessione: ora, servendomi di un piccolo risonatore quadrato di 11 cm. di lato, non ho potuto constatare nessuna differenza di comportamento fra le due lastre S_1 e S_2.

« Ho detto sul principio che per raggi di forza elettrica l'assorbimento non può dipendere che dalla conducibilità del mezzo: ho cercato di provare questa affermazione studiando il comportamento di uno strato d'argento ottenuto in condizioni speciali. Se una volta preparato il liquido per argentare non lo si lascia precipitare tranquillamente, ma per alcuni minuti lo si rimescola e finalmente si lascia deporre dall'alto verso il basso, si ottengono degli strati d'argento estremamente resistenti. Ne ho preparato uno (S_3) di 66 cm. per 70; questo strato era per trasparenza azzurro cupo torbido, per riflessione grigio ferro; assorbiva quasi completamente i raggi rossi tanto che guardando attraverso ad esso in direzione del sole e interponendo ancora un vetro rosso si vedeva una imagine pallidissima; la tabella seguente ne dà le costanti:

	p	s	$\frac{A_2}{A_1}$
S_3	18.5	175.7	1

« L'assorbimento dovuto a questa lastra era così piccolo che non l'ho potuto misurare. Appena si avevano traccie di riflessione, ma tanto deboli che nell'onda stazionaria il piccolo risonatore di cui ho parlato più su, si poteva portare fin sulla lastra senza che si spegnesse, ed era in condizioni tali di sensibilità che, impiegando a produrre l'onda stazionaria una spessa lastra di zinco esso cessava di dare scintille a due cm. e mezzo dalla superficie riflettente.

« Se si misura la resistenza di un quadrato avente un decimetro di lato per ciascuno dei tre specchi $S_1 S_2 S_3$, supponendo che la corrente entri per uno

(¹) Cfr. *W. Rathenau.* Inaug. Diss. Berlin 1889.

dei lati del quadrato ed essa per il lato opposto si trovano i risultati seguenti (in Siemens):

S_1	0,813
S_2	1,659
S_3	449,180

e sono d'accordo con quello che ho detto.

« Ho potuto provare che la stessa cosa, cioè l'assorbimento dei raggi di forza elettrica dipende dalla struttura dei corpi (dalla conducibilità) e non dalla composizione delle molecole (dalla risonanza) ancora in un altro modo. Si imagini di avere una lastra metallica fortemente assorbente e si supponga di separare le sue particelle l'una dall'altra con strati di materia non conduttrice; se la tesi assunta è vera, l'assorbimento si annullerà.

« Si può realizzare fino ad un certo punto questa concezione, mescolando una fina polvere metallica con della paraffina fusa e lasciando poi solidificare il miscuglio [1].

« Io ho adoperato della polvere di zinco, tenuissima (è conosciuta in commercio col nome di *Zinkstaub*). La massa di paraffina impiegata era circa due chilogrammi e mezzo, versavo la mescolanza in una forma di cartone quadrangolare di 70 cm. di lato.

« Ho impiegato dapprima 40 grm. di polvere di zinco, poi 240; nell'un caso e nell'altro l'indebolimento delle scintille nel risonatore non era misurabile.

« Se si osserva che nel secondo caso vi è tanto zinco da coprire una superficie di 4900 cm. quadrati con uno strato di 0,00687 cm. di spessore, si può ritenere l'assunto come sufficientemente provato ».

Fisica terrestre. — *Sopra i microfoni nella sismologia.* Nota del dott. A. Cancani, presentata a nome del Corrispondente Tacchini.

« In varî Osservatorî geodinamici del Regno si proseguono quotidianamente con zelo ed assiduità delle osservazioni intraprese già da anni sopra dei microfoni collegati solidamente cogli strati superficiali del terreno, e si annotano nei registri e nelle pubblicazioni i varî rumori che quasi ogni giorno con essi si sentono.

« Le persone che consacrano il loro tempo a questo genere di osservazioni attribuiscono, o almeno pensano che possano attribuirsi, i varî rumori che si ascoltano nei telefoni connessi ai microfoni a movimenti vibratorî negli strati superficiali del terreno prodotti da cause endogene.

[1] Devo l'idea di quest'artifizio al sig. K. Birkeland; egli se ne è servito per alcune esperienze che verranno in breve pubblicate.

« Quando intrapresi anch'io di questi studî nel R. Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa, ben presto mi formai la convinzione che, anzichè a tremiti del terreno dovuti o a cause endogene o a qualsiasi altra causa, quei rumori debbano essere piuttosto attribuiti ad azioni fisiche e meccaniche che si determinano nell'apparecchio stesso.

« Accennerò nella presente Nota le ragioni che mi hanno condotto in questa convinzione.

« È da escludere anzitutto che quei rumori siano dovuti a tremiti nella crosta terrestre, di qualunque natura possa esserne la causa, poichè se ciò fosse i rumori dovrebbero cessare coll'adagiare il microfono sopra un grosso strato di ovatta il quale spegnerebbe al certo quelle vibrazioni. Ora avendo io molte volte, ed in differenti circostanze adagiato il microfono sopra uno strato molto soffice, ho continuato a sentire i rumori come quando esso era solidamente fissato al terreno. Escluso dunque, almeno nella massima parte dei casi, che la loro origine sia nei tremiti della terra, vediamo quale essa possa essere.

« Qualunque elettrotecnico venga interpellato sulla causa che produce quel crepitìo che si ode così spesso nei comuni apparati microtelefonici, e che tanto disturba le conversazioni, risponderà che quando il circuito microtelefonico è lontano da altri circuiti elettrici, che possono provocare in esso delle correnti indotte, il crepitìo risulta da correnti nella linea e che queste correnti possono essere dovute:

« 1° A correnti terrestri;

« 2° A correnti indotte da correnti terrestri o indotte da scariche atmosferiche in forma disruptiva;

« 3° A correnti di scariche atmosferiche;

« 4° Ad effetti chimici fra le lastre terminali nei circuiti seppelliti nella terra [1].

« Nulla di tutto ciò può invocarsi nel caso degli apparati microtelefonici applicati alla sismologia, perchè in questi si ha un breve circuito chiuso in sè stesso ed in cui non può avvenire alcuna delle induzioni suaccennate.

« Una causa che non viene tenuta in considerazione, e che ritengo sia l'unica che produce gli ordinarî rumori nei microfoni degli Osservatorî geodinamici e se non l'unica almeno una fra le principali che producono il crepitìo nei comuni apparecchi microtelefonici, ritengo sia l'azione repulsiva di due elementi consecutivi di corrente e di due correnti parallele e dirette in senso contrario, insomma ritengo che non si tratti di altro se non dei fenomeni regolati dalle leggi amperiane. Alla categoria degli strumenti di dimostrazione fondati su quelle leggi, quali la ruota di Barlow, i coni di carbone di Frenet, la spirale di Roget, il truogolo a mercurio di Ampère ecc.

[1] Vedi L'*Elettricità*, 4 febbraio 1894, pag. 72.

a me pare si possa aggiungere, sotto un certo aspetto, il microfono. Infatti dato un microfono di qualsiasi modello, in cui siavi un solo pezzo mobile, è evidente che si potrà sempre regolare l'intensità della corrente in modo che la parte mobile del microfono, per l'azione repulsiva di due elementi consecutivi di corrente, venga a distaccarsi dalla parte fissa. Allora l'interruzione della corrente produce nel telefono un colpo secco, ricade la parte mobile del microfono sulla fissa, un altro colpo secco si produce e così di seguito indefinitamente, e così il crepitìo da tutti conosciuto.

« Nei comuni apparecchi microtelefonici questo crepitìo si sente per fortuna piuttosto di rado e la ragione ne è chiara. Poichè esso non può prodursi se non quando la corrente ha appunto quella intensità che si richiede perchè le parti mobili dei microfoni possano distaccarsi dalle parti fisse. Ma negli apparecchi microtelefonici destinati alla sismologia, il crepitìo, od altri rumori consimili si sentono sempre o quasi sempre, perchè l'osservatore può provocarli (come infatti sempre li provoca) col regolare la sensibilità del microfono in modo che qualche cosa si senta.

« Questi microfoni sono infatti, per lo più, essenzialmente costituiti da una sbarretta d'acciaio disposta a guisa di giogo di bilancia, su cui può scorrere un leggero corsojo con cui si regola la pressione che una dalle estremità di questo giogo esercita sul sottoposto piano di contatto. Essi, inoltre, per la loro speciale costruzione, tanto più facilmente vanno soggetti alle azioni Amperiane disturbatrici, in quanto che in essi non solo si ha la repulsione fra i due elementi contigui di corrente al contatto, ma si ha ancora la repulsione di due correnti parallele dirette in senso contrario, e quelle due repulsioni cospirano alla interruzione del circuito.

« Non intendo con tutto ciò di negare che i microfoni possano alle volte rivelare delle azioni interne della terra; così ad es: tengo per fermo che i rumori ascoltati coi microfoni dal De Rossi al Vesuvio e alla solfatara di Pozzuoli, e da lui descritti nella sua *Meteorologia endogena* [1] abbiano avuto la loro origine al di sotto della superficie terrestre. Nè intendo che queste osservazioni si debbano abbandonare; che anzi sarebbe desiderabile, a parer mio, che venissero continuate da chi non le ha mai tralasciate, e riprese da chi le avesse abbandonate.

« Soltanto sarebbe da consigliarsi assai maggiore circospezione ed avvedutezza in questi studî. Si dovrebbe cioè controllare di quando in quando l'apparecchio chè non desse dei rumori adagiato sopra uno spesso strato di ovatta, e diminuire, nel caso in cui se ne avvertissero, o la sensibilità del microfono o la intensità della corrente. Imprimere delle leggiere vibrazioni al microfono per accertarsi del funzionamento dell' apparecchio coll'ascoltarne i rumori. Disporre i fili conduttori in modo che in ogni loro parte riman-

[1] *Meteorologia endogena*, tomo II, pag. 198-202.

gano perfettamente fissati, poichè se in una porzione qualunque di filo alquanto mobile si produca inavvertentemente il più leggiero attrito si comunicano per il filo delle vibrazioni al microfono, le quali possono farlo risuonare, come più volte ho avuto occasione di osservare. Evitare del tutto gli interruttori del circuito costituiti da una leva metallica girevole intorno ad un pernio, poichè mi sono anche accorto che la leva premendo più o meno fortemente nel sottoposto piano di contatto produce dei piccolissimi e rapidissimi movimenti bruschi nelle varie parti dell'interruttore, i quali determinano altrettante variazioni di resistenza e quindi un crepitìo più o meno prolungato. Questo crepitìo si avverte in ispecie nei primi momenti della chiusura del circuito, quando cioè i varî pezzi e le varie superficie di contatto dell'interruttore tendono a stabilirsi nel loro assestamento definitivo. L'interruttore deve essere invece semplicemente costituito da due bicchierini a mercurio in cui s'immerge un filo metallico piegato ad U. Far uso finalmente di pile costanti quanto più è possibile, quindi del tipo Daniell.

« Prese tutte queste precauzioni, credo che ben raramente si ascolteranno al microfono rumori di qualsiasi specie. Tanto più perciò si renderà benemerito chi coltiverà queste osservazioni, quanto maggiore perseveranza sarà in esse necessaria. Sarebbe opportuno che specialmente esse venissero continuate o intraprese nelle stazioni sismiche più frequentemente colpite da terremoti, e sarebbe desiderabile che le persone volenterose ed appassionate per queste osservazioni disponessero i loro apparecchi microtelefonici in modo che, mentre il microfono si trovasse lontano da qualsiasi tremito accidentale di origine esogena, il telefono e l'interruttore si trovassero il più possibile presso la persona. Se si disponessero poi le cose in modo da poter lasciare il circuito permanentemente chiuso, ed in esso intercalato un telefono moltiplicatore il quale non richiedesse lo appressarsi di quando in quando dell'osservatore, ma si risentisse ovunque in una stanza, io credo che in un tempo non lungo si potrebbe arrivare a decidere la questione, se esista una relazione e quale essa sia fra i rumori che si ascoltano coi microfoni e le varie manifestazioni dell'attività interna della terra ».

Fisica terrestre. — *Alcune considerazioni sulla velocità di propagazione delle principali scosse di terremoto di Zante nel 1893.* Nota del dott. G. Agamennone, presentata dal Corrisp. P. Tacchini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica-fisica. — I. *Rifrazione atomica di alcuni elementi. II. Antimonio, Piombo e Stagno* [1]. Nota di A. Ghira, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« In una mia prima Nota [2] esaminai il potere rifrangente di alcune combinazioni del mercurio: qui studio quello dell'antimonio, del piombo e dello stagno.

Antimonio.

« Il Gladstone [3] esaminò il tricloruro e il pentacloruro d'antimonio e dedusse i seguenti valori per la rifrazione atomica dell'elemento (riga A, formula *n*); come valore definitivo dette poi il numero 24.5 e più tardi 24 [4].

Dal tricloruro	31.8
Dal pentacloruro	24.5

Il pentacloruro fu esaminato anche dal Haagen [5] il quale trovò:

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=74.61.\ \text{Rifrazione atomica di Sb}=25.61.$$

« Io ho esaminato i seguenti composti.

Tricloruro d'antimonio $Sb\,Cl_3=226.5$.

« Il Gladstone dedusse la rifrazione atomica dell'antimonio anche da questa combinazione; ma non mi è stato possibile di trovare in qual modo la esaminò. Io l'ho studiata in soluzione benzolica; le costanti del benzolo adoperato erano $\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.56591$; $\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.33259$.

« Esaminai due soluzioni:

I $^0/_0$ 13.5651; $t=16°4$; $d_4^{16.4}=0.97613$; $\mu_{H_\alpha}=1.50851$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}(\text{soluzione})=0.52094;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}(\text{sostanza})=0.23442;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=53.09$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}(\text{soluzione})=0.30474;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}(\text{sostanza})=0.14235;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=32.24.$$

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.
[2] V. pag. 297.
[3] Loco citato.
[4] Sill. Ann. Journ. (3), XXIX, pag. 55. Anno 1885.
[5] Pogg. Ann. CXXVI, pag. 117. Anno 1867.

II °/₀ 22.0531; $t = 20°$; $d_4^{20} = 1.04083$; $\mu_{H_\alpha} = 1.51454$.

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(soluzione)}=0.49435;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sostanza)}=0.24140;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=54.67$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}\ \text{(soluzione)} = 0.28950;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}\ \text{(sostanza)} = 0.13721;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 31.07.$$

« Di qui si ricaverebbe per la rifrazione atomica dell'elemento:

	Formula n	Formula n^2
I	23.69	14.18
II	25.27	13.01

« Questi numeri non sono troppo concordanti: sembrerebbe quasi che il potere rifrangente aumentasse coll'aumentare della concentrazione: bisogna però tener conto delle difficoltà esperimentali e dell'elevato peso molecolare. Mi sembra però che non vi sia dubbio che il numero trovato dal Gladstone è troppo elevato e che presso a poco l'antimonio ha la stessa rifrazione atomica nel tri- e nel pentacloruro: ciò era stato già visto dal dott. F. Zecchini per il tri- e il pentacloruro di fosforo.

Trifenilstibina $Sb\,(C_6H_5)_3 = 351$.

« Proveniva dalla fabbrica Schuchardt di Goerlitz. Fu esaminata in soluzione benzolica al 19.738 °/₀ alla temperatura di 14°: il benzolo era quello di cui ho dato già le costanti:

$$d_4^{14} = 096087;\ \mu_{H_\alpha} = 1.52430;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\ \text{(soluzione)} = 0.54565;$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\ \text{(sostanza)} = 0.46220;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 162.61.$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}\ \text{(soluzione)} = 0.31858;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu_{H}{}^2{}_\alpha+2)\,d}\ \text{(sostanza)} = 0.26770;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 93.96.$$

« Da cui:

	n	n^2
Rifrazione atomica di Sb	31.51	17.70

« La rifrazione atomica è assai più elevata che nel tri- e nel pentacloruro, come era da prevedersi: si ha qui lo stesso comportamento già osservato dal dott. F. Zecchini [1] per le combinazioni analoghe del fosforo.

[1] F. Zecchini, *Potere rifrangente del fosforo libero e delle sue combinazioni cogli elementi o gruppi monovalenti*. Rend. R. Acc. Lincei. Classe di scienze fisiche ecc., vol. I, 2° sem., pag. 433.

Cloruro di trifenilstibina $Sb(C_6H_5)_3Cl_2$.

« Fu preparato da me secondo il processo di Michaelis [2] sciogliendo la trifenilstibina nell'etere di petrolio e facendo poi passare una corrente di cloro alla superficie del liquido sino a che non si formava più precipitato. Raccolsi su filtro, lavai con etere di petrolio e feci cristallizzare dall'alcool. Esaminai tre soluzioni benzoliche: il benzolo aveva le stesse costanti che precedentemente:

I % 18.4535; $t = 20^\circ.2$; $d_4^{20.2} = 0.95579$; $\mu_{H_\alpha} = 1.51790$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(soluzione)}=0.54191;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sostanza)}=0.4359;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=183.94$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(soluzione)} = 0.31702;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(sostanza)} = 0.2476;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 104.48.$$

II % 20.5830; $t = 20^\circ$; $d_4^{20} = 0.96715$; $\mu_{H_\alpha} = 1.52072$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(soluzione)}=0.53840;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sostanza)}=0.4322;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=182.38$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(soluzione)} = 0.31469;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(sostanza)} = 0.2456;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 103.64.$$

III. % 22.4884; $t = 20^\circ.1$; $d_4^{20.1} = 0.97935$; $\mu_{H_\alpha} = 1.52351$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(soluzione)}=0.53454;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\text{(sostanza)}=0.4264;\ P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=179.95$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(soluzione)} = 0.31217;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\text{(sostanza)} = 0.2418;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 102.04.$$

« Di qui si ricaverebbe:

		n	n^2
Rifrazioni atomiche di Sb	I	33.24	16.18
	II	31.61	15.34
	III	29.25	13.74

« Sembra, pur tenendo conto degli inevitabili errori esperimentali e del grande peso molecolare, che il potere rifrangente di questa combinazione vada regolarmente diminuendo coll'aumentare della concentrazione. Per piccole

concentrazioni il valore per Sb si avvicina a quello dedotto dalla trifenilstibina; per concentrazioni elevate a quello dedotto dai cloruri.

« In generale per i composti dell'antimonio può dirsi che non si trovano corrispondenze fra la forma di combinazioni e la rifrazione atomica; piuttosto le variazioni in essa sembrano dipendere dalla natura degli atomi o gruppi costituenti la molecola: variazioni forti non si riscontrano però nei composti sin qui esaminati.

Piombo.

« Il Gladstone [1] assegnò a questo elemento la rifrazione atomica di 24.8 (riga A, formula n) da lui dedotta, sembra, dallo studio del nitrato e dell'acetato di piombo in soluzione acquosa: per la rifrazione molecolare del primo trovò 53.56, per quella del secondo 64.52: egli riporta poi una antica determinazione del Brewster sul nitrato di piombo solido, dalla quale per la parte più luminosa dello spettro risulta il numero 57.0. Posteriormente il Gladstone assegnò al piombo la rifrazione atomica 24.3.

« Io ho esaminato l'acetato di piombo in soluzione e il piombo tetraetile.

Acetato di piombo $Pb\,(C_2H_3O_2)_2$

« Esaminai una soluzione acquosa, che conteneva il 38.4719 °/₀ alla temperatura di 25.2:

$$d_4^{25.2} = 1.37669;\quad \mu_{H_\alpha} = 1.38557;\quad \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\ (\text{soluzione}) = 0.28007;$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\ (\text{sostanza}) = 0.19461.$$

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 63.24;\quad \frac{\mu_{H_\alpha}^2-1}{(\mu_{H_\alpha}^2+2)\,d}\ (\text{soluzione}) = 0.17044;$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}(\text{sostanza}) = 0.11353;\quad P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 36.89.$$

	n	n^2
Da cui rifrazione atomica di Pb.	23.04	12.89

Piombo tetraetile $Pb.\,(C_2H_5)_4 = 323$.

« Fu preparato secondo il processo di Buckton, facendo reagire il cloruro di piombo sopra lo zinco etile. Bolle a 91°-92° alla pressione di mm. 19. Due determinazioni crioscopiche del peso molecolare in soluzione nel bromuro di etilene dettero i seguenti risultati:

[1] Loco citato.

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Abbassamento molecolare per Pb $(C_2H_5)_4$	Peso molecolare trovato	Peso molecolare calcolato
3.4189	1.23	0.3597	117.18	328	323.
1.5568	0.60	0.3856	124.48	306	

$t = 22.4$; $d_4^{22.4} = 1.64926$; $\mu_{H_\alpha} = 1.50939$; $\mu_D = 1.51417$; $\mu_{H_\beta} = 1.52689$:

$$\mu_{H_\gamma} = 1.53430.$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.30885\,;\ P\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 99.75\,;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 0.18115\,;$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 58.51.$$

« Di qui:

	n	n^2
Rifrazione atomica di Pb	33.75	17.87

« È notevole la forte differenza che vi è nella rifrazione atomica del metallo, quando la si deduce dai sali, con quella dedotta dal piombo tetraetile.

Stagno.

« Il Gladstone (1) assegna allo stagno la rifrazione atomica 19.2, ma aggiunge un punto interrogativo: questo numero è dedotto dalle esperienze fatte dal Haagen: più tardi il Gladstone (2) esaminò lo stagno etile Sn $(C_2H_5)_4$ pel quale ottenne la rifrazione molecolare di 83.12 (riga A, formula n), da cui si ricaverebbe la rifrazione atomica di 18.1, abbastanza concordante con quella dedotta dal tetracloruro: esaminò poi anche il protocloruro in soluzione acquosa al 35 % contenente un po' di acido cloridrico e trovò la rifrazione molecolare di 48.70, da cui si ricava la rifrazione atomica di 28.9, numero che differisce moltissimo dagli altri (3). Nei trattati, in base alle esperienze di Gladstone, alla rifrazione atomica dello stagno si assegnano i valori 27.0 e 18.6.

Cloruro stannoso Sn Cl_2 = 188.

« Volli esaminare il cloruro stannoso per rendermi conto delle forti differenze trovate dal Gladstone. Preparai una soluzione acquosa al 63.3392 %:

(1) Loco citato.

(2) J. H. Gladstone, *Molecular refraction and dispersion of various substances*. Journ. Chem. Soc., anno 1891, pag. 290.

(3) J. H. Gladstone, *The molecular refraction and dispersion of various substances in solution*. Journ. Chem. Soc. anno 1891, pag. 591.

le osservazioni furono fatte alla temperatura di 26°.2: il titolo fu determinato coll'analisi:

$$d_4^{26.2} = 1.84358;\ \mu_{H_\alpha} = 1.53367;\ \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\ \text{(soluzione)} = 0.28846:$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}\ \text{(sostanza)} = 0.26238.$$

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 49.58;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\ \text{(soluzione)} = 0,16852;$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}\ \text{(sostanza)} = 0.14682;\ P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 27.74.$$

	n	n^2
Di qui rifrazione atomica di Sn	29.98	15.70

« Il numero da me trovato è anche superiore a quello del Gladstone. Non vi è quindi dubbio che lo stagno nel bi- e nel tetracloruro ha rifrazioni atomiche differentissime.

Stagno tetrametile Sn $(CH_3)_4$ = 178.

« Lo preparai facendo agire il joduro di metile sulla lega di stagno al 14 °/₀ di sodio. Bolliva a 76°-77° (corr.) alla pressione di mm. 760.5 ridotta a 0°. — Due determinazioni crioscopiche del peso molecolare dettero i seguenti risultati:

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Abbassamento molecolare per Sn $(CH_3)_4$	Peso molecolare trovato	Peso molecolare calcolato
3.9519	1.15	0.2907	51.74	171.99	178.
1.5947	0.43	0.2696	47.98	168.99	

$d_4^{25.5} = 1.29136;\ \mu_{H_\alpha} = 1.51749;\ \mu_D = 1.52990;\ \mu_{H_\beta} = 1.52638;\ \mu_{H_\gamma} = 1.53141$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 0.40073;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 0.23446;$$

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 71.32;\quad P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d} = 41.73.$$

	n	n^2
Di qui rifrazione atomica di Sn	35.72	19.33

Stagno tetraetile Sn $(C_2H_5)_4$.

« Lo preparai trattando la lega di stagno al 14 °/₀ di sodio con joduro di etile: riscaldai prima a bagno maria poi a bagno a olio a 150° fino a reazione finita. È un liquido che bolle a 179° alla pressione di mm. 760.8. — Una determinazione di densità di vapore col metodo di V. Meyer dette i seguenti risultati:

$$p = 0.0777;\ V = 8\ \text{c.c.};\ t = 24°;\ H = 758.5.$$

« Da cui:

	trovato	calcolato per $Sn(C_2H_5)_4$
Densità di vapore rispetto all'aria	8.43	8.0

« Due determinazioni crioscopiche del peso molecolare in soluzione benzolica dettero i seguenti risultati:

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $Sn(C_2H_5)_4$	Peso molecolare trovato	Peso molecolare calcolato
3.5414	0.73	0.2061	48.22	237	234.
2.3781	0.50	0.2102	49.18	233	

$d_4^{19.1}=1.18484$; $\mu_{H_\alpha}=1.46665$; $\mu_D=1.46835$; $\mu_{H_\beta}=1.47895$; $\mu_{H_\gamma}=1.48564$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.39385;\qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.23403;$$

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=92.36;\ \text{e}\ P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=54.76$$

« Il numero da me ottenuto differisce del tutto da quello già avuto dal Gladstone (84.12): non so quali possano essere le ragioni di una si forte divergenza.

	n	n^2
Di qui rifrazione atomica di Sn	26.36	14.12

« I valori che si ricavano dalle combinazioni organometalliche, specialmente da quella metilica, sono al solito i più elevati: importantissimo mi sembra il fatto ormai bene accertato che nel bicloruro lo stagno ha una rifrazione atomica assai maggiore che nel tetracloruro, mentre per gli altri metalloidi ciò non accade: anzi si nota piuttosto una maggiore rifrazione nel composto più clorurato, come nei due cloruri di fosforo. Questo comportamento riavvicinerebbe lo stagno al carbonio, il quale come è noto ha una rifrazione atomica assai maggiore nel percloroetilene C_2Cl_4 che nel tetracloruro di carbonio CCl_4 ».

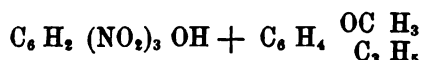
Chimica. — *Sopra un composto dell'acido picrico con l'anetol* [1]. Nota del dott. G. Ampola, presentata dal Socio Paternò.

« Avendo letto negli *Archives des sciences biologiques* di Pietroburgo (t. II, n. 1) una Nota di R. Goedikè sui composti che l'acido picrico forma coi fenoli, non mi è sembrato privo di un certo interesse di pubblicare lo studio da me fatto di un composto analogo che l'acido picrico forma con l'anetol.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

« L'esistenza di un tale composto era stata accennata da Paternò e Nasini (Gazz. chim. t. XIX, p. 208); per prepararlo si mischiano soluzioni equimolecolari fatte nell'alcool di acido picrico ed anetol; il liquido si colora in rosso intenso ed abbandonato all'evaporazione spontanea, deposita dei magnifici aghi di color rosso carminio, che asciugati fra carta, e quindi sotto una campana in presenza di cloruro di calcio si fondono, a 60°.

« Questo composto corrisponde alla formola:

$$C_6 H_2 (NO_2)_3 OH + C_6 H_4 \begin{matrix} OC\,H_3 \\ C_3\,H_5 \end{matrix}$$

come mostrano le seguenti determinazioni di azoto.

« Infatti:

I gr. 0,1953 di sostanza fornirono c. c. 19,5 di azoto a 22° ed a 755 mm. di pressione;

II gr. 0,1994 fornirono c. c. 20 di azoto a 22° ed a 760 mm.

« Cioè in 100 parti

	trovato		calcolato
	I	II	
Azoto	11,22	11.36	11,14

« Il composto dell'anetol con l'acido picrico corrisponde perfettamente per le sue proprietà ai composti che l'acido picrico forma cogli idrocarburi della serie della naftalina, dei naftoli e con altri fenoli. Esso è solubile facilmente nell'alcool, nell'etere, nel cloroformio, nella benzina, nell'etere di petrolio ecc.; però messo sopra un filtro e lavato con qualche solvente, e specialmente con l'etere di petrolio, viene così trasformato più facilmente l'anetolo, lasciando in liberta dell'acido picrico. Le soluzioni alcaline lo decompongno immediatamente in picrato, mettendo l'anetolo in libertà.

« Abbandonato all'aria sopra carta da filtro va mano mano perdendo l'anetol, e finisce per lasciare l'acido picrico; naturalmente il suo colore va gradatamente biadendosi ed il punto di fusione si va elevando ».

Chimica. — *Dimorfismo del fluoborato potassico* (1). Nota del dott. C. MONTEMARTINI, presentata dal Socio PATERNÒ.

« Nello studio da me fatto sulla determinazione quantitativa dell'acido borico (2) ebbi occasione, esaminando al microscopio il fluoborato potassico preparato in varie condizioni, d'accorgermi che questo sale cristallizzando dalle

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Roma.

(2) Memorie R. Acc. Lincei. Vol. VI. pag. 350.

sue soluzioni acquose non si presentava sempre con forme dello stesso sistema. La descrizione del sale fatta prima da Berzelius (¹) e poi dallo Stolba (²) che nettamente esprime il dubbio del dimorfismo suo, m'indussero a stabilire con precisione le condizioni nelle quali esso si presenta con forme di uno piuttosto che di un altro sistema cristallino.

« Se ad una soluzione abbastanza concentrata di acido fluoridrico aggiungo acido borico, poi la quantità di carbonato potassico necessaria per convertire tutto il boro in fluoborato potassico, si precipita questo sale sotto forma di gelatina che non cristallizza anche facendo per qualche tempo bollire la soluzione da cui si separa. Se però si raccoglie su un filtro la gelatina, la si comprime bene e la si pone ad essicare in una stufa a 100°, essa asciugandosi si converte in una polvere cristallina. Questa esaminata al microscopio si presenta composta di minutissimi cristalli del sistema monometrico, dei quali è impossibile dire le forme predominanti in causa della loro irregolarità. L'analisi fatta del sale ottenuto in queste condizioni, dimostrò che si trattava proprio di fluoborato potassico; infatti:

« *Esp. 1.ª* gr. 0.6238 del sale trattati con acido solforico, con qualche goccia di alcool metallico, e poi calcinati, diedero gr. 0.4341 di solfato potassico invece di gr. 0.4298 come richiederebbe la formula $KBFl_4$.

« *Esp. 2.ª* gr. 0.5728 dello stesso sale trattati nello stesso modo diedero gr. 0.4018 di solfato potassico invece di gr. 0.3947.

« La quantità in più di solfato potassico dipende probabilmente da impurità.

« Si ha un fluoborato più puro e sempre monometrico saturando acqua bollente col sale ottenuto nella prima preparazione e filtrando rapidamente. Sul filtro si depone una polvere cristallina che osservata al microscopio lascia facilmente scorgere essere costituita da piccolissimi ottaedri sviluppati molto irregolarmente e qualche volta cogli spigoli modificati da faccette di rombododecaedro. Sono isotropi però, qualche volta, specialmente facendo uso delle lamine a tinte sensibili si osserva una leggera birifrangenza che credo di potere con sicurezza attribuire ad anomalie ottiche. — L'analisi mostra che il sale così ottenuto è più puro di quello della prima preparazione; infatti:

« *Esp. 3.ª* gr. 0.6162 del sale diedero gr. 0.4270 di solfato potassico invece di gr. 0.4246.

« *Esp. 4.ª* gr. 0.5152 diedero gr. 0.3568 di solfato potassico invece di gr. 0.3550.

« La seconda forma del fluoborato potassico si ha ogni qual volta si lascia evaporare a freddo una sua soluzione, oppure si lascia lentamente raffreddare una soluzione discretamente concentrata a caldo. Non riporto l'analisi fatta del

(¹) Pogg. Ann. II pag. 113.
(²) Chem. Centr. 1872 pag. 395.

sale perchè questo è il metodo impiegato per preparare il fluoborato di cui mi servii nel mio citato lavoro; riproduco invece lo studio cristallografico eseguito nel Gabinetto mineralogico della R. Università di Roma dal dott. L. Brugnatelli.

« I cristalli di questo sale sono incolori, trasparenti, dotati di un note- « vole splendore adamantino. Sono piccolissimi, talchè nella loro massima di- « mensione non superano un millimetro; malgrado ciò la perfezione ed il nitore « delle loro facce sono tali da permettere misure esattissime. Infatti p. es. « l'angolo (001):(011) fu misurato sette volte e sempre si ottenne il valore « 52° 4′; così pure per l'angolo (100):(110) si trovò cinque volte il valore « 38° 18′ ed una volta 38° 19′. Anche per gli altri angoli i limiti delle osser- « vazioni oscillano tra limiti ristrettissimi, cosicchè ho ritenuto inutile ripor- « tarli nella tabella dei valori osservati e calcolati.

Sistema cristallino: Trimetrico.

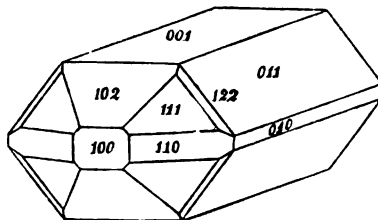
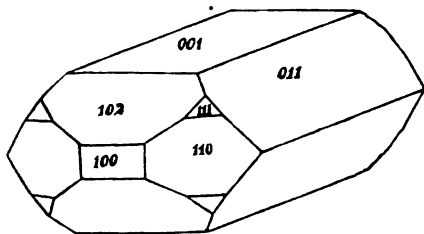
$$a : b : c = 0{,}7898 : 1 : 1{,}2830$$

« Forme osservatate: }001{ . }100{ . }010{ . }011{ . }110{ . }102{ . }111{ . }122{ .

« Combinazioni: 1.ª }001{ . }100{ . }011{ . }102{ . }110{ . }111{ .

« 2.ª }001{ . }100{ . }010{ . }011{ . }102{ . }110{ . }111{ .

« 3.ª }101{ . }100{ . }010{ . }011{ . }102{ . }110{ . }111{ . }122{ .

« L'abito dei cristalli è vario, sono però sempre prismatici secondo l'asse [x]. « Le figure 1ª e 2ª rappresentano i tipi più frequenti, e dànno

« idea dello sviluppo delle facce delle varie forme.

	val. osservati	val. calcolati	n.
(001):(011)	52° 4′	—	7
(100):(110)	38 18	—	5
(010):(011)	37 56	37° 56′	6
(011):(110)	60 43	60 44	6
(001):(111)	64 12	64 13	6
(100):(111)	45 3	45 2	4
(010):(111)	56 2	56 5	1
(011):(111)	44 57	44 58	3
(110):(111)	25 47	25 47	6
(111):(1$\bar{1}$1)	67 52	67 55	2
(001):(102)	39 4	39 5	5
(100):(102)	50 56	50 55	4
(011):(102)	61 28	61 30	4
(110):(102)	60 21	60 21	3
(011):(122)	26 32	26 32	1
(111):(122)	18 27	18 26	2
(111):(102)	38 27	38 27	3

« La piccolezza dei cristalli non permise di effettuare delle ricerche ottiche.
« Solo si potè constatare che il piano degli assi ottici è parallelo a }100{ ».

Chimica fisiologica. — *Presenza della neurina nel sangue.* Nota del prof. Marino Zuco e di C. Martini, presentata dal Socio Cannizzaro.

Chimica. — *Sull'essenza di Cannabis Indica.* Nota del dott. Goffredo Vignolo, presentata dal Socio Cannizzaro.

Chimica. — *Sopra un nuovo alcaloide contenuto nel caffè.* Nota del dott. Pietro Palladino, presentata dal Socio Cannizzaro.

Le precedenti Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Considerazioni sopra i tufi vulcanici a nord di Roma, fra il fosso della Crescenza e quello della Torraccia.* Nota dell'ing. E. CLERICI, presentata dal Socio CAPELLINI.

« In una mia Nota precedente (v. Rend. pag. 89) ho descritto i giacimenti di tufo che s'incontrano lungo la via Flaminia da Prima Porta al Monte delle Grotte o sepolcro di Nasone, questa ultima località esclusa. Prima di passare alle conclusioni credo utile riferire qualche notizia sopra un po' di territorio parallelo alla via Flaminia verso il sistema Sabatino. Però nella presente nota *complementare* sono costretto alla massima concisione.

« Il Monte delle Grotte si estende dal fosso della Crescenza allo sbocco della valle del Vescovo. Nella parte più meridionale, che è anche la parte più elevata si vede dal basso in alto; ghiaia siliceo-calcarea mescolata con sabbia bruna d'aspetto terroso; il prof. Meli vi rinvenne una vertebra di cervo. Segue con separazione netta un tufo granulare grigio, stratificato orizzontalmente i cui elementi si assottigliano in alto e costituiscono un tufo arenoso, omogeneo, ma litoide, di color marrone. Al disopra ghiaia siliceo-calcarea con marna biancastra ricca di materiali vulcanici: io vi ho trovato frammenti di ossa e di una zanna; frère Indes vi raccolse un frammento di mascellare di cervo con un molare. Sopra questo strato di ghiaia, che non raggiunge un metro di potenza, che si fa più marnoso verso sud e verso nord si assottiglia e sparisce, vi è un enorme banco, d'una ventina di metri di potenza, di tufo a pomici nere la cui pasta ora è rossastra (rosso mattone), con altre macchiuzze giallo-aranciate di piccole pomici, ora nero-violacea (tinta neutra) e ciò senza una legge apparente. Nel primo caso il tufo è propriamente litoide, nel secondo è alquanto disgregabile, e con poca fatica può esser ridotto pulverulento o granoso per essere impiegato in sostituzione della pozzolana nella preparazione delle malte. A tale scopo fino a pochi mesi fa vi erano in piena attività due impianti di macchine trituratrici e vagliatrici, il cui prodotto veniva trasportato in Roma ai Prati di Castello con la stessa ferrovia delle cave di tufo giallo alla valle del Vescovo.

« Le pomici nere contengono numerosi cristalli di sanidino, il quale minerale si trova in frammenti anche nella massa generale insieme a mica, augite, leucite (meglio visibile in quella a pasta nera) granato giallo, ciottoletti di piromaca e di calcare e pezzetti di lave diverse.

« Al disopra del tufo pomiceo vi è un tufo leucitico giallognolo poco coerente analogo cioè a quello che pure a Prima Porta ho notato trovarsi sopra al tufo pomiceo; ma nella parte della collina prossima allo sbocco della valle del Vescovo come pure incontro, ove la collina dirupata rincomincia dopo la interruzione prodotta dalla valle del Vescovo, sul tufo pomiceo sta una marna biancastra tripolacea diatomeifera.

« Da quest'ultimo lato la marna tripolacea è anche gremita di molluschi: *Bythinia tentaculata* Lin., *Valvata piscinalis* Müll., *Limnaea stagnalis* Lin., *L. palustris* Lin., *L. ovata* Drap., *Planorbis corneus* Lin., *P. umbilicatus* Müll. Le diatomee furono già studiate nel 1886 dal dott. Lanzi sopra parte di un campione originale del Brocchi o del Ponzi esistente nel Museo Geologico Universitario. Le specie ripartite secondo l'*habitat* sono: 27 di acqua dolce: 9 dolce e salmastra: 4 dolce, salmastra e marina: una, molto rara, sarebbe soltanto salmastra e marina. Il che insieme ai molluschi suddetti caratterizza un deposito di acque dolci tranquille.

« Le specie più abbondanti sono: *Epithemia turgida* Ktz., *E. turgida* v. *vertagus* Grun., *E. sorex* Ktz., *Cymatopleura solea* W. Gm., *Cocconeis placentula* Ehr., *Cymbella cymbiformis* var. *parva* W. Sm., *Gomphonema intricatum* Ktz.

« Percorrendo la sommità della collina verso la R. del Peperino si vede ben presto che il tripoli passa ad una marna più grossolana ad elementi vulcanici e poi, per ulteriore arricchimento di questi, al tufo giallastro leucitico di tipo terroso.

« Presso il secondo impianto di macchine per la triturazione del tufo pomiceo nerastro, da sotto al primo letto di ghiaie menzionato e che si assottiglia in conseguenza, affiora, per un paio di metri di potenza e per una dozzina in lunghezza, un tufo litoide grigio-verdognolo che fu osservato anche dal Frère Indes e che io paragonai a quello esistente alla passeggiata dei Parioli dopo le catacombe di S. Valentino. Questo tufo, che sembra formato dal compattissimo impasto di ciottoli tufacei ha la superficie profondamente erosa e levigata. In un sol punto, immediatamente prima del secondo impianto di macchine, per l'estensione di qualche decimetro, pare che sotto al detto tufo, ivi assottigliato in potenza e con ciottoli quasi sciolti, vi sia una sabbietta giallastra. Seguendo la ferrovia poco, prima di entrare nella valle del Vescovo, le ghiaie sottoposte al tufo granulare cedono man mano il posto a sabbia marnosa piena di concrezioni mammellonate di calcare travertinoso.

« Una apposita ricerca ho fatto sul posto onde poter constatare quali relazioni corrono fra la serie di tufi del Monte delle Grotte e quella delle cave del Vescovo e territorio limitrofo, le quali hanno in comune il tufo pomiceo che materialmente si può seguire dall'una all'altra località. Malgrado la poca estensione nella quale dovrebbero avvenire i contatti od il cambiamento, la materiale constatazione mi è stata finora impossibile e contro mio desiderio devo ricorrere ad una ipotesi che può avere qualche probabilità: il tufo grigio del piccolo affioramento del sepolcro di Nasone sarebbe connesso col tufo grigio di Valle del Vescovo, R. Peperino, osteria della Celsa, ecc. Il tufo granulare seguito da quello omogeneo sarebbe una variazione, prodotta forse da un diverso modo di deposizione, di parte del complesso dei tufi granulari che in tanti altri punti sta sotto al tufo a pomici nere.

« Il Monte delle Grotte manda una piccola propagine contro il fosso della Crescenza, costituita in massima parte di sabbie travertinose a *Limnea palustris, L. ovata* ed altri consimili molluschi, e di travertino mammellonato che comprendono uno strato di materiale tufaceo biancastro, variazione ed ingrossamento di un analogo piccolo letto col quale cominciano le ghiaie immediatamente sottoposte al tufo a pomici nere.

« Risalendo la sinistra del fosso della Crescenza s'incontrano ben presto ghiaie più antiche tenacemente cementate e ricoperte da una espansione cuneiforme del tufo omogeneo del Monte delle Grotte.

« Sotto il Casale della Crescenza le ghiaie più antiche a sabbia giallastra e pezzi di argille giallastre si mostrano abbastanza sciolte da poter esser cavate con profitto. Incontro, all'altra parte del fosso della Crescenza, vi è il fosso dell'Inviolatella lungo il quale nelle stesse ghiaie giallastre, assai più elevate e potenti, sono aperte delle cave. Del passaggio di queste ghiaie alle sabbie giallognole e quindi al complesso di tufi granulari coll'intermezzo di una formazione d'acqua dolce parlai già in altra Nota [1] e del pari dell'argilla a *Cardium edule* var. *Lamarcki* sottoposta alle ghiaie in un punto sulla destra del fosso dell'Inviolatella. Le sabbie giallognole più o meno ghiaiose sono altresì visibili al fondo delle valli nella R. Impiccati e nei dintorni del Casale Buonricovero. Una frapposta collinetta triangolare in faccia ai ruderi di un sepolcro, mostra assai bene la seguente successione di terreni dal basso in alto: sabbia gialla con poca ghiaia (e rare valve di *Cardium edule* var. nel versante nord) — tufo gialliccio-chiaro (tipo a pisoliti) — tufo grigio leucitico ad elementi minutissimi nettamente stratificati — lo stesso tufo ma grossolano, brecciforme con blocchi di altri tufi passante superiormente a tufo giallastro con molte e piccole pomici chiare (è il complesso di tufi granulari i cui elementi sono più grossi) — tufo a pomici nere. Traversando il fosso della Crescenza al ponticello presso il suddetto sepolcro la fiancata sinistra della valle si mostra assai ripidamente scarpata e coronata dal tufo pomiceo cui l'erosione meteorica dà qui, come altrove, aspetto tutto particolare. Sotto l'Ospedaletto Annunziata il suolo alla più bassa quota è cosparso di ghiaia e di qualche valva o frammenti di *Cardium edule* var. e di *Tapes caudata*. Sulla salita che porta al casale si vede molto nettamente la successione del tufo litoide giallo al tufo pisolitico, coll'intermezzo di un letto di argilla grigia nettamente e sottilmente stratificata. Un chilometro più su vi è un intaglio ove la collina per un piccolo tratto troncata, mostra sotto al tufo pomiceo una ghiaia di frammenti lavici e di pomici. Incontro vi è un protendimento triangolare della collina su cui è Tor Vergara della quale pure occorre fare un cenno. Dal basso in alto si ha: sabbia gialla ghiaiosa — argilla giallastra e grigia a *Scrobicularia* cfr. *Cottardi*,

[1] *La formazione salmastra nei dintorni di Roma.* Rend. Acc. Lincei, 1893.

qualche frammentino di *Cardium edule* e molti esemplari di *Rotalia Beccarii* e *Polystomella crispa* — sabbia gialliccia — tufo granulare (equivalente del peperinico) — tufo giallognolo a pisoliti — terra bruna — complesso di tufi granulosi dapprima chiari ad elementi ben impastati, poi ad elementi grossolani quasi sciolti — strato di tripoli bianchissimo d'acqua dolce [1] con qualche grossa pomice nera e incrostazioni travertinose — poi ancora tufi del tipo granulare e terroso. Salendo la collina dalla parte del fosso del Fontanile, si vede bene il complesso di tufi granulari stratificati inglobanti blocchi più grossi d'altri tufi e superiormente il tufo a pomici nere.

« Un chilometro a nord da Tor Vergara trovasi un esteso deposito di travertino di colore oscuro ora spugnoso e costituito da grossi cannelli verticali formatisi addosso a tifacee ed altre simili piante palustri, ora compatto e pieno di molluschi (*Limnaea auricularia, L. palustris, Planorbis umbilicatus*, ecc.). In genere assai tenace adatto perciò all'inghiaiatura delle strade, pel quale scopo come anche per ritrarre pietra da taglio, vi furono aperte alcune cave dalle quali appare che la formazione ha una potenza superiore a 6 m. Alla parte inferiore è un conglomerato di sabbia d'elementi vulcanici con molte pomici nere, scorie, pezzetti di lave ecc. In qualche punto, il travertino, che è nettamente stratificato, contiene file di grosse pomici e scorie che indicano la stratificazione, come altrettanto fanno delle file di molluschi. Questo travertino è sovrapposto in parte al tufo pomiceo, in parte al litoide giallo del quale s'incontra una piccola cava scendendo una profonda gola che sbocca nella valle del fosso della Vaccherecia. Ben presto sotto al tufo litoide giallo trovasi quello chiaro a pisoliti, che in questo luogo dà l'idea di essere stratificato, almeno a giudicare dal modo come sono disposte le pallottole che insieme alla parte compatta d'aspetto marnoso, entrano a comporlo.

« Sotto al tufo a pisoliti che ha la potenza di alcuni metri si trova un altro tufo litoide giallo assai somigliante a quello della Valchetta e di altre località di cui si è parlato. Contiene esso pure massi erratici ma sembra siano meno frequenti che nell'altro, contiene qualche pezzo di calcare travertinoso e certe rare e grosse scorie nerastre o verdognole che lo farebbero differire dall'altro tufo litoide. Ha una notevole potenza e non so su

[1] Molte sono le specie di diatomee che costituiscono questo tripoli, non ne citerò, per brevità, che venti fra le più abbondanti e caratteristiche: *Navicula elliptica* Ktz. [ds.] — *N. tenella* Bréb. [d.] — *N. viridis* Ktz. [d.] — *N. radiosa* Ktz. [d.] — *N. oblonga* Ktz. [d.] — *Synedra capitata* Ehr. [d.] — *S. amphirhynchus* Ehr. [d.] — *S. radicans* Ktz. [d.] — *Cyclotella Meneghiniana* Ktz. [d.] — *Melosira varians* Ag. [d.] — *Cocconeis placentula* Ehr. [as. m.] — *Cymbella cistula* v. *maculata* Ktz. [d.] — *C. affinis* Ktz. [d.] — *Rhoicosphaenia curvata* Grun. [d.] — *Achnanthes lanceolata* Grun. [d.] — *Achnantidium lineare* Grun. [d.] — *Gomphonema constrictum* Ehr. [d.] — *G. parvulum* Ktz. [d.] — *G. angustatum* Grun. [d.] — *G. insigne* Greg. [d.] — *G. capitatum* Ehr. [d.]

che altra roccia riposi. Risalendo il fosso della Vaccherecia si giunge al territorio di Veii senza che vi siano altre formazioni da rimarcare.

« A completare la descrizione dell'area presa per tema del presente scritto resta a riferire sul risultato dell'esplorazione fatta lungo le valli dei fossi che l'attraversano mostrandone come tante sezioni parallele successive. Tali fossi sono: la Vaccherecia e il fosso del Cuore che, riuniti, prendono il nome della Valchetta, i fossi di M. Oliviero, di Val Pantana e della Torraccia che, riuniti, incrociano la via Flaminia presso Prima Porta. Queste valli, pittoresche nella loro selvaggia solitudine e che sembrano interminabili per esser fatte allo stesso modo ed egualmente costituite geologicamente, mostrano, in alcuni punti assai bene, la ormai ben nota successione di tufi; tufo a pisoliti — tufo giallo — complesso di tufi granulari coll'arricchimento in piccole pomici — tufo a pomici nere — altro complesso di tufi terroso-granulari.

« Al fine di meglio conoscere i terreni anteriori alla formazione dei tufi nell'immediata vicinanza di essi, come ho già mostrato per la parte a destra del fosso della Crescenza, sarà utile portarsi ancora un poco a nord di Prima Porta. Però delle cose ivi osservate riferirò sommariamente essendo già fuori della regione presa in esame. Da 4 a 5 Km. di distanza sulla via di Fiano vi è la R. Grotta Oscura quasi per intero costituita da ghiaie. Ve ne è una cava in esercizio, che potrebbe avere una fronte molto ampia. La potenza sembra almeno una quindicina di metri. La ghiaia è di quel tipo senza gli abbondanti materiali vulcanici macroscopicamente visibili, con sabbia giallognola e blocchi di argilla a filliti. Non vi ho trovato conchiglie. Salendo la collina, sulla sommità si incontrano dei tufelli leucitici di color chiaro. Le ghiaie, i cui strati superiori sono un po' cementati, si abbassano verso sud e presto si nascondono sotto il terreno coltivato. Lì vicino, presso un fontanile, si trovano le traccie di una piccola cava di tufo litoide di speciale natura, sotto al quale presumibilmente passeranno le ghiaie. È un tufo giallo molto tenace, cosparso di grande quantità di piccoli vacui lasciati da pomici di color aranciato, che spiccano molto bene sul fondo pallido della roccia, distinzione resa più evidente bagnandola. È assai scarsamente fornito di leucite, augite e mica a giudicare da ciò che si vede ad occhio nudo o con debole lente. Contiene però piccoli e frequenti ciottoletti di piromaca ed anche di calcare. In questo tentativo di cava se ne vede per una potenza di 5 m., diviso in due banchi non sensibilmente differenti, e stratificati quasi orizzontalmente. Questo tufo si distingue dagli altri per il modo col quale si frattura e frana, cioè in lastroni verticali od in pezzi grossolanamente parallelepipedi, in confronto agli irregolari pezzi delle altre qualità. Salendo la collina si nota subito e poco al disopra, il tufo gialliccio a pisoliti con qualche scoria verdiccia e poi dei tufelli più chiari ad elementi minuti e stratificati.

« Dal diretto confronto ho potuto persuadermi che questa varietà di tufo, sconosciuta negli altri dintorni di Roma, è identica a quella dei grossi parallelepipedi squadrati impiegati dagli antichi romani per le mura urbane ed in altri edifici. Vestigia di antiche cave si scorgono nel grande taglio a destra di Valle Lunga dopo la confluenza del fosso di Grotta Oscura col fosso del Drago. Alla vicina Casetta si nota il passaggio del tufo litoide a quello con pisoliti però in modo confuso. Del travertino con strati bianchi, farinosi a diatomee d'acqua dolce come presso la seconda Casetta, o con strati porcellanici di materiale siliceo come presso la prima Casetta, si addossano a questi tufi gialli. Altri materiali travertinosi con molluschi o marnosi con arricchimento in materie vulcaniche da prender l'aspetto di tufelli, o con poca ghiaia intercalata di quella con elementi vulcanici, costituiscono quel tratto di terreno meno elevato che forma parte della R. Mandraccio.

« In quali relazioni si trovi il tufo giallo, dirò così, degli antichi romani, or menzionato, rispetto a quelli più bassi della serie stabilita col presente scritto non saprei dire. Una qualche somiglianza, ma non molto prossima, vi sarebbe con quel tufo litoide giallo che sotto Tor Vergara, nella valle della Vacchereccia, sta sotto al tufo giallognolo a pisoliti. Ma come questo tufo a pisoliti è poi sovrapposto a quello grigio peperinico, come si è detto presso il Casale della Valchetta, così la questione di sapere quale dei due, tufo dei romani e tufo peperinico, sia anteriore, resta per ora indeterminata.

« Seguendo l'esempio dato dal Frère Indes che parlando dei tufi della via Flaminia andò a vedere se analoghi tufi si trovassero nelle colline che sono incontro, alla sinistra del Tevere, dirò, senza entrare in dettaglio alcuno, che il tufo a pomici nere si estende per parecchi chilometri anche da questa parte con gli stessi caratteri che ha alla destra del Tevere. Un piccolo relitto trovasi al M. delle Gioie. Da villa Spada o Fidene lo si segue a Castel Giubileo, ai Sette Bagni, al Mal Passo. Più in su, al Casale Marcigliana sono le ghiaie, ed al fosso Bettina comincia la formazione pliocenica marina con argille a *Turritella subangulata* Brocc., *Nassa semistriata* Brocc., *Venus multilamella* Lamk ecc. che grande estensione acquista nei dintorni di Monte Rotondo, Mentana, Castel Chiodato ecc.

« I tufi gialli della via Flaminia sembra che manchino. Il tufo grigio peperinico vi si ritroverebbe, se è giusta la comparazione che io ne faccio con un affioramento di tre o quattro metri almeno di potenza, dal piano della vallata tiberina, venuto in luce con un taglio fatto alla collina di Castel Giubileo. Il colore è un poco più chiaro di quello delle cave a Peperino e Valle del Vescovo e meglio appariscenti vi sono i frammenti che entrano a comporlo: vi si notano delle macchiette gialle e molte bianche di leucite, nonchè infiltrazioni sottilissime di colore oscuro a mo' di patina. Per queste paticolarità differirebbe dal tufo delle dette cave e rassomiglierebbe di più a quello del piccolo affioramento al secondo impianto di macchine al sepolcro di Nasone.

Non mi è noto su che roccia riposi: la superficie superiore è erosa ed ondulata e nelle concavità vi è annidata della ghiaia siliceo-calcarea, della sabbia di elementi vulcanici e della marna giallastra. Al disopra, alla sinistra del taglio vi è del tufo granulare cenerognolo a grana minuta che scema verso il mezzo e manca alla parte destra della sezione, ove è sostituito da marna terrosa con elementi vulcanici, formanti anche accumoli meglio individualizzati, con poca ghiaia disseminata e noduli induriti. Alla parte superiore questi strati accavallantisi si fanno più decisamente argillosi e marnosi e contengono una zona di noduli marnolitici induriti. Viene poi uno straterello di pomici nere sciolte con ghiaietta di rocce vulcaniche a cui fa seguito il tufo a pomici nere. Alla sommità della collina sopra al tufo a pomici nere si trova del tufetto gialliccio.

« Sempre alla sinistra del Tevere, ma molto più a sud, lungo il viale della passeggiata dei Monti Parioli a pochi passi di distanza dagli avanzi della basilica di S. Valentino, ritrovasi lo stesso tufo grigio peperinico di Castel Giubileo che giace su sabbia giallognola ricca di materie vulcaniche ed è ricoperto da sabbie e concrezioni a grossi mammelloni e cannelli di travertino. Questo tufo, che forma come un' accumulo addosso alle sabbie e che ha subìto l'erosione prima della deposizione del travertino, alla parte più elevata è a tessitura più minuta e somiglia di più al tufo grigio delle cave di Peperino e del Vescovo. Contiene, come quello, dei ciottoli di calcari, ma non vi ho veduto i resti di vegetali in quello tanto abbondanti. Vi ho però adocchiato un perfetto esemplare di *Helix nemoralis* Lin. Alla parte più bassa, sotto certi ruderi, appare come costituito da pezzi ciottoliformi, del diametro di tre o quattro centimetri in media che danno un singolare aspetto alla superficie dei tagli che hanno subìto l'azione dell'intemperie. Questo tufo ha quindi maggiore somiglianza coll'affioramento al sepolcro di Nasone che con quello di Peperino e Vescovo.

« Sotto l'ingresso delle catacombe di S. Valentino si ha un altro piccolo affioramento di un tufo dello stesso tipo, ma di colore assai più chiaro per l'abondanza della leucite, che contiene pezzi di lave leucitiche e cristalli isolati di augite. È molto meno tenace di quello già detto del viale dei Parioli, con parti che si sfarinano agevolmente e, trovandosi nelle stesse condizioni stratigrafiche di quello, potrebbe rappresentarne un lembo molto alterato oppure un punto in cui i materiali vulcanici vi si sono un po' diversamente accumulati. Ma questo tufo trova un perfetto compagno, con una potenza molto maggiore, in una delle colline di Tor di Quinto, all'altra riva del Tevere, presso il campo del Tiro Nazionale. In una escavazione fatta credo per un tentativo di cava è visibile, per circa un metro ed al livello della pianura, la roccia imbasante: una ghiaia siliceo-calcarea di media grossezza con sabbia giallognola, ghiaia che s'impasta colla parte inferiore del banco di tufo. Anche qui il tufo mostra di aver subìto una potente erosione prima

che ad esso si addossassero, sulla scarpata, sabbie ghiaiose sopportanti altra sabbia e concrezioni travertinose.

« A pochi passi di distanza, tornando verso Roma, le sabbie giallognole ghiaiose sostengono una rupe di travertino bruno, rossastro, giallastro, compatto e tenace, inglobante anche ghiaia in qualche punto, in tal altro sostituito da marna a *Bythinia tentaculata* Lin., *Pisidium amnicum* Müll. ecc. del quale travertino (*identico* e *continuazione* di quello formante la rupe presso la fonte di Acqua Acetosa) parlai già nel mio studio: *Sopra alcune formazioni quaternarie dei dintorni di Roma*. Qualche tempo dopo la collina fu tagliata in senso normale alla sezione da me descritta, onde dar passaggio alla nuova strada che dal ponte Milvio conduce al campo del Tiro Nazionale ed all'ippodromo. La nuova sezione è fra le più interessanti dei dintorni di Roma, malgrado ciò non ne farò che un brevissimo cenno essendo essa fuori del territorio oggetto delle presenti note.

Alla base della parte più occidentale del taglio affiora un' arenaria grigio-azzurrognola e giallastra gremita di molluschi marini, segnatamente bivalvi, molto simile, se non la continuazione, a quella più o meno cementata ma egualmente fossilifera che trovasi nella valletta della Farnesina. A questo affioramento, con *tracce evidenti* di precedente erosione, si addossano, delle ghiaie siliceo-calcaree tenacemente cementate, ghiaie che nel mezzo della sezione ricoprono del travertino ed involgono grossi massi di materiale tufaceo chiaro formandovi anche accavallamento di strati embricati; ghiaie che alla estremità orientale della sezione si addossano al travertino e perciò sono a lui posteriori mentre, come già ho detto il travertino, che contiene anche della ghiaia, oltre a filliti e molluschi continentali (*Zonites compressus* Ziegl., *Helix obvoluta* Müll., *H. nemoralis* Lin., *Campylaea planospira* Lamk., *Cyclostoma elegnans* Müll., *Unio* cf. *Romanus* Rig.) e qualche mollusco marino (*Cardium edule* var, *Turritella*, ecc.) di trasporto come lo è la ghiaia, giace su sabbie giallognole ghiaiose. Al disopra delle ghiaie v'è un materiale tufaceo chiaro picchiettato di giallo, non litoide, a sua volta ricoperto da marna giallognola ricchissima di elementi vulcanici che vi formano delle striscie meglio accentuate, con molte pomici nere come quelle del sepolcro di Nasone ma costituendo un materiale diverso dal tufo pomiceo di quella località. Vengono poi vari strati ora marnosi, ora argillosi, ora pieni di nuclei marnolitici induriti, ora pieni di molluschi d'acqua dolce (*Limnaea ovata*, *L. palustris*, *Planorbis umbilicatus*, *Bythinia tentaculata*, *Valvata piscinalis*, ecc.) ora con lastre travertinose piene degli stessi molluschi o con impronte vegetali. Il vero tufo a pomici nere della variazione a fondo oscuro giace sul travertino dianzi menzionato coll'intermezzo di qualcuno dei detti strati marnosi a molluschi. Verso la sommità del banco si fa ad elementi minutissimi ed è ricoperto da un'altra varietà di tufo a pomici bianche, che si ritrova nella via Flaminia presso il casale della Cappella.

Geologia. — *Sulla geologia dei dintorni di Lagonegro.* Nota preliminare di GIUSEPPE DE LORENZO, presentata dal Corrispondente FR. BASSANI.

« Fra questi terreni dei dintorni di Lagonegro esistono delle discordanze, le quali, per il loro modo di presentarsi e per la corrispondenza con discordanze omotaxiali in regioni più o meno lontane, debbono iscriversi fra quelle che Reyer chiama discordanze di abrasione e che vanno comunemente conosciute sotto il nome di transgressioni. Nei sedimenti del Trias superiore, i cui omocroni nella valle del fiume Sosio in Sicilia e a Balia-Maaden nella Mysia transgredono sul carbonifero superiore, si può notare un continuo spostamento positivo, in progressione geometrica, della linea di spiaggia, che raggiunge il valore massimo nella parte più elevata degli scisti silicei a radiolarie: una sosta nel processo di sedimentazione, forse dovuta a correnti di profondità, produce il distacco nettissimo fra gli scisti silicei e le dolomiti a *G. exilis,* e con queste comincia un periodo inverso di spostamento negativo della linea di spiaggia, il quale si chiude con una completa emersione. Depositi equivalenti agli strati di Kössen molto probabilmente si formarono, ma furono poi distrutti dall'abrasione pre-liasica: nè in Sicilia infatti nè, fin' ora, nell'Italia meridionale si è trovato alcun terreno che possa con sicurezza riferirsi a essi, e la scoperta, del resto, di qualche lembo retico risparmiato dall'abrasione pre-liasica non infirmerebbe le mie vedute. A Lagonegro, come a Longobucco, Taormina e nella Sicilia occidentale, il Lias inferiore, formatosi in acque basse e accompagnato spesso da tipiche formazioni di spiaggia (conglomerato rosso di Longobucco e Taormina), si appoggia in decisa transgressione sui terreni più antichi al pari dei calcari omotaxiali di Hierlatz nelle Alpi e del Lias inferiore della Normandia e del Sud-Wales. Quel che avvenne dopo la sedimentazione dei calcari a brachiopodi del Lias inferiore non è facile stabilire, perchè la presenza a Trecchina di calcari con *Terebratula Aspasia* e di altri con Ellipsactinidi, la scoperta, ultimamente fatta da Di Stefano, di strati con *Megalodus pumilus* e *Terebratula Rotzoana* sul monte Pollino e l'esistenza in Sicilia di molte zone della serie giurese lascia campo aperto a molte ipotesi: vi fu però certamente un altro periodo di abrasione continentale coincidente press' a poco con la grande regressione del Weald, come è dimostrato dal fatto che a Lagonegro, nell'Italia meridionale e in Sicilia, i calcari urgoniani si distendono in discordanza sui terreni più antichi, entrando così a far parte della nota transgressione urgoniana. Un' ultima e spiccatissima discordanza di abrasione, equivalente alla transgressione oligocenica, esiste fra tutti i terreni mesozoici e i sedimenti dell'eocene superiore, dopo la deposizione dei quali cominciò, e dura tuttora, l'abrasione posteocenica, che ha così splendidamente modellato le montagne di Lagonegro.

« Ma se gli atmosferilj hanno dato al paesaggio Lagonegrese l'odierna armonica finitezza, esso è stato gettato nella sua massa imponente dalle forze che hanno dato luogo alla formazione delle montagne, e a testimonianza delle quali i calcari a noduli di selce e gli scisti silicei si veggono ora svolgersi in splendide pieghe, meravigliosamente precise nella loro arditezza.

« La più occidentale di tali pieghe è quella del Pennarrone, costituita da un solo ellissoide, o paraboloide ellittico, il cui asse maggiore orizzontale, diretto da Nord a Sud, misura circa quattro chilometri, mentre il sommo della cupola si è sprofondato, spostandosi lungo una superficie conica di frattura.

« Segue a oriente una piega diretta da N. N. N. E. a S. S. S. W., lunga poco più di undici chilometri e divisa in due ellissoidi: quello di Serra dell'Alto-Nicola-Milégo e quello di Vruschiddi-Timpone Russo.

« Parallelamente a questa succede una piega, che dal fiume Calore arriva fin quasi all'altezza di Rivello, misurando circa quattordici chilometri di lunghezza e smembrata nei tre ellissoidi di Farno-Gianni Griecu-Gurmára, Castagnaritu-Grada e Bitonto-Roccazzo. Anche qui delle superficie coniche di frattura con spostamento hanno prodotto una struttura embricata, simile alla *Schuppenstructur* di Suess, ma da questa, per genesi, essenzialmente diversa.

« Una piccolissima piega, rovesciata a S. E. e molto erosa, si trova nella parte bassa dalla valle del Chiotto ed è mascherata dal conglomerato postpliocenico di frana.

« Viene poi l'ellissoide, molto ben conservato e perfettissimo, di Bramafarina, il cui asse maggiore, diretto da Nord a Sud, è lungo circa tre chilometri.

« Il grandioso ellissoide del monte Sirino, schiacciato nella parte mediana dei fianchi ed espanso ai due apici, raggiunge quasi la lunghezza di undici chilometri, e l'asse della sua anticlinale descrive una linea flessuosa, che corre press'a poco da Nord a Sud.

« La piega anticlinale della Cresta d'Asino, lunga quasi tre chilometri e rovesciata a Est, devia leggermente dalla generale direzione, correndo da N. N. N. W. a S. S. S. E.

« Non così il maestoso ellissoide del monte Papa, che ripiglia la direzione meridiana, rovesciandosi a Est e portando a 2007 metri di altezza i calcari a noduli di selce.

« Diretta da N. N. N. E. a S. S. S. W., segue la piega strettissima della Sera Orticosa, rovesciata a Est sui sedimenti dell'eocene superiore, che sono rimasti impigliati in una stretta plica sinclinale.

« Ultima viene la cupola dell'Alzo del Corvo, incisa longitudinalmente dalle acque del fiume Sinni, e coperta a oriente dai terreni eocenici delle Fosse dell'Orso.

« In complesso, su d'una linea diretta da W. N. W. a E. S. E. e lunga

poco più di 18 km., esistono dieci pieghe, di cui non solo i fianchi orientali sono sempre più inclinati degli occidentali, fino a rovesciarsi completamente in qualche caso, ma che vanno aumentando sempre più d'intensità da occidente verso oriente, dalle cupole molto basse del Pennarrone e del Milégo alle pieghe strettissime e ribaltate a Est del gruppo montuoso del Sirino. A causa delle forze constrittive il calcare dolomitico a scogliera, che si trova generalmente, ma non sempre, nel fondo delle sinclinali, subì un potente clivaggio, e negli scisti silicei si sviluppò la potenzialità alla segmentazione poliedrica.

« Queste grandi pieghe costituite dai terreni triasici sono generalmente dirette da Nord a Sud, o deviano di pochi gradi da tale direzione, avvicinandosi verso il punto N. N. N. E. del quadrante: invece i terreni eoçenici, racchiusi nel fondo dei bacini sinclinali, costituiscono un sistema di pieghe molto ristrette e pigiate, le quali sono generalmente dirette da N. W. a S. E. a da W. N. W. a E. S. E. e che dipendono quindi solo parzialmente dal sistema di pieghe costituito dai terreni triasici. È quindi chiaro che per un movimento o una serie di movimenti orogenici pre-eocenici si abbozzarono delle lunghe pieghe in direzione meridiana, le quali poi furono accentuate, spostate e divise in ellissoidi o cupole transversali da una seconda serie di movimenti post-eocenici: i terreni argillosi dell'eocene superiore, depositatisi sulle anticlinali e nelle sinclinali in via di formazione, scivolarono da quelle o ne furono posteriormente lavate, mentre in queste furono costretti a raggrinzarsi in pieghe, che tagliano obliquamente la direzione delle pieghe pre-eoceniche.

« Tutte queste dislocazioni appariscono, come già Suess aveva pensato, quali effetti di movimenti assolutamente superficiali della crosta terrestre; ma nè la ipotesi di forze tangenziali attive, nè quella del peso, o quella del calore o l'altra, ultimamente riportata in vigore da Rothpletz, dell'espansione dànno una spiegazione naturale della formazione delle mantagne a pieghe di Lagonegro. Queste appariscono invece come corrugatesi per effetto di uno scivolamento, diretto dapprima da West a Est e poi da Sud-West a Nord-Est, che le ha fatte raggrinzare e rovesciare contro un massivo antico, di cui ricordano l'esistenza le anfiboliti scoperte da Viola a S. E. di Latronico. Dalle mie osservazioni credo dedurre che le montagne di Lagonegro costituiscono una conferma della *Gleittheorie* di Reyer.

« Il sig. dott. E. v. Mojsisovics, che ha voluto gentilmente esaminare i cefalopodi da me raccolti nel calcare dolomitico a scogliere (del che sentitamente lo ringrazio), vi ha potuto riscontrare le forme seguenti:

Atractites ind.
Orthoceras ind.

Pleuronautilus Cornaliae Stopp. sp.
Nautilus cfr. *longobardicus* Mojs.
Nautilus nov. f.
Proarcestes subtridentinus Mojs.
Protrachyceras cfr. *Archelaus* L.
Protrachyceras ind. ex. aff. *P. Pseudo Archelaus* Mojs.
Arpadites ind. ex. aff. *Arp. cinensis* Mojs.
Arpadites nov. f.

« Dalla presenza di tali forme l'insigne illustratore del Trias alpino, contrariamente a quello che io ho scritto, è indotto a ritenere che non vi è alcuna mescolanza di fossili appartenenti a diversi orizzonti e che essi appartengono senza dubbio al piano norico e molto probabilmente alla zona del *Trachyceras Archelaus*. In tale caso i calcari a noduli di selce di Lagonegro e della Sicilia occidentale anzi che appartenere alla zona del *Trachyceras Aon* e a quella del *Trachyceras Aonoides*, come era stato stabilito da Gemmellaro, cadrebbero nel livello dei calcari di Buchenstein, a cui sono petrograficamente identici. Ma su tale quistione ritornerò più ampiamente nel mio lavoro descrittivo ».

Geologia. — *La comunicazione sotterranea fra il canale d'Arni e la Pollaccia nelle Alpi Apuane, dimostrata mediante l'uranina* (¹). Nota del dott. G. De Agostini e di O. Marinelli, presentata a nome del Corrispondente Bassani.

« Nell'occasione delle ricerche che si dovettero fare per provvedere di acqua potabile la città di Firenze, venne in discussione la sorgente detta *la Pollaccia*, situata nella valle superiore della Torrite Secca, nelle Alpi Apuane. Portatasi la proposta al Consiglio comunale di Firenze nelle sedute di ottobre e novembre del decorso anno, il consigliere prof. Carlo De Stefani sollevò la questione dell'esistenza di una comunicazione sotterranea fra i canali d'Arni, del Freddone e di altri minori da un lato e la Pollaccia dall'altro. Questa opinione, già emessa dallo Stoppani (*Il bel Paese*, serata XII), fu recisamente negata dalla Commissione municipale, e dietro tale negazione fu approvata in massima la condottura della sorgente.

« Fu allora che l'egregio nostro maestro prof. De Stefani affidò a noi l'incarico di fare l'esperienza necessaria per troncare la questione e per mo-

(¹) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Geologia del R. Istituto di studî superiori di Firenze.

strare l'esattezza delle affermazioni sue, mediante una prova che non lasciasse più dubbio di sorta.

« Il mezzo migliore per dimostrare la presunta comunicazione era quello di servirsi di una sostanza colorante e, a tal fine, dopo accurato studio, fu scelta l'*uranina* come quella ch'è dotata del massimo potere di colorazione. Il prof. De Stefani, per mezzo del dott. Alessandro Bizzarri, ne fece venire da Darmstadt cinque Kg. espressamente preparati.

« Importava specialmente stabilire se esisteva comunicazione fra le acque del canale d'Arni (il corso d'acqua maggiormente suscettibile d'inquinazione), le quali, oltrepassato il paese omonimo, giunte al limite tra gli scisti ed i calcari, si perdono presso il punto detto *passo dell'Orso*, e la Pollaccia, che sgorga da una grotta poco sopra il villaggio d'Isola Santa.

« Una prima volta partimmo per eseguire l'esperimento e fu nel dicembre scorso; ma il cattivo tempo e l'abbondanza delle acque ci consigliarono a rimandare la prova a tempo migliore.

« Il tre marzo corrente si ripartì alla volta d'Arni ed alla sera dello stesso giorno tra le 15.50 e le 16.10 si potè versare nel canale d'Arni, 170 m. superiormente al *passo dell'Orso*, i 5 Kg. di uranina. La portata del canale fu da noi calcolata in quel giorno a circa 35 litri al secondo (media di quattro misure). L'acqua si colorò di un intensissimo e bel verde fluorescente, impiegando 30 minuti a percorrere i 170 m. che separavano il punto d'immissione dell'uranina da quello nel quale l'acqua scompariva completamente.

« Il punto d'immissione si trova all'altezza di 771 m. (misura coll'aneroide), la Pollaccia a 549 (media di tre misure coll'aneroide), il che forma quindi fra i due punti un dislivello di 222 m. con una distanza rettilinea di Km. 3,75, mentre il letto del torrente fra un punto e l'altro ha un corso superficiale di Km. 5.

« In base all'osservazione, che i 170 m. superficiali nel canale d'Arni erano stati percorsi in 30 minuti, ed ai dati risultanti dalle poche altre esperienze state fatte colla fluorescina (comunicazioni fra il Danubio e l'Aach nel 1877, e fra il lago di Brenet e l'Orbe nel 1893 e 1894), avevamo calcolato che il passaggio dell'acqua colorata sarebbe avvenuto in una durata di tempo variabile fra 30 e 50 ore.

« Infatti, non abbiamo potuto notare alcun segno di colorazione nella Pollaccia nè il giorno successivo all'immissione dell'uranina (4 marzo), nè la notte fra il 4 ed il 5; e già quasi si disperava della riuscita a motivo dell'aumento della portata della Pollaccia [1], prodotto dalla pioggia caduta

[1] La mattina del 4 a ore 8 la portata della Pollaccia venne da noi valutata a circa 400 litri al secondo, mentre la mattina seguente a ore 7 la portata era cresciuta di almeno 5 volte, per la pioggia che durava da appena 7 ore.

nelle prime ore del 5, quando ad Isola Santa, a ore 10,30 vennero notate le prime traccie di una colorazione verde fluorescente nelle acque della Torrite.

« Calcolando che dalla Pollaccia al mulino inferiore di Isola Santa (distanza rettilinea 750 m.), data la notevole portata e velocità della Torrite, l'acqua colorata abbia impiegato ore 1,30, il principio della colorazione avrebbe avuto luogo circa alle ore 9 del mattino; certo due ore prima, quando noi ci trovavamo alla sorgente, non si scorgeva ancora traccia alcuna di uranina. La durata del passaggio tra il Canale d'Arni e la Pollaccia fu dunque di circa 41 ora, in ragione cioè di 91 m. per ora, quando la comunicazione fosse in linea retta, mentre per certo deve aver luogo mediante frequenti e complicati meandri.

« Verso le 13 vedemmo la massima intensità di colorazione, ed era marcatissimo il contrasto fra il verde intenso della Pollaccia e l'acqua chiara della Val Terrena confluente lì vicino.

« Poco dopo l'acqua della sorgente cominciò ad uscir torbida, tanto da mascherare quasi completamente il colore dell'uranina.

« Il giorno successivo (6 marzo) alle 7 del mattino, quando si ripassò dalla Pollaccia per ritornare ad Arni, le sue acque continuavano ad essere notevolmente torbide, sebbene la pioggia fosse cessata da nove ore, e non mostravano più traccia alcuna di colorazione.

« Riservandoci di pubblicare altrove una più ampia relazione di questo nostro esperimento, insieme ad altre osservazioni che si ebbe campo di fare sulle condizioni idrografiche della Pollaccia e del suo bacino, abbiamo creduto opportuno comunicare subito il risultato di tale esperienza, la prima di tal genere fatta in Italia e, crediamo, la prima tentata con l'uranina ».

Batteriologia. — *Sulla nitrificazione che si produce nei muri.* Nota di G. Tolomei, presentata dal Socio Blaserna.

« È noto che sui muri umidi, inquinati di sostanze organiche, come nelle latrine, nelle stalle, ecc. si producono dei nitrati che appariscono quando il tempo è asciutto sotto forma di efflorescenze e quando è umido sotto forma di macchie scure, dovute al fatto che essendo i nitrati formatisi deliquescenti mantengono umide le pietre o gli intonachi, e danno luogo alla produzione di licheni e di muschi che li fanno apparire macchiati. Spesso, essendosi adoperate pietre vecchie per la costruzione di case nuove, quelle macchie appariscono anche in luoghi dove l'inquinamento di sostanze organiche non può avvenire, e possono a volte far ritenere un ambiente umido, mentre in realtà non lo è.

« La nitrificazione si compie rapidamente sui mattoni e sulle pietre

molto porose, dando vita in pochi giorni, se favorita dall'umidità e dalla temperatura, ad un'abbondante vegetazione; mentre invece sulle pietre molto com patte e sugli intonachi il fenomeno procede più lentamente e dopo che la nitrificazione è avvenuta, la vegetazione che si manifesta è di licheni scuri. Nelle cantine, dove l'aria è satura di umidità, la nitrificazione si compie dando luogo ad efflorescenze molto appariscenti di nitrati.

« Sui muri esterni esposti alla luce, invece, il fenomeno produce delle macchie scure che scompaiono quasi con la stagione asciutta, ma che a poco a poco sono invase dalla vegetazione di licheni, i quali lasciano una macchia permanente. Questi licheni, per altro, sono assai lenti a svilupparsi e le pietre per molto tempo diventano scure e appariscono come bagnate nella stagione umida.

« Nessun dubbio che la formazione dei nitrati che ha luogo nei muri non abbia la stessa origine di quella che si produce nel terreno e che è stata soggetto di tante ricerche, vista l'importanza che ha per l'agricoltura.

« Però, che io mi sappia, nessuno studio diretto è stato fatto sulla nitrificazione che ha luogo nelle pietre adoperate per la costruzione dei muri, studio che ha pure una certa importanza dal lato costruttivo, e d'altra parte può servire ad aumentare le cognizioni che si hanno sulla nitrificazione che ha luogo nel terreno, e forse condurre a qualche conclusione importante anche per ciò che riguarda l'agricoltura. Credo quindi non inutile esporre i risultati di molte esperienze od osservazioni da me fatte.

« Per vedere se anche sulle pietre dei muri e sugli intonachi la produzione dei nitrati è dovuta come nel terreno a microrganismi, cominciai dal ripetere un'esperienza fatta dal Kramer, sostituendo alla terra vegetale da esso adoperata, delle pietre inquinate di sostanze organiche e sulle quali si cominciava a manifestare la produzione dei nitrati. Presi della terra argillosa ordinaria, vi aggiunsi della sabbia ricca di quarzo, in modo da ottenere una mescolanza facilmente permeabile all'aria, e dopo averla calcinata la introdussi in quattro tubi di vetro del diametro di 4 cm. e della lunghezza di circa 35 cm., chiusi nella parte inferiore da un tappo di amianto ben calcinato, situato alla distanza di circa 4 cm. dall'orlo. La terra occupava l'altezza di circa 25 cm. ed i tubi erano chiusi coi soliti turaccioli di ovatta sterilizzata. Il tutto fu nuovamente sterilizzato.

« Ciò fatto presi dello sterco fresco di cavallo, lo ridussi in una poltiglia con acqua distillata e dopo averla lasciata per qualche tempo in riposo la filtrai ottenendo così un liquido molto ricco di sostanza organica. Questo liquido fu sterilizzato e dopo avere verificato che non conteneva nè ammoniaca nè acido nitrico fu diviso in due parti, con una delle quali fu imbevuta ben bene la terra di due dei tubi che furono nuovamente sterilizzati. Nell'altra parte fu aggiunta, in piccola quantità, della polvere ottenuta frantumando una pietra, che aveva fatto parte del muro di una latrina, e sulla quale era cominciata la nitrificazione, e col liquido fu imbevuta la terra degli

altri tubi, i quali furono lasciati accanto ai primi in un armadio all'oscuro. Dopo 15 giorni fu preso un tubo di ciascuna coppia, fu trattata un po' della terra con acqua distillata ed in questa fu ricercata l'ammoniaca col reattivo di Nessler. Nel tubo contenente i frammenti di pietra l'ammoniaca potè essere constatata in quantità rilevante, mentre non se ne ebbe traccia nell'altro. L'altra coppia di tubi fu lasciata in riposo durante due mesi, avendo cura di introdurre ogni tanto nei tubi qualche goccia di acqua distillata e steririllizzata per mantenere umida la mescolanza, e dopo trattata con acqua la terra fu ricercato nel liquido ottenuto, per mezzo della Difenilamina, l'acido nitrico. La presenza di questo corpo si manifestò in modo evidente nel liquido dei tubo contenente i frammenti di pietra, mentre non fu possibile constatarla nell'altro, e in ambedue i tubi non si riscontrò traccia di ammoniaca.

« Con i quattro estratti acquosi ottenuti dai quattro tubi furono fatte le colture a placche sulla gelatina nutritiva, e su questa potei constatare per i due tubi contenenti i frammenti di pietra una grande quantità ni batterî, mentre non ne ebbi affatto dal liquido degli altri due tubi. Da questa esperienza potei solo concludere che furono dei microrganismi che operarono la nitrificazione dell'ammoniaca formata dalla putrefazione del letame e che questi microrganismi, o i loro germi, dovevano trovarsi in quei frammenti di pietra che io mescolai al liquido adoperato.

« Ho ripetuto pure l'esperienza di Winogradsky per vedere se mi riusciva scoprire il batterio da esso trovato. Presi un liquido avente la composizione:

Solfato d'ammonio gr. 1; Solfato di potassio gr. 1; Acqua comune gr. 1000.

« Distribuii questo liquido in diversi matracci, in ciascuno dei quali aggiunsi da 0,5 a 1 gr. di carbonato basico di magnesio sospeso in acqua distillata; sterilizzai facendo bollire ed aggiunsi in uno di essi una goccia di acqua distillata, nella quale erano stati in fusione per qualche tempo dei frammenti di pietra sui quali si producevano dei nitrati.

« Dopo 7 giorni constatai con la difenilamina una bella colorazione azzurra scura che non si produceva nel liquido degli altri matracci. Ripetei l'esperienza aggiungendo, oltre una goccia del liquido nitrificato, 0,5 °/o di solfato d'ammonio e la nitrificazione divenne più intensa; il carbonato di magnesio che si trovava al fondo del recipiente divenne di colore grigiastro e a poco a poco si trasformò in una sostanza di aspetto gelatinoso, la quale coll'agitazione si divise in fiocchi. Tali fiocchi, osservati al microscopio, risultarono costituiti da gruppi di piccoli cristalli di un sale trasparente coperti di un batterio di forma ellissoidale più o meno allungati e in taluni sferici. Tale batterio non poteva essere che quello scoperto dal Winogradsky.

« Schlösing e Müntz nelle loro esperienze [1] constatarono che affinchè la nitrificazione proceda rapidamente è necessario nel terreno un certo grado

[1] Comptes Rendus, t. 89, p. 1074.

di umidità, e parve loro che una debole reazione alcalina fosse una condizione favorevole alla formazione dei Nitrati. Questi due fatti sono confermati in modo indiscutibile da ciò che avviene sopra le pietre.

« Quanto al primo è cosa molto facile constatare, come ho fatto io, che lasciando dei frammenti di pietra, inquinati quanto si vuole di sostanze organiche, in un ambiente asciutto non danno mai luogo alla formazione della più piccola traccia di nitrato, mentre non appena sono posti in un luogo umido la nitrificazione comincia, manifestandosi col fare apparire bagnata la pietra. Del resto con la difenilamina è facilissimo allora constatare la presenza di quantità rilevanti di azoto nitrico.

« Quanto all'influenza della reazione alcalina, io ho potuto mettere in evidenza la cosa in un modo molto semplice, avendo avuto occasione di notare che le pietre inquinate davano la maggior produzione di nitrati subito dopo che erano state adoperate per la costruzione dei muri e intonacate, cioè in quel tempo in cui la calce dell'intonaco è ancora allo stato di idrato di calcio e dà, per conseguenza, una forte reazione alcalina. Per controllare con l'esperienza se avveniva realmente così, presi un pezzo di pietra inquinata, lo ridussi in frammenti, presso a poco delle stesse dimensioni, dei quali feci due parti uguali e impastai l'una con calce ordinaria e l'altra con una mescolanza di calcinacci e sabbia sterilizzata, la quale non dava reazione alcalina.

« I due miscugli furono posti in due capsule sotto due campane contenenti due recipienti pieni d'acqua per mantenere l'aria satura di umidità, ed il tutto fu collocato all'oscuro in un armadio in un ambiente nel quale si aveva una temperatura media di 15° e soggetta a piccolissime variazioni.

« Dopo un mese, esaminato il contenuto delle due capsule, fu riscontrata, per mezzo della difenilamina, nella capsula contenente il miscuglio fatto con calce fresca una rilevante quantità di azoto nitrico, mentre si ebbero solamente delle traccie di questo corpo nell'altra.

« Aggiungerò che del fenomeno ora studiato si è fatta un'applicazione pratica nei lavori del centro di Firenze, quando, nonostante le cure adoperate e lo scarto fatto delle pietre inquinate, compariva qualche macchia sui muri.

« Ed ecco come. Se si prende una pietra inquinata, si intonaca e si abbandona per qualche tempo in un ambiente umido tosto compariscono i nitrati e la loro formazione procede lentamente per un tempo lunghissimo. Ma se si leva il primo intonaco e se ne pone un altro ha luogo rapidamente la formazione di nuovo nitrato, e così di seguito, finchè non è totalmente esaurita la sostanza organica di cui è inquinata la pietra. Quando non si forma più nitrato, poco dopo aver messo l'intonaco, si può star sicuri che non comparirà mai. Questo è l'unico mezzo che dia un risultato sicuro, per togliere lo macchie prodotte dai nitrati sui muri di recente fabbricati. Si leva l'intonaco fino a mettere allo scoperto le pietre inquinate e si rintonaca di nuovo, ripetendo l'operazione fino all'esaurizione della materia organica. Si potrebbe obbiettare che piuttosto di dover compiere tutto questo lavoro, sa-

rebbe molto più semplice non adoperare affatto materiali inquinati; ma ciò è impossibile, perchè tanto i mattoni che le pietre che saranno adoperati in una costruzione sono conservati ordinariamente all'aperto, e molto facilmente rimangono inquinati d'orina o di altre sostanze organiche.

« Come ho riportato sopra, fu affermato dal Warrington e da Soyka che la nitrificazione ha luogo solamente nell'oscurità: ma Shlösing e Muntz dietro le loro esperienze conclusero che il fenomeno procede nello stesso modo alla luce debole come nell'oscurità e solo è ostacolato, senza essere affatto impedito, da una luce molto viva [1].

« Nella nitrificazione che avviene sulle pietre e sui muri si verifica lo stesso fatto, sebbene il fenomeno presenti una grande differenza secondo che avviene alla luce o nell'oscurità. È certo che le macchie appariscono più intense in quelle parti del muro che sono meno colpite dalla luce diretta del sole, e che la produzione dei nitrati è enormemente maggiore nelle cantine che rimangono costantemente all'oscuro che sui muri esterni; ma vi è un'altra differenza notevole. Nelle cantine i nitrati appariscono sotto forme di efflorescenze, a volte così abbondanti da potersi raccogliere il sale in quantità rilevante, raschiando semplicemente il muro con un coltello; mentre è raro che tali efflorescenze si producano sui muri esterni, sui quali invece ha luogo lo sviluppo dei licheni sulle pietre compatte e dei muschi in quelle porose. Nell'oscurità dunque la nitrificazione è completa, ed i sali che si formano vengono all'esterno del muro nel modo che tutti sanno; mentre alla luce, a mano a mano che la nitrificazione procede, il muro diventa un terreno atto alla vegetazione dei muschi e dei licheni, i quali vi si sviluppano e crescono producendo le macchie. Che il fenomeno sia dovuto alla luce lo potei verificare in un modo molto semplice. Presi diversi frammenti di pietre e di mattoni nuovi, li tenni in fusione per qualche tempo in un liquido preparato trattando lo sterco fresco di cavallo con acqua distillata, nel modo che ho detto precedentemente; gli intonacai tutti ugualmente e ne conservai parte nell'oscurità, mentre altri furono mantenuti alla luce. Sui primi ebbi dopo qualche tempo le efflorescenze, senza la minima traccia di vegetazione, mentre sui secondi apparirono le macchie dovute ai muschi e ai licheni. Sui mattoni e sulle pietre porose le macchie erano verdi, mentre sulle pietre compatte erano scure. Tanto nell'un caso che nell'altro la quantità di azoto nitrico era molto minore di quella ottenuta sui frammenti conservati nell'oscurità. Peraltro, da osservazioni ed esperienze di questo genere, sarebbe difficile poter dedurre con certezza che la luce ostacoli la nitrificazione, giacchè il processo ha luogo non sullo strato esterno del muro o della pietra, ma sibbene sulla superficie di contatto fra l'intonaco e la pietra o nei pori di questa, dove certo la luce non arriva ad esercitare la sua azione. Se il sale che si forma apparisce solo

[1] Comptes Rendus, 89, 1074.

all'esterno, ciò avviene per la ben nota proprietà dei sali che son capaci di produrre efflorescenze.

« Per scoprire se in realtà la luce esercita un'azione sullo sviluppo del fermento nitrico, presi 4 palloni nei quali: posi del liquido adoperato per riconoscere la presenza del batterio della nitrificazione; sterilizzai il tutto, e vi aggiunsi una goccia d'acqua distillata nella quale erano stati in fusione per qualche tempo dei frammenti di pietra in cui la nitrificazione era molto pronunciata. Posi uno dei palloni in un armadio perfettamente allo scuro, ne lasciai uno esposto alla luce diffusa del giorno, ed esposi gli altri due alla luce diretta del sole.

« Dopo 16 giorni di questo trattamento fu determinato l'azoto nitrico nel liquido di ciascun dei recipienti, e fu ottenuta una percentuale di 0,045 per il pallone mantenuto nell'oscurità, di 0,036 per quello mantenuto alla luce del sole, e di 0,008 e 0,009 per i due palloni esposti durante il giorno alla luce del sole. Si noti che in questi ultimi la temperatura fu sempre superiore di 2 o 3 gradi a quella degli altri due, e siccome un tale aumento doveva piuttosto favorire la produzione dei nitrati, se ne deduce che la luce diretta del sole esercita un'azione contraria alla produzione stessa, e, per conseguenza, sullo sviluppo del fermento nitrico.

« Per riconoscere quali sono i raggi luminosi che esercitano un'azione contraria alla nitrificazione, mi servii del procedimento seguito per studiare l'azione della luce sopra lo sviluppo del *Mycoderma aceti* [1] e sopra quello del formato ellittico [2]. I risultati ottenuti furono gli stessi a cui giunsi nelle suddette esperienze, e mi condussero a concludere che sono solo i raggi chimici quelli che esercitano l'azione contraria allo sviluppo del fermento nitrico.

« Avendo riscontrato che l'ozono in piccolissima quantità favorisce lo sviluppo dei fermenti del vino [1], ho cercato se si verificava lo stesso fatto per il fermento nitrico. A tale scopo ho seguito lo stesso procedimento adoperato nelle ricerche suddette, alla descrizione delle quali rimando chi volesse conoscerle.

« Sotto 5 campane contenenti aria atmosferica e ozono nelle proporzioni di 0; 0,5; 1; 5 e 10 per mille e che indicherò coi n. 1, 2, 3, 4 e 5, furono collocati 5 frammenti di pietra inquinati di sostanza organiche, rivestiti con la stessa quantità di intonaco, e vi furono lasciati per 30 giorni, in capo ai quali fu determinata la quantità di azoto nitrico formatasi nell'intonaco stesso. I risultati ottenuti furono i seguenti:

N.°	1	quantità	di azoto	nitrico	0,032
»	2	»	»	»	0,048
»	3	»	»	»	0,046
»	4	»	»	»	0,021
»	5	»	»	»	0,007.

(1) Le staz. sper. agr. ital., vol. XX, fasc. IV.

(2) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. I, serie 5a, p. 320.

« Questi risultati portano a concludere che l'ozono in piccola quantità favorisce lo sviluppo del fermento nitrico, mentre in quantità rilevante lo contraria.

« Il Deherain notò [1] che in alcuni casi la nitrificazione delle materie azotate del suolo acquista una straordinaria attività, e istituì una serie di esperienze dalle quali concluse che la causa di ciò deve ricercarsi nella triturazione della terra, ossia nel rimescolamento che favorisce la uniforme distribuzione nella massa di fermenti della nitrificazione, e soprattutto l'aereazione.

« Questo fatto è confermato da ciò che avviene nelle pietre. Lasciate queste nell'interno del suolo per moltissimo tempo, non danno origine affatto alla produzione di nitrati, mentre disseppellite e adoperate nella costruzione dei muri, danno luogo abbondantemente alla produzione di quei sali.

« Io ho avuto delle pietre che senza alcun dubbio si trovano da parecchi secoli nel sottosuolo, e nonostante che fossero impregnate abbondantemente di sostanze organiche (talune si trovavano nelle vicinanze di una latrina a smaltitoio) non contenevano che traccie di azoto nitrico. Lavate ben bene quelle pietre e ricoperte con dello intonaco ordinario, questo si rivestiva ben presto della nota efflorescenza e la produzione dei nitrati era abbondantissima. Adoperando le pietre nella costruzione dei muri, hanno dato sempre luogo alla produzione di macchie, dovute alla deliquescenza dei nitrati formatisi. Ma un'esperienza decisiva, che conferma quello che è stato trovato dal Deherain, è la seguente. Furono presi due frammenti di una medesima pietra non contenente affatto azoto nitrico; furono intonacati alla superficie con la stessa quantità di calcina, e furono collocati sotto due campane, contenenti un piccolo recipiente pieno d'acqua per mantenere l'aria umida, in una delle quali era fatto il vuoto a 1^{cm} mattina e sera, mentre nell'altra l'aria era invece rinnovata mattina e sera. Dopo 20 giorni di questo trattamento, furono lavati i due frammenti con acqua distillata fino ad esaurirli completamente dei loro nitrati, ed in quest'acqua venne determinato l'azoto nitrico con protocloruro di ferro ed acido cloridrico, ottenendo una percentuale di 0,002 per il frammento mantenuto nell'aria rarefatta e di 0,0562 per l'altro. Ciò che dimostra che l'aereazione è capace di accelerare in modo sorprendente la produzione dei nitrati. Sebbene potesse sembrare superfluo, ripetei l'esperienza in un altro modo per mettermi nelle stesse condizioni in cui aveva operato il Deherain. Presi un pezzo di pietra che tenni immersa per una settimana nel liquido adoperato nelle esperienze precedenti e privo affatto di azoto nitrico; la ridussi in frammenti presso a poco delle stesse dimensioni, dei quali feci sei parti che impastai con lo stesso peso di calcina e stesi sopra lastre di vetro facendone piccole focaccie. Non appena che furono essiccate ne ridussi una in polvere minuta (n. 1); una in frammenti della grossezza di un chicco di granturco

[1] Ann. agronom. 25 sett. 93, pag. 401-418.

(n. 2); una in frammenti della grossezza di una nocciola (n. 3); una la divisi in 5 pezzi delle dimensioni di 2 a 3 cm³ (n. 4); e le altre due le lasciai intere.

« I diversi frammenti furono posti separatamente in capsule di porcellana, che furono disposte sotto diverse campane contenenti, al solito, un piccolo recipiente pieno d'acqua per mantenere l'aria umida; in ciascuna delle capsule fu posta una bacchettina di vetro che doveva servire a rimestare i frammenti nel corso dell'esperienza. Le due focaccie furono situate sotto due campane col solito recipiente d'acqua, in una delle quali l'aria era rimontata mattina e sera, mentre nell'altra non poteva esservi rinnovata perchè era stato posto uno strato di grasso fra il suo orlo e la lastra di vetro in cui era posata.

« Ogni mattina le altre campane erano sollevate e con la bacchettina di vetro era rimescolato il contenuto di ciascuna capsula.

« Dopo 17 giorni, trattate le sostanze delle capsule con acqua distillata fino all'esaurimento dei nitrati e determinato in questa l'azoto nitrico col metodo adoperato precedentemente, si ebbero i seguenti risultati:

	Azoto nitrico in 100 gr. di sostanza
N.° 1	0,051
» 2	0,046
» 3	0,037
» 4	0,019
» 5	0,012
» 6	0,007.

« È dunque fuori di dubbio che l'aereazione e la triturazione favoriscono in modo notevole la produzione dei nitrati.

« Un'altra causa, che nessuno ha finora notata, che esercita una influenza notevole nella produzione anzidetta, deve ricercarsi nelle oscillazioni di temperatura. È forse a tale causa che bisogna attribuire il fatto della diversa produzione di nitrati notata dal Deherain in terre che si trovano nelle identiche condizioni di umidità, triturazione e aereazione, e molto probabilmente deve attribuirsi alla causa stessa la diversità che si riscontra nella intensità della nitrificazione nelle diverse stagioni.

« È un fatto che può riscontrarsi da chiunque che nelle cantine mantenute per molto tempo chiuse e nelle quali la temperatura subisce debolissime oscillazioni, la produzione dei nitrati è molto maggiore che in quelle in cui si hanno differenze molto grandi fra la temperatura del giorno e quella della notte perchè rimangono continuamente aperte. Io ho potuto verificare sperimentalmente lo casa nel modo seguente.

« Presi due frammenti di pietra delle stesse dimensioni, gli inquinai di sostanza organica nel solito modo, gli rivestii di intonaco e ne posi uno in un termostato nel quale la temperatura era mantenuta a 25° mentre l'altro,

che nel giorno era tenuto nel termostato insieme al primo, era posto durante la notte sotto una campana sopra una terrazza scoperta dove la temperatura minima della notte oscillava fra 0° e 4°. Accanto ai due frammenti era situata una capsula piena d'acqua per mantenere umida l'aria in cui erano immersi.

« Dopo 17 giorni di questo trattamento, fu determinato l'azoto nitrico nello intonaco delle due pietre e furono trovati due numeri che stavano approssimativamente come 11 a 3, ciò che dimostra che le oscillazioni di temperatura hanno una notevole influenza sullo sviluppo del fermento nitrico.

« *Conclusioni.* — Da quanto è stato esposto possono trarsi le seguenti conclusioni:

« 1.° La nitrificazione che avviene nei muri e nelle pietre è prodotta da un microrganismo che si ha ragione di credere essere quello stesso che produce la nitrificazione nel terreno.

« 2.° L'umidità è un fattore indispensabile per la nitrificazione.

« 3.° Una debole reazione alcalina favorisce lo svilupo del fermento nitrico.

« 4.° Per fare scomparire le macchie a cui dà luogo la nitrificazione sui muri, non vi è altro mezzo che quello di mettere a nudo le pietre o i mattoni inquinati di sostanza organica e rivestirli e spogliarli alternativamente dell'intonaco fino al completo esaurimento della materia organica.

« 5.° La luce ha un'azione contraria allo sviluppo del fermento nitrico, e tale azione è esercitata dai soli raggi chimici.

« 6.° A parità delle altre condizioni le sostanze porose danno luogo alla formazione dei nitrati molto più rapidamente dei materiali compatti.

« 7.° L'ozono in piccola quantità è favorevole alla nitrificazione.

« 8.° Le oscillazioni della temperatura contrariano notevolmente lo sviluppo del fermento nitrico ».

PERSONALE ACCADEMICO

Il PRESIDENTE annuncia che alla seduta assistono i Socî stranieri: CHAUVEAU, FOSTER, VIRCHOW e il prof. GAYET.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario BLASERNA presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quella intitolata: *L'Institut physiologique de Turin* del Socio Mosso, e la Memoria a stampa: *I pilastri centrali del Duomo di Milano* del prof. LUCA BELTRAMI.

Il Presidente presenta l'opera del Socio Mosso: *La temperatura del cervello* facendone particolare menzione.

Il Socio Lanciani presenta una copia del 2° fascicolo della sua: *Forma Urbis Roma.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà comunicazione di un invito rivolto all'Accademia dall'Associazione dei chimici belgi, per il Congresso internazionale di chimica applicata, che avrà luogo in Bruxelles nel prossimo agosto.

Lo stesso Segretario dà poscia conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia Olimpica di agricoltura, scienze, lettere ed arti di Vicenza; il R. Istituto geologico di Stockholm; la Società geologica di Manchester; la Società di scienze naturali di Emden; la Società geologica e l'Istituto Smithsoniano di Washington; il Museo di geologia pratica di Manchester.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Ministero della Guerra; la Scuola politecnica di Aachen.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 1° aprile 1894.

Beltrami L. — The central pillars of Milan Cathedral. London, 1892. 4°.
Bouček B. — Cholera na Poděbradsku. V Poděbradech s. a 8°.
Bruuder G. — Zum Gegend und Saaz in ihren geologischen Verhältnissen geschildert. Saaz, 1893. 8°.
Fano G. — Le funzioni del cuore nei sentimenti. Trieste, 1893. 8°.
Id. — Sul chimismo respiratorio negli animali e nelle piante. Torino, 1893. 8°.
Id. — Sulle funzioni e sui rapporti funzionali del corpo tiroide. Milano, 1893. 8°.
Id. e *Fasola G.* — Sulla contrattilità polmonare. Torino, 1893. 8°.
Id. e *Masino G.* — Intorno ai rapporti funzionali fra apparecchio auditivo e centro respiratorio. Siena, 1893. 8°.
Id. id. — Intorno agli effetti delle lesioni portate sull'organo dell'udito. Siena. 1893. 8°.

Fritsche H. — Die magnetischen Localabweichungen bei Moskau und ihre Beziehungen zur dortigen Local-Attraction. Moskau, 1893. 8°.

Invito e statuto della fabbrica della Nuova Chiesa Cattedrale in Spalato. Spalato, 1893. 8°.

Kukula O. — O lithiasi měchýře močovéhc v Cechách. V Praze, 1894. 8°.

Mosso A. — La temperatura dal cervello. Studî termometrici. Milano, 1894. 8°.

Id. — L'Institut physiologique de l'Université de Turin. Turin, 1894. 8°.

Rieger B. — Zřízení Krajské V Cechách. V Praze. 1893. 8°.

Savastano L. — Il rimboschimento dello Appennino meridionale. Napoli, 1893. 8°.

Studiati C. e *Daddi L.* — Contributo per lo studio delle funzioni della pelle. Torino, 1893. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 15 aprile 1894.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *I numeri di Grassmann in Geometria intrinseca.* Nota di E. CESÀRO, presentata a nome del Socio F. SIACCI.

« L'uso dei *numeri alternati* conferisce una forma assai precisa ed elegante ai calcoli ed ai risultati dell'analisi intrinseca delle superficie, e permette, in particolare, di compendiare in una sola le tre celebri *formole di Codazzi.* Affinchè x, y, z rappresentino le coordinate d'un punto fisso dello spazio rispetto ad una terna ortogonale di assi, uno dei quali (l'asse delle z) si suppone normale alla superficie nell'origine mobile, sono necessarie e sufficienti le condizioni

$$\frac{dx}{ds}=\mathfrak{N}z-\mathfrak{G}y-1\,,\quad \frac{dy}{dz}=\mathfrak{G}x-\mathfrak{T}z\,,\quad \frac{dz}{ds}=\mathfrak{T}y-\mathfrak{N}x\,,\tag{1}$$

in cui $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{T}$ rappresentano rispettivamente la *curvatura normale*, la *curvatura geodetica*, la *torsione geodetica* d'una linea della superficie, tangente nell'origine all'asse delle x. Alle relazioni (1) si può dar la forma

$$\left\{\begin{aligned} i\frac{dx}{ds}&=i\mathfrak{T}\,.\,ix+k\mathfrak{G}\,.\,jy+j\mathfrak{N}\,.\,kz-i\\ j\frac{dy}{ds}&=k\mathfrak{G}\,.\,ix+j\mathfrak{N}\,.\,jy+i\mathfrak{T}\,.\,kz\\ k\frac{dz}{ds}&=j\mathfrak{N}\,.\,ix+i\mathfrak{T}\,.\,jy+k\mathfrak{G}\,.\,kz\end{aligned}\right.\tag{2}$$

convenendo che le unità i, j, k abbiano i quadrati nulli, e che le condizioni

$$i = jk = -kj\,, \quad j = ki = -ik\,, \quad k = ij = -ji \tag{3}$$

siano soddisfatte. Ora le (2) si possono compendiare, sommandole, nell'unica formola

$$\frac{d\Omega}{ds} = \omega\Omega - i\,, \tag{4}$$

in cui compariscono soltanto i vettori

$$\Omega = ix + jy + kz\,, \quad \omega = i\mathfrak{G} + j\mathfrak{N} + k\mathcal{G}.$$

Così la derivazione rispetto all'arco si riduce alla semplicissima operazione vettoriale, rappresentata dal simbolo ω. Importa dunque conoscere l'effetto delle operazioni ω^2, ω^3, ... sulle unità fondamentali.

« Conviene osservare, innanzi tutto, che, per le convenzioni (3), il prodotto di tre unità fondamentali è generalmente nullo, tranne quando il secondo o il terzo fattore soltanto sia uguale al primo, nei quali due casi il prodotto si riduce al rimanente fattore, preso rispettivamente col segno cambiato o col proprio segno. In altri termini

$$iji = j\,, \quad iij = -j\,, \ldots . \tag{5}$$

Ne segue, se si considerano più generalmente le operazioni vettoriali

$$\omega_1 = i\alpha_1 + j\beta_1 + k\gamma_1\,, \quad \omega_2 = i\alpha_2 + j\beta_2 + k\gamma_2\,,$$

che l'operazione

$$\begin{aligned}\omega_1\omega_2 = ii\,\alpha_1\,\alpha_2 + ij\,\alpha_1\,\beta_2 + ik\alpha_1\,\gamma_2\\ + ji\,\beta_1\,\alpha_2 + jj\,\beta_1\,\beta_2 + jk\beta_1\,\gamma_2\\ + ki\,\gamma_1\,\alpha_2 + kj\,\gamma_1\,\beta_2 + kk\gamma_1\,\gamma_2\,,\end{aligned}$$

applicata, per esempio, all'unità i, produce il risultato

$$iji\,\alpha_1\beta_2 + iki\,\alpha_1\gamma_2 + jji\,\beta_1\beta_2 + kki\,\gamma_1\gamma_2\,,$$

cioè

$$\omega_1\omega_2 i = -i\,(\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 + \gamma_1\gamma_2) + \omega_2\,\alpha_1\,. \tag{6}$$

Operando invece sull'unità scalare si ottiene

$$\omega_1\omega_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \end{vmatrix}. \tag{7}$$

In particolare $\omega^2 = 0$ ed

$$\omega^2 i = -ix^2 + \omega\mathfrak{G}\,, \quad \omega^2 j = -jx^2 + \omega\mathfrak{N}\,, \quad \omega^2 k = -kx^2 + \omega\mathcal{G}\,, \tag{8}$$

dove x rappresenta il modulo di ω.

« Ora è assai facile trovare le formole per le quali le successive derivate di x, y, z si esprimono linearmente in x, y, z. Infatti, quando si prescinde dalla variazione delle curvature, la (4) dà

$$\frac{d^n\,\Omega}{ds^n} = \omega^n\,\Omega - \omega^{n-1}\,i\,,$$

e tutto si riduce al calcolo dei risultati dell'operazione ω^n sulle unità fondamentali. Ed a questi risultati facilmente si perviene mediante le formole (8) e le altre, evidenti,

$$\omega i = j\mathcal{G} - k\mathcal{N}, \quad \omega j = k\mathcal{E} - i\mathcal{G}, \quad \omega k = i\mathcal{N} - j\mathcal{E}, \tag{9}$$

perchè, se si osserva che il risultato di più operazioni vettoriali identiche su qualunque scalare è nullo, si ottiene

$$\omega^{2n+1}.i = (-1)^n \omega i x^{2n}, \quad \omega^{2n+2}.i = (-1)^n \omega^2 i x^{2n}.$$

In particolare, se si vogliono le formole analoghe alle (1), relative alle derivate seconde, si ha

$$\frac{d^2\Omega}{ds^2} = \omega^2 ix + \omega^2 jy + \omega^2 kz - i,$$

ovvero, in virtù di (8) e di (9),

$$\frac{d^2\Omega}{ds^2} = -\Omega x^2 + \omega\mu + k\mathcal{N} - j\mathcal{G},$$

dove μ rappresenta $\mathcal{E}x + \mathcal{N}y + \mathcal{G}z$. Questa eguaglianza si scinde manifestamente in

$$\frac{d^2x}{ds^2} = -xx^2 + \mathcal{E}\mu, \quad \frac{d^2y}{ds^2} = -yx^2 + \mathcal{N}\mu, \quad \frac{d^2z}{ds^2} = -zx^2 + \mathcal{G}\mu.$$

Ai secondi membri bisognerà poi aggiungere i termini provenienti dalla variazione delle curvature, cioè

$$z\frac{d\mathcal{N}}{ds} - y\frac{d\mathcal{G}}{ds}, \quad x\frac{d\mathcal{G}}{ds} - z\frac{d\mathcal{E}}{ds}, \quad y\frac{d\mathcal{E}}{ds} - x\frac{d\mathcal{N}}{ds}.$$

« Un'altra notevole conseguenza trarremo dalla formola (6) osservando in primo luogo che

$$(\omega_1\omega_2 - \omega_2\omega_1)\, i = \omega_2\alpha_1 - \omega_1\alpha_2 \tag{10}$$

Sia $i\alpha + j\beta + k\gamma$ l'operazione vettoriale equivalente ad $\omega_1\omega_2 - \omega_2\omega_1$, sia cioè

$$(i\alpha + j\beta + k\beta)\, \Omega = (\omega_1\omega_2 - \omega_2\omega_1)\, \Omega.$$

In virtù delle (5) si ha

$$i\,(\omega_1\,\omega_2 - \omega_2\,\omega_1)\, i = i\,(i\alpha + j\beta + k\gamma)\, i = j\beta + k\gamma.$$

Dunque, osservando la (10),

$$\begin{cases} j\beta + k\gamma = i\omega_2\,\alpha_1 - i\omega_1\,\alpha_2 , \\ k\gamma + i\alpha = j\omega_2\,\beta_1 - j\omega_1\,\beta_2 , \\ i\alpha + j\beta = k\omega_2\,\gamma_1 - k\omega_1\,\gamma_2 ; \end{cases}$$

poi, sommando,

$$i\alpha + j\beta + k\gamma = \frac{1}{2}(\omega_1\omega_2 - \omega_2\omega_1) = \omega_1\omega_2. \tag{11}$$

Adunque l'operazione $\omega_1\omega_2 - \omega_2\omega_1$, la quale, applicata alle quantità scalari, equivale a $2\omega_1\omega_2$, si riduce invece ad $\omega_1\omega_2$ quando è applicata ad un vettore.

« Ora, tornando alla superficie, consideriamo un'altra curva, tangente nell'origine all'asse delle y, e distinguiamo con indici 1 e 2 tutto ciò che si riferisce alla prima o alla seconda curva. Siano q_1 e q_2 i parametri che definiscono le due curve in una rete ortogonale, e siano

$$ds_1 = Q_1\, dq_1 \quad , \quad ds_2 = Q_2\, dq_2$$

gli archi elementari. Posto

$$\omega_1 = i\mathcal{E}_1 + j\mathcal{N}_1 + k\mathcal{G}_1 \quad , \quad \omega_2 = i\mathcal{N}_2 - j\mathcal{E}_2 + k\mathcal{G}_2 ,$$

si ha, per la formola (4),

$$\frac{\partial \Omega}{\partial s_1} = \omega_1\, \Omega - i \quad , \quad \frac{\partial \Omega}{\partial s_2} = -\,\omega_2\, \Omega - j \tag{12}$$

Affinchè Ω esista occorre e basta che si abbia

$$Q_2 \frac{\partial}{\partial s_2}\left(Q_1 \frac{\partial \Omega}{\partial s_1}\right) = Q_1 \frac{\partial}{\partial s_1}\left(Q_2 \frac{\partial \Omega}{\partial s_2}\right) ,$$

vale a dire

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial s_1 \partial s_2} + \frac{\partial \log Q_1}{\partial s_2}\frac{\partial \Omega}{\partial s_1} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial s_2 \partial s_1} + \frac{\partial \log Q_2}{\partial s_1}\frac{\partial \Omega}{\partial s_2} . \tag{13}$$

Intanto dalle (12) si deduce

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial s_1 \partial s_2} = \left(\frac{\partial \omega_1}{\partial s_2} - \omega_1 \omega_2\right)\Omega + j\omega_1 \quad , \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial s_2 \partial s_1} = -\left(\frac{\partial \omega_2}{\partial s_1} + \omega_2 \omega_1\right)\Omega - i\omega_2 ,$$

ed in particolare, per $\Omega = 0$, la (13) diventa

$$j\omega_1 + i\omega_2 = i\frac{\partial \log Q_1}{\partial s_2} - j\frac{\partial \log Q_2}{\partial s_1} .$$

Il primo membro ha il valore

$$i\mathcal{G}_1 - j\mathcal{G}_2 - k(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) .$$

Dunque

$$\mathcal{G}_1 = \frac{\partial \log Q_1}{\partial s_2} \; , \; \mathcal{G}_2 = \frac{\partial \log Q_2}{\partial s_1} \; , \; \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0 .$$

Noi porremo $\mathcal{E}_1 = -\,\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$. Ciò premesso, la formola (13) si riduce subito a

$$\left(\frac{\partial \omega_1}{\partial s_2} + \frac{\partial \omega_2}{\partial s_1} + \omega_1\, \mathcal{G}_1 + \omega_2\, \mathcal{G}_2\right)\Omega = (\omega_1 \omega_2 - \omega_2 \omega_1)\,\Omega ,$$

e però, se si tien conto della (11),

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial s_2} + \frac{\partial \omega_2}{\partial s_1} + \omega_1\, \mathcal{G}_1 + \omega_2\, \mathcal{G}_2 = \omega_1 \omega_2 .$$

È questa l'eguaglianza che chiude in sè le tre formole di Codazzi, alle quali si perviene osservando che il secondo membro ha, in virtù di (7), il valore

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \mathcal{E} & \mathcal{N}_1 & \mathcal{G}_1 \\ \mathcal{N} & \mathcal{E} & \mathcal{G} \end{vmatrix}$$

ed eguagliando fra loro i coefficienti di i, j, k nei due membri:

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial \mathfrak{M}_2}{\partial s_1}+\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial s_2}+2\mathfrak{G}\mathfrak{g}_1=(\mathfrak{M}_1-\mathfrak{M}_2)\mathfrak{g}_2\\
&\frac{\partial \mathfrak{M}_1}{\partial s_2}+\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial s_1}+2\mathfrak{G}\mathfrak{g}_2=(\mathfrak{M}_2-\mathfrak{M}_1)\mathfrak{g}_1\\
&\frac{\partial \mathfrak{g}_1}{\partial s_2}+\frac{\partial \mathfrak{g}_2}{\partial s_1}+\mathfrak{g}_1^2+\mathfrak{g}_2^2=\mathfrak{G}^2-\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 .
\end{aligned}\right.$$

Fisica matematica.— *Alcune considerazioni relative alla Nota del prof. Pizzetti: « Sull'espressione della gravità alla superficie del geoide supposto ellissoidico* (¹) ». Nota di G. Morera, presentata dal Socio Beltrami.

« § I. Il prof. Pizzetti ha dimostrato che la funzione:

$$V=\int_\lambda^\infty\left(1-\frac{3x^2}{a^2+s}-\frac{y^2}{b^2+s}-\frac{z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{(a^2+s)\sqrt{R(s)}},$$

dove:

x, y, z indicano le coordinate del punto potenziato;
$R(s)$ il polinomio $(a^2+s)(b^2+s)(c^2+s)$;
λ la maggior radice dell'equazione cubica

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda}+\frac{y^2}{b^2+\lambda}+\frac{z^2}{c^2+\lambda}=1,$$

all'esterno dell'ellissoide: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ha le proprietà della funzione potenziale di una distribuzione di agente fatta nell'ellissoide, distribuzione che, dalle proprietà di convergenza all'infinito, risulta contenere una quantità totale di agente uguale a zero.

« Orbene, se i valori di una funzione in punti esterni all'ellissoide si distinguono coll'indice e, e quelli relativi a punti interni coll'indice i, e si pone

$$V_e=\int_\lambda^\infty\left(1-\frac{3x^2}{a^2+s}-\frac{y^2}{b^2+s}-\frac{z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{(a^2+s)\sqrt{R(s)}},$$

$$V_i=\int_0^\infty\left(1-\frac{3x^2}{a^2+s}-\frac{y^2}{b^2+s}-\frac{z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{(a^2+s)\sqrt{R(s)}},$$

(¹) Vedi Rendiconti, fasc. 5, pag. 200 e seg.

si vede immediatamente che la funzione V così definita, in tutto lo spazio è monodroma, continua e finita, mentre le sue derivate lo sono soltanto separatamente all'interno e all'esterno, ma attraverso la superficie sono discontinue.

« Si trova infatti:

$$\frac{\partial V_e}{\partial x} = -6x \int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)^2 \sqrt{R(s)}} + \frac{4x^3}{(a^2+\lambda)^3 \sqrt{R(\lambda)}.P^2};$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial x} = -6x \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2+s)^2 \sqrt{R(s)}};$$

$$\frac{\partial V_e}{\partial y} = -2y \int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s) \sqrt{R(s)}} + \frac{4x^2 y}{(a^2+\lambda)^2 (b^2+\lambda) \sqrt{R(\lambda)}.P^2};$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial y} = -2y \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s) \sqrt{R(s)}}$$

ed espressioni analoghe per $\frac{\partial V_e}{\partial z}$, $\frac{\partial V_i}{\partial z}$, nelle quali tutte:

$$P^2 = \frac{x^2}{(a^2+\lambda)^2} + \frac{y^2}{(b^2+\lambda)^2} + \frac{z^2}{(c^2+\lambda)^2}.$$

« Attraverso alla superficie σ dell'ellissoide sarà quindi:

$$\frac{\partial V_e}{\partial x} - \frac{\partial V_i}{\partial x} = \frac{4p^2 x^3}{a^6 . abc};$$

$$\frac{\partial V_e}{\partial y} - \frac{\partial V_i}{\partial y} = \frac{4p^2 x^2 y}{a^4 . b^2 . abc};$$

$$\frac{\partial V_e}{\partial z} - \frac{\partial V_i}{\partial z} = \frac{4p^2 x^2 z}{a^4 . c^2 . abc};$$

dove p indica la distanza dal centro del piano tangente all'ellissoide in x, y, z. E, indicando con n_e la direzione $\left(p\frac{x}{a^2}, p\frac{y}{b^2}, p\frac{z}{c^2}\right)$ della normale esterna all'ellissoide e con n_i quella della normale interna, si ha ovviamente:

$$\frac{\partial V_e}{\partial n_e} + \frac{\partial V_i}{\partial n_i} = \frac{4px^2}{a^4 . abc}.$$

« Inoltre si ha facilmente:

$$\Delta_2 V_i = -2 \int_0^\infty \left(\frac{3}{a^2+s} + \frac{1}{b^2+s} + \frac{1}{c^2+s}\right) \frac{ds}{(a^2+s)\sqrt{R(s)}} = -\frac{4}{a^2 . abc}.$$

« Quindi posto:

$$k = -\frac{\Delta_2 V_i}{4\pi} = \frac{1}{\pi abc . a^2}, \quad h = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial V_e}{\partial n_e} + \frac{\partial V_i}{\partial n_i}\right) = \frac{x \cos(n_i, x)}{\pi abc . a^2},$$

si conclude che V è la funzione potenziale di una distribuzione uniforme di agente, fatta nell'interno dell'ellissoide colla densità k, e di una distribuzione fatta sulla superficie colla densità h.

« Indicando: con dS l'elemento di volume, con $d\sigma$ l'elemento di superficie dell'ellissoide, e con r la distanza del punto potenziato dall'elemento potenziante, sarà adunque:

$$V=\int\frac{kdS}{r}+\int\frac{hd\sigma}{r}=\frac{1}{\pi abc\,.\,a^2}\left[\int\frac{dS}{r}+\int\frac{x}{r}\frac{\partial x}{\partial n_i}d\sigma\right]$$

$$=-\frac{1}{\pi abc\,.\,a^2}\int x\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}dS.$$

« L'ultimo integrale è la funzione potenziale dell'ellissoide magnetizzato parallelamente all'asse delle x, con momento unitario uguale ad x.

« § II. Se nell'espressione primitiva di V_e in luogo di s si pone $s'-s_1$ dove s_1 indica una costante; poi si fa

$$a_1=\sqrt{a^2-s_1}\,,\quad b_1=\sqrt{b^2-s_1}\,,\quad c_1=\sqrt{c^2-s_1}\,,$$

e con λ_1 si indica la maggior radice dell'equazione:

$$\frac{x^2}{a_1{}^2+\lambda_1}+\frac{y^2}{b_1{}^2+\lambda_1}+\frac{z^2}{c_1{}^2+\lambda_1}=1\,;$$

la nuova espressione di V_e è formata con a_1, b_1, c_1, λ_1 nella stessa guisa che l'antica lo era con a, b, c, λ.

« Dunque nel calcolo di V_e all'ellissoide primitivo si può sostituire un ellissoide, omofocale, interno, qualunque.

« Se $a>b>c$ si può assumere $s_1=c^2$ e quindi all'ellissoide sostituire il disco limitato dall'ellisse focale:

$$\frac{x^2}{a^2-c^2}+\frac{y^2}{b^2-c^2}=1\,,$$

ed allora, ritenendo dapprima s_1 infinitamente poco differente da c^2, si ha:

$$V_e=-\frac{1}{\pi\sqrt{a^2-c^2}\sqrt{b^2-c^2}\,(a^2-c^2)}\lim_{c_1=0}\frac{1}{c_1}\int d\sigma\int_{-z_1}^{z_1}x\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}dz\,,$$

dove:

$$z_1=\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2-c^2}-\frac{y^2}{b^2-c^2}}\cdot c_1\,.$$

Ma detta ϱ la distanza del punto potenziato (ξ,η,ζ) dall'elemento $d\sigma$ $(x, y, 0)$, per z infinitesimo si ha:

$$\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}=\frac{\partial\frac{1}{\varrho}}{\partial x}+z\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial\frac{1}{\partial\varrho}}{\partial x}$$

e quindi:

$$V_e = -\frac{2}{\sigma(a^2-c^2)}\int x\sqrt{\frac{x^2}{a^2-c^2}-\frac{y^2}{b^2-c^2}}\cdot\frac{\partial\frac{1}{\varrho}}{\partial x}d\sigma$$

$$=\frac{2}{3\sigma}\int\frac{\partial}{\partial x}\left[1-\frac{x^2}{a^2-c^2}-\frac{y^2}{b^2-c^2}\right]^{\frac{3}{2}}\frac{\partial\frac{1}{\varrho}}{\partial x}d\sigma$$

$$=-\frac{2}{3\sigma}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\int\left[1-\frac{x^2}{a^2-c^2}-\frac{y^2}{b^2-c^2}\right]^{\frac{3}{2}}\frac{d\sigma}{\varrho}.$$

« La stessa formula sussiste ancora se a è l'asse intermedio, cioè se: $b > a > c$, ma non sussiste più se a è l'asse minore, cioè se $c > b > a$. Allora, prendendo dapprima s_1 infinitamente poco diverso da a^2, si ha:

$$V_e = -\frac{1}{\sigma}\lim_{a_1=0}\frac{1}{a_1^3}\int d\sigma\int_{-x_1}^{x_1}x\left[\frac{\partial\frac{1}{\varrho}}{\partial x}+x\frac{\partial^2\frac{1}{\varrho}}{\partial x^2}\right]dx,$$

dove:

$$x_1=\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2-a^2}-\frac{z^2}{c^2-a^2}}\cdot a_1,$$

e quindi:

$$V_e = -\frac{2}{3\sigma}\int\left[1-\frac{y^2}{b^2-a^2}-\frac{z^2}{c^2-a^2}\right]^{\frac{3}{2}}\frac{\partial^2\frac{1}{\varrho}}{\partial x^2}d\sigma$$

$$=-\frac{2}{3\sigma}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\int\left[1-\frac{y^2}{b^2-a^2}-\frac{z^2}{c^2-a^2}\right]^{\frac{3}{2}}\frac{d\sigma}{\varrho}.$$

« Queste formule mostrano che V_e è in ogni caso la seconda derivata, rapporto a ξ, di una ordinaria funzione potenziale; ed effettivamente si può riconoscere che V è la seconda derivata della funzione potenziale di una distribuzione di agente, fatta nell'ellissoide per strati omotetici.

« § III. Si ponga:

$$U=\int_{\lambda'}^{\infty}\frac{\varphi(\mu)\,ds}{\sqrt{R(s)}}\qquad\begin{pmatrix}\lambda'_e=\lambda\\ \lambda'_i=0\end{pmatrix},$$

dove:

$$\mu = 1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s} - \frac{z^2}{c^2+s},$$

e φ indica una funzione che ha la proprietà:

$$\varphi(0) = 0 .$$

Si trova immediatamente:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\, 2\, x \int_{\lambda'}^{\infty} \frac{\varphi'(\mu)\, ds}{(a^2+s)\sqrt{R(s)}};$$

e se inoltre si ammette che $\varphi'(0) = 0$, si ha:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 2 \int_{\lambda'}^{\infty} \frac{\frac{2x^2\varphi''(\mu)}{a^2+s} - \varphi'(\mu)}{(a^2+s)\sqrt{R(s)}}\, ds .$$

Assunto adunque:

$$\varphi(\mu) = -\frac{\mu^2}{4},$$

ossia posto:

$$U^{(2)} = -\frac{1}{4}\int_{\lambda'}^{\infty} \frac{\mu^2 ds}{\sqrt{R(s)}},$$

risulta in tutto lo spazio:

$$V = \frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial x^2},$$

ed analogamente per le altre due funzioni del tipo di V, che furono considerate dal prof. Pizzetti.

« Inoltre:

$$\frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial y\, \partial z} = -\, 2\, y\, z \int_{\lambda'}^{\infty} \frac{ds}{(b^2+s)(c^2+s)\sqrt{R(s)}},\ \text{ecc.};$$

e lo stesso procedimento seguito nel § I fa vedere che:

$$\frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial y\, \partial z} = -\frac{1}{\pi\, abc.\, b^2.c^2}\int \frac{p\, y\, z}{r} d\sigma = -\frac{1}{\pi\, a\, b\, c\, .\, c^2}\int z \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} dS$$

$$= -\frac{1}{\pi\, a\, b\, c\, .\, b^2}\int y \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} dS .$$

Dunque una combinazione lineare delle 6 derivate seconde della funzione potenziale $U^{(2)}$, e della funzione:

$$U^{(0)} = \int_{\lambda'}^{\infty} \frac{ds}{\sqrt{R(s)}}$$

ci dà la funzione potenziale di una distribuzione nell'ellissoide, che sovr'esso diviene uguale ad una *qualunque funzione* della forma:

$$\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 + 2\pi yz + 2\chi zx + 2\varrho xy + \delta ,$$

dove $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \pi, \chi, \varrho$ designano delle costanti. A tale riguardo si noti che sull'ellissoide ed all'esterno si ha:

$$\Delta_2 U^{(2)} = 0 ;$$

e però da una combinazione lineare di $\frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial z^2}$, ritenuto $a > b > c$, l'ultima di queste tre derivate si può eliminare; mentre col mezzo dell'equazione dell'ellissoide dalla funzione $\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2$ si può eliminare z^2. Allora il determinante delle equazioni lineari nei moltiplicatori, le quali si ottengono eguagliando a quantità arbitrariamente date i coefficienti di x^2 e y^2 della detta combinazione lineare, è certamente maggiore di 0, come fu esplicitamente rilevato dal prof. Pizzetti.

« Notiamo infine, che se si pone $\varphi(\mu) = \mu$, la U diviene la funzione potenziale dell'ellissoide omogeneo, funzione che designeremo con $U^{(1)}$; e si ha:

$$\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x} = -2x \int_{\lambda'}^{\infty} \frac{ds}{(a^2 + s)\sqrt{R(s)}} , \text{ ecc.}$$

Adunque una combinazione lineare delle tre derivate prime di $U^{(1)}$ ci dà una funzione potenziale, che sull'ellissoide diviene uguale ad una qualunque funzione lineare delle coordinate.

« Riassumendo concludiamo: con una combinazione lineare di $U^{(0)}$, delle derivate prime di $U^{(1)}$ e delle derivate seconde di $U^{(2)}$ si può costruire una funzione che all'esterno dell'ellissoide ha le proprietà possedute dalla funzione potenziale negli spazii vuoti di agente, e sulla superficie si riduce ad una qualunque funzione, intera, di 2° grado delle coordinate.

« Questa conclusione conduce direttamente alla risoluzione del problema propostosi dal prof. Pizzetti, nell'ipotesi più generale, e cioè, che l'ellissoide ruoti intorno ad un asse qualunque. La quantità di agente

distribuita nell'ellissoide è in ogni caso data dal doppio del coefficiente di $U^{(0)}$, giacchè tutte le altre 9 funzioni potenziali considerate corrispondono a quantità totali di agente uguali a zero (1).

« Sarà bene osservare che, trovata la combinazione lineare F, delle 10 funzioni sopra indicate, la quale sull'ellissoide diviene uguale ad una data funzione di 2° grado delle coordinate, la funzione $F + \varepsilon \Delta_2 U^{(2)}$, dove ε indica una costante, all'esterno coincide colla F. D'altra parte si può disporre di ε in guisa che all'interno dell'ellissoide $F + \varepsilon \Delta_2 U^{(2)}$ soddisfi all'equazione di Laplace, per conseguenza la nostra conclusione sta anche per lo spazio rinchiuso dall'ellissoide ».

Fisica. — *Sulla distribuzione del magnetismo indotto nel ferro* (2). Nota di M. Ascoli, presentata dal Socio Blaserna.

« 14. Un'ultima serie di esperienze ho eseguito per decidere direttamente la questione trattata nelle mie Note precedenti. A ciò si prestavano molto bene i cilindri cavi e pieni descritti al § 9.

« Preparato un cilindro cavo nel modo detto, avvolgevo sopra di esso un'elica indotta colla quale eseguivo la misura al galvanometro balistico. In seguito costruivo, con altri fili, un fascio cilindrico pieno di sezione esattamente uguale a quella del vuoto interno del tubo; su di esso avvolgevo una seconda elica uguale alla prima per numero di giri e lo introducevo poi nell'interno del tubo; così con 377 fili si formava un grosso cilindro pieno (del diam. di mm. 22,24) con un'elica esterna ed una interna. La prima dava il magnetismo di tutto il cilindro, la seconda quello della parte interna; congiungendo poi le due in opposizione, cioè in modo da dare deviazioni balistiche opposte, si poteva ottenere anche la parte passante per lo strato superficiale, che doveva essere, e si trovava infatti, esattamente uguale alla differenza delle due precedenti. Disfatte le eliche ed i fasci, *coi medesimi 377 fili*, si ricomponeva un analogo sistema variando il numero di strati compresi tra le due eliche cioè formante il tubo; e così di seguito. In tal modo ciascuna misura dava l'intensità della magnetizzazione media in una sezione interna, crescente fino alla totale del cilindro.

« I risultati delle misure sono raccolti nella tabella seguente. I numeri si rendono paragonabili a quelli delle precedenti moltiplicandoli pel fattore

(1) Le tre derivate prime di $U^{(1)}$ sono notoriamente le funzioni potenziali dell'ellissoide, magnetizzato uniformemente nelle direzioni de'suoi assi.

(2) Questo lavoro, come i precedenti, fu eseguito nel Laboratorio di Fisica tecnica della R. Scuola degli ingegneri in Roma.

4,286 dipendente dalla differente resistenza elettrica del circuito secondario e dal differente numero di spire dell'elica indotta.

TABELLA IX.

Fascio di 377 fili lunghi 10 cm.

$i =$	0.010	0.025	0.050	0.080	0.110
I esperienza $n = 66$ $n' = 311$					
T	13.1	38.1	83.8	138.1	191.0
E	17.0	43.3	88.7	143.4	198.9
D	13.6	34.1	66.6	102.0	134.9
E-D	3.4	9.2	22.1	41.4	64.0
II esperienza $n = 127$ $n' = 250$					
T	15.2	41.8	88.9	145.2	201.1
E	17.3	43.9	89.8	145.7	201.4
D	10.4	25.4	47.4	67.3	86.1
E-D	6.9	18.5	42.4	78.4	115.3
III esperienza $n = 185$ $n' = 192$					
T	16.2	42.7	90.2	147.4	203.5
E	17.3	44.1	89.6	145.3	201.7
D	7.6	18.5	33.8	46 8	57.6
E-D	9.7	25.6	55.8	98.5	144.1
IV esperienza $n = 230$ $n' = 147$					
T	16.6	43.3	90.1	146.8	204.9
E	17 2	43.7	89.3	144.7	200.9
D	5.9	14.3	26.5	37.6	46.7
E-D	11.3	29.4	62.8	107.1	154.2
Coeff. di riduzione in misura assoluta per le f. m. 58.3, per il flusso 16.54.					

« I numeri T si riferiscono al cilindro cavo composto di n fili, ed avente sempre il medesimo diametro esterno; gli E al cilindro pieno di $n + n' = 377$ fili; E — D dà il flusso magnetico passante per gli n fili superficiali quando sono uniti agli n' interni.

« Un primo sguardo alla tabella dimostra che tra T ed E la differenza è piccolissima, come già sappiamo; ciò fa *parere* che il nucleo interno contribuisca pochissimo al magnetismo del cilindro.

« Ma i numeri D mostrano quanto erroneo sia il concetto che la magnetizzazione non esista, o esista in piccolissima misura nell'interno; e in valori E — D, confrontati con T, che in realtà il magnetismo superficiale è profondamente alterato dall'introduzione del ferro centrale.

« A titolo di controllo trascrivo i numeri ottenuti congiungendo in opposizione le due eliche interna ed esterna; essi si riferiscono alla prima esperienza

3,5 9,4 22,5 42,7 62.4

essi sono molto concordanti con i numeri E — D, come dev'essere.

« 15. È ben naturale però che in corpi così corti, dove cioè la reazione è così forte, la distribuzione non sia uniforme, non in causa delle difficoltà del magnetismo di *penetrare* nel ferro, ma in causa del diverso valore che ha la reazione e quindi la forza magnetizzante risultante nei diversi punti della sezione metallica.

« I valori di D, divisi per la sezione cioè per n' danno l'intensità media del magnetismo nel nucleo interno. Sottraendo il D della III esperienza da quello della IV e dividendo per la differenza tra i numeri n', si avrà l'intensità media del primo strato di fili che circonda l'ultimo nucleo interno; allo stesso modo della II e III si avrà l'intensità media del secondo strato, e dalla I e II quella nel terzo, e finalmente l' E — D della I esperienza diviso per il corrispondente n darà quella nel quarto strato. Cioè le quantità

$$(1) \qquad \frac{D_4}{n_4^1}\,,\quad \frac{D_3 - D_4}{n_3^1 - n_4^1}\,,\quad \frac{D_2 - D_3}{n_2^1 - n_3^1}\,,\quad \frac{D_1 - D_2}{n_1^1 - n_2^1}\,,\quad \frac{E_1 - D_1}{n_1}$$

sono i valori medî dell'intensità magnetica nelle 5 diverse regioni in cui la sezione del diametro di mm. 22,4 è divisa dai 4 cerchi di diametro

20,7 18,7 17,1 15,3

« Questi valori sono raccolti dalla tabella X.

« Non sarebbe esatto però attribuire questi valori a punti posti su circonferenze aventi un diametro uguale alla media dei due che limitano le dette regioni, a meno che l'intensità non fosse costante. In caso diverso, la distanza dall'asse dei punti in cui l'intensità ha un valore uguale a quello calcolato nel detto modo, si può molto approssimativamente determinare come segue.

« Siano r_1 ed r_2 i raggi dei cerchi tra cui è compresa la regione in questione. I valori medî dell'intensità magnetica I, calcolati colle (1), sono espressi da

$$\frac{1}{S}\int I\,dS = M$$

dove

$$S = \pi (r_1^2 - r_2^2)$$
$$dS = 2 \pi r \, dr$$

onde

$$M = \frac{2\pi}{S} \int_{r_2}^{r_1} I \, r \, dr$$

« Supponiamo che si possa ammettere, nell'intervallo di integrazione, per I un'espressione lineare $a + br$; ciò si potrà sempre fare se l'intervallo stesso non è grande. Allora

$$M = \frac{\pi}{S} \left[a (r_1^2 - r_2^2) + \frac{2}{3} b (r_1^3 - r_2^3) \right]$$
$$= a + \frac{2}{3} b \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2} = a + \frac{2}{3} b \left[r_2 + \frac{r_1^2}{r_1 + r_2} \right]$$

« Se ϱ è il raggio di un cerchio in cui I ha il valore medio M, avremo

$$M = a + b\varrho$$

ne segue

$$\varrho = \frac{2}{3} \left[r_2 + \frac{r_1^2}{r_1 + r_2} \right]$$

valore indipendente da a e b. Per $r_2 = 0$

$$\varrho = \frac{2}{3} r_1$$

« Per le 5 regioni cui corrispondono i raggi:

0 7,6 8,5 9,4 10,3 11,2

questa formola dà per ϱ:

5,03 8,05 8,96 9,85 10,73

« Solo il primo differisce sensibilmente dalla media aritmetica che sarebbe 3,80. La tabella X contiene, per le 5 intensità i e per i 5 valori delle ascisse ora date, le intensità della magnetizzazione. I numeri sono moltiplicati per 100.

TABELLA X.

ϱ	$i = 0.010$	0.025	0.050	0.080	0.110
5.0	4.0	9.7	18.0	25.6	31.8
8.0	3.8	9.3	16.2	20.4	24.2
9.0	4.8	11.9	23.4	35.3	49.1
9.8	5.2	14.3	31.5	56.9	80.0
10.7	5.1	13.9	33.5	62.7	97.0

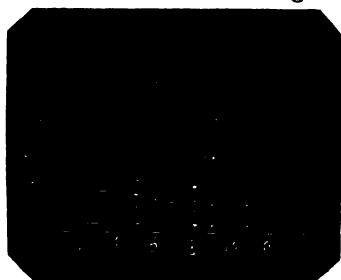
« La sezione di ciascun filo è di cm² 0,00739; perciò questi numeri si riducono in misura assoluta (approssimatamente) moltiplicandoli (v. § 11) per $\frac{16,54}{0,739} = 22,38$.

« Le curve della fig. 9 esprimono queste intensità in funzione della distanza dall'asse del cilindro. Da queste, come dai numeri citati, risulta a evidenza come l'intensità, sebbene variabile e crescente verso la periferia, sia ben diversa da zero in tutti i punti anche più interni, per tutte le intensità, anzi per le più piccole si scosta ben poco dalla uniformità. Si nota di più che la minima intensità non è al centro ma a $\frac{3}{4}$ circa del raggio. Ciò, ripeto, dipende dai diversi valori che, nei diversi punti della sezione, ha la forza smagnetizzante e quindi la f. m. risultante. Onde si può prevedere che allungando il cilindro, tale mancanza di uniformità vada scomparendo, cioè che per cilindri più lunghi il flusso magnetico misurato sia esattamente proporzionale alla sezione. Per verificare la cosa ho fatto un'esperienza, col metodo precedente, sopra un fascio lungo 30,2 cm. invece di 10, e formato di 153 fili, dei quali 111 contenuti nell'elica interna; eccone i risultati

Fig. 9.

Tabella XI.

$i =$	0.010	0.025	0.050	0.080	0.110
T	38.6	109.5	183.2	200.8	208.8
E	52.2	150.6	304.7	482.6	629.4
D	36.9	106.4	224.2	348.5	452.4
$\frac{E}{D}$	1.42	1.41	1.36	1 38	1.39

153:111 = 1,38

« La coincidenza quasi perfetta del rapporto tra i valori dati dalle eliche esterna ed interna con quello del numero dei fili contenuti nelle due dimostra che già siamo giunti alla quasi uniforme distribuzione del magnetismo nella sezione; e, si noti, la lunghezza del nucleo non è che 25 diametri circa, valore pel quale la reazione al centro è ancora molto sensibile (riduce la f. m. alla quinta parte circa del suo valore primitivo). I valori T ed E sono molto differenti, cioè l'apparenza della distribuzione superficiale va scomparendo;

resta però sempre una notevole apparente concentrazione alla superficie giacchè il rapporto delle sezioni è $153:42 = 3,64$; mentre quelli tra E e T sono, per le diverse intensità

$$\frac{E}{T} = \quad 1,35 \quad 1,38 \quad 1,66 \quad 2,40 \quad 3,01$$

« Cioè in apparenza, specie per le minori intensità, la maggior parte del magnetismo è superficiale; invece in realtà le citate misure danno una distribuzione uniforme.

« 16. Un'ultima osservazione completa questa serie di considerazioni ed esperienze. Le forze magnetizzanti primitive da me adoperate sono molto minori di quelle del signor Grotran. Nei limiti delle mie, come risulta dalla tab. IX, l'apparente distribuzione superficiale è più sensibile per le grandi che per le piccole correnti. Il contrario avveniva in quelli del sig. Grotran.

« Nelle mie esperienze il massimo valor della f. m. primitiva era prossimo a 60 c. g. s., il minimo 6 circa; quello della f. m. vera, dedotto dalle curve del § 5, per un cilindro lungo circa 5 diametri, era compreso tra 3 e 0,3 circa. La f. m. apparente pel signor Grotran variava tra 100 e 500 circa; e la vera (cilindro pieno di circa 3 diametri) tra 2 e 10 circa Ciò posto è facile vedere che il disaccordo non è che apparente. Infatti la curva magnetica *normale*, avente le f. m. vere per ascisse e le intensità della magnetizzazione per ordinate, è composta di tre tratti. Nel 1° OA sale lentamente, nel 2° AB rapidamente, nel 3° BC di nuovo lentamente; cioè la magnetizzazione è poco sensibile alle variazioni della f. m. nel 1°, molto nel 2° e poco nel 3°. Le mie f. m. vere si limitano ad un massimo compreso tra le ascisse di A e di B, e quindi la reazione, che è causa di variazione della f. m. e causa delle apparenze in discussione, avrà maggior effetto per le f. m. maggiori che per le minori. Invece il signor Grotran parte da valori della f. m. vera compresi tra A e B e giunge fino a valori del tratto BC; le cose avverranno quindi in modo opposto, ossia gli effetti della reazione saranno maggiori per le intensità minori, minori per le maggiori. La linea della fig. 10 si accosta ai numerosi esempi dati pel ferro dolce dall'Ewing nel suo libro già citato.

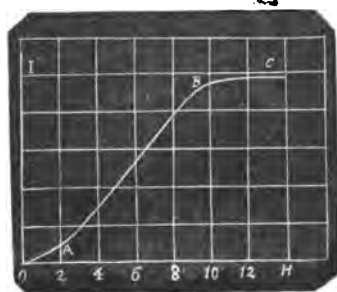



Fig. 10.

« Senza variare le correnti magnetizzanti, la f. m. vera si aumenta coll'aumentare della lunghezza; perciò è naturale che per cilindri più lunghi i risultati debbano avere lo stesso andamento trovato dal signor Grotran. I valori di $\frac{E}{T}$ dati sopra pel cilindro di 25 diametri lo dimostra. Il valore vero

della f. m. massima è in tal caso (tab. VII) circa $\frac{1}{4}$ del primitivo cioè era 15 c. g. s., che è compreso nel 3° tratto DC della linea.

« 17. Da tutta questa discussione mi pare sia posto in chiaro quali siano gli effetti reali ed apparenti della reazione di un cilindro indotto sul campo induttore; e sia inoltre dimostrato che il concetto di *penetrazione* e della distribuzione superficiale del magnetismo indotto nel ferro, sul quale più autori fermarono la loro attenzione, debba essere abbandonato. Infine noterò come i metodi esposti si prestino bene, per la loro semplicità, allo studio sperimentale più esteso dei diversi casi particolari ».

Fisica terrestre. — *Alcune considerazioni sulla velocità di propagazione delle principali scosse di terremoto di Zante nel 1893.* Nota del dott. G. Agamennone, presentata dal Corrisp. P. Tacchini.

« Anzitutto sento l'obbligo di correggere un errore numerico, occorso nella mia precedente Nota sullo stesso argomento [1], nella quale figurano sbagliate, per due interi minuti in più, le ore di Roma nella sola scossa del 17 aprile [2]. Siffatto errore non cambia notevolmente la velocità per la suddetta scossa, ed altera assai poco i risultati finali e le deduzioni che allora ne furono tratte: ciò nondimeno ho creduto utile restituire alle ore di Roma il loro vero valore, il quale in realtà s'accorda meglio con quasi tutti gli altri dati di tempo, posseduti per il terremoto del 17 aprile. Ripetuto il calcolo della velocità per l'anzidetta scossa, dopo aver diminuita di 2 minuti esatti l'ora di Roma, ho trovato che si debbono sostituire ai valori riportati a pag. 396, i seguenti:

Ora della scossa all'epicentro **$6^h31^m22^s \pm 44^s$** invece di $6^h31^m48^s \pm 46^s$
Velocità di propagazione . . . km. **2,55 ± 0,34** » » km. 2,34 ± 0,30

« Nella tabella a pag. 398, i dati corretti da sostituirsi sono:

	A	B	C	D	B—A	C—A	D—A
17 apr.	6.30.20 *a.*	6.30.41	6.30.42	6.31.22	$+0^m21^s$	$+0^m22^s$	$+1^m2^s$

ed i valori medî B—A = $+0^m24^s$, C—A = $+0^m33^s$, D—A = $+1^m43^s$, in base alle prime 4 scosse, diventano rispettivamente **$+0^m15^s$**, **$+0^m24^s$**, **$+1^m36^s$**.

« Nell'ultima tabella poi a pag. 399, le tre velocità relative al 17 aprile: km. 2,34 ± 0,30, km. 2,23 ± 0.54, km. 2,64 ± 0,71 debbono essere rimpiazzate rispettivamente con km. **2,55 ± 0,34**, km. **2,59 ± 0,28**, km. **3,16 ± 0.34**.

(1) Rend. della R. Accad. dei Lincei, ser. 5ª, vol. II, 2° sem., 1893, p. 393.

(2) L'errore, di due minuti esatti, fu unicamente causato da una svista materiale nella correzione spettante al cronometro, il quale registra elettricamente il tempo sulla zona di carta dei sismometrografi.

Infine i risultati medî, in fondo alla stessa tabella, km. 2,345 ± 0,16, km. 2,43 ± 0,07, km. 3,085 ± 0,20 si cambiano in quelli rispettivi km. **2,40 ± 0,17**, km. **2,45 ± 0,07**, km. **3,34 ± 0,23** (1).

***

« Per ciò che concerne la questione, se la velocità superficiale dei terremoti di Zante abbia variato colle diverse direzioni o con la distanza, non mi sembra che valga la pena d'instituire una speciale ricerca; dappoichè, trattandosi evidentemente di problemi di natura ancor più delicata, ritengo che mal si presterebbero i dati poco numerosi e generalmente poco buoni, quali sono quelli di cui possiamo disporre.

« In quanto alla direzione, si può nondimeno asserire che quasi sempre si trova una sufficiente concordanza tra le ore osservate in Italia, in Germania ed in Russia. E se per la sola scossa del 20 marzo si riscontra una forte anomalia nell'ora di Strasburgo, non è improbabile che ciò sia dipeso dalla grande difficoltà di rilevare le ore sulla curva fotografica di quel *pendolo orizzontale*, a motivo della tenue velocità del tamburo registratore, la quale è di un sol centimetro all'ora.

« Sembra pure che la variazione della velocità colla distanza non abbia potuto oscillare entro estesi limiti, al contrario di quanto risulterebbe dal tentativo fatto da taluni per altri terremoti (2). In vero, prima che a mia conoscenza pervenissero i dati di Nicolaiew e di Strasburgo, avendo io già eseguito il calcolo in base alle sole ore italiane e greche, trovai valori ben poco diversi da quelli che poscia risultarono dai calcoli definitivi, dove furono utilizzate anche le ore di Nicolaiew, Strasburgo e Potsdam, località queste a distanze ben più ragguardevoli. Ciò apparisce dall'ispezione della 2ª e 3ª colonna del seguente specchietto:

Data della scossa	Velocità calcolata in base alle		Velocità calcolata in base alle	
	ore greche, italiane, russe e tedesche	sole ore greche ed italiane	sole ore di Zante e Mineo	sole ore di Zante e Catania
31 gennaio	km. 4,04	km. 3,76	km. 1,83	km. 1,14
1 febbraio	3,28	4,26	2,04	1,43
20 marzo	2,33	1,86	1,77	1,98
17 aprile	2,55	2,09	1,96	1,20
4 agosto	—	2,12	3,05	—

(1) I calcoli ed i risultati sulla velocità dei terremoti di Zante saranno da me riportati più distesamente, con le ore di Roma corrette e con i diagrammi delle velocità pure modificati, in apposito capitolo della completa relazione sul periodo sismico di Zante del 1893, la quale, in collaborazione del prof. A. Issel, apparirà in breve negli Ann. dell'Uff. Centr. di Met. e Geod., ser. 2ª, vol. XV, 1893, parte I, p. 66. Roma 1894.

(2) Vedi il terremoto nel Veronese del 7 giugno 1891 nella mia relazione: *I terremoti segnalati a Roma nel biennio 1891-92 ed il sismometrografo a registrazione continua.* Ann. dell'Uff. Centr. Met. e Geod. It., ser. 2ª, vol. XII, parte I, 1890, p. 175.

« La 4ª e 5ª colonna mostrano invece le velocità, ottenute dal combinare direttamente con le ore di Zante, quelle rispettive di Catania e Mineo, le due località italiane più vicine all'epicentro. Il valore medio di km. 2,13 per Mineo, s'accorda abbastanza con il risultato medio di km. 2,40 superiormente trovato (1); ma da questo si allontana assai quello di km. 1,44 per Catania. Cosicchè, tenendosi a Mineo, sembra che le onde sismiche abbiano viaggiato sensibilmente con la stessa prestezza lungo l'intero loro percorso; mentre, stando a Catania, risulterebbe una velocità assai bassa per il solo tratto da Zante alla Sicilia, in contrapposto con quella quasi doppia, che risulta combinando Zante con tutte le altre località, anche più remote. Questo fatto non solo ripugna alle idee che oggi si hanno sulla propagazione del moto sismico, ma si trova in contraddizione colle celebri esperienze del Generale Abbot (2), dalle quali venne fuori che per il granito si aveva una velocità media di km. 2,27, e che questa diminuiva appunto sensibilmente colla distanza. Rimane, è vero, sempre il dubbio circa l'ipotesi della omogeneità della terra, sulla quale il calcolo della velocità fu interamente basato; ma devesi pur concedere che nel caso di estesi terremoti, le onde sismiche sono probabilmente generate e trasmesse in mezzo a strati profondi, forse a non meno di alcune diecine di chilometri al disotto della superficie terrestre. A queste ragguardevoli profondità, dove la pressione della massa sovraincombente deve essere enorme, non ripugna affatto l'ammettere una quasi costante compattezza delle rocce, non sempre ammissibile negli strati più superficiali. Di più, man mano che nei recenti terremoti vediamo perfezionati gli strumenti ed i metodi per la determinazione delle ore, troviamo sempre minore la divergenza tra le medesime; ciò fa intravedere la possibilità che alcune notevoli discrepanze, ancora oggi osservate, nei valori della velocità, siano forse da imputarsi più alla poca precisione degli stessi dati del tempo che a vere e forti irregolarità nella propagazione delle scosse.

***

« Il chiarmo prof. Riccò, direttore a Catania anche di quell'Osservatorio geodinamico, sembra che siasi molto preoccupato delle anomalie presentate da questa località, quali emersero dal mio studio sulla propagazione delle scosse di Zante, se egli ha sentito il bisogno di sostenere in una recente Nota (3) la precisione delle ore di Catania fino a pochi secondi, ed inoltre di rendere ragione della loro elevatezza per rispetto alle altre. Egli osserva che la propagazione del moto si è effettuato da Zante a Catania non già per

(1) Quest'ultimo fu calcolato in base a ben 31 dati di tempo, meglio attendibili, ripartiti diversamente tra le cinque principali scosse di Zante, e relativi presumibilmente alla fase massima delle stesse.

(2) *On the Velocity of Transmission of Earth Waves.* — The Amer. Jour. of Sc. and Arts., ser. 3ª, vol. XV, 1878, p. 178.

(3) Rend. della R. Acc. dei Lincei, ser. 5ª, vol. III, 1º sem. 1894, p. 246.

la massa solida della crosta terrestre, bensì attraverso l'acqua del Mar Jonio. In prova, adduce il fatto che la velocità media di km. 1,44, di sopra trovata per Catania, uguaglia per l'appunto quella del suono nell'acqua. Questa coincidenza, rilevata dal Riccò, potrebbe esser del tutto casuale. Non è certo inverosimile che le stesse acque del mare abbiano potuto trasmettere assai lungi le vibrazioni; ma tenuto conto della ragguardevolissima distanza di Zante da Catania, della minor densità dell'acqua per rispetto alla terra, della profondità del mare sempre più decrescente in vicinanza della spiaggia ed infine dell'inclinazione di quest'ultima, parrebbe poco probabile che sulla costa orientale della Sicilia fossero potute giungere ancora così sensibili le vibrazioni trasmesse dall'acqua, da spiegare l'intensità delle scosse risentite non solo a Catania, ma altresì a Mineo, che pur si trova a circa 40 km. dentro terra. Oltracciò, la distanza di Zante da Catania essendo più di 500 km., dobbiamo concepire, al confronto, come assai sottile lo spessore delle acque del Jonio, anche ammesso che in qualche punto esse raggiungano la massima profondità di 4 km. Essendovi ragione a credere che il focolare sismico di Zante si trovi, come già dissi, ad una profondità assai grande, così sembra inverosimile che il movimento risentito in Sicilia sia stato trasmesso solo dal mare e non attraverso i profondi strati terrestri; i quali bisogna pure ammettere che abbiano realmente vibrato, per spiegare come le onde sismiche siansi potute registrare fino a più di 1700 km. dall'epicentro. Poichè la velocità di queste, attraverso la parte solida della crosta terrestre, si può ritenere all'incirca doppia di quella con cui esse si trasmettono nell'acqua, si sarebbe pur dovuto aspettarsi per ciascun terremoto, tanto a Catania quanto a Mineo, due distinte scosse, di cui la 1ª più intensa, avrebbe dovuto precedere di circa tre minuti [1]. Ora niente di tutto questo si è verificato; e lo stesso prof. Riccò non potendo fare a meno di riconoscere questa seria obiezione, ha accennato alla possibilità che nella costa orientale della Sicilia « vi sia tale « frattura e discontinuità della scorza terrestre, da rendere difficile se non « impossibile la trasmissione delle vibrazioni provenienti dal fondo del Jonio ». Questa spiegazione, se ha il merito di essere ingegnosa, non si può dire altrettanto persuasiva. Si tratta invero, nel caso nostro, di ragguardevolissime onde sismiche, le quali hanno probabilmente interessato strati terrestri assai profondi, se vuolsi spiegare come non solo non siano state arrestate dal Jonio, ma dopo aver risalita l'intera penisola italica, siansi spinte fino al cuore d'Europa. È difficile ritenere che il suolo siculo sia potuto restare indifferente

[1] Le stesse esperienze di Abbot sopra citate parrebbero infirmare il modo di vedere del Riccò. In esse, infatti, fu posta anche attenzione nella scelta delle varie stazioni, per trovare l'influenza esercitata da un interposto tratto di mare; e si ebbe così a riconoscere che la presenza di questo aumentava piuttosto la velocità anzi che diminuirla. Nè risultò menomamente il fatto, che si avessero due successivi impulsi distinti, da attribuirsi alla diversa velocità del movimento nella terra e nell'acqua.

al passaggio di tali onde, anche ammessa sulla costa orientale la frattura invocata dal Riccò. L'efficacia poi di questa nell'impedire il moto sismico, è forse anche discutibile, sia a causa dell'infiltrazione dell'acqua, che tende a colmare gl'interstizî; sia a causa della presenza del magma lavico nelle regioni vulcaniche. È da aversi infine anche presente la possibilità, ammessa da taluni, che l'enorme pressione risultante dalla pila degli strati sovraincombenti sia tale nelle grandi profondità da portare in intimo contatto le rocce più fratturate. Nell'un caso e nell'altro non si vedrebbe quindi abbastanza chiaro come la propagazione delle onde sismiche potesse essere stata tanto ostacolata attraverso la frattura sicula; mentre non saranno davvero mancate tante altre fratture e discontinuità lungo il restante percorso di ben altri 1200 chilometri, specialmente attraverso intere catene di montagne.

« Per ispiegare poi la divergenza delle ore di Catania da quelle di Mineo, il Riccò fa riflettere come il tempo campione di quest'ultima località sia soggetto a troppo larga approssimazione, perchè regolato su quello degli uffici telegrafici. Senza dubbio, le ore di Mineo si debbono per tal fatto ritenere meno sicure di quelle dell'Osservatorio di Catania; ma d'altra parte sarebbe un po' strano che le ore di Mineo, per tre volte sopra 4 terremoti, siano risultate più basse, da $1^m \frac{1}{2}$ a $2^m \frac{1}{2}$, in confronto di Catania, nonostante la maggior vicinanza di quest'ultima località a Zante. Eppure a priori, non vi sarebbe ragione a credere che gli errori, nelle ore di Mineo, provenienti dall'adozione del tempo telegrafico, fossero stati quasi sempre notevoli e sempre nel medesimo senso. Oltracciò, non so comprendere come mai l'intelligente e colto direttore dell'Osservatorio di Mineo, in possesso di un buon regolatore, controllato alcune volte con lo stesso ufficio telegrafico di Catania, potrebbe assicurare fino a mezzo minuto le ore inviate all'Uff. Centr. di Met. e Geod., quando egli stesso fosse convinto di un possibile errore di parecchi minuti.

Invece, il tempo determinato all'Osservatorio astronomico di Catania, risulta esatto, secondo il Riccò, fino ad una frazione di secondo: ciò io credo non solo possibile, ma mi maraviglierei del contrario, tenuto conto della perfezione dei metodi e degli strumenti adoperati in astronomia. Però, siccome le ore di Catania furono ricavate dal sismometrografo Brassart a registrazione continua, così io dubito, per questa sola circostanza, che esse siano potute risultare inappuntabili. In tale istrumento infatti la zona di carta viene mossa, in ragione di soli 10 cm. all'ora, da un meccanismo piuttosto grossolano; e sebbene il tempo sia automaticamente registrato sulla carta, lo svolgimento non sempre regolare della medesima, in seguito a tante diverse cause, è un impedimento al computo preciso delle ore. Può inoltre intervenire un'altra sensibilissima causa di errore, quando le penne scriventi, relative alle tre componenti, non risultano rigorosamente allineate con la 4ª penna, destinata a segnare gl'intervalli orari; e questa, diciamo così, parallasse, ancora sussisteva per Catania al tempo dei terremoti di Zante,

stando al Riccò (1). La difficoltà di tenere esatto conto sia di questa parallasse, sia della variazione che da giorno a giorno può sensibilmente essa subire, tutto ciò, unito allo svolgimento irregolare della carta, costituisce un tal complesso di circostanze da indurre involontariamente in errore il più oculato ed esperto osservatore. Adunque non sarebbe impossibile concepire come, nonostante l'esattezza del tempo campione in Catania, le ore delle varie scosse potessero contenere un qualche errore costante od accidentale, per il solo fatto che esse furono rilevate da uno strumento, dal quale, al tempo specialmente dei terremoti di Zante, non si poteva pretendere una precisione superiore a quella che esso potesse effettivamente dare. E anche adesso che l'inconveniente della parallasse è stato soppresso, sarebbe un voler farsi una dolce illusione il credere che le ore, ricavate dal sismometrografo Brassart, siano sempre sicure entro pochi secondi (2).

« Ciò nondimeno, non si può dire in modo sicuro che realmente le ore di Catania siano errate; ed infatti, nella mia precedente Nota, io mi sono ben guardato dall'asserir ciò. L'anomalia, presentata da Catania, rispetto a Mineo ed alle altre località, costituisce un fatto, che se non può negarsi, sembra d'altra parte difficile ad essere spiegato. Ma dietro le considerazioni di sopra svolte, lascio ad altri il decidere se possa essere attendibile la spiegazione che ha creduto darne il prof. Riccò (3).

***

(1) Quest'inconveniente non è a lamentarsi per Mineo; poichè quivi il tempo è registrato di ora in ora sulla stessa linea, dove i varî sismoscopî segnano il sopraggiungere delle scosse. Di più, a Mineo lo svolgimento della carta è alquanto più rapido, in ragione di 12 cm. all'ora.

(2) Su ciò rimando a quanto scrissi in proposito nella mia Relazione: *I terremoti segnalati a Roma* ecc., di sopra già citata, e specialmente a pag. 198.

(3) Ricercando nel passato, od aspettando l'occasione di futuri terremoti, io credo che non mancheranno esempî, nei quali poter studiare con profitto la questione testè svolta. Nel caso nostro però, torna assai opportuno il confronto col memorando terremoto greco del 27 agosto 1886, il cui epicentro giacque probabilmente in mare, non molto lungi da quello dei recenti terremoti di Zante. Dal combinare le ore di Atene e Corfù, le più attendibili per la Grecia, con le migliori della penisola italiana, dell'Austria e della Svizzera, si ottengono velocità quasi tutte comprese tra due e tre chilometri al secondo. Le ore più sicure della Sicilia sono, a mia conoscenza, soltanto quelle di Riposto e Mineo, le quali in sufficiente accordo con le altre delle isole di Gozzo e Malta, risultano all'incirca uguali a quelle delle anzidette località greche. Stando a ciò, ne verrebbe un'alta velocità, la quale starebbe appunto a provare che la propagazione delle onde sismiche si effettuò realmente per terra e non per mare, sia fino alle isole di Malta, sia fino alle coste orientali sicule, nonostante la frattura invocata per quest'ultime dal Riccò. — Siccome questo terremoto, al confronto di quelli recenti di Zante, fu senza dubbio più violento, è da ritenere che tanto le acque del Jonio quanto il fondo di questo, abbiano pur dovuto vibrare più energicamente. Eppure, a Malta, dove il Riccò non vorrà supporre un'altra frattura,

« In una recente ed interessante pubblicazione (¹), il mio collega dott. A. Cancani ha creduto riscontrare, nei terremoti di grande estensione, l'esistenza delle onde *longitudinali* e *trasversali*, che si considerano nella teoria dell'elasticità dei corpi solidi. Le longitudinali, egli dice, conosciute per i loro effetti disastrosi sussultori ed ondulatori, si propagano con una velocità circa doppia di quella (da 2,2 a 2,5 km.) relativa alle onde trasversali; e queste, al contrario delle prime, producendo ondulazioni lente nel terreno, passano inavvertite all'uomo e si propagano a distanze veramente enormi. Egli riporta alcuni terremoti tra i più sicuri, nei quali riscontra la velocità propria delle onde trasversali, quando si abbia a fare con distanze per lo meno al di sopra dei 4 o 5 mila chilometri; mentre ottiene velocità notevolmente più grandi, per una minor lontananza. Stando a ciò, avremmo dovuto aspettarci un'alta velocità nei terremoti di Zante, sia perchè in essi la massima distanza considerata non ha ecceduto neppure due mila chilometri, sia perchè in qualche località, come Mineo e Catania, le onde sismiche si resero ver.ı-mente sensibili all'uomo. Ma la velocità di km. 2,4, risultata nei miei calcoli, parrebbe contradire alle viste del Cancani, poichè essa corrisponde piuttosto a quella delle onde da lui chiamate trasversali. Ciò sembra comprovato anche dal fatto che le scosse furono indicate dal pendolo orizzontale di Nicolaiew e Strasburgo, strumento questo poco o nulla sensibile alle onde longitudinali.

« Da tutto ciò sembrami poter conchiudere quanto sia ancora difficile lo stabilire la vera natura delle onde sismiche, di cui noi ci occupiamo a calcolare la velocità. Intanto io non posso fare a meno di esprimere fin da ora il dubbio se le ondulazioni sismiche lente, quali noi vediamo propagarsi sulla superficie terrestre a ragguardevolissime distanze, siano realmente quelle trasversali contemplate nella teoria ».

Fisica terrestre. — *Velocità di propagazione superficiale dei due terremoti della Grecia del 19 e 20 settembre 1867.* Nota del dott. G. Agamennone, presentata a nome del Corrispondente Tacchini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

---

non si sentirono due scosse distinte, separate dall'intervallo di tempo, dovuto alla loro diversa velocità nella terra e nell'acqua. Ciò porterebbe a credere che anche nella scossa del 27 agosto 1886, le vibrazioni trasmesse dal mare alle coste sicule, ed a Malta, fossero state realmente così deboli da passare inosservate.

(¹) *Sulle ondulazioni provenienti da centri sismici lontani.* Ann. dell'Uff. Centr. di Met. e Geod., ser. 2ª, vol. XV. Parte I, 1893. Roma, 1894.

Magnetismo terrestre. — *Sopra alcune notevoli roccie magnetiche trovate nelle vicinanze di Rocca di Papa.* Nota del dott. A. CANCANI, presentata a nome del Corrispondente TACCHINI.

« La questione dell'origine del magnetismo delle roccie, tanto lungi ancora dalla sua soluzione, mi ha indotto a fare delle ricerche speciali su quell'argomento e ad iniziare una collezione di roccie e di minerali magnetici del Lazio nel R. Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa.

« La collezione che ho intrapreso da un anno, e che vengo sempre continuando possiede già più di sessanta esemplari di varie specie petrografiche, molto diversi fra loro nella distribuzione e nella intensità del magnetismo. Di questi sessanta, venti sono dotati di punti distinti, cioè deviano di 180° un ago magnetico di 30 mm. di lunghezza, gli altri esercitano un'azione deviatrice più o meno grande, ma sempre ben visibile con una semplice bussola tascabile, senza ricorrere a strumenti e metodi di precisione.

« Dei primi venti esemplari, due fra gli altri meritano speciale considerazione; il primo, perchè l'unico frammento di lava sperone che si conosca dotato di punti distinti, l'altro per la singolarissima distribuzione del suo magnetismo.

« Il Keller in una sua Nota che ha per titolo: *Contributo allo studio delle roccie magnetiche dei dintorni di Roma* (¹) così si esprime: « Non « esiste altra specie di roccia con punti distinti (intendendo sempre parlare « della sinistra del Tevere) all'infuori della sola lava basaltina; tale è almeno « il risultato finora ottenuto nelle mie lunghe e faticose ricerche, e in spe- « ciale modo sono rimaste senza risultato affermativo le indagini fatte nello « sperone, il quale presenta dal punto litologico tanta analogia colla lava « basaltina ». Più fortunato del Keller, giunsi a trovare in prossimità della via che conduce da Rocca di Papa a Monte Cave, sulla destra di chi salisce, dieci passi prima dell'antico lastricato a poligoni di selce, un grosso blocco di sperone quasi a metà sepolto nel terreno, poco distante dal luogo d'origine della sua formazione. La sua forma era presso a poco discoidale, di 80 cent. di diametro, e di 20 a 30 cent. di spessore, fortemente magnetizzato con due punti distinti, un Nord ed un Sud, a circa 25 cent. di distanza l'uno dall'altro.

« Siccome sarebbe stato troppo difficile trasportare l'intero blocco nella collezione dell'osservatorio, ne feci tagliare una terza parte, quella in cui si manifestava l'azione magnetica, per facilitarne il trasporto.

« Che si tratti appunto di lava sperone non v'ha dubbio, essendo per

(¹) Rend. della R. Acc. dei Lincei, seduta del 7 aprile, 1889.

tale ritenuta non solo dal Keller stesso, ma da varî mineralogisti che l'hanno osservata, fra i quali dal chiarissimo prof. De Angelis, che più particolarmente si compiacque di esaminarlo, e che qui vivamente ringrazio.

« L'altro campione su cui voglio richiamare l'attenzione è un grosso frammento di una bomba vulcanica di leucitofiro, che dovea avere in origine da 60 a 70 cent. di diametro. La forma tondeggiante della sua superficie principale, la stratificazione all'esterno, la porosità crescente dell'esterno all'interno, la sua cavità al centro, sono tutti caratteri spettanti alle bombe vulcaniche.

« Oltre a varî punti distinti molto intensi, la cui azione si risente visibilmente sopra un ago di 30 mm. alla distanza di circa mezzo metro, la sua magnetizzazione è siffattamente distribuita che, accostando una piccola bussola a tutti i punti della sua superficie, l'ago magnetico si comporta come se lungo uno degli spigoli di frattura corrispondente ad un arco di circolo massimo, fosse fortemente accumulato il magnetismo Nord.

« Una delle ipotesi che furono proposte per ispiegare l'origine del magnetismo delle roccie, consiste nello ammettere che le molecole di una data roccia si siano magnetizzate per l'azione induttrice della terra durante il lento raffreddamento della massa. Ora se ciò può ammettersi per la massima parte dei campioni che formano la mia collezione, nei quali la distribuzione del magnetismo è assai regolare, come si può conciliare tale ipotesi con una distribuzione così complessa come quella del frammento che qui ho presentato? ».

Chimica-fisica. — *Potere rifrangente delle combinazioni organo-metalliche* [1]. Nota di A. Ghira, presentata dal Corrispondente Nasini.

« Le combinazioni organo-metalliche non sono state sin qui oggetto di studio dal punto di vista del loro potere rifrangente, malgrado il grande interesse che esse presentano. Le determinazioni che possediamo sono assai poche e incomplete. Il Bleekrode [2] determinò l'indice di rifrazione di alcune di esse, ma senza occuparsi del loro peso specifico, cosicchè non riesce facile di calcolare la rifrazione molecolare. Ecco i numeri da lui trovati per l'indice di rifrazione rispetto alla riga D:

Zinco metile	$\mu_D = 1.474$	($t = 14°$)
Zinco etile	» $= 1.485$	($t = 12°5$)
Alluminio metile	» $= 1.432$	($t = 12°$)
Alluminio etile	» $= 1.480$	($t = 6°5$)

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale della R. Università di Padova.

[2] L. Bleekrode, *On the Experimental Determination of the Index of Refraction of liquefied Gases*. Proceedings of the R. Soc. of London, vol. XXXVII, pag. 339, anno 1884.

Tenendo conto delle determinazioni di peso specifico fatte sopra i primi due composti da Frankland e Duppa e ammettendo che il loro coefficiente medio di dilatazione sia 0.002 si avrebbe con una certa probabilità:

per lo zinco metile $d_4^{14} = 1.3723$
per lo zinco etile $d_4^{12.5} = 1.1958$

da cui per lo zinco metile:

$\frac{\mu_D - 1}{d} = 0.3454$; $P \frac{\mu_D - 1}{d} = 32.81$. Rifrazione atomica di Zn = 15.01

per lo zinco etile:

$\frac{\mu_D - 1}{d} = 0.4056$; $P \frac{\mu_D - 1}{d} = 49.88$. Rifrazione atomica di Zn = 16.87

« Il Gladstone [1] per lo zinco etile dà i seguenti valori alla temperatura di 8°:

$$d_4^8 = 1.245;\quad \mu_A = 1.4936;\quad \mu_F = 1.5141;\quad \mu_H = 1.5336$$

da cui $P \frac{\mu_A - 1}{d} = 48.88$ e per la rifrazione atomica dello zinco 15.9.

« Il Gladstone fa notare come questa rifrazione atomica differisce molto da quella che lo zinco ha nei sali in soluzione, che è di 9.8, e mette in rilievo il comportamento diverso, secondo le sue esperienze, dello stagno che ha la stessa rifrazione atomica nel tetracloruro e nello stagno tetraetile.

« Dai composti organici dell'alluminio mi è stato impossibile di calcolare il potere rifrangente perchè, per quanto io sappia, il loro peso specifico non è mai stato determinato.

« Io ho avuto occasione di studiare il potere rifrangente di alcuni composti organo-metallici [2], e mi propongo di continuare questi studi appena mi sarà possibile. Intanto rendo noto come dal piombo tetraetile $Pb(C_2H_5)_4$ da me esaminato si ricava, per la rifrazione atomica del metallo, un valore che supera di gran lunga quello dedotto dai sali: il Gladstone al piombo assegnò la rifrazione atomica di 24.3, invece dal piombo tetraetile si ha 33.75. Allo stagno il Gladstone attribuì la rifrazione di 18.6, che egli dedusse da numeri quasi concordanti dati dal tetracloruro di stagno e dallo stagno tetraetile: veramente per lo stagno tetraetile io ho avuto risultati molto diversi da quelli del Gladstone, e per la rifrazione dell'elemento ho calcolato il numero 26.36, e un numero ancora più elevato, 35.72, ho ottenuto dallo stagno tetrametile: solo nel cloruro stannoso, esaminato in soluzione nell'acqua, lo

(1) J. H. Gladstone, *Molecular Refraction and Dispersion of various substances*. Trans. of the chemical Society, 1891, pag. 290.

(2) A. Ghira, *Rifrazione atomica di alcuni elementi*. Rend. R. Accad. dei Lincei. Classe di scienze fisiche ecc. Vol. III, 1° sem. 1894, pagg. 297, 332.

stagno, in modo del tutto anormale, presenta una rifrazione ancor più elevata che nello stagno tetraetile, la rifrazione 29.98.

« Il Gladstone aveva già esaminato il mercurio metile e il mercurio etile: io ho ripetute le esperienze e le ho estese anche al mercurio fenile. Anche per le combinazioni organo-metalliche del mercurio ho trovato che la rifrazione atomica del metallo è assai maggiore che non nelle altre: il Gladstone assegna a questo elemento la rifrazione atomica 20.2; invece io ho ottenuto 23.29 dal mercurio metile, 23.97 dal mercurio etile, 26.80 dal mercurio fenile.

« Sembrerebbe quindi che non vi fosse nessun dubbio che in generale gli elementi manifestano la loro più alta rifrazione nelle combinazioni organometalliche. Già il Perkin (1), dopo il Gladstone, mise in rilievo il fatto che dallo zinco etile si ricava per la rifrazione atomica dello zinco un valore assai maggiore che dai suoi sali in soluzione: questo fatto il Perkin volle attribuirlo all'essere stati esaminati i sali in soluzione e il composto organometallico allo stato libero. Questa spiegazione non mi pare sufficiente, prima perchè ordinariamente le differenze tra il potere rifrangente di una sostanza in soluzione e libera non sono grandissime; secondo perchè si notano differenze rilevanti tra i composti organo-metallici e i cloruri, anche quando l'esame si faccia sugli uni e sugli altri allo stato libero. Questo fatto, che nei composti organo-metallici i metalli entrano con elevata rifrazione, potrebbe sino ad un certo punto dare spiegazione del forte potere rifrangente che presentano i metalli carbonili » (2).

Chimica. — *Sulle anidridi suberica, azaleica e sebacica* (3). Nota di F. Anderlini, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« In altre Note ho riferito sopra alcune esperienze eseguite sull'azione delle diamidi sulle anidridi di acidi bibasici, ma oltre che per tale studio ho dovuto prendere in considerazione, per altri scopi, le anidridi di diverse serie ed ho rilevato delle lacune, fra le quali varie nella serie dell'acido succinico. Avendone l'opportunità, procurai di colmarne qualcuna, e perciò preparai le anidridi degli acidi suberico ed azaleico delle quali non trovai la descrizione.

« A proposito degli acidi suberico ed azaleico trovasi scritto nel Handbuch der organ. Chemie di Beilstein (vol. I, pag. 680 e 684, 3ª ediz.) che

(1) Proceedings of the Chemical Society, CXXI, session 1892-93, pag. 63.

(2) R. Nasini e F. Anderlini, *Sul potere rifrangente dei composti contenenti il carbonile*. Rend. R. Accad. dei Lincei, Classe di scienze fisiche ecc., vol. III, 1° sem., pag. 49, anno 1894.

(3) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Padova.

distillano senza formazione dalle rispettive anidridi, e ciò viene ripetuto anche in altri manuali.

« Secondo le mie esperienze, accade per questi acidi ciò che si verifica per gli acidi succinico, maleico ed altri, sui quali la distillazione ha per effetto lo sdoppiamento, almeno parziale, in acqua ed anidride, ma che poi si ricombinano in gran parte per ripristinare gli acidi, per modo che solo una porzione dell'anidride rimane inalterata. Questo constatai che avviene per gli acidi suberico, azaleico e sebacico tratti dall'olio di ricino. Anche senza mettere in pratica nessun artifizio per tenere isolate più che sia possibile le anidridi che si formano nella distillazione, sia pure a pressione ridotta, quando si scioglie nell'acqua la massa polverizzata che si ottiene, si osserva sul fondo del recipiente, sotto la soluzione calda e resa limpida per il riposo, la separazione di un olio, che se si raccoglie a parte, diventa concreto pel raffreddamento e si può rilevare che ha i caratteri delle anidridi corrispondenti agli acidi distillati. Per aumentare la quantità di dette anidridi isolate durante la distillazione, effettuai questa operazione impiegando una storta, ed interposi fra il collettore e la pompa (ad acqua) un recipiente a largo fondo contenente uno strato di acido solforico allo scopo di allontanare il vapore di acqua più che fosse possibile. Dal distillato raccolto nel collettore mi riescì in ogni caso di isolare una certa quantità di anidride e studiarne i principali caratteri, quali la solubilità, il punto di fusione e la riproduzione dei corrispondenti acidi per effetto dell'acqua bollente.

« Per preparare le anidridi in discorso trovai opportuno di partire da acidi puri e ricorsi al ben noto metodo fondato sull'azione disidratante del cloruro di acetile.

Anidride suberica $C^6H^{12}\langle {CO \atop CO} \rangle O$

« Ottenni l'anidride suberica bollendo una parte di acido suberico fondente a 139°-140°, con 7-8 volte il suo peso di cloruro di acetile fino a cessazione di svolgimento di acido cloridrico; ciò che richiede dalle otto alle dieci ore. Siccome il cloruro di acetile intacca i turaccioli di sovero o di gomma elastica, ed il prodotto si colora, in modo che poi riesce difficile di renderlo bianco, eseguii la digestione in un pallone a collo lungo circa 1 metro infilato in un manicotto di refrigerante ordinario. A digestione finita travasai il contenuto del pallone in storta, distillai tutto il cloruro di acetile rimasto inalterato a bagno d'acqua e sostituendo poi questo con uno ad olio portai la temperatura fra 130°-140° praticando il vuoto fin che nulla più distillava. Il residuo della storta ripresi con benzolo bollente, e precipitai la soluzione raffreddata con petrolio a punto di ebullizione fra 40°-60°, raccolsi il precipitato su di un filtro e lo abbandonai sotto una campana, accanto a potassa

solida, nel vuoto per alcuni giorni allo scopo di allontanare l'anidride acetica ed un po' di sostanze clorurate che ostinatamente trattiene. Effettuai la completa depurazione dell'anidride ridisciogliendola nel benzolo tepido, nel quale sono poco o punto solubili, l'acido suberico rimasto inalterato ed una parte delle impurità, e precipitai con etere comune la soluzione concentrata e fredda. Ripetendo un tale trattamento più volte, ottenni un prodotto che fondeva costante a 62°-63°.

« Dalla sua analisi risultano i numeri seguenti:

0,1469 gr. di sostanza diedero 0,3297 gr. di CO^2 e 0,1044 gr. di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato pen $C^8H^{12}O^3$
C	61.20	61,53
H	7,89	7,69

« Ottenuta nel modo ora descritto l'anidride suberica è una polvere cristallina, bianca, che fonde a 62°-63°, difficilmente solubile nell'acqua bollente in cui si fonde, rimanendo allo stato oleoso fin che entra lentamente in soluzione, dalla quale poi si separa cristallizzato acido suberico pel raffreddamento. È solubile nel benzolo a caldo, poco a freddo, quasi insolubile nell'etere; si separa in polvere cristallina da una soluzione fatta a caldo di un miscuglio di etere e benzolo a parti eguali. Scaldata in un tubetto, in parte si decompone, in parte distilla sulle pareti e sul fondo rimane una massa semicarbonizzata e spugnosa.

Anidride azaleica $C^7H^{14}\langle {}^{CO}_{CO} \rangle O$

« L'anidride azaleica fu preparata come la suberica, e procedendo inoltre presso a poco nello stesso modo anche nella depurazione, salvo che il prodotto bruto, seccato nel vuoto esso pure accanto alla potassa, venne ripreso con benzolo a freddo, in cui è pochissimo solubile l'acido azaleico e le impurità, la soluzione filtrata venne precipitata con etere di petrolio a punto di ebullizione basso. Il trattamento fu ripetuto più volte, fin che venne raggiunto il punto di fusione costante a 52°-53°; diede all'analisi i numeri seguenti:

0,1467 gr di sostanza diedero 0,3360 gr. di CO^2 e 0,1150 gr. di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^9H^{14}O^3$
C	63,23	63,52
H	8,85	8,43

« L'anidride azaleica presenta caratteri molto simili a quelli della suberica, è però molto più solubile nel benzolo, in cui si scioglie anche a

freddo, così pure si scioglie nell'etere; insolubile negli eteri di petrolio. Bollita nell'acqua, in cui si fonde e rimane oleosa, a lungo andare entra in soluzione e ripristina l'acido azoleico. Anche questa col calore si decompone in buona parte.

Anidride sebacica.

« Questa anidride è stata preparata da Auger [1] facendo agire il cloruro di sebacile sul sale sodico dell'acido sebacico a 200°. Tale modo di preparazione essendo piuttosto complicato ed incomodo, cercai di ottenere lo stesso composto ricorrendo al metodo molto più semplice che mi servì per le due anidridi sopra descritte: la prova riescì favorevole procedendo nella stessa guisa anche per quanto risguarda la depurazione Ottenni infatti un corpo fusibile a 78°-79°, solubile facilmente nel benzolo, poco nell'etere comune, insolubile negli eteri di petrolio e decomponibile pel riscaldamento ».

Chimica fisiologica. — *Presenza della neurina nel sangue.* Nota del prof. Marino Zuco e di C. Martini, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Da una serie di ricerche eseguite da uno [2] di noi sulle capsule surrenali vennero dimostrate le relazioni esistenti fra la neurina e la funzione fisiologica di questi organi. Per completare tale studio era importante sapere se questa base, proveniente certamente dalla decomposizione delle lecitine, si trovi nel sangue circolante, come è stato constatato per l'acido fosfoglicerico. Non era stata riscontrata da alcuno la neurina tra i componenti fisiologici del sangue, quantunque fosse risaputo che dallo svaporamento del siero di sangue si produce trimetilammina, prodotto di dubbia provenienza.

« Il problema analitico, che ci siamo proposti di risolvere, era pieno di difficoltà pratiche, sia perchè, come era da prevedersi, la quantità di questo alcaloide venefico circolante nel sangue dovea essere abbastanza piccola, sia sopratutto per la facilità con cui le lecitine, che vi si trovano sempre in grande abbondanza, si sdoppiano. Esse danno delle soluzioni le quali non solo si decompongono per l'azione degli acidi e degli alcali, ma ancora spontaneamente quando siano lasciate in vaso chiuso alla temperatura dell'am-

(1) Ann. de Chimie et Phys. (6) 22, 363.

(2) F. Marino-Zuco, *Ricerche chimiche sulle capsule rurrenali.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1888. — F. Marino-Zuco e V. Dutto, *Ricerche chimiche sul morbo Addison.* Bollettino della R. Accademia medica di Roma, 1890-91, fascicolo IV. — Francesco e Sante Marino-Zuco, *Ricerche sul morbo di Addison.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1892.

biente per lungo tempo. Difatti molti furono gli insuccessi da noi subìti prima di poter presentare il seguente metodo di separazione della neurina dalle lecitine, che noi crediamo risponda perfettamente allo scopo.

« Il nostro metodo analitico è fondato sul diverso comportamento coll'acqua e coll'etere dei cloroplatinati della neurina e delle lecitine; la prima fa un sale di platino solubilissimo in acqua, ed insolubile in etere; mentre le seconde danno un sale solubilissimo in etere ed insolubile in acqua.

« Anzitutto abbiamo preparato col metodo di Strecker (1), partendo dal tuorlo d'uovo, una quantità di lecitina, ed abbiamo potuto constatare, che il cloroplatinato di essa è solubilissimo in etere, ed insolubile in acqua non solo, ma che quando detto sale si trova emulsionato con l'acqua, l'etere lo estrae completamente, separandosi molto rapidamente e bene lo strato acquoso da quello etereo. Inoltre abbiamo riconfermato il fatto già notato da Stecker (2), che cioè le soluzioni eteree di cloroplatinato di lecitina, lasciate a sè stesse, a poco per volta spontaneamente si decompongono, precipitando una polvere giallognola di cloroplatinato di neurina. Però questa decomposizione, come noi verificammo più volte, è lentissima, e solo abbiamo potuto osservare un leggero intorbidamento dopo cinque o sei giorni, dacchè una soluzione eterea di cloroplatinato al 5 °/₀, acida per acido cloridrico e contenente un eccesso di cloruro di platino, era abbandonata a sè stessa alla temperature di 15° a 20°.

« Quando ad una soluzione eterea di lecitina contenente neurina si aggiunge un eccesso di soluzione eterea di cloruro di platino acida per acido cloridrico, si forma subito un precipitato bianco-giallognolo di cloroplatinato di neurina, mentre il cloroplatinato di lecitina rimane in soluzione nell'etere. Però la separazione praticamente è difficilissima, stantechè il precipitato viene così emulsionato, che le filtrazioni riescono lunghissime e stentate. Invece se la precipitazione si pratica in un imbuto a rubinetto, e vi si aggiunge dell'acqua e si agita, il sale di neurina si scioglie completamente nell'acqua e quello di lecitina nell'etere, e i due strati si separono nettamente e rapidamente. Si separa lo strato acquoso, e si agita a più riprese con nuovo etere, finchè il solvente viene incoloro: in questo modo tutta la lecitina è separata.

« Per dimostrare che neppure una traccia di lecitina era rimasta disciolta nell'acqua, abbiamo coll'idrogeno solforato eliminato il platino dalla soluzione acquosa, svaporato il liquido a bagno maria, e dopo l'aggiunta di carbonato sodico e nitro abbiamo calcinato il residuo sino a fusione tranquilla; eseguendo quindi sulla massa la ricerca dell'acido fosforico, si ebbero risultati completamente negativi.

« Un altro fatto degno di nota circa il comportamento delle soluzioni eteree di cloroplatinato di lecitina è il seguente: se ad una soluzione eterea

(1) Annalen der Ch. und Ph., t. CXLVIII, p. 80.
(2) Ibid. t. CXLVIII, p. 81.

si aggiunge poco alcool, il sale continua a rimanere in soluzione; però mano mano che la proporzione di alcool aumenta, il cloroplatinato incomincia a depositarsi, sino a completa precipitazione. Però se vi si aggiunge dell'acqua sino ad avere una separazione dello strato acquoso-alcoolico dall'etereo, e si agita, ripetendo il trattamento con altro etere, tutto il sale di lecitina passa in questo solvente di nuovo, e il liquido acquoso-alcoolico non contiene traccia di lecitina, come abbiamo potuto constatare ripetendo il saggio come sopra.

« Ottenuti questi risultati soddisfacenti colla lecitina e neurina pure, abbiamo presi 3 litri di sangue di bue, appena uscito dalla giugulare, e introdotto in una grossa bottiglia, mantenuta fredda e contenente 6 litri di miscuglio alcoolico-etereo, fatto nella proporzione di 1:2; il tutto fu agitato molte volte, mantenendolo sempre freddo, finchè si ottenne un magma fioccoso pesante in fondo alla bottiglia ed una soluzione limpida leggermente colorata in giallo. In questo liquido alcoolico-etereo appena filtrato introducemmo un eccesso di soluzione eterea di cloruro di platino acida per acido cloridrico, che produsse un leggero precipitato. Quindi si aggiunse allo stesso liquido tanta acqua fino ad avere la separazione dell'etere, e si agitò fortemente: separato l'etere intensamente colorato, aggiungemmo nuovo etere a più riprese, finchè questo non si colorava più: tutta l'operazione fin qui descritta non durava più di due o tre ore. In questo modo l'etere asportava la lecitina, che potemmo separare e constatare, e nel liquido acquoso-alcoolico rimase la neurina.

« Prima di ricercare nel liquido acquoso-alcoolico la neurina, una parte della soluzione, privata del platino con l'idrogeno solforato, servì alla ricerca dell'acido fosforico, come precedentemente abbiamo descritto, ottenendosi risultato completamente negativo; quindi potevamo esser certi che la neurina, contenuta nel liquido acquoso, non proveniva da decomposizione di lecitine.

« Il liquido acquoso, dopo eliminato l'alcool per distillazione, fu trattato a caldo con idrogeno solforato, liberato per filtrazione dal solfuro di platino, concentrato a bagno maria e trattato con un eccesso di ossido di piombo di recente precipitato. Il liquido separato dal precipitato piombico, leggermente acidificato con acido cloridrico, fu trattato con idrogeno solforato per liberarlo dalla piccola quantità di piombo rimasto disciolto, quindi svaporato a bagno maria.

« Si ottenne un residuo sciropposo, colorato in giallo-rosso, il quale dava col joduro di bismuto e potassio un precipitato rosso-ranciato cristallino, col joduro di mercurio e potassio un precipitato fioccoso bianco-giallognolo, col cloruro di oro un precipitato giallo cristallino, solubile nell'acqua bollente, da cui per raffreddamento cristallizzava il sale. Tutto il cloridrato fu trattato con un leggero eccesso di cloruro di oro, ed il precipitato ottenuto fu spremuto in un filtro a pressione, sciolto in acqua calda e decomposto con idrogeno solforato: la soluzione del cloridrato fu di nuovo svaporata, prima a

bagno maria e poi nel vuoto. Si ebbe così un cloridrato cristallizzato quasi incoloro e molto deliquescente. Si preparò di nuovo il sale d'oro, il quale, dopo ripetute cristallizzazioni dall'acqua bollente, si presentava di bello aspetto, di color giallo vivo, cristalizzato in belli aghetti, e riscaldato dava marcato odore di trimetilammina: all'analisi si ottenne il seguente risultato:
gr. 0,3030 di sale di oro hanno dato di Au gr. 0,1341.

Au trovato per %	Au calcolato per C^5H^{14} Az O Au Cl^4
44,25	44,24

Ripetemmo più volte su nuovo sangue queste esperienze, che ci fornirono dati conformi ai precedenti.

« Dai risultati quindi ottenuti possiamo dedurre che esiste nel sangue allo stato normale la neurina, come l'acido fosfoglicerico, entrambi quali prodotti di decomposizione delle lecitine, e che degli organi speciali hanno la funzione di trasformare questa base venefica, che accumulandovisi certamente diventerebbe letale all'organismo stesso ».

Chimica. — *Sopra un nuovo alcaloide contenuto nel caffè* (1). Nota del dott. PIETRO PALLADINO, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« La straordinaria estensione dell'uso del caffè e le molteplici sostanze che esso contiene, fecero convergere su questo prodotto gli studî di numerosi sperimentatori, tanto che pochi sono i prodotti commerciali che furono così estesamente studiati e che hanno letteratura così estesa.

« Il componente principale trovato finora nel caffè ed il più importante fisiologicamente è la *Caffeina*, alcaloide fortemente azotato, al quale si attribuiscono le proprietà più importanti di questo seme.

« Studiando l'infuso di questa droga, ho potuto accorgermi che dopo aver eliminato completamente coi solventi la caffeina, il liquido dava ancora abbondantemente precipitato coi reattivi generali degli alcaloidi, per cui sospettai la presenza di qualche base non asportabile coi solventi.

« Intrapresi allora la ricerca di questa sostanza, e riuscii ad isolare in discreta quantità un nuovo alcaloide, che ha reazioni e proprietà fisiche e fisiologiche completamente differenti da quelle della caffeina. Darò a questo alcaloide il nome di *Coffearina*.

« Dopo varî tentativi ho trovato che il metodo il quale più si adatta allo scopo della estrazione di questo alcaloide è il seguente:

« Si fa bollire prolungatamente il caffè crudo, frantumato il più finamente possibile, in dieci volte il suo peso di acqua resa alcalina con latte

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica farmaceutica della R. Universita di Genova.

di calce, ripetendo la ebollizione del caffè bene spremuto in altra acqua onde esaurire completamente la sostanza.

« I liquidi ottenuti dalle varie estrazioni unitamente a quelli residui delle torchiature del caffè, si filtrano su tela e si trattano con acetato basico di piombo fino a precipitazione completa. Si concentra, dopo filtrazione su tela e si precipita l'eccesso di piombo con acido solforico, togliendo con una filtrazione su carta il solfato di piombo formatosi.

« Il liquido limpido e nettamente acido così ottenuto (1), viene concentrato a piccolo volume ed esaurito completamente con cloroformio, per estrarne tutta la caffeina; continuando ad estrarre fino a tanto che l'ultima estrazione del cloroformio non lasci alcun residuo dopo evaporazione (bastano in generale dieci o dodici estrazioni con cloroformio. Estraendo invece con benzina, occorre crescere di molto il numero delle estrazioni).

« La soluzione privata in tal modo di caffeina, viene scaldata a bagnomaria dopo aggiunta di un eccesso di acido solforico, concentrando fino a denso siroppo e fino ad evaporazione completa dell'acido acetico, diluendo il liquido e riconcentrando più volte per iscacciar meglio tutto l'acido acetico.

« Per la separazione dell' alcaloide ho seguito il metodo proposto dal prof. F. Marino Zuco per l'estrazione della Crisantemina dal Crisantemo (2).

« A questi io debbo moltissimo per la riuscita del lavoro, e tengo a dichiarargli qui la mia riconoscenza per avermi permesso di eseguirlo nel laboratorio di chimica farmaceutica della R. Università di Genova da lui diretto, e per gli schiarimenti e consigli di cui mi fu largo e che valsero a condurmi ad un esito soddisfacente.

« Il metodo usato è il seguente:

« Cacciato come sopra fu detto tutto l'acido acetico, si riprende con acqua la massa siropposa, si separano colla filtrazione le sostanze insolubili depositatesi e si decolora il liquido scaldandolo a bagnomaria con nero animale e filtrandolo.

« Il liquido così decolorato si diluisce con molta acqua e, dopo raffreddamento completo, si precipita col reattivo di Dragendorff, avendo cura di versarlo a poco a poco, rimescolando continuamente e per un certo tempo, fino a tanto cioè che il precipitato fioccoso diventi cristallino.

« Si separa quindi per filtro il precipitato ottenuto, si spreme e si lava alla pompa, si sospende in acqua distillata e si decompone con una corrente di acido solfidrico a freddo, ajutando infine la decomposizione scaldando a bagnomaria.

(1) Se il liquido riesce molto colorato, conviene ripetere la precipitazione coll'acetato di piombo e la conseguente spiombatura.

(2) F. Marino Zuco, *Sopra un nuovo alcaloide estratto dal crisantemo.* Roma, tipografia della R. Accad. dei Lincei, 1891.

« Si separa per filtrazione il liquido, che vien poi scaldato a bagnomaria per cacciare l'acido solfidrico rimastovi, si neutralizza con carbonato di piombo l'acido jodidrico libero contenutovi e si filtra alla pompa.

« Si ripete una o più volte la precipitazione col reattivo di Dragendorff, fino a tanto che il precipitato dello joduro doppio di alcaloide e di bismuto si presenti cristallino e di bello aspetto.

« Il liquido limpido proveniente dalla decomposizione dello joduro doppio, una volta liberato col carbonato di piombo dall'acido jodidrico libero, viene concentrato a bagnomaria, vi si aggiunge a caldo tanto ossido di argento che basti ad eliminare tutto lo jodio. Si filtra il liquido, vi si aggiunge una quantità d'acido cloridrico tale che sia sufficiente per trasformare tutta l'alcaloide in cloridrato; si separa per filtrazione la soluzione del cloridrato stesso e si concentra in piccola capsula fino a pellicola.

« Il cloridrato di questo nuovo alcaloide si rapprende in una massa cristallina perfettamente incolora.

« Per purificarlo si lava più volte con alcole assoluto bollente, nel quale è quasi insolubile, decantando ogni volta l'alcool dopo raffreddamento ed infine si fa cristallizzare in alcool diluito.

« Dopo ripetute cristallizzazioni si ottiene un cloridrato cristallizzato in piccoli aghetti, perfettamente incolori, inalterabili all'aria ed alla luce e solubilissimi in acqua.

« Questo sale cristallizza con una molecola di acqua. Riscaldato a 100° non perde la sua acqua di cristallizzazione; a 110° la perde completamente e riscaldato anche al disopra dei 120° non perde traccie di acido cloridrico. Fonde a 180° decomponendosi profondamente.

L'analisi del cloridrato ha dato i seguenti risultati:

I gr. 0.4244 di cloridrato dell'alcaloide hanno dato di anidride carbonica gr. 0.7958 e di acqua gr. 0.2095;
gr. 0.3466 hanno dato cc. 25.10 di azoto, $T = 18°,4$. $P = 756.4$;
gr. 0.3069 hanno consumato cc. 9.35 di nitrato d'argento $^{N}/_{10}$;
gr. 0.3069 scaldati a 110° perdono gr. 0.0157 di acqua di cristallizzazione.

II gr. 0.4283 di cloridrato hanno dato di anidride carbonica gr. 0.8184 e di acqua gr. 0.2184;
gr. 0.3005 hanno consumato cc. 9.13 di nitrato d'argento $^{N}/_{10}$;
gr. 0.3119 hanno consumato cc. 9.43 di nitrato d'argento $^{N}/_{10}$;
gr. 0.3119 scaldati a 110° perdono gr. 0.0168 di acqua di cristallizzazione;
gr. 0.4199 scaldati a 110° perdono gr. 0.0229 di acqua di cristallizzazione.

III gr. 0.3387 hanno dato gr. 0.6300 di anidride carbonica e gr. 0.1720 di acqua.

IV gr. 0.3300 hanno dato gr. 0.6180 di anidride carbonica e gr. 0.1656.

	Trovato p. %					Media delle analisi	Calcolato per $C^{14}H^{17}N^2O^4Cl + H^2O$
C.	51.13	50.92	50.72	—	51.07	50.96	50.83
H.	5.48	5.53	5.64	—	5.58	5.56	5.74
N.	8.33	—	—	—	—	8.33	8.47
Cl	10.85	10.82	—	10.73	—	10.80	10.74
Aq.	5.38	5.11	—	5.45	—	5.31	5.44

« Aggiungendo ad una soluzione di cloridrato di alcaloide purissimo un eccesso di soluzione di cloruro di platino e concentrando la soluzione, si ottiene il cloroplatinato in bei cristalli, a forma di prismi allungati e di color rosso ranciato, solubili in acqua fredda, solubilissimi in acqua calda, dalla quale soluzione si separono nuovamente per raffreddamento.

« Il cloroplatinato fu purificato con ripetute cristallizzazioni e seccato nel vuoto. Non contiene acqua di cristallizzazione ed ha dato all'analisi i seguenti risultati:

I gr. 0.7353 di cloroplatinato hanno dato gr. 0.6605 di anidride carbonica e gr. 0.16775 di acqua;
gr. 0.3631 hanno dato cc. 13.2 di azoto $T = 22^{\circ}$ $P = 755.1$;
gr. 0.3021 hanno dato gr. 0.0861 di platino.

II gr. 0.6346 hanno dato gr. 0.5738 di anidride carbonica e gr. 0.1517 di acqua;
gr. 0.3487 hanno dato gr. 0.0994 di platino.

	Trovato p. %		Media dello analisi	Calcolato per $C^{14}H^{18}N^2O^4PtCl^6$
C	24.65	24.49	24.57	24.51
H	2.65	2.53	2.59	2.62
N	4.18	—	4.18	4.08
Pt	28.50	28.50	28.50	28.36

« Trattando il cloridrato con ossido di argento, si mette in libertà l'alcaloide.

« Questo è solubilissimo in acqua ed in alcool diluito. Dall'alcool concentrato cristallizza in aghi sottili ed incolori. Esposto all'aria, assorbe umidità e col tempo si rende deliquescente. Esposto alla luce ed all'aria secca, imbrunisce alquanto prendendo prima una colorazione rosea. Fonde a 140° decomponendosi profondamente e senza sublimarsi. La sua soluzione ha reazione leggermente alcalina e non ha potere rotatorio. Non dà affatto le reazioni caratteristiche della caffeina e della teobromina e reagisce con tutti i reattivi generali degli alcaloidi.

« La soluzione del cloridrato dà collo joduro doppio di bismuto e di potassio un precipitato rosso-ranciato fioccoso che diventa in seguito cristallino.

Con joduro doppio di mercurio e potassio dà un precipitato bianco-giallastro fioccoso. Con acido picrico non precipita. Con acido tannico dà un precipitato bianco, fioccoso. Con cloruro mercurico non dà precipitato e concentrando fortemente la soluzione cristallizza il composto mercurico che è solubilissimo in acqua. Con cloruro di platino dà un precipitato cristallino giallo-ranciato. Col cloruro d'oro dà un precipitato cristallino giallo-ranciato che si scioglie a caldo senza riduzione e dopo raffreddamento ricristallizza.

« L'analisi dell'alcaloide puro ha dato i seguenti risultati:

I gr. 0.1902 di coffearina hanno dato gr. 0.4231 di anidride carbonica.

II gr. 0.2864 hanno dato gr. 0.6352 di anidride carbonica e gr. 0.1457 di acqua;

gr. 0.1994 hanno dato cc. 17.8 di azoto: T = 21°9; P = 760°,22 ($t = 24°4$).

III gr. 0.2422 hanno dato gr. 0.5399 di anidride carbonica e gr. 0.1270 di acqua.

	Trovato p. %			Media delle analisi	Calcolato per $C^{14}H^{16}N^2O^4$
C	60.67	60.47	60.79	60.64	60.87
H	—	5.65	5.82	5.74	5.80
N	—	10.10	—	10.10	10.14

« Quantunque sembri a prima vista che la formola della Coffearina $C^{14}H^{16}N^2O^4$ possa semplificarsi in $C^7H^8NO^2$, pur tuttavia non è così, perchè, come risulta dall'analisi del cloridrato, per la formula $C^{14}H^{16}N^2O^4$ si ottiene una quantità di cloro corrispondente ad un atomo solo.

« Le indagini istituite allo scopo di sceverare l'azione fisiologica di questo nuovo alcaloide [1], non sono ancora abbastanza numerose perchè io possa trarne delle conclusioni recise. Nelle rane questa sostanza agisce con sufficiente intensità e tanto che bastano gr. 0.2 per uccidere l'animale. La morte è preceduta da tutti i sintomi corrispondenti ad un' azione narcotica, ad un'azione che si esercita sopra la eccitabilità dei centri nervosi. I nervi motori mantengono fino alla fine inalterata la loro capacità di reagire agli stimoli.

« Per contro lo stesso alcaloide inoculato nella quantità di gr. 0.8 e nello spazio di un'ora in un *mus decumanus* albino e di media grandezza, non ha dato entro due ore alcun risultato evidente, eccettuato un leggero torpore.

« Sto attualmente continuando lo studio di questo alcaloide ».

[1] Queste prime indagini furono eseguite nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Genova.

Chimica. — *Sull'essenza di Cannabis indica.* Nota del dott. GOFFREDO VIGNOLO, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« L'essenza di Cannabis indica fu studiata per la prima volta dal Personne ([1]), secondo il quale è costituita da « un liquido oleoso, assai fluido, « più leggiero dell'acqua, di color d'ambra carico, d'odore caratteristico di « canapa. A 12° o 15° si congela e prende una consistenza butirracea dovuta « alla produzione di una quantità di cristalli. L'essenza bruta consta di un « miscuglio di due idrocarburi, i quali non si possono separare l'uno dall'altro « che con infinite precauzioni. L'uno dei due, il *Cannabene*, è liquido, incolore; « la sua formola è: C^{36} H^{20}. La sua densità di vapore teorica è uguale a « 7.98, per quattro volumi, ed a 8.79, per esperienza. Il suo punto di ebul- « lizione a 760 sembra essere situato tra 235° e 240°. Nel vuoto bolle tra « 90° e 95°. L'altro idrocarburo ha per formula C^{12} H^{24}; cristallizza dall'alcool « sotto forma di squamette di lucentezza grassa e di odore debolissimo « di canapa. Sarebbe l'*Idruro di Cannabene* contenente per cento: Carbonio « 84.02 — Idrogeno: 15.98 ». Inoltre secondo il Personne, il Cannabene: costituisce il principio attivo al quale è dovuta l'azione fisiologica della canapa indiana.

« Le cognizioni che si riferiscono all'essenza di Cannabis indica riportate dalle opere più recenti, si limitano ai lavori di Personne.

« Nel 1880-81 Valente ([2]) studiò l'essenza estratta dalla Cannabis sativa, di provenienza italiana, indicando come costituente principale un sesquiterpene più leggiero dell'acqua, di odore gradevole, solubile nell'alcool, etere, cloroformio. La densità a 0° di questo idrocarburo è uguale a 0.9299. Il potere rotatorio specifico è $(\alpha) = - 10.81$, per la luce gialla. L'acido cloridrico gassoso produce con essa un cloridrato cristallizzabile. Identici risultati ottenne il Valente dall'essenza delle piante maschili della Cannabis gigantea, coltivata nell'orto botanico di Roma da semi provenienti dalle Indie. A quest'ultima circostanza verisimilmente si deve se il Beilstein, dopo aver accennato nel suo trattato ([3]) all'olio essenziale della Cannabis sativa, riferisce che il sesquiterpene studiato da Valente si trova anche nella Cannabis indica; mentre l'essenza ora studiata pur avendo una formola centesimale simile a quella del Valente, differisce completamente da essa.

« Essendo a mia disposizione una discreta quantità di essenza ricavata dalle cime fiorite di canapa indiana, utilizzata per ricerche sugli alcaloidi, ho creduto conveniente di riprenderne lo studio.

([1]) Journal de Pharmacie et de Chimie, ser. III, XXXI. Paris 1857.

([2]) Gazzetta Chimica Italiana, vol. X e XI, 1880-81.

([3]) F. Beilstein, *Handbuch der organischen Chemie,* vol. III, pag. 301. Hamburg und Leipzig. 1890.

« La varietà di canapa adoperata è quella contraddistinta coi nomi di: Ganja, Guaza, Quinnab [1]. Questa droga e costituita per la maggior parte dai ramoscelli fioriti o fruttificati delle piante femminee, e fu provveduta dalla Casa Erba di Milano.

« L'estrazione dell'olio essenziale fu praticata per distillazione in forte corrente di vapore d'acqua, separandolo per fiorentino. Le acque distillate ne sciolgono in discreta quantità e posseggono marcatissimo l'odore delle cime fiorite contuse. Estratta tutta quanta l'essenza coll'etere, e ricuperato il solvente per distillazione, si ridistilla per due volte successive in corrente di vapore d'acqua.

« Nell'ultima estrazione si filtra per carta la soluzione eterea, deacquificata per lunga digestione sul cloruro di calcio fuso di recente. Eliminato completamente il solvente, si mantiene ancora per una mezz'ora sul bagnomaria e quindi si rettifica nel vuoto. Alla pressione di 15 mm. bolle a 140°.

« L'essenza greggia si presenta sotto forma di liquido mobile, d'odore aromatico. Mantenuta per più di un'ora a — 18° non congela anche se agitata di frequente [2]. Il suo punto di ebullizione è situato tra 248° e 268°. Si sottomise allora l'essenza alla rettificazione sul sodio metallico, operando prima a freddo e successivamente a caldo. Il sodio reagisce energicamente con effervescenza, mentre sul fondo del palloncino si depone una sostanza gelatinosa di color giallo-bruno. A reazione compiuta si rettifica nel vuoto. Si rinnovano così i trattamenti finchè il liquido ottenuto non sia perfettamente limpido ed incolore, e non venga più attacato dal sodio. In tali condizioni bolle a 256° a pressione ordinaria, e distilla senza lasciare residuo. Ripetuto parecchie volte il processo sopra differenti quantità di essenza, proveniente da estrazioni diverse, si ottennero sempre gli stessi risultati e lo stesso punto di ebullizione.

« Il residuo giallo-bruno, che rimane nel matraccio coll'eccesso di sodio impiegato, ritiene un odore acutamente aromatico che ricorda quello dell'essenza greggia. Evidentemente l'essenza contiene disciolta una certa quantità di stearoptene, il quale rimane fissato sotto forma di composto sodico, nel residuo della rettificazione. Dello studio di questo stearoptene mi occuperò in seguito. Per ora intanto interessa notare il fatto che l'essenza greggia passa abbondantemente in distillazione, ad una temperatura inferiore a quella dell'ebullizione dell'essenza dopo la rettificazione sul sodio per la conseguente eliminazione dello stearoptene. Ora è noto che le essenze ossigenate e gli

(1) V. F. A. Flückiger et D. Hanbury, *Histoire des drogues d'origine végétale*. Paris 1878.

(2) Dall'essenza raffreddata a 12° o 15° Personne separò l'idrocannabene. Una sostanza avente caratteri di idrocarburo, e della quale mi riserbo lo studio, è stata da me separata dall'estratto alcoolico di Cannabis indica mediante cristallizzazioni frazionate con alcool assoluto bollente. Di questa sostanza non ho potuto avere indizio alcuno nell'essenza.

stearopteni bollono in generale ad una temperatura inferiore a quella dei sesquiterpeni. Che infine vi debba essere contenuto un composto ossigenato, lo rendono manifesto i risultati di una serie di analisi eseguite prima di avere ottenuta la sostanza allo stato di completa purezza.

« L'essenza rettificata sul sodio costituisce un liquido limpido, mobile, incoloro. L'odore è gradevole, ma meno aromatico di quello dell'essenza greggia e ricorda quello del terebene. Bruciando, sviluppa un odore che ricorda lo stesso composto. Esposta all'aria in istrato sottile ed in luogo soleggiato, in meno di due giorni è completamente resinificata e diventa solida. Si scioglie in discreta quantità nell'acqua. È solubilissima nel cloroformio, etere, benzolo, etere acetico, acetone, a. acetico glaciale, solfuro di carbonio e nell'alcool assoluto. La sua densità, determinata con picnametro Sprengel è uguale a 0.897 a 15°3. Il punto di ebullizione si mantiene costante a 256°. Grammi 2.4739 d'essenza, disciolti nel cloroformio fino a completare 25 cc. di soluzione, per un tubo di 20 centimetri di lunghezza, danno al polarimetro Laurent una deviazione di gradi 0.25, a sinistra.

« Come tutti i terpeni, l'essenza di Cannabis indica si colora in rosso-bruno per l'azione dell'a. solforico concentrato.

« Offre nettissima anche la reazione di Riban: una perla di tricloruro d'antimonio si colora, in contatto di alcune goccie d'essenza, in un bel giallo e subito dopo in rosso.

« È attaccata vivamente dal bromo con sviluppo di a. bromidrico formando un composto solido. Non forma però il cloridrato cristallino quando si faccia passare a saturazione a. cloridrico secco sull'essenza disciolta nel doppio volume d'etere e si svapori il solvente.

« Trattata la soluzione di una piccola quantità d'essenza in grande eccesso di cloroformio con poco a. solforico concentrato, si ha una leggiera tinta verde da principio, che per agitazione e lungo riposo si fa bleu-indaco, volgendo poi al rosso per riscaldamento. Questa reazione è speciale dei sesquiterpeni.

« L'analisi elementare diede i risultati seguenti:

I. — Grammi 0.2195 di sostanza danno gr. 0.2354 di acqua e gr. 0.7099 di anidride carbonica.

II. — Grammi 0.2128 di sostanza danno gr. 0.2291 di acqua e gr. 0.6875 di anidride carbonica.

III. — Grammi 0.2397 di sostanza danno gr. 0.2589 di acqua e gr. 0.7726 di anidride carbonica.

« Per cui si ha:

	Trovato %				Calcolato % per
	I	II	III	Media	$(C^5 H^8)^n$
C =	88.20	88.01	87.91	88.04	88.24
H =	11.91	11.96	12.00	11.96	11.76
	100.11	99 97	99.91	100.00	100.00

« Fu determinata eziandio la densità di vapore coll'apparecchio di C. V. Meyer, modificato dal prof. Valente, operando in atmosfera d'idrogeno. Il riscaldamento fu operato col vapore di difenilamina, la quale bolle a 310°. I risultati furono i seguenti:

Sostanza grammi	= 0.1046
Volume del gas in cc.	= 11.3.
Temperatura	= 15°
Pressione atmosferica	= 763.5

« Donde il rapporto:

Trovato	Calcolato per $C^{15}H^{24}$
7.6	7.1

« I risultati dell'analisi elementare, la densità di vapore ed anche le reazioni, stabiliscono che l'essenza di Cannabis indica è costituita da un sesquiterpene. Con tale conclusione concorda pure il punto di ebullizione dell'essenza, la quale bolle a 256°; mentre è risaputo che i limiti del punto di ebullizione dei sesquiterpeni oscillano tra 249° e 260°. Tutti questi fatti pertanto confermano come l'essenza di Cannabis indica sia un sesquiterpene accompagnato da uno stearoptene, del quale mi riserbo lo studio, e che il Cannabene trovato dal Personne certamente doveva essere una mescolanza ».

Geologia. — *Sulla origine dei tufi vulcanici al nord di Roma.* Nota dell'ing. E. Clerici, presentata a nome del Socio Capellini.

« I materiali vulcanici che formano le tante varietà di tufi possono esser caduti su terra asciutta, lanciati a limitata distanza intorno all'apparecchio vulcanico o trasportati più lontano, e piuttosto in una direzione che in un'altra, dalle correnti atmosferiche: possono esser caduti, o trasportati dai corsi d'acqua, in bacini fluviali e lacustri, in bacini salmastri od infine in mare: possono, in particolari circostanze, essersi sparsi sul terreno come corrente fangosa più o meno densa per l'impasto con acque pluviali, tanto in condizioni non straordinarie come nei temporali che accompagnano le eruzioni, ed essersi arrestati nelle valli, oppure aver raggiunto bacini acquei od il mare, colla possibilità di avere ostacolato in qualche caso il libero corso delle acque dolci ed averne potuto elevare il livello. La corrente fangosa può anche aver avuto origine da una vera eruzione di fango per trabocco o per proiezione. Tutti questi casi ed altri ancora, come quello di un vulcano sottomarino, sono egualmente possibili non mancandone esempi, dai tempi storici a noi, accuratamente descritti da osservatori e spettatori degni di fede. Però è impossibile di stabilire *a priori* una conclusione generale. Di volta in volta occorrerà fare la ricerca delle condizioni di deposizione che ognun vede quanto possono essere state diffe-

renti anche fra punti molto vicini. Perciò io limiterò le mie considerazioni all'area ed alle località studiate nelle due precedenti Note (v. Rend. pag. 89 e 343).

« Molti si sono sforzati di spiegare l'origine dei nostri tufi e molte sono le ipotesi e le teorie emesse, le quali, se quasi tutte possono in casi particolari essersi avverate, si trovano in deciso contrasto quando si voglia dar loro un carattere di generalità che non hanno. Per lo scopo del presente scritto non è necessario passare in rassegna tutte le diverse teorie, ma soltanto esaminare gli argomenti addotti dai principali autori dalla schiera *tufo-nettunista.*

« Il Borkowsky, dopo aver molto bene constatato che molti tufi si alternano o sono sovrapposti a marne ed a travertini con molluschi d'*acqua dolce*, concluse per l'origine sottomarina, perchè altrimenti non avrebbe potuto capacitarsi che un monte come il M. Mario, senza dubbio di formazione marina, giacesse su conglomerato d'acqua dolce (il che non è vero) e fosse circondato da formazioni d'acqua dolce. Il Borkowsky riconosceva l'alto valore dei molluschi contenuti nel travertino come prova della formazione dalle acque dolci, però soltanto dove non si trova alcuna conchiglia marina: « ma qui » egli dice « in mezzo alla cerchia di colline che dovrebbero essersi generate nel- « l'acqua dolce si trova un monte pieno di conchiglie marine » (1). Ma l'assurdità di tale ragionamento è evidente.

Brocchi stabilì due categorie di tufi: per una detta de' tufi ricomposti, dimostrò la formazione in acque dolci, la corrispondenza e l'alternanza con sabbie, travertini ed altre produzioni lacustri e fluviali: per l'altra, di gran lunga maggiormente rappresentata, detta de' tufi originali (dai quali sarebbero tolti i materiali per formare i ricomposti), ammise o cercò di provare l'origine sottomarina, credendo che il mare fosse l'unico mezzo capace di effettuare una tanto grande diffusione come quella che hanno i tufi. Per di più i tufi, i peperini e gli altri conglomerati sarebbero stati « formati di materie vomitate da « esplosioni sottomarine........ L'ultima e la più decisiva prova della loro « origine nettunica » (2) è fornita al Brocchi dalle conchiglie marine in essi contenute. Egli cita infatti un tale rinvenimento nel peperino di Albano, fatto che registra (*Biblioteca italiana*, 1818) per essergli stato riferito, rammaricandosi che un campione così importante non sia stato accaparrato per un museo di Roma. Egli riporta altresì la notizia data dal Cermelli di murici (3)

(1) Dunin Borkowsky S., *Geognostische Beobachtungen in der Gegend von Rom* (Taschenbuch f. die gesammte Min., vol. X, 1816) pag. 381 « Die Gegenwart der Muscheln « von süssem Wasser im Travertin ist allerdings für die Meinung der Formation aus süssem « Wasser von hohem Gewichte, doch glaube ich nur da, wo keine Seemuscheln in der Ge- « gend vorkommen; allein hier finden sich mitten in Kreise der Hügel die alle durch « süsses Wasser entstanden seyn sollen, ein Berg von Seemuscheln ».

(2) Brocchi G. B., *Dello stato fisico del suolo di Roma.* Roma, 1820, pag. 197 e 198.

(3) Condivido l'opinione del prof. Meli che tali murici siano tutto al più dell'epoca Romana: anche allora si usava adornare fontane e giardini con conchiglie marine.

rinvenuti sul M. Cavo e quella data dal Lapi di conchiglie a Velletri in un terreno sovrapposto alla lava; notizie queste due ultime che attendono una conferma che si tratti di *conchiglie fossili*, ottenuta la quale occorre vedere in che modo (se originalmente o se erraticamente) esse si trovino nel terreno.

« Incontestabile valore avrebbero due altre analoghe notizie, frutto di osservazioni dirette del Brocchi, di conchiglie marine in strati intercalati al tufo ad Acquatraversa presso Roma [1] ed all'Arrone presso Corneto: ma si comprende facilmente che se in queste due limitate località il tufo è marino, tale conclusione può non esser giusta per tante altre località.

« Ma dalle descrizioni stesse del Brocchi, per alcuni tufi creduti marini, risulta, contrariamente all'intendimento dell'autore, che essi giacciono sopra formazioni d'acqua dolce e che queste non sono addossate ai tufi come aveva bisogno di supporre il Brocchi, e, dopo di lui, anche il Ponzi, per mantenere in vita la teoria sottomarina [2].

« Ma se il Ponzi accettò con troppa fede alcune conclusioni del Brocchi e se ne fece apostolo, in altre, come per quanto riguarda il vulcano Laziale, ne dissente in modo assoluto. Infatti fin dal suo primo lavoro: *Profilo teoretico dimostrante la disposizione dei terreni della Campagna Romana* (Roma, 1845), fatto in collaborazione con L. Medici-Spada, il vulcano Laziale è indicato come subaereo e tutti i suoi prodotti sono tenuti per quaternari; terziari invece quelli dei vulcani Cimini. Le stesse cose sono chiaramente dichiarate nelle *Osservazioni geologiche fatte lungo la Valle Latina da Roma a Monte Cassino* (Roma, 1849), con annessa carta geologica in cui i supposti tufi sottomarini terziari prodotti dai vulcani Cimini si estendono al sud fino ad Anagni e Gavignano e sono rappresentati come circondanti il gruppo Laziale che al disopra di essi si eleverebbe. Con questo concetto è fatta la *Carta*

[1] Nè a me, nè ad altri è stato possibile di ritrovare il fatto quivi segnalato. Ma vero il fatto, può essere non giusta la conseguenza che se ne trae.

[2] Si consideri, per esempio, la descrizione della località Camerelle presso Viterbo (pag. 195-198 del *Catalogo ragionato*) che ben potrebbe dirsi il peccato originale dei *tufonettunisti*. Là, « singolarissimo fenomeno » per il Brocchi, il travertino con conchiglie fluviatili « sembra servire di base al tufa. Se così fosse, converrebbe dunque supporre che l'ori« gine del tufa fosse stata posteriore a quella del travertino, *il che ripugna alla verisi« miglianza*, essendovi fondatissime prove e nel Patrimonio e nel Lazio e nella Campania, « insomma in tutta l'Italia meridionale che il tufa e gli altri aggregati vulcanici sieno « produzioni de' vulcani *sottomarini* e stratificati dalle acque del mare ». Brocchi, non volendo neppur limitare la generalità della propria teoria con una eccezione, spiegò il fatto ammettendo che il banco di tufo fosse stato corroso alla base da acque correnti che poi colmarono la enorme cavità con travertino mescolato a materiali vulcanici. Allo scopo di confermare questa spiegazione egli fece scavare un cunicolo nell'interno della rupe per incontrare la parete della cavità sfuggita all'erosione. Dopo 22 palmi, Brocchi sospese l'inutile lavoro; ma non modificò punto l'erronea interpretazione, fiducioso che l'incontro col tufo sarebbe avvenuto prolungando ancora lo scavo.

geologica per servire alla storia dei vulcani del Lazio edita nel 1874 (Atti R. Acc. Lincei, ser. 2ª, vol. I), nella quale però i tufi sottomarini sono ascritti al glaciale, cioè posteriori alle sabbie gialle del pliocene, variazione concretata già da almeno una decina d'anni avanti.

« Di conseguenza anche per il peperino Ponzi dissentiva dal Brocchi, dappoichè lo riteneva originato dall'impasto dei materiali detritici eruttati formato con le acque degli uragani vulcanici e sotto forma di fango dilagato sul terreno piegando e ricoprendo la vegetazione ivi esistente (1). È poichè il peperino non è che una varietà di tufo, come il Brocchi già aveva osservato, il Ponzi doveva esser di troppo convinto della veridicità della teoria sottomarina riguardo ai tufi in genere, per non venirgli mai il dubbio che la genesi del peperino potesse essere applicabile ad altri tufi egualmente litoidi ed anche molto simili per l'aspetto al vero peperino.

« Ma il Murchison, che aveva accettato molte conclusioni edite ed inedite del Ponzi, per il peperino ritornò alla formazione marina. Avendo mal compreso la teoria del Ponzi, egli sostiene che il peperino non può esser stato prodotto da una eruzione di materiale fangoso, nè da quella di materiale paragonabile ad una lava, e che i resti vegetali in esso contenuti possono essere stati « very naturally washed into the water bathing this coast, at the period « when the igneous operations were in activity which I presume gave rise « to the solid and massive peperino in the form of subaqueous detritus » (2).

« Confrontando campioni di peperino con campioni di altri tufi e notandone la quasi identità, egli dice che se marini sono i tufi, altrettanto devono esserlo i peperini. « But, if for a moment we were inclined to suppose that « such rocks as the tuffs of the Campagna might have been formed under « the atmosphere, all doubt would be dispelled by finding them associated with, « and covered by great thickness of water-worn, pebbly detritus. In short, « when we follow these dejections from Monte Fiascone to Viterbo and the « lakes of Vico, Baccano, and Bracciano, up to Monte Mario and the gates of « Rome, we see that their very uppermost dejections are so intimately « associated with the upper subapennine strata charged with marine shells and

(1) Gmelin (*Observ. oryct. et ch. de Hauyna*, 1814) anteriormente al Brocchi scriveva (pag. 8): « Ex iis, quae dixi, patet, peperinum esse conglutinationem quondam fragmentorum « diversissimorum ope caementi cujusdam eo tempore factam, quo haec terrae pars jam « arboribus ornata erat. » ed a pag. 12 « Nihil est, quod probare possit, mare initio cineres « tegens, conglutinationem peperini efficisse, donec paullatim infine, quibus nunc circum- « scribitur recessisset. Quantum enim mihi certe innoluit, corpora marina nec in peperino « ipso nec super eum inventa sunt: atque lignum et carbo, quae interdum in medio pepe- « rino inveniuntur, probare potius videntur, solum hujus regionis ante vulcanicas ejectiones « arboribus aut arbustis, paludam Pontinarum instar, tectum fuisse ».

(2) Murchison I. R., *On the earlier volcanic rocks of the Papal States, and the adjacent parts of Italy*. — Quat. Journ. of the geol. Soc. of London. VI, 1850, pag. 297

« water-worn rounded pebbles of apennine limestone, that all doubt is dispelled,
« and we are compelled to conclude that all, or nearly all, such earlier vol-
« canic rocks were formed either entierly under the sea, or in that condition
« of things when the former bottoms of seas were emerging and were covred
« with brackish or impure lacustrine waters » (pag. 282).

« Contro questa conclusione v'è da osservare che la concordanza e l'intima associazione fra i tufi e gli strati subapennini con conchiglie marine non esiste (in caso generale) e chiunque può convincersene scendendo ad osservazioni anche di medio dettaglio, come difatti risulta, per alcune località classiche della regione Cimina, tante volte ed erroneamente presa come termine di confronto, dalle descrizioni (ignorate o trascurate da tutti i *tufo-nettunisti*) pubblicate dal Procaccini-Ricci [1]. V'è anche da osservare che mentre si sostiene la formazione marina, non si nega la possibilità di una formazione tufacea salmastra o d'acqua dolce. Ma, tornando al peperino, il Murchison dice (pag. 298): « I belive that they » (peperino di Albano e di Marino) « are in-
« tegral parts of one and same subaqueous matter, ejected under pressure around
« the roots of a group, whose central cone and crater were rising into the
« atmosphere ».

« Anche in altri punti del testo si parla della maggiore o minor pressione acquea sotto la quale si sarebbero accumulati i banchi tufacei e s'intravede che questa pressione acquea dev'essere stata la causa, secondo Murchison, della compattezza e solidità dei tufi e peperini. Ma questa indiretta prova dell'origine sottomarina fu già espressamente e validamente combattuta da G. Poulett Scrope nella classica opera sui vulcani, con queste parole [2]: « Il y a là évidem-
« ment une erreur. Les éruptions sous-aériennes de boue des volcans de l'Amé-
« rique du Sud, de Java et de bien d'autres localités, donnent une roche aussi
« dure, aussi solide et aussi massive que le pépérino. Le tuf qui recouvre
« Herculaneum, que nous savons être d'origine sous-aérienne, est aussi com-
« pacte. J'ai moi-même vues des couches de tuf, très-haut sur les flancs du
« Vésuve, formées, en 1822, de la cendre balayée par les pluies: ce tuf
« était si dur et si résistent qu'il fallait un violent coup de marteau pour le
« briser. Ce n'est ni à la pression, ni au dépôt sous l'eau qu'est dû cet état
« compacte particulier des tufs trachytiques solides ou des pépérinos augiti-
« ques, mais bien à leur mélange violent avec l'eau, que le dépôt final ait
« eu lieu sous le niveau d'eau ou en plein air ».

[1] Procaccini-Ricci V., *Viaggi ai vulcani spenti d'Italia nello stato Romano verso il Mediterraneo*. Viaggio primo. Firenze, 1814. — Viaggio secondo. Firenze, 1821.

[2] Poulett Scrope G., *Les volcans* (trad. E. Pieraggi). Paris, 1864, pag. 353-354. Nella succinta descrizione dei tufi romani e cimini a pag. 354-357, non si parla di formazione sottomarina come potrebbe credersi leggendo soltanto il terzo periodo a pag. 178.

« Il prof. Portis [1] è ora entrato in campo con altri argomenti che lo condurrebbero alla « origine generalmente nettuniana » del suolo di Roma. Egli ha dapprima dimostrato che tufi e travertini e calcari travertinoidi si alternano (cosa oramai perfettamente assodata) e che perciò si formarono nello stesso mezzo, che anzi il tufo è « una modalità di calcare travertinoide ». Dopo ciò l'origine non marina dei tufi sarebbe bella e dimostrata; ma il Portis sostiene (contraddicendo una precedente parte del suo lavoro) che anche il travertino è d'origine marina, sul quale argomento, erroneo all'evidenza, non credo necessario di discutere perchè i travertini, collo stesso contenuto di resti organici, si formano ancora sotto i nostri occhi dalle acque dolci.

« Taluno potrebbe obbiettare che alcuni sedimenti con fossili continentali possono nondimeno essere di origine marina, perchè è notorio che i fiumi scaricano al mare abbondanti resti di animali e di piante. Però tali sedimenti sono stati constatati in tanti punti che bisognerebbe concludere che tutto il fondo del mare corrispondente all'attuale Campagna Romana, fosse stato coperto da spoglie continentali (e si pensi ai giacimenti di diatomee d'acqua dolce [2]) il quale fondo poi sarebbe privo o quasi delle spoglie degli abitatori del mare. Il che è abbastanza inverosimile, per quanto a giustificazione possa venir replicato, come faceva il Ponzi [3], che il mare inquinato dalle materie eruttate oppure turbato da eruzioni sottomarine era incapace a sostenere vita qualsiasi. Anzi Ponzi (che conosceva i rinvenimenti di conchiglie citati dal Brocchi) giungeva a dire che i tufi « mancano affatto della loro propria fauna « e flora: ma solamente contengono quei fossili che vennero ivi condotti dalle « piene dei fiumi scaricantesi nel gran golfo ».

« Taluno potrebbe assai artificiosamente conciliare le cose ammettendo una serie di brevi oscillazioni alternativamente positive e negative per le quali quando v'era tufi da deporre il mare entrasse in azione e subito dopo lasciasse il predominio alle acque dolci deponenti i travertini ed i tranquilli sedimenti tripolacei ed analoghi. Ma questa spiegazione esige che prima si dimostri la natura marina dei tufi.

« Un argomento apparentemente più serio è la presenza di foraminifere (insieme a fossili continentali) in molte delle roccie alternanti i tufi e di qualche rara conchiglia marina nei tufi stessi. Io ho dimostrato col fatto che le foraminifere abondano nelle sabbie che il Tevere e l'Aniene depongono giornalmente e nelle concrezioni travertinose della cascata di Tivoli: esse si tro-

(1) Portis A., *Contribuzioni alla storia fisica del bacino di Roma e studii sopra l'estensione da darsi al pliocene superiore.* Torino-Roma, 1893.

(2) Leggasi in proposito un mio recente scritto: *Sopra un giacimento di diatomee al Monte del Finocchio o della Creta presso Tor di Valle* (Boll. d. Soc. geol. it. vol. XII. pag. 759-821).

(3) *I tufi vulcanici della Tuscia Romana, loro origine, diffusione ed età.* Mem. R. Acc. dei Lincei. 1881.

veranno certamente nelle acque e nelle sabbie di tanti altri fiumi il cui bacino idrografico comprende argille e sabbie marine. Le foraminifere per la loro piccolezza e leggerezza sono suscettibili di lungo trasporto anche con acque dotate di minima velocità; esse, per ciò, non possono venire utilmente invocate in appoggio dell'origine marina dei detti sedimenti e tufi.

« Resta a tener conto delle conchiglie marine comprese nei tufi, che per chi non sa quante sono, non conosce i luoghi e non ha veduto il modo con cui le varie formazioni tufacee si ammantellano l'una con l'altra, potrebbero giustificare la teoria sottomarima.

« Posteriormente ai rinvenimenti citati dal Brocchi, si hanno quelli fatti dal Pianciani e menzionati in una sua lettera al Procaccini-Ricci (*Viaggio secondo*, op. cit., t. II, pag. 44) colle parole seguenti: « Nel tufa che si osserva tra « la Quercia e Vitorchiano, e in quello che si trova sopra Bagnaia, ho veduto « grossi pezzi di argilla, talvolta con qualche avanzo di testacei marini. Ma « questi sono ridotti in istato che sembrano cotti: non so se ciò sia dovuto ai « fuochi vulcanici: inclino però a crederlo ».

« Frère Indes cita esemplari di *Cerithium vulgatum* ed altri in un tufo ricomposto superiore al litoide di M. Verde, e giustamente li ritiene provenienti da qualche giacimento pliocenico a nord di Roma.

« Per il peperino laziale e per le cosiddette ceneri ad esso sottoposte, sono da registrarsi molti pezzi o blocchi di argilla cenerognola più o meno indurita e screpolata a mo' di septaria, con fossili marini. In quelli della valle Aricina, Mantovani nella sua *Descr. geol. della Camp. romana* (1875) dice rinvenirvisi frequentemente la *Cleodora lanceolata*. Abbondante materiale proveniente dal fontanile della Stella presso Albano e conservato nel Museo geologico Universitario, fu quasi tutto raccolto dal prof. Meli e, sotto la di lui direzione, determinato dalla ora dottoressa Magistrelli che, nel 1881, ne fece oggetto di tesi di laurea, restata inedita, nella quale sono enumerati pochi resti macroscopici (*Amussium*, *Limopsis aurita*, *Dentalium*, *Natica*, vestigia di pteropodi, un otolite) e 14 foraminifere. I campioni raccolti dall'ing. Sormani nel fosso a levante del M. Calvarone presso Nemi furono studiati dal Terrigi (Boll. del R. Com. geol. 1885, pag. 148) che vi rinvenne 36 specie di foraminifere.

« Chiunque ha veduto sul posto tali blocchi non esita ad equipararli, per la attuale giacitura, alle bombe, blocchi di lave, e pezzi di calcari secondarî ed altri proietti, irregolarmente racchiusi nella massa del peperino.

« Quindi è fuori di proposito insistere, come fa il prof. Portis, dal solo esame dei campioni a tavolino, che i blocchi di argilla siano parti di strati marini che si alternano con strati di peperino per concludere che questo è marino, perchè si potrebbe egualmente dire che strati di peperino si alternano pure con strati di calcare secondario dal momento che i pezzi di calcare sono, senza confronto, più abbondanti dei blocchi d'argilla.

« Ed analogamente i tufi e peperini di Baccano oltre a tanti altri proietti non contengono pezzi di arenaria eocenica e di paesina come ebbe a constatare il prof. Strüver? Ed il Verri (*Osser. geol. sui crateri Vulsinii.* 1888), non ha trovato nel tufo di Proceno un pezzo di calcare nero con una felce riconosciuta dal Sordelli per *Neuropteris flexuosa* del carbonifero? Si deve forse concludere da ciò che strati di tufo alternano con arenarie e paesine eoceniche, ed altri con calcari a felci del carbonifero? Fra i rottami che costituiscono il Monte Nuovo (formatosi nel 1538) non vi sono anche conchiglie marine? Eppure molti spettatori hanno ben veduto che la bocca eruttiva non era sottomarina e che l'accumolo dei detriti che formano roccia tufacea non avvenne peranco sotto le acque del mare.

« Altre conchiglie marine si scoprirono, dal 1883 in poi, nei tufi della Via Flaminia; esse appartengono tutte alla stessa varietà di *Cardium edule*, robusta, gonfia, inequilatera e con poche coste da alcuni tenuta per specie distinta col nome di *C. Lamarcki* Reeve o con quello di *C. rusticum* Gmel n. Lin.; e sono: Due valve isolate trovate nel tufo litoide giallo della Valchetta (cava Due Case) e due valve frammentarie nel tufo grigio della cava Peperino, tutte possedute dal Museo geologico universitario per cura del prof. Meli. Una valva guasta da me trovata al Peperino e donata al Museo. Una valva da me trovata nel tufo giallo della cava del Vescovo, e conservata nella mia collezione. Due valve, di cui una allo stato di modello, del tufo giallo della stessa località possedute ora dall'ing. Statuti insieme ad un terzo esemplare di cui parlerò in seguito.

« Dunque, in totale, neppure una dozzina di valve sopra una quantità enorme di materiale cavato, e lunghe ricerche da me e da altri fatte sul posto durante un decennio e speciali raccomandazioni agli operai cavatori; mentre assai più considerevole è il risultato riguardo ai molluschi continentali, specialmente d'acqua dolce, il cui numero diviene grandissimo dopo le mie ultime ricerche fatte nella cava del Vescovo.

« Lo stato di buona conservazione di dette valve, dovuto specialmente alla loro robustezza, non può essere di valida obbiezione alla ipotesi che esse siano di trasporto, da *anteriori formazioni* [1], perchè valve più abondanti parte egualmente conservate e parte logorate, si rinvennero insieme ad altre specie nelle sabbie del Tevere facendosi le escavazioni per le fondazioni del ponte in ferro sul Tevere a Ripetta. Il Portis volle negare che tali conchiglie fossero di trasporto, per fare di quelle sabbie un deposito marino, come, per la stessa ragione, sarebbe marino il tufo della valle del Vescovo e della Val-

[1] Il prof. Portis (op. cit., pag. 186) dopo aver insistito sulla possibilità che spoglie continentali giungano al mare, portando anche ad esempio i legnami trovati in alto mare da Cristoforo Colombo e quelli con cui son fatte le capanne dello Spitzberg, soggiunge: « Quanta maggior rarità e difficoltà invece per il *trasporto di organismi del mare alla* « *terra anche nei casi di forti mareggiate?* »!

chetta. Ma io posso replicare che le sabbie deposte due anni fa dal Tevere nell'interno di Roma sotto il ponte Garibaldi (sabbie che hanno messo in secco e ricolmato per 4 o 5 m. sul pelo di magra uno dei bracci di fiume che circondavano l'isola di S. Bartolomeo) contengono, oltre alle foraminifere di cui ho già parlato, numerose specie di vistose conchiglie (fra cui il *C. edule* var.) marine e salmastre rapite e trasportate da lontani giacimenti, come ho dimostrato in apposita ricerca [1].

« Una certa somiglianza fra il tufo *marino* del littorale di Nettuno col tufo giallo della via Flaminia è stata invocata come prova della origine marina di questo: ma i due tufi sono differentissimi e per la *giacitura*, e per i *fossili* che contengono. Il prof. Portis ha pure erroneamente asserito, senza averlo veduto, che il terzo esemplare di *Cardium* posseduto dall'ing. Statuti, proviene dall'argilla sottoposta al tufo giallo della valle del Vescovo, argilla che io invece ho dimostrato esser piena di molluschi *terrestri e d'acqua dolce* come ognuno può controllare. Per gentile permesso del possessore, ho potuto esaminare l'esemplare in questione e notare quanto segue: È una valva sempre della stessa var. *Lamarcki* come tutte le altre valve del tufo. Ha aderente un pezzo della roccia alla quale detta valva appartenne in origine: è un'argilla bigia notevolmente indurita in cui si scorge un pezzo di altra valva e qualche *Hydrobia*. Evidentemente il campione faceva parte di un blocco più grande, intercluso e trasportato, come lo sono tanti altri pezzi di ghiaia. Ho già detto che presso l'Ospedaletto Annunziata, alla base della collina rivolta al fosso della Crescenza, il suolo è sparso di ghiaia e valve di *C. edule* var. *Lamarcki*: una origine analoga hanno le citate valve sciolte, contenute nel tufo.

« Dal fin qui detto emerge che tutti gli argomenti addotti dai *tufo-nettunisti* per dimostrare l'origine marina dei tufi, sono di ben poco valore per i tufi in genere e di nessuno per i tufi della Via Flaminia. Quanto all'essere sottomarini anche i vulcani, nulla è stato detto in più del solo *enunciato* ».

P. B.

[1] *Sulle conseguenze che possono derivare da una sbagliata interpretazione dei fossili* (Rivista it. di sc. nat., n. 10. Siena, 1893). Ho ripetuto la ricerca dopo la piena dello scorso decembre ed ora ho anche le *Melanopsis* ed altre specie non prima trovate, ed un molare di *Bos* logorato ma identico a quelli che rinvengonsi nelle ghiaie di Ponte Molle.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 6 maggio 1894.

F. BRIOSCHI Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sulle oscillazioni elettriche a piccola lunghezza d'onda, e sulla loro riflessione metallica.* Nota del Corrispondente A. RIGHI.

« Dopo la pubblicazione di alcune Note su questo argomento (¹), ho a più riprese continuate le mie ricerche, intese sia a perfezionare gli strumenti capaci di produrre onde elettriche di piccola lunghezza, sia a confrontare il comportamento di queste con quello delle onde luminose. Pubblicherò in una estesa Memoria tutti i risultati avuti; ma intanto mi preme di far conoscere i due seguenti:

« 1. Sono giunto a costruire apparecchi coi quali si possono fare molte delle esperienze di Hertz con lunghezza d'onda di poco più di due centimetri (circa 2,6 c. misurata col metodo dei due specchi di Boltzmann). L'oscillatore è in sostanza simile a quelli già descritti precedentemente, senonchè le quattro palline hanno soltanto 0,4 c. di diametro. Esso può essere girato a piacere, insieme all'annesso specchio parabolico, intorno ad un asse orizzontale, di modo che il piano delle vibrazioni può assumere qualunque orientazione. Questa disposizione l'ho adottata anche per gli apparecchi più grandi. Ogni risonatore non è che una scriscia di vetro sottile, larga circa un millimetro, argentata per la lunghezza di circa un centimetro, e con una

(¹) Rend. della R. Acc. dei Lincei, serie 5ª, vol. II, 1° semestre, pag. 333, 505; 2° semestre, pag. 78, 157 (1893).

finissima interruzione per le scintille a metà dell'argentatura. I due specchi parabolici, nelle cui linee focali sono posti l'oscillatore ed il risonatore, sono naturalmente assai piccoli, specialmente il secondo, il quale può essere contenuto nella mano quasi chiusa.

« Gli effetti sono sensibili sino a quasi mezzo metro di distanza fra oscillatore e risonatore. L'esperienza dei nodi e ventri fissi che si formano per riflessione normale su una lastra metallica riesce benissimo, e così pure la riflessione obbliqua, la rifrazione in un prisma di paraffina ecc. Il corpo riflettente può essere piccolissimo, per esempio può non essere altro che una moneta da dieci centesmi; il prisma può essere grande come quelli adoperati nelle esperienze dell'ottica ordinaria.

« 2. Da esperienze narrate nelle due ultime delle citate Note risultava una curiosa anomalia, in riguardo alla riflessione delle oscillazioni elettriche. Contrariamente a ciò che fa prevedere la teoria elettromagnetica, ed in opposizione a ciò che verificai nel caso della riflessione su dielettrici, trovai, che quando le radiazioni elettriche si riflettono sui metalli, esse perdono più in intensità allorchè prima della riflessione sono perpendicolari al piano d'incidenza, che allorquando sono invece contenute in questo piano. Le modificazioni introdotte nella costruzione degli oscillatori, mi hanno permesso di semplificare e rendere più comodo l'apparato che serve a studiare questi fenomeni, cosicchè ho potuto fare molte esperienze in condizioni variate. Dapprima ho potuto riconoscere che il comportamento anormale dei metalli ha luogo solo quando l'angolo d'incidenza supera un certo valore; poi ho potuto trovarne la causa, la quale consiste in certi fenomeni d'interferenza che si producono fra le radiazioni riflesse dalla lastra metallica e le radiazioni che direttamente possono giungere dall'oscillatore al risonatore. Più è grande l'incidenza e più difficile è il togliere la causa di errore, stante l'obbligo di non allungare troppo il cammino delle radiazioni. Ad ogni modo ho potuto constatare che sino oltre l'incidenza di 78° i metalli si comportano nel modo voluto dalla teoria, cosicchè non può rimanere nessun dubbio intorno alla perpendicolarità fra il piano di polarizzazione delle radiazioni elettriche, e la direzione della forza elettrica ».

Fisica. — *Alcune osservazioni sulla teoria dei motori elettrici.* Nota del Corrispondente G. B. Favero.

Parte I. — *Preliminari - Motore Thomson-Brown.*

« *Preliminari.* — Il prof. Galileo Ferraris in una recente pregiatissima Memoria, letta all'Accademia delle scienze di Torino nel Decembre 1893, presentò un suo metodo di interpretazione ed esposizione elementare delle pro-

prietà fondamentali di molti apparecchi elettrotecnici, fondato sulla considerazione dei vettori rotanti ed alternativi.

« Il metodo del prof. Ferraris si presta, come egli stesso osserva, non solo all'interpretazione di apparecchi esistenti, ma mette anche in evidenza la possibilità di nuove combinazioni. Ed infatti in una susseguente nota del 1° Aprile 1894, presentata alla stessa Accademia, egli fa uso del suo metodo per la trattazione di un nuovo motore elettrico sincrono a corrente alternativa, da lui ideato.

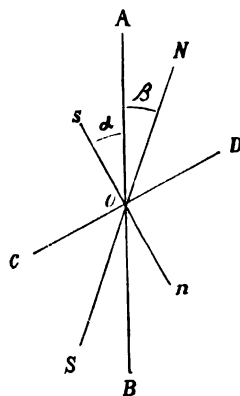
« Il pregio del metodo proposto dal prof. Ferraris apparisce maggiormente qualora si osservi come spesso la trattazione puramente analitica dell'argomento presenti aspetto molto complicato (¹); ed è quindi desiderabile, che la teoria di questi apparecchi elettrici, che vanno acquistando importanza sempre maggiore, e che attirano tanto potentemente l'attenzione sia degli uomini di scienza, che del mondo industriale, venga resa, per quanto lo comporta l'argomento, facile e piana.

« Però nel metodo del Ferraris la frequente suddivisione in più vettori, od in più correnti o più flussi, dove nella realtà non esiste che un ente unico, sebbene giovi a facilitare l'intelligenza dei fenomeni, non dispensa dal ricorrere all'analisi, quando si tratti della valutazione quantitativa dei fenomeni stessi.

« Questa considerazione diede origine alla nota presente, il cui scopo sarebbe di far vedere, che anche restando nel solo campo dell'analisi, le questioni relative a questi apparecchi elettrotecnici possono essere presentate sotto forma abbastanza elementare; e che anche il metodo puramente analitico si presta a delle considerazioni che possono condurre a nuove combinazioni.

« Se in un campo magnetico di direzione NS sia collocato un magnete ns, girevole intorno ad un asse O, normale alla figura, l'azione del campo sui poli n, s produrrà un momento M di rotazione del magnete intorno all'asse O, che dipenderà dalla intensità h del campo, dal momento m del magnete, e dall'angolo che la direzione del magnete forma colla direzione del campo. Considereremo come positiva la rotazione quando avvenga, per chi osserva la figura, nel senso degli indici d'un orologio.

« Se AB indichi una direzione fissa, posti gli angoli $AOs = \alpha$, $AON = \beta$, il momento di rotazione sarà dato da

$$M = hm \operatorname{sen} (\alpha + \beta)$$

(¹) Vedi per es. i notevoli lavori dei sigg. M. Hutin ed M. Leblanc, *La Lumière Électrique*, vol. XL (1891), p. 201 e sgg., e di A. ed I. Boissonas, ib. vol. L (1893), p. 109.

« Supponiamo ora che l'intensità h, il momento m, e gli angoli α e β, sieno variabili col tempo t. Il momento M sarà allora anch'esso variabile col tempo, e potranno studiarsi i diversi valori che esso va assumendo. Se si considerano quelli che esso assume da $t = t_0$ fino a $t = t_1$, se ne potrà calcolare il valore medio colla formola

$$M_m = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} M \, dt$$

« Se i due valori dell'angolo α corrispondente ai tempi t_0 e t_1 sono fra loro diversi, il magnete nell'intervallo di tempo da t_0 a t_1 sarà passato da una ad un'altra posizione rispetto alla AB, e se il momento medio M_m per quell'intervallo è diverso da zero, al movimento del magnete corrisponderà un'energia. Tale energia potrà essere trasmessa da enti esterni al magnete; o dal magnete ad enti esterni, e potrà manifestarsi come lavoro compiuto, come calore sviluppato e simili. Può dirsi nel primo caso che l'apparecchio funziona come una dinamo, nel secondo come un motore. Valutando tale energia sotto la forma di lavoro, il suo valore medio L nell'unità di tempo, durante l'intervallo da t_0 a t_1, sarà espresso da

$$L = \frac{1}{t_0 - t_1} \int_{t_0}^{t_1} M \frac{d\alpha}{dt} dt$$

Se conservando la funzione del tempo α, si possono cambiare le altre funzioni in modo, che M cambi di segno per ogni valore di t, allora anche M_m ed L cambieranno di segno. Il passaggio di energia si compierà allora in senso inverso: in altre parole l'apparecchio da dinamo diventa motore o viceversa. Quando possa avvenire tale cambiamento l'apparecchio sarà invertibile.

« Intorno alle funzioni del tempo h, m, α, β (naturalmente tutte reali) supporremo che le due ultime siano funzioni finite e continue; ma quanto alle h ed m, ritenuto sempre che siano finite, ammetteremo anche che possano essere discontinue entro i limiti t_0 e t_1. Per fare in tal caso l'integrazione fra quei limiti, bisognerà suddividere l'intervallo in varie parti, corrispondenti a quei valori di t, per i quali ha luogo la discontinuità, e l'integrazione si farà separatamente per ogni parte: la somma degl'integrali parziali darà poi l'integrale totale.

« Gli angoli α e β non entrano nei valori di M ed M_m che colla loro somma $\alpha + \beta$, che chiameremo γ. Alle funzioni del tempo α e β si possono dunque sostituire altre due funzioni α', β' qualunque, purchè esse soddisfino alla condizione $\alpha' + \beta' = \alpha + \beta = \gamma$. Ne viene che, considerando l'apparecchio in sè stesso, si può dire essere indifferente che la β varii o meno col tempo, purchè la α si scelga tale che $\alpha + \beta = \gamma$: in altre parole è indifferente che il campo magnetico, la cui direzione è data dall'angolo β, mantenga o meno inalterata tale direzione rispetto alla retta fissa AB, purchè si

mantenga la legge con cui varia la somma γ. Per quanto dunque riguarda i valori di M ed M_m diventa accessorio che il campo magnetico sia rotatorio o meno: ad ogni dinamo o motore a campo magnetico fisso, corrisponde quindi una dinamo o motore a campo magnetico rotatorio e viceversa. Naturalmente queste osservazioni non si estendono al valore di L, e resta tacitamente inteso che le funzioni del tempo h ed m o non dipendono da α e β, o dipendono dalla loro somma $\alpha + \beta$.

« Esaminiamo ora più particolarmente i valori di M e di M_m entro l'intervallo da t_0 a t_1. Il momento M, considerato come funzione di t avrà in generale valori positivi, valori negativi e valori nulli. Si potrà dunque suddividere l'intervallo da t_0 a t_1 in intervalli minori, entro alcuni dei quali la M sarà positiva, entro altri sarà negativa. Si potrà allora considerare il valore medio di M, relativo a ciascun intervallo minore, e valutare il lavoro che vi corrisponde. Se per gl'intervalli minori per i quali M ha un dato segno, l'energia passa ad enti esterni, per gl'intervalli dell'altro segno essa passerà invece dagli agenti esterni all'apparecchio. Dipenderà naturalmente dalla prevalenza di una specie di energia sull'altra, entro l'intervallo totale da t_0 a t_1 il determinare se l'apparecchio, per tale intervallo complessivo funziona come dinamo o come motore.

« Questa prevalenza dell'una specie di energia sull'altra viene stabilita del segno del valore medio M_m, calcolato per intervallo complessivo. Se M_m è nullo entro tale intervallo, le due specie di energia si neutralizzano, ed al movimento del magnete non corrisponde alcun passaggio complessivo di energia.

« Quando vi ha prevalenza di una specie di energia sull'altra, ma la M da t_0 a t_1 sia talvolta di un segno talvolta dell'altro, e trattisi di trasformare l'energia corrispondente in lavoro, bisognerà introdurre delle masse, che facciano l'ufficio di volante, per superare non solo i punti dove $M = 0$ (e che possono chiamarsi i punti morti), ma più ancora quegl'intervalli minori, dove M ha un segno opposto al lavoro che si vuole realizzare.

« Il campo magnetico può risultare sia da magneti permanenti, sia da elettro-magneti. Anche il magnete ns si può ottenere in vari modi, fra cui è specialmente notevole quello dipendente da circuiti percorsi da correnti elettriche. È noto infatti che un circuito circolare elettrico CD, col centro in O, ed il cui piano sia normale ad ns, equivale ad un magnete ns avente il momento $m = Ai$, dove A è l'area del circolo ed i l'intensità della corrente. Posto allora $AOD = \varphi$ sarà $\alpha + \varphi = 90°$, e le formole superiori diventano

$$a) \qquad M = Ahi \cos(\varphi - \beta) , \quad M_m = \frac{A}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} hi \cos(\varphi - \beta)\, dt ,$$

$$L = \frac{A}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} hi \cos(\varphi - \beta) \frac{d\varphi}{dt} . dt$$

Se si abbiano più campi magnetici e più circuiti CD posti in piani qualunque passanti per l'asse O, od anche non passanti, ma ruotanti intorno ad esso, le azioni loro per la valutazione delle quantità complessive M, M_m, L dovranno sommarsi, tenuto conto ben inteso delle influenze reciproche dei campi e delle correnti. Naturalmente il calcolo in questo caso può diventare assai più complesso, ma la natura delle considerazioni generali precedenti rimane inalterata.

« Speciale attenzione meritano quei casi in cui le h ed i sono funzioni periodiche del tempo, mentre la φ cresce continuamente (o diminuisce) col tempo stesso.

« Questi casi comprendono in generale le dinamo ed i motori elettrici, intorno alle quali macchine ferve attualmente lo studio sia nel campo teorico che nel campo pratico.

« Alle considerazioni generali sopra esposte aggiungeremo ora l'esame di qualche particolare apparecchio.

« *Motore Thomson-Brown.* — Sul motore Thomson-Brown furono già pubblicate importanti ricerche [1]. Il breve studio che qui si espone contribuirà forse a meglio conoscerne il funzionamento. Il campo magnetico per questo motore è fisso di direzione, bipolare, ed è generato da una corrente alternante ordinaria. Nelle spirali dell'armatura circolano le correnti indotte dal campo. Volendo ridurre il concetto teorico del motore Thomson-Brown alla sua più semplice espressione, supporremo un solo circuito CD, percorso dalla corrente che in esso viene indotta durante il suo movimento nel campo magnetico.

« Il campo essendo fisso, porremo $\beta = 0$, e per rappresentarne l'alternazione scriveremo al solito

$$h = \mathrm{H} \operatorname{sen} \omega t$$

dove H è il valore massimo positivo del campo, ed $\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$, essendo T la durata dell'alternazione. Supporremo inoltre che il circuito ruoti intorno all'asse O nel senso positivo con velocità angolare ω_1 costante, e che al tempo $t = 0$, l'angolo φ abbia il valore φ_0. Dovremo allora porre $\varphi = \varphi_0 + \omega_1 t$, ed avremo così

$$\mathrm{M} = \mathrm{AH}i \operatorname{sen} \omega t \cos (\varphi_0 + \omega_1 t)$$

Per trovare il valore della corrente i indotta nel circuito CD, chiamando l il coefficiente di auto-induzione del circuito, ed r la sua resistenza ohmica si avrà

$$b) \qquad ri = \mathrm{E} - l \frac{di}{dt}$$

[1] Vedi I. Sahulka, Elektrotechnische Zeitschrift. 7 Iuli 1893, pag. 391, oltre la Memoria sopra citata del prof. Ferraris.

La forza elettromotrice E si dedurrà dal flusso magnetico Φ. Tenuto conto delle note leggi dell'induzione, e del senso positivo sopra assunto per la rotazione, dovremo porre

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}$$

essendo $\Phi = Ah \operatorname{sen} \varphi$. Fatta la derivazione di Φ rispetto al tempo, ed ottenuta così la forza elettromotrice E, si potrà sostituirla nella b), e si avrà un'equazione differenziale lineare di primo grado fra i e t, integrabile coi soliti metodi. Fatta l'integrazione colla condizione che per $t = 0$, sia $i = 0$, si trova

$$i = \frac{AH}{2l} \left\{ F(t) - e^{-\frac{rt}{l}} F(o) \right\}$$

dove per brevità si è posta la funzione del tempo

$$F(t) = \cos\psi \cos \left\{ (\omega + \omega_1)\, t + \psi + \varphi_0 \right\} - \cos\psi_1 \cos \left\{ (\omega - \omega_1)\, t + \psi_1 - \varphi_0 \right\}$$

Gli angoli ψ e ψ_1, compresi fra 0 e π, sono dati dalle equazioni

$$\lambda \operatorname{sen} \psi = \lambda_1 \operatorname{sen} \psi_1 = \frac{r}{l},\ \lambda \cos \psi = \omega + \omega_1,\ \lambda_1 \cos \psi_1 = \omega - \omega_1$$

le quali determinano pure λ e λ_1, che debbono intendersi positive. Col decorrere del tempo il fattore $e^{-\frac{rt}{l}}$ tende ad annullarsi, ed abbiamo per lo stato di regime

$$i = \frac{AHF(t)}{2l}$$

per cui il momento diventa

$$b') \qquad M = \frac{A^2 H^2}{2l} F(t) \operatorname{sen} \omega t \cos (\varphi_0 + \omega_1 t).$$

« Come si vede il momento M dipende dal prodotto dei tre fattori, funzioni del tempo, $F(t)$, $\operatorname{sen} \omega t$, $\cos (\varphi_0 + \omega_1 t) = 0$. Esso si annullerà quindi ogni volta che uno di questi fattori si annulla, e siccome le tre equazioni $F(t) = 0$, $\operatorname{sen} \omega t = 0$, $\cos (\varphi_0 + \omega_1 t) = 0$ hanno ciascuna infinite radici, così col crescere indefinito del tempo, il momento M si annullerà infinite volte; ed essendo generalmente le radici semplici, e la funzione M continua, il momento passerà alternatamente da valori di un segno a valori di segno opposto. Gl'intervalli di tempo in cui esso si annulla per l'annullarsi del fattore $\operatorname{sen} \omega t$ sono fra loro eguali: così pure quelli per l'annullarsi del fattore $\cos (\varphi_0 + \omega_1 t)$. All'annullarsi di quest'ultimo fattore corrisponde una posizione determinata del circuito rispetto al campo magnetico, quella in cui l'angolo φ acquista il valore $\frac{(2k+1)\pi}{2}$, essendo k un numero intero;

cioè il momento è sempre nullo quando il piano del circuito è normale alla direzione del campo. Quanto all'annullarsi di M per l'annullarsi del fattore $F(t)$, ossia dell'intensità i, esso ha luogo periodicamente soltanto nel caso, che i numeri ω ed ω_1 siano fra loro commensurabili, come facilmente si deduce esaminando i valori di t, che rendono $F(t)=0$.

« Avendo il momento M valori positivi e valori negativi, si presenta la questione, in quali condizioni vi sia prevalenza degli uni sugli altri durante un dato intervallo di tempo. Trattasi allora di valutare la media M_m per tale intervallo. Partendo dall'origine del tempo porremo $t=0$ ed avremo

$$M_m = \frac{1}{t_1}\int_0^{t_1} M dt$$

« Risolvendo i prodotti di seni e coseni contenuti in M in somme e differenze, e separando poi i termini contenenti il tempo da quelli che ne sono privi, si ottiene facilmente il valore di M così espresso

$$M = \frac{A^2H^2}{16\,l}(\text{sen}\,2\psi_1 - \text{sen}\,2\psi) + \Sigma\,B\,\text{sen}\,(\mu\,t + \nu)$$

raccogliendo sotto il segno sommatorio Σ il gruppo di termini contenenti il tempo. Questa espressione di M vale qualunque sia il valore di ω_1, ad eccezione del valore $\omega_1 = 0$, per il quale si ha $\psi_1 = \psi$ e si trova

$$M = -\frac{A^2H^2}{4\,l}\cos^2\psi\,\text{sen}\,2\varphi_0 + \Sigma\,B\,\text{sen}\,(\mu t + \nu)$$

Notisi anche che per $\omega_1 = \omega$, e per $\omega_1 = -\omega$ si ha rispettivamente $\cos\psi_1 = 0$, $\cos\psi = 0$. Il gruppo di termini compresi nel segno Σ, eseguendo l'integrazione, dà luogo al gruppo di termini

$$-\frac{1}{t_1}\Sigma\frac{B}{\mu}\left\{\cos(\mu t + \nu) - \cos\nu\right\}$$

Se dunque prendiamo t_1 abbastanza grande, in modo da comprendere molte alternazioni di campo, e molte rivoluzioni del circuito, quel gruppo sarà trascurabile, ed avremo allo stato di regime, qualora non sia $\omega_1 = 0$

$$c) \qquad M_m = \frac{A^2H^2}{16\,l}(\text{sen}\,2\psi_1 - \text{sen}\,2\psi)$$

e se $\omega_1 = 0$, si avrà

$$c') \qquad M_m = -\frac{A^2H^2}{4\,l}\cos^2\psi\,\text{sen}\,2\varphi_0$$

Esiste dunque un momento medio anche ad armatura ferma: esso è nullo per $\varphi_0 = 0,\ = \frac{\pi}{2}$.

« Escludendo ora il valore $\omega_1 = 0$, per il quale la M_m è discontinua, consideriamola per gli altri valori come funzione della variabile ω_1, cioè della

velocità angolare del circuito indotto. La M_m è data allora dalla formola c), ed è indipendente dall'angolo iniziale φ_0. Dalle posizioni superiori si ha

$$\operatorname{sen} 2\psi_1 - \operatorname{sen} 2\psi = rl \left\{ \frac{\omega - \omega_1}{r^2 + (\omega - \omega_1)^2 l^2} - \frac{\omega + \omega_1}{r^2 + (\omega - \omega_1)^2 l^2} \right\}$$

quantità che cambia di segno con ω_1, per cui se si portano le ω_1 sull'asse delle x, e le M_m su quelle delle y, la curva che ne risulta è dotata di centro. La M_m, come facilmente si vede, si annulla per $\omega_1 = -\infty$, e per $\omega_1 = +\infty$. Prescindendo da questi due valori, la M_m sarà positiva, nulla o negativa, secondo che sia

$$\frac{\omega - \omega_1}{r^1 + (\omega - \omega_1)^2 l^2} >, =, < \frac{\omega + \omega_1}{r^2 + (\omega + \omega_1)^2 l^2}$$

ossia secondochè

$$\omega_1 \left\} l^2 (\omega^2 - \omega_1^2) - r^2 \right\{ >, =, < 0$$

Dunque se si pone

$$\omega_0 = + \sqrt{\omega^2 - \frac{r^2}{l^2}}$$

la M_m si annulla quando sia $\omega_1 = \pm \omega_0$. Essa poi per ω_1 positivo è positiva quando sia $0 < \omega_1 < +\omega_0$, negativa quado sia $+\omega_0 < \omega_1 < +\infty$: per ω_1 negativo invece è negativa quando sia $0 > \omega_1 > -\omega_0$, positiva quando sia $-\omega_0 > \omega_1 > -\infty$.

« Da quanto precede si deduce che l'apparecchio può funzionare come motore finchè la velocità angolare ω_1, positiva o negativa, non superi il valore numerico ω_0, e come dinamo quando lo superi. Quando la velocità è grandissima (infinita) od abbia il valore $\pm \omega_0$, l'azione dell'apparecchio è nulla. Così pure naturalmente per $\omega_1 = 0$.

« Siccome però il momento M cambia di segno durante la rotazione, così quando si voglia usare l'apparecchio come motore, bisognerà provvederlo di masse che servano da volante. A ciò del resto potrà bastare la massa stessa dell'armatura, che attesa la velocità di rotazione, generalmente assai grande, è sempre dotata di una notevole forza viva.

« Cerchiamo ora per quali valori di ω_1 il momento medio M_m è massimo o minimo. Per trovare questi valori avremo l'equazione

$$\frac{d\,M_m}{d\omega_1} = 0\,, \text{ cioè } \frac{d \operatorname{sen} 2\psi_1}{d\omega_1} = \frac{d \operatorname{sen} 2\psi}{d\omega_1}$$

ossia

$$\frac{d}{d\omega_1}\left(\frac{\omega - \omega_1}{\lambda_1^2}\right) = \frac{d}{d\omega_1}\left(\frac{\omega + \omega_1}{\lambda^2}\right)$$

« Sviluppando le derivazioni, tenuto conto del valore ω_0, e ponendo per brevità

$$a = 1 + 3\left(\frac{2\,\omega\, r}{l\,\omega_0^2}\right)^2, \quad b = \left(\frac{\omega^2\, l^2 + r^2}{l^2 \omega_0^2}\right), \qquad \omega_1^2 = u\,\omega_0^2$$

si trova per determinare la u l'equazione

$$u^3 - u^2 - au + b = 0$$

« Ponendo in questa invece di u successivamente i quattro valori $-\infty$, 0, $+1$, $+\infty$, il primo membro assume i valori $-\infty$, $+b$, $-a+b$, $+\infty$. Ma b è essenzialmente positivo, e $b-a$, posti i valori di a e di b, diventa

$$b - a = -2\left(\frac{2\,\omega\, r}{l\,\omega_0^2}\right)^2$$

quantità negativa. Dunque per i quattro suddetti valori di u, il primo membro presenta i segni $-, +, -, +$. Ne viene che l'equazione ha tutte tre le radici reali, una negativa, un'altra positiva fra 0 e $+1$, e la terza pure positiva maggiore di $+1$. Chiamate per ordine di grandezza $-u'$, $+u''$, $+u'''$ queste tre radici, avremo per ω_1 le sei $\omega_1 = \pm\,\omega_0\sqrt{-u'}$, $= \pm\,\omega_0\sqrt{u''}$, $= \pm\,\omega_0\sqrt{u'''}$, delle quali due sono immaginarie. Delle altre quattro, avuto riguardo ai valori positivi e negativi sopra discussi della M_m, le $+\,\omega_0\sqrt{u''}$ e $-\omega_0\sqrt{u'''}$ danno valori massimi, le $+\omega_0\sqrt{u'''}$, $-\omega_0\sqrt{u''}$ valori minimi. Notando che $u'' < 1$, e considerando i soli valori positivi della ω_1, diremo dunque che la M_m è positiva crescente da $\omega_1 = 0$ (lo zero escluso) fino ad $\omega_1 = \omega_0\sqrt{u''}$; diminuisce, mantenendosi positiva, da $\omega_1 = \omega_0\sqrt{u''}$ fino ad $\omega_1 = \omega_0$, dove si annulla. Diventa poi negativa e raggiunge un minimo (massimo valore negativo) per $\omega_1 = \omega_0\sqrt{u'''}$, e poi mantenendosi negativa decresce indefinitamente di valore numerico. Analoghe osservazioni valgono per valori negativi di ω_1.

« Notiamo intanto che alle velocità angolari ω_0, $\omega_0\sqrt{u''}$, $\omega_0\sqrt{u'''}$ corrispondono i numeri

$$n_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}, \; n_1 = \frac{\omega_0\sqrt{u''}}{2\pi}, \; n_2 = \frac{\omega_0\sqrt{u'''}}{2\pi}$$

che rappresentano i giri fatti nell'unità di tempo.

« Se invece di un solo circuito indotto se ne abbiano moltissimi (come infatti avviene nel motore Thomson-Brown), distribuiti uniformemente come i meridiani d'una sfera, o come le sezioni circolari non concentriche di un toro, i momenti complessivi M ed M_m si potranno avere facilmente, qualora i circuiti si possano considerare come indipendenti. Infatti sia N il numero

totale dei circuiti (spire): allora sull'arco infinitesimo $d\varphi_0$ ve ne saranno $\frac{N d\varphi_0}{2\pi}$, e quindi indicando con M', M'_m il momento totale e la media totale sarà

$$M' = \frac{N}{2\pi}\int_0^{2\pi} M d\varphi_0 \qquad M'_m = \frac{N}{2\pi}\int_0^{2\pi} M_m\, d\varphi_0$$

nelle quali in luogo di M dovrà porsi il valore b'), ed in luogo di M_m uno dei valori c), c'). Eseguite le integrazioni, e posto per brevità

$$F_0(t) = \cos\psi \cos(\omega t + \psi) - \cos\psi_1 \cos(\omega t + \psi_1)$$

si trova

$$M' = \frac{A^2 H^2 N}{4l} F_0(t) \operatorname{sen} \omega t$$

Col valore c) si trova

$$M'_m = \frac{A^2 H^2 N}{16\, l} (\operatorname{sen} 2\psi - \operatorname{sen} 2\psi).$$

Col valore c') si ha invece $M'_m = 0$; cioè il momento è nullo, se l'armatura non ruota.

« Sul valore di M' si possono fare considerazioni analoghe a qualle fatte sul valore di M. Solamente i fattori che si annullano di tempo in tempo sono qui due soli $F_0(t)$ e sen ωt. Quanto al valore medio M'_m, non essendo esso che un multiplo di M_m, valgono per esso le stesse considerazioni fatte per M_m; e ciò senza la restrizione relativa al valore $\omega_1 = 0$.

« Giova però notare che sebbene la media M'_m sia positiva per valori di ω_1 soddisfacenti alla $0 < \omega_1 < \omega_0$, l'apparecchio considerato come motore è stabile solamente per valori di ω_1 soddisfacenti alla $\omega_0 \sqrt{u'} < \omega_1 < \omega_0$, cioè per valori maggiori di quello che corrisponde al massimo di M'_m, ma minori di ω_0. Infatti per tali valori la M'_m va decrescendo da $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{u''}$ fino ad $\omega_1 = \omega_0$; in modo che se il motore per aumentata resistenza, che esso debba vincere, rallenta alcun poco la sua velocità, esso svilupperà anche maggiore momento torcente, e potrà così superare la resistenza opposta, e poi riprendere l'andamento normale.

« Quanto al lavoro medio L per unità di tempo sviluppato dal motore, avendosi per moto uniforme $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_1$, esso sarà espresso da

$$L = \omega_1 M'_m.$$

Astronomia. — *Osservazioni della nuova cometa Gale.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

« La cometa fu scoperta in Australia il 3 aprile, ma fino alla fine del mese non poteva essere osservata nell'emisfero boreale. Il primo maggio giunse alla minima distanza dalla terra (circa a 20 milioni di miglia), e con rapido moto geocentrico oggi entra nell'emisfero boreale. È lucente, rotonda, con nucleo di 9^{na} grandezza, un poco eccentrico, con nebulosità da 5 a 6'. Va diminuendo di splendore. Osservai l'astro due volte al micrometro filare dell'equatoriale di $0^m,25$ dell'osservatorio, ed ecco le posizioni:

			α apparente cometa	ϑ apparente cometa
1894 maggio 3	$9^h33^m10^s,3$	RCR	$8^h17^m18^s.17$(9.5871)	—7°12'16".8(0.7949)
» » 4	8 56 3, 2	»	8 27 57. 47(9.5263)	—3 21 15. 0(0.7865)

Storia dell'Astronomia. — *Osservazioni storico-critiche sulla scoperta delle macchie solari, a proposito dell'opuscolo del dott. Gerhard Berthold intitolato:* Der Magister Joann Fabricius und die Sonnenflecken ecc. ecc. ». Nota del Corrispondente E. Millosevich.

« L'erudito opuscolo del dott. Berthold ha per iscopo essenziale quello di rivendicare al Maestro Giovanni Fabricius, figlio di Davide, il diritto di priorità nella scoperta delle macchie solari, e, nel medesimo tempo, di farci conoscere alcuni interessanti particolari della vita del padre e del figlio, desunti da documenti in gran parte ignorati, ed ora messi in luce dall'autore; e dacchè tale rivendicazione in fondo da lungo tempo fu fatta, come del resto riconosce molto lealmente l'autore, ed anche fu ad alta voce proclamata ad es.: da Humboldt [Cosmos III, pag. 340, ed. fr.], così lo scritto resta notabile specialmente per il secondo scopo testè citato.

« Nell'opuscolo vi è la ristampa del quasi ignoto scritto di Giovanni Fabricius, *de maculis in sole observatis, et apparente earum cum sole conversione, narratio* ecc. ecc. Witebergae, anno MDCXI. Segue la riproduzione d'uno scritto di Davide, affatto ignorato, uno scritto puramente astrologico, riguardante l'apparizione di quella stella nuova nel Serpentario, che un allievo di Keplero, Giovanni Brunowski, boemo, scoprì il 10. X. 1604 (N. S.), e sulla quale aveva scritto altre due Note Davide, che, come dice l'autore, sono scomparse. L'astronomo vide per la prima volta la stella il 13. X. 1604 (N. S.), cioè 3 soli dì dopo Brunowski, e certamente ignorandolo. A pag. 52

dell'opuscolo vi è il frontespizio dell'importante *Prognosticon Astrologicum* di Davide del 1617, a cui fa seguito l'indice completo degli scritti di lui, compresi quelli che sono scomparsi, fra i quali erano i Prognostici del 1607 e 1616, da ultimo ritrovati a Darmstadt e a Norimberga, come ci insegna l'autore in un post-scriptum.

« Dal Prognosticon per l'anno 1617 l'autore deduce brevi cenni sulla vita di Davide. Nato ad Esen nella Frisia Orientale il 9 marzo 1564, morì ammazzato da un contadino del suo Comune la sera del 7. V. 1617 (N. S.) con un colpo di vanga da torba. Vestì abito talare, fu predicatore Protestante presso la Corte del Co: Enno III[zo], che lo protesse e lo spinse agli studî astronomici, che allora erano ad un tempo astrologici. Davide Fabricius attirò l'attenzione degli astronomi per essere stato il primo a notare che *o* della Balena (Mira Ceti) era stella variabile, ed è questo lo speciale titolo della sua fama.

« Ciò gli accadde il 13 agosto 1596 (N. S.), nel qual dì osservò una stella di seconda grandezza, rossa come Marte, in posizione (riferita all'eclittica): 25°.47′;-15°.45′. Dice poi che, passati 12 anni, durante i quali la stella o non fu veduta, o fu veduta appena, la rivide nel 1609 II (15. 22) III (1. 4) [N. S.].

« Se al pastore protestante della Frisia orientale devesi il merito di aver per primo notate le variazioni di luce di *o* della Balena, spetta a Giovanni Holwarda lo aver trovato all'ingrosso il periodo alternato di splendore e di estinzione, e ciò 42 anni più tardi.

« L'autore ben giustamente fa notare che la passione astrologica di Davide non gli impedì di essere un buon astronomo di secondo rango, della forza di Longomontano, dello Scheiner, di Simon Marius ecc. ecc.; lo scambio di lettere con Kepler è una prova che Davide Fabricius, quantunque non Copernicano ma Ticonico, gli fornì materiali per quell'opera eccelsa, che lo fece legislatore dei cieli.

« Continuando la lettura dell'opuscolo impariamo che *Giovanni Fabricius*, il maggiore dei sette figli di Daniele, nacque a Resterhave, presso Dornum, nella Frisia Orientale il 18 I 1587 (N. S.). Dal *Calendarium historicum* di Davide l'autore trae molti particolari della vita di quello, fra cui ricordiamo che era studente di fatto del 1605 all'Università di Helmstedt. L'autore potè confermare, per mezzo dei Pronostici del padre del 1615 e del 1617, che Giovanni si fosse dato alla medicina, come Olbers aveva già dedotto da una dedica della *narratio*.

« Nell'anno seguente lo studente si recò all'Università di Wittemberga, poi passò a quella di Leida, dove l'11 XII 1609 (V. S.?) fu inscritto come studente di medicina. Omettendo molti particolari interessanti, che si trovano nell'Opuscolo, riguardanti gli studi e le tendenze di Giovanni verso l'astrologia e la meteorologia, diremo che colla sua promozione al magistero

di filosofia, conseguita a Wittemberga, dove era ritornato da Leida, coincide il tempo della pubblicazione dello scritto, col quale Giovanni Fabricius lasciò il suo nome nella storia dell'astronomia.

« È noto che il cannocchiale fu inventato in Olanda dall'ottico Giovanni Lippershey di Middelburg, il quale il 2. X. 1608 (V. S.?) domandò la patente d'invenzione agli Stati generali Neerlandesi. A Leida Giovanni Fabricius apprese la grande notizia, e portò presso il padre il cannocchiale ad Osteel, da dove fece la scoperta delle macchie solari.

« Il suo libro, che contiene la scoperta, ripubblicato dall'autore, come dicemmo, ha il titolo: *Joh. Fabricii Frisii, De maculis in sole observatis* ecc. ecc. Witebergae. Anno MDCXI. Secondo l'autore di più non si sa di Giovanni, il quale, al dir di Rudolf Wolf, esercitò medicina a Marienhafe presso Osteel, dove lo fa morire erroneamente nel 1615, mentre l'autore può con certezza asserire che si spense nell'intervallo fra 9 III 1616 e 7 III 1617 (V. S.?) Nel Pronosticon del 1618, che è scomparso, si leggerebbero probabilmente particolari della morte di lui, ma in mancanza di meglio l'autore riporta l'elogio di Kepler diretto a Davide: *Quin etiam lecto tuo Prognostico in annum 1618 ex quo de immaturo ejus* (di Giovanni) *obitu certior factus sum* ..... ecc. ecc., e più oltre: *sed nimirum extat ejus libellus de Maculis Solaribus anno 1611 editus* ..... ecc. ecc.

« L'autore riporta minuziosamente i particolari del primo giorno della scoperta, il metodo, usato in seguito, di osservare per projezione, e le giuste conseguenze che Giovanni, col soccorso paterno, seppe dedurre (maculas in corpore solis haerere), cioè la rotazione del sole intorno ad un asse.

« In quanto alla data della scoperta questa non deducesi dalla *narratio*, nè potevasi dedurre dagli scritti di Davide fino ad ora noti. Di qui le molte congetture, finchè all'autore toccò la sorte di poter assegnare il giorno della scoperta con precisione per aver ritrovato il Pronostico di Davide del 1615, nel quale è replicatamente dichiarato che il figlio Giovanni fece la scoperta il 27 II 1611 (V. S.) = 9 marzo 1611 (N. S.). Una lettera poi di Davide a Maestlin ci insegna che la *narratio* è apparsa alla *fiera di autunno* del 1611, e se ne ha conferma anche da Kepler, come dimostra l'autore.

« Giunto a questo punto del suo erudito lavoro, il dott. Berthold entra nella parte critica della priorità della scoperta delle macchie solari. Qui ci permettiamo di aggiungere alcune nostre riflessioni.

« È ben nota la lotta gagliarda che s'impegnò per tale priorità fra il gesuita Scheiner (sotto il pseudomino di Apelle (« Apelles latens post tabulam ») e il sommo Galileo. Desta gran meraviglia all'autore, e con ragione, che in tanta controversia non appaia il nome di Giovanni Fabricius, così che a giudicare ingenuamente si crederebbe che ambedue i polemisti ignorassero l'apparizione della *narratio*. Ma gli argomenti e le prove di fatto porteci dall'autore ci tolgono questa illusione. Primieramente il Catalogo dei libri

della fiera era ambito da tutti i dotti, e Apelle specialmente era in caso di possederlo quasi *ipso facto*, ma non era difficile neppur al sommo Pisano di procurarselo, e un titolo come quello della *narratio* era troppo seducente per ambedue per non acquistare il *libretto*. Senonchè questa è soltanto una congettura, mentre l'autore può produrre, fra le altre, le due prove di fatto che, nè a Scheiner, nè a Galileo, poteva essere ignota la scoperta di Giovanni Fabricius. Ed in verità ambedue non possono aver ignorato le « Ephemerides novae » di Kepler, dove nella *Responsio ad interpellationes Davidis Fabricii* dice: *Maculas solis a filio tuo longe ante Apellem visas*...... ecc., ecc.; e e neppure il « Mundus Iovialis » di Simon Marius (1614, Norimberga), il quale con ironia scrive: *Primi inventores et observatores macularum Solarium* (sic) *sunt duo Fabricii, pater et filius, verum quia haeretici putantur, nomina illorum supprimuntur*. Ed in verità Galileo nel *Saggiatore* e Scheiner nella sua *Rosa Ursina* nominano il libro di Simon Marius. Con giudizio quindi sereno si può conchiudere che i polemisti, Galileo e Scheiner, dovevano ben conoscere il libretto di Giovanni Fabricius.

« Che i gesuiti abbiano fatto ogni sforzo per sopprimere l'oscuro nome d'un eretico, il quale, insciente, osava contendere con uno di loro, che era poi intrinsecamente più valoroso d'un povero medico di villaggio, va da sè; ciò che più maraviglia è che il sommo filosofo italiano non lo abbia mai nominato; ma egli in fondo doveva difendersi da chi lo assaliva, e soltanto; sapendo ben egli che nessuno prima di lui col cannocchiale di Lippershey aveva osservato le macchie del sole, e se l'energia usata da Galileo in difesa delle sue scoperte parve agli stranieri mai sempre soverchia, non ispetta a noi italici di unirci al biasimo del coro oltremontano, quand'anche trovassimo in fondo buoni gli argomenti altrui, chè è così grande il pensiero di lui, e fu così efficace il suo metodo, che delle sue debolezze morali non avemmo tempo d'accorgerci. Fu fatale, come osserva l'autore, per Giovanni Fabricius che Kepler provasse ripugnanza per lo stile dimesso della *narratio* proprio nel tempo che Marco Welser si faceva mecenate del falso Apelle, pubblicandogli quelle lettere, che pare assai interessassero Kepler; e così rapidamente cade in dimenticanza il libretto dell'eretico, mentre Welser si prende carico di dar diffusione alle epistole di Scheiner, e sull'entità di queste si decide a chieder parere al sommo nostro pensatore.

« Prima di continuare nelle nostre riflessioni ci pare opportuno di far notare che in fondo, dato il cannocchiale, alcune delle massime scoperte ottiche ne' cieli erano tutt'affatto naturali, e, se grande rumore se ne fece nel mondo, e grossa fama acquistò lo scovritore, il merito assoluto è minimo in confronto di chi abbia saputo ben filosofare sulle cose trovate per dar base al Sistema vero; epperò se anche, per dannata ipotesi, si potesse provare che Galileo imparò l'esistenza delle macchie o dalla *narratio* di Fabricius o dalle lettere del falso Apelle, che Welser gli fece conoscere, resterebbe il fatto

maraviglioso che, fin dalla prima risposta di Galileo a Welser, egli corregge gli errori di ragionamento di Apelle sul senso della rotazione del sole. Ma in verità le cose passarono così. La prima lettera di Marco Welser a Galileo è in data 6. I. 1612, nella quale, come è ben noto, gli chiede un parere sulle macchie scoperte dallo Scheiner, inviandogli le tre famose lettere di lui. Galileo gli rispose tre mesi dopo con una lunghissima lettera in data 4. V. 1612, dove dice che da 18 mesi in qua egli osservò le macchie, *avendole fatte vedere a diversi suoi intrinseci, e già da un anno appunto in questo tempo le fece osservare in Roma a molti prelati e ad altri signori.* Da qui deriva che fin dal Novembre 1610 incominciò ad osservare le macchie del sole; ma in quanto alla scoperta, o meglio diremo alla prima osservazione, essa risale all'estate del 1610, prima cioè di lasciare il servizio della Serenissima Repubblica di Venezia, locchè avvenne alla fine di Agosto 1610, nel qual tempo recossi, come è noto, a Firenze. Ed in verità egli aveva mostrato le macchie al P. Maestro Paolo, come è provato dalla lettera di fra Fulgenzio Servita, teologo della Serenissima Repubblica. Perchè mai Galileo non abbia cercato di assicurarsi co' metodi che usava egli, la priorità della scoperta, mentre lo fece per molte altre, non è facile indovinare, ma si può congetturare che di fronte alle scoperte delle stelle Medicee, delle anse di Saturno, dei monti della luna, delle fasi della Dea degli amori, di fronte alle mirabili conchiusioni che ne aveva ricavato, gli sia parsa da principio poco sicura e poco conchiudente una scoperta sopra oggetti oscuri sul sole, che potevano mutare, snaturarsi e svanire durante l'apparente trapasso dell'orlo est all'orlo ovest del sole, e la risposta che egli dà a Welser conferma in una certa misura la nostra congettura. Le osservazioni e disegni di lui, divenuti di diritto pubblico, cominciano infatti col 1612; e però, se alle dichiarazioni dei testimoni de visu ed alle sue non si vuole prestar alcuna fede, Fabritius e Scheiner lo precedono nella scoperta, e fors'anche parecchi altri: se non che tale sistema di procedura sarebbe senz'altro peccaminoso. Devesi invece onestamente, e senza feticismi di patria, dire così: Galileo osservò per primo col tubo di Lippershey le macchie del sole, tuttavia le prime sue osservazioni e disegni pubblicati sono della primavera del 1612, mentre il primo trattato ad hoc sull'argomento è di Giovanni Fabricius, che le scoperse il 9 marzo 1611, ignorando affatto che Galileo le avesse osservate circa 8 mesi prima. Veniamo ora al falso Apelle. Egli dice che osservò per la prima volta le macchie ad Ingolstadt in compagnia d'un suo scolare, G. B. Cysat, in marzo del 1611. Come mai Keplero poteva scrivere a David Fabricius: *maculas solis a filio tuo longe ante Apellem visas*, se, come oggi si sa, Giovanni le scoperse proprio in marzo del 1611? Nessuno meglio di Kepler poteva sapere come andarono le cose, tanto più che delle lettere di Apelle egli mostrossi ammirato. Ma v'è di più. Scheiner a Welser dice che in marzo del 1611 osservò *quasdam in solem nigricantes*, ma che non diede importanza alla cosa in modo tale

che solo in ottobre del medesimo anno riprese le osservazioni (redivimus ergo ad hoc negotium mense præterito Octobri), proprio dopo l'apparizione del libro di Giovanni Fabricius. Noi non vorremo insinuare che il falso Apelle abbia immaginato *quasdam in solem nigricantes* in marzo 1611, perchè codesta sarebbe procedura pur peccaminosa; resta peraltro sempre da spiegare il *longe ante* di Kepler. Riassumendo le nostre riflessioni, che la lettura del dotto scritto del dott. Berthold ci ha suggerite, diciamo:

« 1.° Galileo osservò per primo le macchie del sole col tubo nuovo d'Olanda nell'estate del 1610, ma non pubblicò osservazioni e disegni che della primavera del 1612 in poi. In tal epoca egli conosceva la questione della rotazione del sole così bene da correggere gli errori di Scheiner.

« 2.° Giovanni Fabricius scoperse le macchie del sole il 9 marzo 1611, ebbe idee nette e sue sulla rotazione, e pubblicò per primo un trattato ad hoc. La scoperta di Fabricius è affatto indipendente da notizie anteriori.

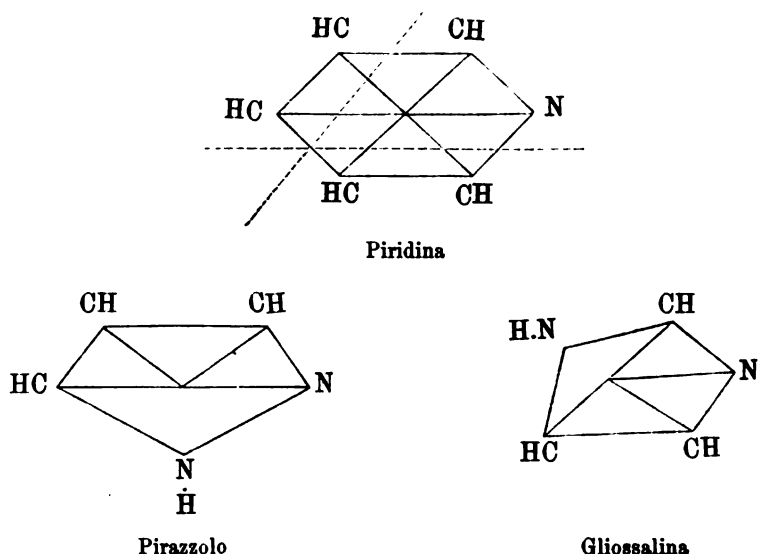
« 3.° Scheiner può aver osservato pur indipendentemente per la prima volta le macchie del sole nel marzo 1611, ma non diede alcuna importanza alla cosa se non nell'ottobre del medesimo anno, proprio nel tempo che Fabricius pubblicò la *narratio*. Ha il merito di aver perseverato nelle osservazioni in modo da aver potuto raccoglierle in numero grandissimo (Rosa Ursina). Finalmente è inesplicabile il *longe ante* di Kepler ».

Chimica. — *Sopra un composto platinico della Gliossalina.* Nota del Corrispondente L. BALBIANO [1].

« Nella Nota: *Sui composti platopirrazolici* [2], accennavo all'interesse che presenterebbero esperienze di confronto instituite coi derivati platinici della Gliossalina, per poter stabilire se l'eliminazione di quattro molecole di acido cloridrico dal cloroplatinato di una base pirrazolica dipendesse dall'influenza dei due atomi di Azoto collegati insieme come nelle idrazine, e per conseguenza fosse caratteristica di quelle basi contenenti tale aggruppamento.

« Devo alla cortesia del prof. Guido Pellizzari, che mise a mia disposizione un po' di Gliossalina pura da lui preparata, se ho potuto ora risolvere questo problema e verificare sperimentalmente la supposizione fatta allora. Come si sa la Gliossalina è un'isomero del Pirrazolo e tutti e due, come

[1] Lavoro fatto nell'Istituto di chimica farmac. dell'Università di Roma.
[2] Rend. dell'Acc. dei Lincei. Vol. II, p. 200.

ho dimostrato (1), possono considerarsi come i pirroli corrispondenti alla Piridina.

« Perciò nella Gliossalina dobbiamo anche trovare delle reazioni appartenenti al residuo piridico ed al residuo pirrolico.

« Per quest'ultimo gruppo di reazioni che dimostrino le proprietà pirroliche delle Gliossaline non abbiamo esperienze in proposito; invece pel gruppo di reazioni che ricordano le proprietà piridiche di queste basi, abbiamo già alcune esperienze di Wallach (2) che dalle gliossaline N-sostituite passò a quelle C-sostituite per sovrariscaldamento, il che non è altro che la reazione di Ladenburg delle basi piridiche.

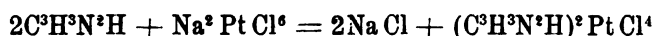
« La prova più convincente delle relazioni fra Gliossalina e Piridina l'abbiamo ora nelle esperienze che passo a descrivere. Come il cloroplatinato di Piridina dà la modificazione di Anderson, quello di Gliossalina dà un composto del tutto corrispondente.

« Ho preparato questo nuovo composto con due metodi; per via umida facendo reagire la Gliossalina sul cloroplatinato sodico, e per via secca riscaldando il cloroplatinato di Gliossalina cristallizzato.

« Gr. 0,2 di Gliossalina fus. a 89°.-90° sciolti in circa 200 cc. di acqua furono addizionati di gr. 0,666 di cloroplatinato sodico secco, sciolti in circa 10 cc. di acqua, e la soluzione riscaldata in apparecchio a ricadere. Prima che cominciasse l'ebollizione la massa s' intorbidò e si depositò un po' di sostanza giallo-chiara in fiocchi cristallini. Si fece bollire per mezz'ora e dopo

(1) Memoria dell'Acc. de'Lincei. Anno 1893, in corso di stampa.
(2) Berl. berich. T. 16, p. 541.

raffreddamento si filtrò e la soluzione, ch'era ancora colorata in giallo, si sottopose a nuova ebollizione per un'altra mezz'ora. Non si ottenne più precipitato a caldo, ma col raffreddamento si ottenne una nuova quantità di composto. Le acque filtrate, si evaporarono a secco a bagno-maria, ed il residuo ripreso con acqua lasciò indisciolto una nuova piccola quantità di composto. In tutto si ottenne gr. 0,506 di sostanza, mentre che il calcolato secondo l'equazione:

$$2C^3H^3N^2H + Na^2 Pt Cl^6 = 2 Na Cl + (C^3H^3N^2H)^2 Pt Cl^4$$

richiederebbe gr. 0.694.

« C'è però da osservare che è difficile staccare tutto il precipitato dalle pareti del pallone alle quali fortemente aderisce.

« Questo composto dette all'analisi il seguente risultato.

gr. 0,2195 di sostanza secca a 110° dettero gr. 0,0909 di Platino.

gr. 0,1875 di sostanza richiesero cc. 15,7 di soluz. $\frac{N}{10}$ A_gNO^3.

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per $(C^3H^3N^2H)^2PtCl^4$
Pl.	41.45	41,13
Cl.	29,67	30,07

« L'analisi del composto dimostra ch'è avvenuta la reazione rappresentata dalla soprascritta equazione, reazione parallela a quella che succede per la Piridina e pel Pirrazolo.

« La modificazione di Anderson del cloroplatinato di Gliossalina, si presenta sotto forma di una polvere giallo-chiara, microcristallina, quasi insolubile in tutti i solventi, compreso l'acqua regia.

« Ottenni per via secca lo stesso composto operando nel modo seguente.

« Ho preparato il cloroplatinato di Gliossalina secondo lel indicazioni di Wallach, e verificatone la purezza colla determinazione del Platino.

gr. 0,2751 di cloroplatino secco a 140° dettero gr. 0,0976 di Platino.

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per $(C^3 H^4N^2HCl)^2 PtCl^4$
Pt.	35,47	35,64

« Il cloroplatinato di Gliossalina si decompone prima di fondere; a 220° comincia ad annerire.

« Si seguì quantitativamente questa decomposizione. Una quantità esattamente pesata di cloroplatinato seccato a 140°, dopo un riscaldamento di

3 ore	alla temp. di 180°-190°	perdette di peso	8,06 %
3 ore	» » » 190°-200°	» » »	15,4 %
3 ore	» » » 200°-205°	» » »	16.4 %

« Si sospese il riscaldamento perchè il composto aveva assunto un colore giallo chiaro con una punta di nero per platino ridotto. Si trattò la massa con acqua; rimase tutto indisciolto, segno che il cloroplatinato s'era modificato completamente. Si eliminò il Platino ridotto con acqua regia di media concentrazione; rimase come residuo una polvere giallo-chiara, che presentava tutti i caratteri fisici del composto prima descritto.

« L'analisi confermò che il composto ottenuto è identico a quello preparato per via umida.

« Infatti gr. 0.1,521 di composto disseccato a 100° lasciarono alla calcinazione gr. 0,0631 di Platino.

gr. 0,135 richiesero cc. 11,2 di soluzione $\frac{N}{10}$ di $Ag\,NO^3$

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per $(C^3H^4N^2)^2\,Pt\,Cl^4$
Pt.	41,48	41,13
Cl.	29,45	30,07.

« Ho tentato di preparare lo stesso composto per ebollizione prolungata d'una soluzione acquosa di cloroplatinato, ma il tentativo non mi è riuscito.

« Scaldando una soluzione acquosa al 5 °/₀ di cloroplatinato di Gliossalina e prolungando l'ebollizione per 8 ore, si ha appena accenno al deposito di una sostanza insolubile. Dopo 12 ore di ebollizione il liquido s' intorbida e si deposita una sostanza brnna che è una mescolanza di platino e di cloruro platinoso. Tentai allora la trasformazione in tubo chiuso, ma quando la temperatura della stufa arrivò a 140°, il tubo scoppiò violentemente, quantunque fosse saldato con gran cura.

« Le esperienze sudescritte mi permettono di concludere riferendomi alla mia nota sopracitata che, l'eliminazione di quattro molecole di acido cloridrico per riscaldamento dei cloroplatinati è caratteristico di quelle basi, come i pirrazoli, che contegono nel nucleo i due atomi di Azoto collegati fra di loro come i composti idrazinici ».

Meccanica. — *Ancora sulla forma del corpo attraente nella misura della densità media della Terra e sul corpo di massima attrazione a due punti.* Nota del dott. A. Sella, presentata dal Socio Blaserna.

« 1. In una Nota precedente [1] ho trattato della forma più opportuna da darsi al corpo attraente nella misura della densità media della terra per i metodi, in cui importa la conoscenza dell'attrazione del corpo attraente su di *un*

[1] Rend. dell'Acc. d. Lincei. Vol. II, 1° sem., 1893, p. 90.

punto materiale. Vengo ora a trattare dei metodi in cui importa la conoscenza dell'attrazione del corpo attraente su *due* punti materiali.

« Il metodo Jolly-Poynting [1] di misura della densità media della terra consiste nel determinare la differenza di peso di un corpo in due posizioni differenti, cioè da prima immediatamente al disopra di una grande massa attraente di piombo e poi a tale distanza da questa da renderne trascurabile l'effetto attrattivo.

« Il Keller proponeva nel 1881 [2] un'importante modificazione di questo metodo, che consisterebbe nel pesare il corpo ambedue le volte nella prossimità immediata della massa attraente, cioè prima al di sopra e poi al di sotto di questa; con che si raddoppia l'effetto e si tolgono molte e gravi difficoltà sperimentali. L'effetto si può anzi con questo metodo quadruplicare [3], adoperando due masse attraenti poste rispettivamente fra due piattelli verticalmente situati l'uno sopra l'altro a destra e sinistra, e scambiando poi i due pesi attratti dalla posizione piattelli destro superiore e sinistro inferiore colla posizione sinistro superiore e destro inferiore.

« Come si vede, occorre in questi metodi la conoscenza dell'attrazione della massa attraente su due punti diversi cioè all'estremità superiore ed all'inferiore; le quali due attrazioni non sono numericamente eguali che nel caso dell'esistenza nella massa attraente di un piano di simmetria orizzontale.

« Nasce allora la questione quale forma — o in caso di tipo di forma dato quali dimensioni relative — convenga dare alla massa disponibile per ottenere il massimo effetto, cioè per rendere massima la somma delle due attrazioni [4].

« 2. Nel primo caso si è condotti a cercare la forma del corpo di massima attrazione a due punti, che oltre ad essere di rotazione intorno alla

(1) Jolly, Wied. Annalen V, 1878, p. 112 e XIV, 1881, p. 331; Poynting, Proc. Roy. Society, 28, 1878, p. 2 e Phyl. Transactions, 182, 1891, p. 565.

(2) Keller, Mem. dell'Acc. d. Lincei. Vol. IX, 1881, p. 114. Vedi anche Rend. id. Vol. II 1886, p. 145 e l'opuscolo: *Vergleichende Uebersicht der verschiedenen Messungsmethoden der mittleren Dichtigkeit der Erde*, Nürnberg u. Rom, 1891.

(3) König e Richarz, Verhandl. d. phys. Ges. Berlin 1884, p. 62. Vedi anche Nature, Vol. XXXI, 1885, p. 484, l'articolo in risposta alle osservazioni di Mayer, id. p. 408.

(4) La misura sperimentale consiste nel determinare la differenza di peso di un corpo portato successivamente in due punti situati verticalmente l'uno sopra l'altro. Questa determinazione — poichè la gravità diminuisce coll'altezza — deve essere fatta in due casi distinti, cioè 1° lasciando lo spazio fra i due punti vuoto, e 2° interponendo la massa di piombo, che serve di massa di attrazione. È evidente che la seconda misura darà sempre un risultato *minore* della prima. La precisione della determinazione della densità della terra aumenta in ragione della differenza delle due misurazioni parziali, ed appunto per questa ragione si deve cercare di dare alla massa una forma di massima attrazione. Ben inteso che in pratica il vantaggio che si ha coll'adottare una forma piuttosto che un'altra è piccolo, come già ebbi occasione di avvertire nella mia Nota precedente.

congiungente i due punti avrà un piano di simmetria normale a questa retta. Considerazioni sintetiche immediate mostrano — in analogia col caso del corpo di massima attrazione ad un punto — che la superficie limitante esso corpo deve essere tale che sia costante la somma delle attrazioni sui due punti, lungo l'asse di rotazione, della massa uno situata in un punto di essa superficie. Ma mentre il valore dell'attrazione della massa uno sulla superficie, che si può assumere come il parametro μ della curva sezione, è nel caso del corpo di massima attrazione ad un punto immediatamente fornito dalla massa disponibile, ora non è più così essendo indeterminata la distanza dei due punti, avendosi cioè due variabili, questa distanza ed il parametro della curva sezione.

« Sia l'asse delle x l'asse di rotazione congiungente i due punti situati alla distanza $2a$ e l'asse delle y la normale nel punto di mezzo dei due punti. Se A è allora la somma delle attrazioni sui due punti e V il volume del corpo, avremo colle stesse ipotesi fatte nella Nota sopracitata:

$$\mathrm{A} = 2\pi \int_{-a}^{+a} \left(2 - \frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2+y^2}} - \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2+y^2}}\right) dx \tag{1}$$

$$\mathrm{V} = \pi \int_{-a}^{+a} y^2\, dx.$$

« Volendo ora rendere massimo A con la condizione che V resti costante, dovremo avere:

$$0 = \delta(\mathrm{A} - \mu \mathrm{V}) = \delta \int_{-a}^{+a} \mathrm{F}\, dx. \tag{2}$$

da cui coi metodi ordinari del calcolo delle variazioni seguono le due relazioni:

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial y} = 0\,, \quad \mathrm{F}(a) + \mathrm{F}(-a) + \int_{-a}^{+a} \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial a}\, dx = 0,$$

le quali diventano:

$$\frac{a+x}{[(a+x)^2+y^2]^{3/2}} + \frac{a-x}{[(a-x)^2+y^2]^{3/2}} = \mu, \tag{3}$$

$$\int_{-a}^{+a} \left\{ \frac{y^2}{[(a+x)^2+y^2]^{3/2}} + \frac{y^2}{[(a-x)^2+y^2)^{3/2}} \right\} dx = 2. \tag{4}$$

« La (3), in cui μ è una costante da determinarsi, è l'equazione indefinita della curva meridiana del corpo, che si poteva anche scrivere a priori, giacchè esprime appunto la proprietà sopradetta di attrazione costante μ della massa uno in un punto qualunque della superficie. La (4) invece è un'equazione ai limiti; e si può trasformare in un'altra, che permette un'interpre-

tazione molto semplice ed importante. Infatti tenendo presente la (3) noi potremo scrivere la (4):

$$2a = \mu \int_{-a}^{+a} y^2 dx - \int_{-a}^{+a} x \left(\frac{y^2}{[(a+x)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{y^2}{[(a-x)^2 + y^2]^{3/2}} \right) dx =$$

$$= \mu \int_{-a}^{+a} y^2 dx - \int_{-a}^{+a} x \left(\frac{y^2 - (a+x) y \frac{dy}{dx}}{[(a+x)^2 + y^2]^{3/2}} + \frac{-y^2 - (a-x) y \frac{dy}{dx}}{[(a-x)^2 y^2]^{3/2}} \right) dx -$$

$$- \mu \int_{-a}^{+a} xy \frac{dy}{dx} dx$$

ed integrando per parti, prendendo come fattore finito x:

$$2a = \mu \int_{-}^{+a} y^2 dx - \left[\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + y^2}} x + \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} x \right]_{-a}^{+a} +$$

$$+ \int_{-a}^{+a} \left(\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + y^2}} + \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \right) dx$$

$$- \mu \left[x \frac{y^2}{2} \right]_{-a}^{+a} + \frac{1}{2} \mu \int_{-a}^{+a} y^2 dx,$$

e riflettendo al significato geometrico di $\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2+y^2}}$ ed $\frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2+y^2}}$

$$4a - \frac{3}{2} \mu \int_{-a}^{+a} y^2 dx + \int_{-a}^{+a} \left(\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + y^2}} + \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \right) dx$$

$$\int_{-a}^{+a} \left(2 - \frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + y^2}} - \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \right) dx = \frac{3}{2} \mu \int_{-a}^{+a} y^2 dx,$$

da cui si ha finalmente:

$$A = 3\mu V. \tag{4'}$$

E ricordando il significato di μ noi potremo dire:

« La somma delle due attrazioni lungo l'asse è nel corpo di massima attrazione a due punti la stessa, come se una massa eguale al triplo di quella del corpo fosse distribuita in un modo qualunque sulla superficie.

« Le due relazioni (3) e (4'), che caratterizzano il corpo di massima attrazione a due punti, sono così suscettibili di un' interpretazione molto semplice.

« 3. Scriviamo ora l'equazione della curva meridiana sotto la forma:

$$\frac{\cos \vartheta_1}{\varrho_1^2} + \frac{\cos \vartheta_2}{\varrho_2^2} = \mu,$$

in cui il significato dei nuovi simboli introdotti è evidente, e consideriamo due coni infinitesimi di apertura ω_1 ed ω_2 che proiettano dai due poli lo stesso elemento di superficie. Le due attrazioni lungo l'asse di questi due coni, ed i due volumi saranno dati da:

$$A_1 = \omega_1 \varrho_1 \cos \vartheta_1 , \quad A_2 = \omega_2 \varrho_2 \cos \vartheta_2 \quad \text{e} \quad V_1 = \omega_1 \varrho_1^3/3 , \quad V_2 = \omega_2 \varrho_2^3/3$$

e la relazione di sopra esprime che:

$$3\mu = \frac{\omega_1 \varrho_1 \cos \vartheta_1}{\omega_1 \varrho_1^3/3} + \frac{\omega_2 \varrho_2 \cos \vartheta_2}{\omega_2 \varrho_2^3/3} = \frac{A_1}{V_1} + \frac{A_2}{V_2}$$

cioè: La somma dei rapporti fra l'attrazione lungo l'asse ed il volume di due coni aventi per base una stessa porzione infinitesima della superficie e per vertici i due punti attratti, è costante ed eguale a 3 volte la somma delle due attrazioni esercitate da una massa uno situata in un punto qualunque della superficie.

« Giova ora notare che nel corpo di massima attrazione ad un punto l'analoga proprietà vale per coni finiti qualsiasi [1], mentre questo non è per quello a due punti e quindi la relazione (4') non si può dedurre dal teorema ora enunciato, come lo si poteva nel corpo di massima attrazione ad un punto.

« 4. Veniamo ora alla risoluzione, per così dire, numerica del problema del corpo di massima attrazione a due punti. Di questa questione si è occupato l'ing. Gaudenzio Sella; io accennerò qui in tutta brevità alle linee generali del procedimento da lui tenuto, esprimendo il desiderio che questo venga prossimamente pubblicato per esteso.

« Ponendo x ed y in luogo di x/a ed y/a le relazioni (1) sino a (4) si trasformano in:

$$A = 2\pi a \int_{-1}^{+1} \left(2 - \frac{1+x}{\sqrt{(1+x)^2 + y^2}} - \frac{1-x}{\sqrt{(1-x)^2 + y^2}} \right) dx \qquad \text{(I)}$$

$$V = \pi a^3 \int_{-1}^{+1} y^2 \, dx \qquad \text{(II)}$$

$$\frac{1+x}{[(1+x)^2 + y^2]^{3/2}} + \frac{1-x}{[(1-x)^2 + y^2]^{3/2}} = 2\nu \qquad \text{(III)}$$

$$\int_{-1}^{+1} \left(\frac{y^2}{[(1+x)^2 + y^2]^{3/2}} + \frac{y^2}{[(1-x)^2 + y^2]^{3/2}} \right) dx = 2 \qquad \text{(IV)}$$

di cui la (III) e la (IV) determinano il *numero* incognito ν, trovato il quale la (III) è l'equazione della curva meridiana, la (II) determina la distanza $2a$ dei due punti e la prima fornisce la somma delle due attrazioni. Ora se per determinare ν si volesse ricavare il valore di y^2 dalla (III) per sostituirne

[1] Vedi la mia Nota sopracitata.

il valore nella (IV), si cadrebbe in un'equazione del dodicesimo grado in y^2; nè si riesce altrimenti ad integrare la (IV) tenuto conto della (III).

« Introducendo ora una nuova variabile t definita da:

$$\frac{1+x}{[(1+x)^2+y^2]^{3/2}} = \nu + t\,, \quad \frac{1-x}{[(1-x)^2+y^2]^{3/2}} = \nu - t,$$

con che le (III) e (IV) diventano rispettivamente:

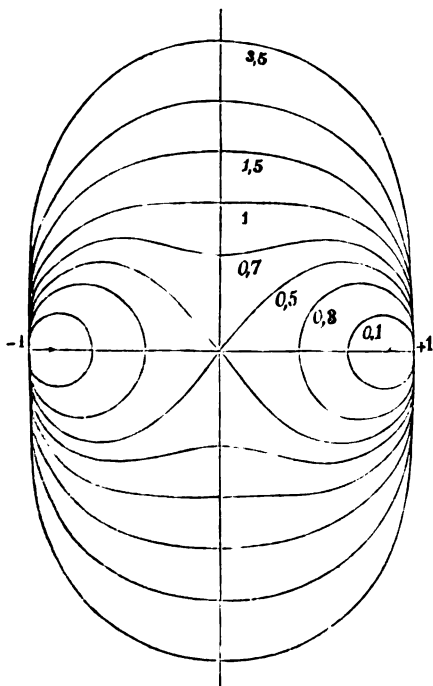
$$\left(\frac{1+x}{\nu+t}\right)^{2/3} - \left(\frac{1-x}{\nu-t}\right)^{2/3} = 4x\,, \qquad \int_{x=0}^{x=1} y^2\,dt = 0$$

si può mostrare che ν è compreso tra $1/(3\sqrt{3})$ ed $1/4$ e che in questo intervallo vi ha *un solo* valore di ν che soddisfi alle condizioni del problema, cioè che questo ammette un'unica soluzione. Ciò posto assumendo per ν il valore $1/(1+\sqrt{3})^{3/2} = 0{,}2214456$ e costruendo una tabella che dà i valori di $y\,, y^2, t\,, (1+x)/\sqrt{(1+x)^2+y^2}\,,\ (1-x)/\sqrt{(1-x)^2+y^2}$ corrispondenti a successivi valori di x e col soccorso di procedimenti grafici si determina il valore di A, V e quindi di $\lambda = A/2V^{1/3}$. Il valore scelto di ν è troppo grande con un errore presumibilmente minore di 0,0008. Si ha così come risultato finale:

$$\nu = 0{,}2214456 - \delta, \qquad \lambda = \frac{A}{2V^{1/3}} = 2{,}66576 - \varepsilon\,,$$

$$\delta < 0{,}0008 \qquad \varepsilon < 0{,}001763$$

dal quale si vede quanto poco il valore dell'ultimo rapporto differisca da quello che vale per il corpo di m. a. ad un punto, cioè da 2,66604.

« 5. Nell'unita figura sono disegnate alcune curve meridiane di superficie ad attrazione costante sui due punti $+1$ e -1 corrispondenti a diversi valori del parametro ν; accanto a ciascuna curva è scritto il valore corrispondente di $1/2\nu$. In questo sistema si considera come costante la distanza dei due punti e variabile il volume, ossia la massa disponibile. Da principio si hanno due superficie separate, la cui forma si allontana sempre più da quella del corpo di m. a. ad un punto, che vanno mano a mano riunendosi in una sola per $\nu = 1$; la tangente alla curva meridiana all'origine

fa allora coll'asse delle x un angolo determinato da $\operatorname{tg}\alpha = \pm\sqrt{2}$. Poi col diminuire di ν l'ordinata corrispondente ad $x=0$ va successivamente innalzandosi sino all'∞. La curva disegnata più fortemente (la penultima) corrisponde secondo i dati calcolati dall'ing. G. Sella al corpo di m. a. a due punti. Si noti che tutte queste curve hanno raggio di curvatura infinito nei due poli. Così giova osservare che per i valori di ν compresi tra 0 ed 1, che forniscono due rami, il volume non è dato senz'altro da $V = \pi \int_{-1}^{+1} y^2\, dx$, perchè nel tratto intermedio, in cui y non è reale, y^2 è negativo e fornisce degli elementi all'integrale; e quindi il valore di V così calcolato sarebbe del tutto diverso da quello che chiediamo alla formola.

« 6. Se passiamo ora a corpi di dato tipo di forma, si vede subito che per quelli, i quali presentano un piano di simmetria normale alla congiungente i due punti, si hanno gli stessi valori come per la m. a. ad un punto; ma non così per gli altri.

« Si abbia p. e. una calotta sferica e si voglia determinare quel rapporto di h e ϱ, cioè altezza e raggio della base, che rende massima la somma delle attrazioni sul centro della base e sul vertice, mantenendo costante il volume. Si avranno allora, applicando i soliti metodi, le seguenti equazioni:

$$A = \frac{2\pi h}{3}\left(3 - \frac{2h}{\sqrt{h^2+\varrho^2}} + \frac{h^2 + 2h\varrho + 3\varrho^2}{3(h+\varrho)^2}\right),$$

$$V = \frac{\pi}{2.3}\, h\,(h^2 + 3\varrho^2),$$

$$\frac{h\varrho}{(h+\varrho)^3(h^2+\varrho^2)^{3/2}}\left\{(h^2+\varrho^2)^{3/2}(2h^3 + 12\, h^2\varrho + 8h\varrho^2 + 6\,\varrho^3) - \right.$$
$$\left. - h\,(3h^2 + 5\varrho^2)\,(h+\varrho)^2\right\} = 0\,,$$

« Il fattore fra parentesi al numeratore posto eguale a 0 e reso razionale, fornisce l'equazione del dodicesimo grado:

$$5\,h^{12} + 6\,h^{11}\varrho - 23\,h^{10}\varrho^2 - 138\,h^8\varrho^4 - 84\,h^7\varrho^5 - 358\,h^6\varrho^6 - 304\,h^5\varrho^7 -$$
$$- 503\,h^4\varrho^8 - 354\,h^3\varrho^9 - 291\,h^2\varrho^{10} - 96\,h\varrho^{11} - 36\,\varrho^{12} = 0,$$

soddisfatta da $h = 2{,}76085\,\varrho$ da cui segue:

$$\frac{A}{2} = 2{,}62992\,V^{1/3}.$$

Se si volesse ora costruire una tabella, che fornisse i valori di $\lambda = A/2V^{1/3}$ per i casi sinora studiati, si dovrebbe aggiungere ai due valori trovati nella presente Nota tutti quelli che corrispondono a corpi aventi piano di simmetria e che sono conosciuti per la m. a. ad un punto ([1]) »

([1]) Nella corrispondente tabella data nella mia Nota precedente occorsero due errori circa alla priorità del calcolatore. Così il cilindro retto fu calcolato dal Playfair prima che dal Lampe, ed il prisma quadrato retto dal Lampe prima che dal Keller.

Elettricità. — *Sul comportamento di un coibente sottoposto ad una trazione meccanica.* Nota del dott. B. Dessau, presentata dal Corrispondente Righi.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica terrestre. — *Velocità di propagazione superficiale dei due terremoti della Grecia del 19 e 20 settembre 1867.* Nota del dott. G. Agamennone, presentata a nome del Corrispondente Tacchini.

« Notizie abbastanza estese sopra questi due terremoti si trovano nel pregevolissimo lavoro del compianto J. Schmidt *Studien über Erdbeben.*

« Nella scossa del 19, avvenuta circa le $5^h \frac{3}{4}$ pom. (t. m. Atene), non si ebbe alcuno sensibile maremoto; ma nell'altra invece del 20 settembre, seguìta verso le $5^h \frac{1}{4}$ ant., si verificò un grande movimento nelle acque marine, che si estese fino a Candia, a Corfù ed alla Sicilia. Lo Schmidt, in base ai fatti da lui raccolti, fu indotto a ritenere che entrambi i terremoti, verificatisi alla distanza di neppure 12 ore, fossero stati originati nello stesso focolare; e guidato specialmente dagli effetti, anche disastrosi, prodotti dal mare sulle coste della Morea, delle Isole Ionie e di Candia, pose il presunto comune epicentro alla lat. di 36° ed alla long. di 20° E da Parigi, vale a dire in mare, a S della Morea ed a W di Candia. Secondo lo Schmidt, la curva che rappresenta l'estremo limite di propagazione delle onde sismiche, è un'ellisse coll'asse maggiore di circa 1300 km. diretto da N W a S E, e coll'asse minore di circa 830 km. Essa comprende tutta la Grecia ed una buona porzione della penisola balcanica, rasenta le coste occidentali dell'Asia M., taglia una porzione dell'Africa settentrionale, un cantone dalla parte orientale della Sicilia, e contiene una parte del mezzogiorno d'Italia fino all'altezza del Gargano.

« Lo Schmidt riporta cinque dati del tempo pel terremoto del 19, ed otto per quello successivo del 20. In base alle cinque ore possedute per il 1°, lo Schmidt, adottando un suo speciale metodo [1], volle calcolare la velocità

[1] Consiste nel procedere per tentativi tanto nella scelta dell'ora epicentrale, quanto della velocità di propagazione, e poi nello scegliere quella coppia di detti valori che rendano minima la somma dei quadrati delle differenze tra l'ore osservate e quelle calcolate. Come si vede, questo metodo è informato allo stesso principio di quello dei minimi quadrati; ma in pratica presenta lo svantaggio di richiedere nei calcoli un tempo senza paragone più lungo. Infatti, qualora si voglia ottenere un buon risultato, occorre procedere per valori successivi e tra loro vicinissimi, da attribuirsi all'ora epicentrale ed alla velocità di propagazione; ciò che lo Schmidt realmente non ha praticato.

di propagazione superficiale delle onde sismiche, emanate dal supposto epicentro; e come risultato del suo calcolo, dopo essersi deciso ad escludere l'ora di Malta a suo parere anomala, trovò la velocità di 1,8 miglia geografiche al minuto primo, corrispondente a circa 220 metri al minuto secondo. Egli ne concluse che la velocità superficiale era stata assai piccola e che il focolare sismico non ebbe una grande profondità. Per lo contrario, non credette sottoporre a calcolo le ore possedute per il terremoto del 20, sia perchè il medesimo risultò di tre o quattro scosse, avvenute nell'intervallo di alcuni minuti [1], sia perchè questa volta non si aveva alcun dato preciso di tempo.

« La tenuissima velocità trovata dallo Schmidt si allontana troppo da quelle più attendibili, calcolate in recenti terremoti. Ciò mi ha indotto a ritornare sopra il predetto terremoto; tanto più che lascia un po' a desiderare il metodo adoperato dall'illustre astronomo di Atene, e mi sembra poco giustificata l'esclusione dell'ora di Malta. Di più, essendo pervenute a mia conoscenza due nuove ore, relative al terremoto del 20, e certamente sconosciute allo Schmidt, è subentrata in me la convinzione di poter con questi nuovi dati tentare, con speranza di buon successo, il calcolo della velocità di propagazione della scossa del 20. Si sarebbe avuto così anche un punto di confronto per discutere la velocità trovata dallo Schmidt per l'altro terremoto del 19, considerando che, avendo avuto entrambe le scosse probabilmente la stessa origine, non dovevano per conseguenza risultare troppo diverse le velocità di propagazione delle rispettive onde sismiche.

« *Terremoto del 19 settembre* [2]. — Utilizzando le stesse ore, riportate dallo Schmidt, ho proceduto al calcolo della velocità delle onde sismiche, mediante lo stesso metodo, già adottato da me per le principali scosse di Zante del 1893 [3]. Ho creduto inoltre assegnare un diverso peso alle varie ore. Così a quella di Atene, sicura entro $\pm 10^s$, perchè osservata dallo stesso Schmidt in favorevoli circostanze, ho assegnato l'errore minimo. Per tutte le rimanenti, anche del giorno 20 (incerte secondo lo stesso autore di $\pm$ 5 minuti [4]) non potendosi dir nulla circa la bontà del tempo campione sul quale furono basate, non rimane di meglio che dividerle in due categorie di precisione diversa

[1] A tal proposito però io debbo notare che probabilmente l'ore osservate si riferiscono alla scossa più potente, quella per l'appunto in cui le onde sismiche ebbero tanta energia da rendersi sensibili fino a Malta ed in Italia, e da perturbare i livelli astronomici di Pulkowa, come si dirà in appresso. Oltracciò, l'incertezza, che potrebbe derivare da questa causa di errore accennata dallo Schmidt, è dello stesso ordine di quella che si è ammessa per gli stessi dati del tempo.

[2] Sebbene il medesimo si risentisse probabilmente anche in Italia, non mi è stato possibile rinvenire per questa alcuna osservazione di ora.

[3] Rend. della R. Accad. dei Lincei, ser. 5ª, vol. II, 2° sem. 1893, p. 393.

[4] Lo Schmidt dice che può essere più precisa l'ora di *Giannina*, relativa al terremoto del 20, osservata dal Maggiore *Stuart*.

a seconda che i dati originali del tempo sono espressi in una frazione di ora, più o meno rotonda. Nell'assegnare i pesi ho avuto anche di mira il non complicare inutilmente il calcolo dei minimi quadrati, già di per sè abbastanza laborioso, convinto che alquanta arbitrarietà nei pesi, d'altronde impossibile ad evitarsi, non può influire sensibilmente sopra i risultati. In ogni caso, l'assegno del peso alle varie ore, per quanto possa alcune volte risultare grossolanamente approssimato, sarà sempre da preferirsi al sistema di ritenere nel calcolo ugualmente esatti tutti i dati del tempo, come appunto ha praticato lo Schmidt, pur sapendo della loro diversa attendibilità.

« Seguono i dati ed i risultati del calcolo:

LOCALITÀ	Distanza dall'epicentro	Ora originale (tempo locale)	Riduzione ad Atene	(Tempo Atene)		Differenza tra l'ora osservata e quella calcolata
				Ora osservata	Ora calcolata	
		h m m	m	h m	h m	m
Calamachi . . . (sull'istmo di Corinto)	km. 220	5 47 p. ± 2	+ 2,5	5 49,5 p.	5 43,5 p.	+ 6,0
Atene.	250	5 44,3 ± ½	0,0	5 44,3	5 44,6	— 0,3
Argostoli. . . . (Cefalonia)	290	5 30 ± 4	+ 13,0	5 43,0	5 46,1	— 3,1
Calcide. . . . . (Eubea)	300	5 45 ± 4	+ 0,4	5 45,4	5 46,5	— 1,1
Malta.	700	5 25 ± 2	+ 36,8	6 1,8	6 1,3	+ 0,5

Ora all'epicentro. . . . . . . $5^h 35^m,4$ (t. m. A.).
Velocità di propagazione. . . . . . . metri 450 ± 400 al secondo(1).

« L'ora all'epicentro, secondo lo Schmidt, è invece $5^h 25^m 1$, ossia ben 10 minuti più bassa; e la velocità, secondo lo stesso, è di soli 220 metri, ossia anche meno della metà di quella da me calcolata. Ritengo utile effettuare un confronto delle differenze Δ, tra le ore osservate e quelle calcolate, tanto in base ai miei risultati quanto a quelli dell'illustre astronomo di Atene.

(1) Questa velocità è quasi identica al risultato medio (circa 430) delle velocità rispettive di 650, 430, 360 e 410 metri ottenute combinando successivamente Malta con Calamachi, Atene, Argostoli e Calcide, tenendo beninteso conto del peso spettante alle singole velocità. In pari tempo è da notarsi come essa risulti assai prossima a quella ottenuta combinando senz'altro Atene con Malta, vale a dire la località, dove l'ora è la più attendibile in quanto a precisione intrinseca, con l'altra, dove l'ora acquista importanza per il solo fatto della gran distanza dall'epicentro.

Località	Distanza dall'epicentro	Δ — Ora all'epicentro = 5^h35^m4 Velocità = 450 metri	Δ — Ora all'epicentro = 5^h25^m1 Velocità = 220 metri	
Calamachi . . .	km. 220	$+6{,}0$ m	$+7{,}3$ m	
Atene.	250	$-0{,}8$	$-0{,}1$	
Argostoli. . . .	290	$-3{,}1$	$-4{,}5$	$\Sigma\Delta^2 = 77{,}2$
Calcide.	300	$-1{,}1$	$-1{,}9$	
Malta.	700	$+0{,}5$	$-15{,}7$	
		$\Sigma\Delta^2 = 47{,}2$	$\Sigma\Delta^2 = 323{,}7$	

« Anche non volendo prendere in considerazione la grossa differenza che si riscontra per Malta nei risultati dello Schmidt, contenuti nell'ultima colonna, si avrebbe sempre per $\Sigma\Delta^2$ il valore 77,2, quasi doppio di quello 47,2 in base ai dati da me ottenuti col metodo de' minimi quadrati ed utilizzando anche Malta. Eppure lo Schmidt aveva dichiarato che un'approsimazione maggiore di quella da lui trovata non era possibile ottenere, come era risultato da altri tentativi, nei quali l'ora all'epicentro fu anche cambiata. Scende da tutte le considerazioni fin qui svolte, che la velocità di 450 metri al secondo, per quanto anch'essa incerta, è meno improbabile di quella dello Schmidt. Di più la velocità da me trovata, è sempre notevolmente bassa; e su ciò mi riserbo di ritornare più oltre.

« *Terremoto del 20 settembre.* — Tanto nel catalogo del Fuchs quanto in quello del Mercalli trovo una scossa a Cosenza alle 4^h50^m ant. di questo giorno; e la notizia è confermata dallo stesso Conti [1], allora direttore dell'Osservatorio Meteorico di detta città, il quale descrive il movimento come ondulatorio e di breve durata. Trovo inoltre riportata da A. Wagner [2] la seguente interessantissima notizia. Mentre egli nell' osservazione di una stella voleva cominciare con la lettura del livello dell'*istrumento dei passaggi*, s'accorse che il livello era fortemente perturbato. L' istante primo, in cui si avvide del fatto, fu alle 6^h1^m ant. (tempo civile) [3]. La bolla si muoveva incessante-

(1) *Memoria e Statistica sui terremoti della provincia di Cosenza nel 1870.* Cosenza 1871.

(2) *Ueber eine auffallende, an einem empfindlichen Niveau beobachtete Bewegung.* Mélanges Mathém. et Astr., t. IV, tirès du Bull. de l'Acad. Imp. des Sc. de St. Pétersb., t. XII, p. 231-233. — *Ueber eine durch Erdbeben veranlasste Niveaustörung* von Th. Albrecht. Astronom. Nachr. N. 2769, anno 1887, p. 129.

(3) La circostanza che il Wagner stesso stava facendo la lettura del livello, quando s'accorse del movimento irregolare della bolla, rende difficile che l'ora riportata possa essere troppo alta. In ogni caso, se la medesima anche non corrispondesse proprio al principio della pertubazione del livello, è da riflettere che molto probabilmente le ore osservate in tutte le restanti località si riferiscono alla fase massima, se non alla fine del terremoto.

mente qua e là, a piccoli intervalli, attorno ad una posizione media; e la grandezza delle oscillazioni, che dapprima poteva ascendere a tre parti della scala, ossia a 3″, diminuì continuamente, in modo che le medesime ancora persistevano dopo 16 minuti e non cessarono del tutto se non dopo altri 15 minuti. Una consimile perturbazione fu riscontrata nello stesso tempo in altro livello, ma in direzione N-S (1).

« Aggiungendo questi due nuovi dati del tempo agli altri 8 dello Schmidt, ne abbiamo in tutto 10, dei quali però è prudenza rifiutare i tre qui appresso segnati con asterisco; e precisamente quello di Messina, perchè fornito con assai grossolana approssimazione (2), e quelli di Volo ed Argostoli perchè troppo discordanti sia tra loro, sia con quelli di località poco più o poco meno distanti dall'epicentro. — Se poi si rifletta alla ragguardevole distanza di Pulkowa dalla Grecia, si troverà conveniente procedere dapprima a studiare la velocità di propagazione, utilizzando le sole ore delle località, la cui distanza dal presunto epicentro rimane compresa entro 700 km. Restano adunque, coll'esclusione per adesso di Pulkowa, sei dati del tempo, che distinguerò in due categorie di precisione diversa, uniformemente ai concetti già svolti nel precedente terremoto. Riporto qui appresso i dati ed i risultati del calcolo:

Località	Distanza dall'epicentro	Ora originale (tempo locale)	Riduzione ad Atene	(Tempo Atene) Ora osservata	(Tempo Atene) Ora calcolata	Differenza tra l'ora osservata e quella calcolata
		h m m	m	h m	h m	m
Calamachi . . . (sull'istmo di Corinto)	km. 220	5 13 a. ± 2	+ 2,5	5 15,5 a.	5 15,8 a.	— 0,3
Atene.	250	5 15,3 ± 2	0,0	5 15,3	5 16,2	— 0,9
Patrasso . . . . (Morea)	250	5 0 ± 4	+ 15,2	5 15,2	5 16,2	— 1,0
(*) Argostoli . . (Cefalonia)	290	4 55 ± ?	+ 13,0	5 8,0	5 16,8	— 8,8
(*) Volo. . . . . (Tessaglia)	380	4 55 ± ?	+ 3,4	4 58,4	5 17,9	— 19,5
Giannina. . . . (Albania)	440	5 10 ± 2	+ 11,5	5 21,5	5 18,6	+ 2,9
(*) Messina. . . (Sicilia)	650	5 30 ± ?	+ 33,3	6 3,3	5 21,3	+ 42,0
Cosenza . . . . (Calabria)	650	4 50 ± 2	+ 29,9	5 19,9	5 21,3	— 1,4
Malta.	700	4 45 ± 4	+ 36,8	5 21,8	5 22,9	— 1,1

(1) Il Wagner aggiunge che il giorno appresso trovò nei giornali la notizia, telegrafata da Malta, che quivi nella notte dal 19 al 20 erano avvenute più scosse, l'ultima delle quali alle $4^h 45^m$ a.

(2) Trovo infatti nel catalogo del Mercalli, che il terremoto avvenne in questa città tra le 5 e le 6 ore; il che forse giustifica la cifra intermedia $5^h 30^m$ riportata dallo Schmidt. Il terremoto fu segnalato anche in altre località del mezzogiorno d'Italia; ma ovunque le ore o non furono determinate o sono troppo incerte.

(*) Località escluse nel calcolo.

Ora all'epicentro. . . . . . . $5^h\ 13^m,1$ (t. m. A.).

Velocità di propagazione. . . . . . . metri 1320 ± 1860 al secondo (1).

« Questa velocità è quasi tripla di quella da me già trovata per il terremoto del 19. La causa di tanta discordanza risiede probabilmente, almeno in buona parte, nella poca attendibilità dei dati, su i quali il calcolo fu basato per entrambi i terremoti; e non è strano il supporre che qualcuna delle ore utilizzate possa involgere un errore di molto superiore a quello presunto. Ad ogni modo, le velocità da me trovate, specialmente l'ultima, sono di molto superiori a quella calcolata dallo Schmidt, e si avvicinano meglio a quelle più attendibili determinate per altri terremoti.

« Passo ora a ripetere il calcolo della velocità di propagazione del terremoto del 20 settembre, ma questa volta aggiungendo Pulkowa, alla cui ora è giusto accordare il maggior peso per rispetto a tutte le rimanenti.

« Nella seguente tabella riunisco i dati ed i risultati del calcolo:

Località	Distanza dall'epicentro	Ora originale (tempo locale)	Riduzione ad Atene	(Tempo Atene) Ora osservata	(Tempo Atene) Ora calcolata	Differenza tra l'ora osservata e quella calcolata
		h m m	m	h m	h m	m
Calamachi . . .	km. 220	5 13 a. ± 2	+ 2,5	5 15,5 a.	5 16,7 a.	— 1,2
Atene.	250	5 15,3 ± 2	0,0	5 15,3	5 16,9	— 1,6
Patrasso	250	5 5 ± 4	+ 15,2	5 15,2	5 16,9	— 1,7
Giannina. . . .	440	5 10 ± 2	+ 11,5	5 21,5	5 18,3	+ 3,2
Cosenza	650	4 50 ± 2	+ 29,9	5 19,9	5 19,8	+ 0,1
Malta.	700	4 45 ± 4	+ 36,8	5 21,8	5 20,2	+ 1,6
Pulkowa	2700(2)	6 1 ± 1	— 26,4	5 34,6	5 34,7	— 0,1

Ora all'epicentro. . . . . . . $5^h\ 15^m,1$.

Velocità di propagazione. . . . . . . metri 2300 ± 670 al secondo (3).

(1) Riunendo le sei località, prese in considerazione, in due gruppi di ugual numero, e combinando l'ora media e la distanza media delle tre prime con quelle rispettive delle tre ultime, tenuto conto beninteso dei pesi delle ore, si avrebbe una velocità di poco più di un migliaio di metri. Se però si facesse passare Giannina al 1° gruppo, vale a dire nel caso che questo fosse costituito dalle 4 località più vicine all'epicentro, ed il 2° risultasse delle altre due a maggior distanza, si otterrebbe, rifacendo il calcolo, una velocità di poco più di 2000 metri al secondo.

(2) La distanza di Pulkowa dall'epicentro, e quelle delle località maggiormente da esso distanti furono calcolate trigonometricamente.

(3) Questa velocità è quasi identica a quella di 2320, che si ottiene riunendo in un sol gruppo le prime sei località più vicine all'epicentro, e confrontando l'ora media e la distanza media che se ne ricava, tenuto conto dei pesi delle singole ore, con i dati di Pulkowa. Per dare poi un'idea della incertezza, relativa alla velocità sopra trovata, riporto qui appresso le singole velocità, che si ottengono dal combinare direttamente Pulkowa con ciascuna delle altre località: Pulkowa-Calamachi, 2165 metri; Pulkowa-Atene, 2115: Pulkowa-Patrasso, 2105; Pulkowa-Giannina, 2875; Pulkowa-Cosenza, 2325; Pulkowa-Malta, 2605.

« Questa velocità, notevolmente più alta di quella superiormente trovata coll'esclusione di Pulkowa, è degna di maggior fiducia; poichè mentre da una parte abbiamo l'ora abbastanza sicura di Pulkowa ad una ragguardevolissima distanza dall'epicentro, dall'altra si posseggono ben sei località, in cui gli errori delle varie ore è lecito supporre che in parte si elidano; tanto più che le medesime furono determinate in base a tempi campioni diversi. In ogni caso, gli errori accidentali o costanti, che possono avere influito sulle ore delle sei ultime località, rimangono senza dubbio attenuati, grazie alla grande distanza di Pulkowa dalla Grecia. Altrettanto non può dirsi per la scossa del 19 e per quella del 20, senza il concorso di Pulkowa; poichè le ore sono generalmente cattive, nello stesso tempo che si ha da fare con distanze relativamente piccole. Si rifletta ancora all'incertezza della posizione dell'epicentro, difficile ad essere precisata, perchè giacente in mare ed appunto forse per questo data con grossolana approssimazione dallo Schmidt. Inoltre si pensi alla probabilità che alcune delle ore originali, anzichè in tempo medio locale, siano espresse in tempo vero (1); e finalmente alla possibilità che l'ora di Malta, per il giorno 19, si riferisca a qualche scossa locale verificatasi poco dopo quella della Grecia. In seguito a tutte queste considerazioni non è a fare le meraviglie se si rinvenga tanta discordanza non solo tra le velocità di 450 e 1320, dapprima trovate, ma eziandio tra le medesime e l'ultima assai più attendibile di 2300, ottenuta col concorso dell'ora di Pulkowa.

* * *

« Assai maggiore di questa velocità di 2300 metri, da me trovata, è quella di 3760 pubblicata in un recente lavoro del mio collega dott. A. Cancani (2); ma la notevole discordanza è subito spiegata se si pensi che il medesimo, basandosi unicamente sulle poche notizie del Wagner, ha ritenuto senz'altro essere Malta l'epicentro del terremoto, mentre in realtà essa ne dista ben 700 km. Rimuovendo tale equivoco, se si combini Malta con Pulkowa, risulta invece una velocità di 2560 metri, in verità molto vicina a quella di 2300 da me calcolata; ma quest'ultima devesi ritenere senza paragone più probabile, perchè alla sua determinazione concorsero altri cinque dati di tempo, di precisione o uguale o maggiore per rispetto a Malta.

« L'alta velocità di 3760 metri, per il terremoto del 20 sett. 1867, viene attribuita ad onde longitudinali, e costituisce nel lavoro, testè citato del Cancani, uno dei pochi esempî arrecati per dimostrare la maggiore lentezza con cui si propagano le cosidette onde *trasversali*, intese nel senso loro attribuito

(1) Faccio notare che l'equazione del tempo tra il 19 e 20 sett. 1867 era di circa —6m ½, vale a dire che si doveva diminuire di tanto il tempo vero per ridurlo al medio.

(2) *Sulle ondulazioni provenienti da centri sismici lontani.* Ann. dell'Uff. centr. di Met. e Geod., ser. 2ª, vol. XV, parte I, 1893. Roma 1894.

dall'autore, per rispetto a quelle *longitudinali*. Ma in seguito all'equivoco intervenuto, devesi riconoscere che anche per il terremoto in discorso si ha da fare piuttosto con la velocità delle così dette onde trasversali. Ciò d'altronde rimane anche confermato dal fatto che la scossa non fu menomamente avvertita dall'uomo a Pulkowa, mentre sarebbe dovuto verificarsi il contrario, stando al Cancani, qualora si fosse trattato di onde longitudinali. Di più, il passaggio delle onde sismiche fu rivelato a Pulkowa da oscillazioni lente di livelli astronomici, le quali secondo me, difficilmente si potrebbero spiegare coll'esistenza di onde longitudinali. Quest'ultime con più ragione si potrebbe ammettere essersi risentite entro un raggio di 700 km.; ma stando alla velocità di sopra ottenuta per la scossa del 20, coll'esclusione di Pulkowa, e tanto più stando a quella trovata per la scossa del 19, si deve confessare che esse sono bene al di sotto anche della cifra ammessa dal Cancani per le cosidette onde *trasversali*, ed a *fortiori* più basse della velocità delle onde longitudinali, cha secondo lui, dovrebbe, in armonia colla teoria, risultare circa doppia di quella delle onde *trasversali*.

« Termino col richiamare l'attenzione dei sismologhi sulla convenienza del ricalcolare la velocità di propagazione per molti dei passati terremoti; poichè avvi ragione di sospettare che esse, più spesso di quel che si creda, si allontanino dal loro vero valore sia a causa di una discussione poco accurata dei dati del tempo, sia in seguito a metodi grossolani adoperati, sia perchè influenzate dalla credenza invalsa nel passato, che cioè la propagazione delle onde sismiche dovesse effettuarsi con una lentezza assai maggiore di quella che oggi a noi risulta in base ai fatti meglio accertati ».

Chimica. — *Ricerche sugli acidi inorganici complessi*. Nota di U. Alvisi, presentata dal Socio Paternò.

Chimica. — *Sulla funzione chimica dell'acido filicico*. Nota di G. Daccomo, presentata dal Socio Paternò.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Cumarine carbossilate* (1). Nota di P. Biginelli, presentata dal Corrispondente L. Balbiano.

« In una Nota pubblicata alla R. Accademia dei Lincei intorno ad un isomero della Frassetina (2), accennai al tentativo di sintesi di questa interessante cumarina. Essendomi riusciti vani i tentativi fatti mediante la reazione di Pechmann (3) coll'acido malico sopra il diossimetilidrochinone, provai con quella di Pechmann e Duisberg (4) coll'etere acetilacetico in presenza di un disidratante. Questa reazione mi condusse alla β-metilfrassetina che descrissi nella Nota sopracitata.

« Allo scopo di riuscire ad una tale sintesi ho applicato la reazione di Pechmann e Duisberg all'etere ossalacetico. Questo etere, fatto reagire sopra i diversi fenoli, mi doveva in primo luogo portare ad una nuova serie di cumarine, carbossilate nella catena laterale. Fino qui le previsioni si avverarono come descriverò in seguito. Questo genere di cumarine poi, spero, mi porgerà il mezzo di arrivare alla sintesi delle cumarine vere prive di carbossile.

« Per ora mi limito, con questa prima Nota, a descrivere la reazione sopra citata applicata all'idrochinone ed i composti che con esso si ottengono; riservandomi in una prossima Nota, di descrivere la stessa reazione estesa ad altri fenoli, ed altri composti che da tali cumarine si possono ricavare.

Metaossicumarine β-carbossietilate.

« Si ottengono queste cumarine operando con gr. 5 di idrochinone, gr. 16 di etere ossalacetico e gr. 30 di acido solforico concentrato. Dapprima si fa sciogliere l'idrochinone nell'etere ossalacetico riscaldando fra 50°-60°, la soluzione poi si versa a poco a poco nell'acido solforico procurando di agitare continuamente. Il liquido, che prende una tinta oscura, si lascia a sè per qualche tempo affinchè quasi si raffreddi, e poi si versa pure a poco a poco in un bicchiere contenente ghiaccio pesto. In questo modo si separa quasi subito una sostanza solida di color giallo. Si lascia però il tutto a sè per 12-24 ore affinchè tutta la massa si sia completamente separata e solidificata, poi si raccoglie, si lava con acqua e si fa cristallizzare dall'alcool diluito oppure dall'etere. Si ottengono in questo modo spesso due sostanze diversamente cristallizzate, che si separano per differenza di solubilità.

(1) Lavoro eseguito del Laboratorio di Chimica farmaceutica della R. Università di Roma.

(2) Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, vol. VII, 2° sem., fasc. IV.

(3) Pechmann, Berichte, 17, 929.

(4) Pechmann, Duisberg, Berichte, 16, 2122.

« La prima che si deposita, cristallizza in laminette giallo-chiaro come oro, talora raggruppate, fusibili a 177°-178° e dopo fusione a 179°-180°. Talora questa può mancare affatto per cedere il posto all'altra che cristallizza in prismi come buste da lettera talora riuniti e talora aciculari di color giallo-scuro fusibili fra 180°-182° e dopo fusione fra 181°-182°.

« Si ottiene però in prevalenza la prima sostanza, anzi quasi esclusivamente, se nella reazione si aumenta la quantità di etere ossalacetico fino a gr. 20-25, e quindi si procura di fare la soluzione dell'idrochinone a temperatura più bassa. Pare però che la forma di quest'ultima fusibile a 179°-180° tenda già a trasformarsi in quella fusibile a 181°-182° per lunga ebollizione con alcool diluito. Nondimeno intorno alle vere condizioni di passaggio dall'una all'altra forma di queste cumarine, mi riservo di studiarci meglio

« Il liquido acido, da cui si separano le due cumarine descritte, contiene sempre ancora una piccola quantità di quella fusibile a 181°-182°, più un'altra sostanza di cui tratterò in una prossima Nota. Tutte e due si possono estrarre dibattendo il liquido parecchie volte con etere.

« Le due cumarine fornirono i seguenti dati analitici:

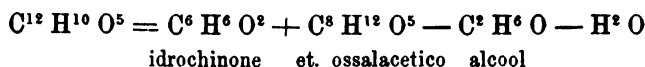
I. gr. 0,2358 di sostanza fus. a 177°-178° diedero CO^2 gr. 0,5294 H^2O gr. 0,0968
II. gr. 0,2215 » » 181°-182° » CO^2 » 0,4965 H^2O » 0,0924

« Da cui si ricava per 100 parti:

	trovato		calcolato per $C^{12} H^{10} O^5$
	I.	II.	
C	61,23	61,13	61,54
H	4,56	4,63	4,27

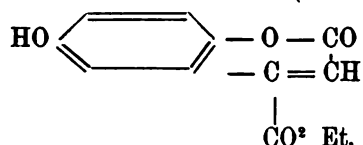
« Questa formola a cui portano le analisi delle due cumarine corrisponde all'equazione seguente:

$$C^{12} H^{10} O^5 = C^6 H^6 O^2 + C^8 H^{12} O^5 - C^2 H^6 O - H^2 O$$

idrochinone et. ossalacetico alcool

« Queste cumarine sono quasi insolubili nell'acqua, solubili invece nell'alcool e nell'etere, e le soluzioni sono un poco dotate di fluorescenza verde come alcune cumarine vere. Trattata un po' di soluzione idroalcoolica dei due composti con percloruro di ferro, non si altera per nulla la colorazione gialla della soluzione. Sono insolubili nei carbonati a freddo. Trattati con soluzione diluita di potassa o soda caustica, dapprima si colorano intensamente in rosso come fa la frassetina, e poi si sciolgono colorando la soluzione in giallo scuro. Da queste soluzioni i composti non riprecipitano più anche dopo aver fatto agire a lungo una corrente di anidride carbonica.

« Nel modo di comportarsi di queste cumarine in confronto di quello delle altre conosciute, si vede che non vi è nulla di veramente speciale, tranne l'alterazione che subiscono ogni qualvolta si sciolgono anche a freddo negli alcali caustici, conseguenza del gruppo carbossietile che queste contengono.

« Perciò, mi pare si possa dare anche a queste una formola analoga di costituzione:

$$\mathrm{HO}\langle C_6H_3 \rangle \begin{matrix} -\mathrm{O}-\mathrm{CO} \\ -\mathrm{C}=\mathrm{CH} \\ | \\ \mathrm{CO^2\ Et.} \end{matrix}$$

« La differenza di forma cristallina e di punto di fusione delle due cumarine che si ottengono nel mio caso, si potrebbero attribuire a due stereoisomeri, dipendenti dalla orientazione del carbossietile rispetto al nucleo ».

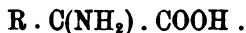
Chimica. — *Azione dell'acido nitroso sopra l'amminocanfora.* Nota di Angelo Angeli, presentata dal Socio Ciamician.

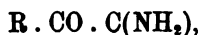
« In una Nota presentata l'anno scorso a questa Accademia ho fatto rilevare come il comportamento delle ammine primarie rispetto all'azione dell'acido nitroso sia una proprietà eminentemente costitutiva di queste, ed ho richiamata l'attenzione sopra la notevole influenza che esercita il carattere del radicale R, nelle ammine

$$R\,.\,NH_2\,,$$

sopra i prodotti che per mezzo di questo reattivo si possono ottenere. Ho dimostrato come la natura di questo radicale sia quella che nelle ammine, in generale, determina la loro facoltà di dare diazocomposti, e come dall'esame dei fatti finora noti risulti che quelle ammine nelle quali R rappresenta o contiene, in una determinata posizione, certi gruppi negativi sieno quelle che per azione dell'acido nitroso possono dare composti diazoici.

« Ho fatto osservare come, contrariamente alle osservazioni di Curtius, le quali si trovano riportate nei più recenti e migliori trattati, tutti i diazoeteri che finora sono stati preparati derivano da α-amminoacidi (glicocolla, alanina, leucina ecc.):

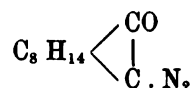
$$R\,.\,C(NH_2)\,.\,COOH\,.$$

« Guidato da questo concetto, ho intrapreso lo studio dell'azione dell'acido nitroso sopra le chetoammine:

$$R\,.\,CO\,.\,C(NH_2),$$

nella supposizione che il carbonile potesse esercitare sul gruppo amminico una influenza analoga a quella del carbossietile e, conformemente a quanto io aveva preveduto, ho potuto preparare il monochetazofenilgliossal ed il monochetazocanforchinone [1].

[1] Nello stesso lavoro, io aveva annunciato che intendeva di studiare anche l'influenza di altri radicali negativi (CN, SO_2 ecc.) sopra il residuo amminico, nella supposizione che anche gli amminonitrili p. e. fossero in grado di dare diazocomposti. In una Me-

« La preparazione del

Monochetazocanfadione (1) (monochetazocanforchinone)

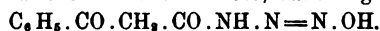
$$C_8H_{14}\left\langle\begin{array}{l}CO\\ |\\ C.N_2\end{array}\right.$$

l'ho già descritta nella Nota citata. Questa sostanza presenta tutti i caratteri dei diazocomposti (2) e per azione degli acidi, degli alogeni ecc., dà origine a prodotti che descriverò altrove.

« Per azione del calore il monochetazocanfadione perde tutto o parte del suo azoto e dà origine ad un miscuglio di prodotti di cui accennerò per ora a due soltanto.

---

moria ultimamente comparsa (Berl. Berichte XXVII, 59) Curtius ha dimostrato che l'amminoacetonitrile $CN.CH_2.NH_2$, per azione dell'acido nitroso, dà una sostanza, che con grande probabilità è il diazoacetonitrile $CN.CH.N_2$.

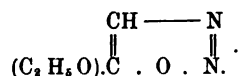
Io aveva del pari rilevata l'analogia che esiste fra le chetoammine $R.CO.CH.NH_2$. — e le idrazidi $R.CO.NH.NH_2$, p. e. l'ippurilidrazina. Secondo Curtius (Berl. Berichte XXIV, 3343) questa sostanza, per azione dell'acido nitroso, dava origine al derivato

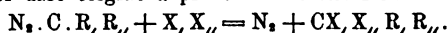
$$C_6H_5.CO.CH_2.CO.NH.N{=}N.OH.$$

Dopo la comparsa del mio lavoro, Curtius ripetendo l'analisi di questa sostanza ha trovato che essa realmente contiene una molecola d'acqua in meno, e che perciò è da rappresentarsi con la formola $C_6H_5.CO.CH_2CO.N:N_2$ (Berl. Berichte, XXVII, 779).

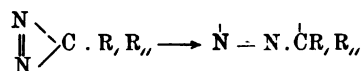
Le previsioni cui mi avevano condotto i miei concetti teorici non potevano avere una conferma più esplicità e più ampia.

(1) Per non introdurre nuovi nomi ho addottata la nomenclatura ultimamente proposta da Adolfo von Baeyer (Ber. XXVII, 436).

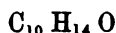
(2) Nell'ultima edizione del Manuale del Beilstein (pag. 1492) viene fatto osservare che la costituzione dei diazoeteri data da Curtius non dà ben ragione della loro analogia coi diazoderivati aromatici e che l'etere diazoacetico meglio si potrebbe rappresentare con la formola:

$$\begin{array}{lcl} & CH & — N \\ & \| & \| \\ (C_2H_5O).C & .\ O\ . & N. \end{array}$$

A me sembra che questa ipotesi, per ora, non sia necessaria e che le reazioni di queste sostanze si possano interpretare egualmente bene con la formola primitiva. È noto che quando si trattano i diazoeteri con reattivi energici, p. e. gli alogeni, essi perdono facilmente il loro azoto per dare origine a prodotti di sostituzione:

$$N_2.C.R_{\prime}R_{\prime\prime} + X_{\prime}X_{\prime\prime} = N_2 + CX_{\prime}X_{\prime\prime}R_{\prime}R_{\prime\prime}.$$

In altre condizioni però i diazoeteri si comportano in modo diverso. Quando p. e. si tratta l'etere diazoacetico con l'etere di un acido non saturo, i due atomi di azoto si mantengono riuniti, ma uno si stacca dal carbonio; si può ammettere che questa metamorfosi segua lo schema:

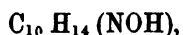
$$\begin{array}{l}N\\ \|\\ N\end{array}\!\!>C.R_{\prime}R_{\prime\prime} \longrightarrow \overset{|}{N} = N.\overset{|}{C}R_{\prime}R_{\prime\prime}$$

e le due valenze rimaste libere vengono saturate per soluzione di un legame nel composto

« Quando si riscalda il composto diazoico, si nota un forte sviluppo di azoto, cessato il quale rimane una massa bruna, compatta, tutta disseminata di cristalli. Il prodotto in tal modo ottenuto viene distillato in corrente di vapore acqueo il quale trasporta una sostanza bianca, cristallina che possiede un odore pronunciato di canfora. Si purifica ricristallizzandola dall'etere di petrolio, in cui anche a freddo è molto solubile. Si ottengono così bei cristalli, quasi incolori, che fondono a 168°-170°. La sua composizione e la grandezza molecolare corrispondono alla formola:

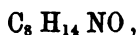
$$C_{10}\,H_{14}\,O$$

ed io propongo di chiamare la nuova sostanza:

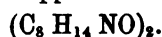
Canfenone.

« Questo composto ha il comportamento di un chetone. Reagisce con la fenilidrazina, e con l'idrossilammina dà la corrispondente ossima:

$$C_{10}\,H_{14}\,(NOH),$$

che cristallizza dall'etere petrolico in magnifiche tavole incolore che fondono a 132° senza scomporsi.

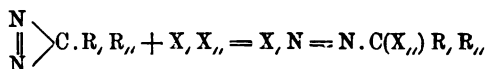
« Trattando con etere di petrolio il residuo, che rimane dalla distillazione in corrente di vapore acqueo del miscuglio che si ottiene per riscaldamento del monochetazocanfadione, viene disciolta piccola quantità di una sostanza gialla cristallina e rimane insolubile una polvere quasi bianca. Per purificare quest'ultima la si discioglie a caldo in poco benzolo; per raffreddamento si separano bellissime squamme, splendenti, che fondono verso 222°. La massa fusa è intensamente gialla. All'analisi si ebbero numeri, che conducono alla formola più semplice:

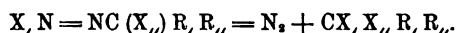
$$C_8\,H_{14}\,NO\,,$$

che necessariamente si deve raddoppiare

$$(C_8\,H_{14}\,NO)_2.$$

« Chiamerò questa sostanza

---

non saturo. Si potrebbe dunque supporre che anche nei processi in cui l'azoto viene eliminato in una prima fase avvenga una simile trasformazione

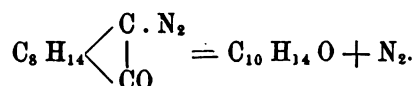
$$\begin{matrix} N \\ \| \\ N \end{matrix}\!\!>C.R_{,}\,R_{,,} + X_{,}\,X_{,,} = X_{,}\,N = N.C(X_{,,})\,R_{,}\,R_{,,}$$

e che dal prodotto intermedio formatosi, date le condizioni della reazione, venga poi eliminato l'azoto:

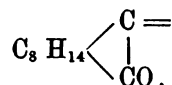
$$X_{,}\,N = NC\,(X_{,,})\,R_{,}\,R_{,,} = N_2 + CX_{,}\,X_{,,}\,R_{,}\,R_{,,}.$$

Secondo questo modo di vedere sarebbero appunto questi composti intermedî, diazocomposti del pari, quelli che determinerebbero la rassomiglianza di comportamento fra i composti diazoici alifatici e quelli della serie aromatica.

Azocanfenone.

« Accennato così di volo alla parte sperimentale, farò alcune considerazioni le quali permettono, con grande probabilità, di spiegare queste interessanti trasformazioni e di stabilire la costituzione dei composti che in tal modo si ottengono.

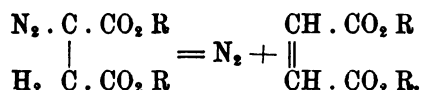
« Per azione del calore, il monochetazocanfadione perde gradualmente tutto o metà del suo azoto. Nel primo caso la reazione potrà venir espressa dall'uguaglianza:

$$C_8\,H_{14}\left\langle\begin{array}{l} C\,.\,N_2 \\ | \\ CO \end{array}\right. = C_{10}\,H_{14}\,O + N_2.$$

« Nel nuovo composto il gruppo carbonilico è ancora intatto, e perciò le due valenze rimaste libere all'atomo di carbonio cui stava unito l'azoto:

$$C_8\,H_{14}\left\langle\begin{array}{l} C = \\ | \\ CO, \end{array}\right.$$

dovranno venir saturate mediante un nuovo assetto, che dovrà stabilirsi fra questo atomo di carbonio ed il resto ($C_8\,H_{14}$) della molecola.

« Questa trasformazione si può, a mio vedere, spiegare bene ricorrendo ad un esempio che si trova nella letteratura e che con questo ha grande analogia.

« È noto infatti che l'etere diazosuccinico [1] può perdere i due atomi di azoto per trasformarsi in etere fumarico:

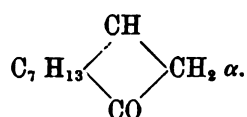
$$\begin{array}{l} N_2\,.\,C\,.\,CO_2\,R \\ \quad\;\; | \\ H_2\;\,C\,.\,CO_2\,R \end{array} = N_2 + \begin{array}{l} CH\,.\,CO_2\,R \\ \| \\ CH\,.\,CO_2\,R. \end{array}$$

« In questo caso, come si vede le due affinità dell'atomo di carbonio, che ha perduto l'azoto, vengono saturate da un atomo d'idrogeno che migra dall'atomo di carbonio vicino e dal doppio legame, che si stabilisce fra questi due atomi di carbonio secondo lo schema:

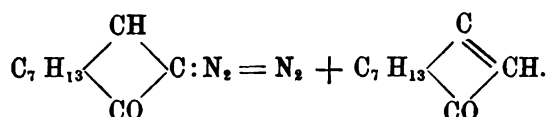
$$\begin{array}{l} -C = \\ \;\;\; | \\ -CH_2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} -CH \\ \;\;\; \| \\ -CH. \end{array}$$

« Siccome questa reazione è perfettamente analoga a quella da me osservata nel derivato della canfora., così un'interpretazione simile è quella che si presenta come la più logica. Questo però si può fare soltanto quando si ammetta (se non si vuol invocare la formazione di legami diagonali che mi sembrano poco verosimili) che l'atomo di carbonio che indicherò con α, nella canfora,

[1] Curtius e Koch, Berl Berichte, XVIII, 1293.

sia legato ad un atomo di carbonio cui sia unito un atomo d'idrogeno, secondo la formola:

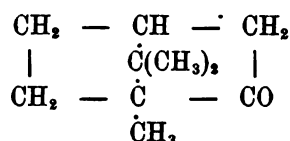
$$C_7H_{13}\left\langle\begin{matrix} CH \\ \\ CO \end{matrix}\right\rangle CH_2 \ \alpha.$$

« In tal modo la reazione si potrebbe esprimere con l'equazione:

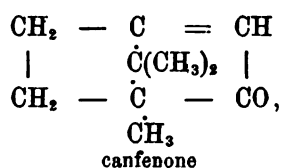
$$C_7H_{13}\left\langle\begin{matrix} CH \\ \\ CO \end{matrix}\right\rangle C:N_2 = N_2 + C_7H_{13}\left\langle\begin{matrix} C \\ \\ CO \end{matrix}\right\rangle\!\!\!\!\!= CH.$$

« Una formola di struttura della canfora, che soddisfi a questa trasformazione, dovrà perciò contenere la catena

$$— CH . CH_2 . CO —.$$

« Senza voler accennare alle numerose formole di costituzione che finora sono state immaginate per la canfora, farò osservare che quella proposta recentemente da Bredt [1] la quale oggigiorno spiega meglio d'ogni altra le trasformazioni che possono subire la canfora ed i suoi derivati, è in buona armonia con la reazione descritta.

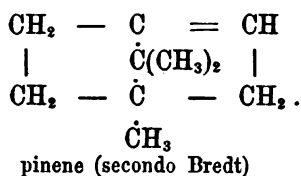
« Secondo Bredt, alla canfora (canfanone) spetterebbe la struttura

$$\begin{matrix} CH_2 & — & CH & — & CH_2 \\ | & & \dot{C}(CH_3)_2 & & | \\ CH_2 & — & \dot{C} & — & CO \\ & & \dot{C}H_3 & & \end{matrix}$$

e perciò la sostanza da me descritta sarebbe

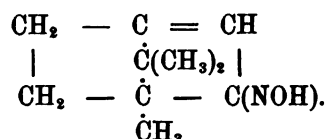
$$\begin{matrix} CH_2 & — & C & = & CH \\ | & & \dot{C}(CH_3)_2 & & | \\ CH_2 & — & \dot{C} & — & CO, \\ & & \dot{C}H_3 & & \end{matrix}$$

canfenone

che potrebbe venir considerata come un chetopinene:

$$\begin{matrix} CH_2 & — & C & = & CH \\ | & & \dot{C}(CH_3)_2 & & | \\ CH_2 & — & \dot{C} & — & CH_2. \\ & & \dot{C}H_3 & & \end{matrix}$$

pinene (secondo Bredt)

(1) Berl. Berichte, XXVI, 3047.

« Il composto ossimico che dal canfenone si ottiene per azione dell'idrossilammina sarà quindi da rappresentarsi

$$\begin{array}{ccccc} CH_2 & — & C & = & CH \\ | & & \dot{C}(CH_3)_2 & | & \\ CH_2 & — & \dot{C} & — & C(NOH). \\ & & \dot{C}H_3 & & \end{array}$$

« Sostanze isomere con questa ne sono già note. Ve n'ha una però che merita d'esser presa in considerazione, principalmente per le probabili analogie di costituzione che esistono fra il nucleo della canfora e quello del pinene. È noto che il pinene può addizionare una molecola di cloruro di nitrosile, e che dal nitrosocloruro formatosi, per eliminazione di acido cloridrico, si ottiene il composto:

$$C_{10}\,H_{15}\,NO,$$

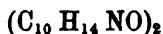
isomero a quello da me preparato; entrambi hanno lo stesso punto di fusione, 132°,

« Come però ho potuto convincermi direttamente, paragonandoli fra loro, i due composti, quantunque molto rassomiglianti, tuttavia non sono identici;

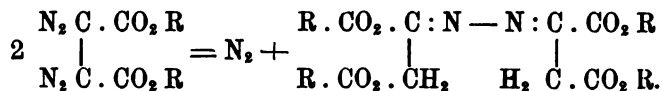
« Questo d'altra parte, fino ad un certo punto, era da prevedersi giacchè se il composto da me ottenuto, per il modo di formazione, è una vera ossima, quello che si prepara dal pinene, secondo le ricerche di Wallach [1] non lo è, e probabilmente contiene il gruppo — C . NO.

« E siccome, secondo Baeyer [2], è probabile che il pinene non differisca dal canfene che per posizione del doppio legame, il prodotto da me ottenuto sarebbe da riguardarsi come un isonitrosopinene, mentre quello dal pinene sarebbe un nitrosocanfene.

« Per quanto riguarda il secondo prodotto, da me chiamato azocanfanone

$$(C_{10}\,H_{14}\,NO)_2$$

non è difficile stabilirne la costituzione quando si ricordi un'altra volta il comportamento dell'etere diazosuccinico.

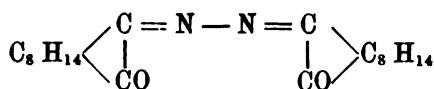
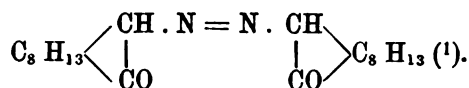
« Anche questa sostanza infatti, oltre che all'etere fumarico, perdendo metà del suo azoto, può dare origine ad un composto da Curtius chiamato etere azinsuccinico:

$$2\begin{array}{l} N_2\,C\,.\,CO_2\,R \\ \quad | \\ N_2\,C\,.\,CO_2\,R \end{array} = N_2 + \begin{array}{lll} R\,.\,CO_2\,.\,C:N & — & N:C\,.\,CO_2\,R \\ \qquad\quad | & & \quad | \\ R\,.\,CO_2\,.\,CH_2 & & H_2\,C\,.\,CO_2\,R. \end{array}$$

(1) Berl. Berichte XXIV, 1547.
(2) Ibid. XXVI, 820.

« Il composto da me ottenuto sarà quindi, molto probabilmente, da rappresentarsi con la formola

$$C_8H_{14}\left\langle\begin{matrix} C = N - N = C \\ | \qquad\qquad | \\ CO \qquad\quad CO \end{matrix}\right\rangle C_8H_{14}$$

oppure

$$C_8H_{13}\left\langle\begin{matrix} CH \,.\, N = N \,.\, CH \\ | \qquad\qquad | \\ CO \qquad\quad CO \end{matrix}\right\rangle C_8H_{13}\ ^{(1)}.$$

« Queste reazioni, che offrono la più grande analogia con quelle che presentano i diazoeteri di Curtius, mostrano l'esattezza della costituzione che ho attribuita ai diazochetoni da me ottenuti.

« Continuerò lo studio dell'azione dell'acido nitroso sopra le chetoammine ».

Chimica. — *Sopra un miscuglio esplosivo.* Nota di A. ANGELI, presentata dal Socio CIAMICIAN.

Chimica. — *Spettrochimica del cumarone e dell'indene.* Nota di G. GENNARI, presentata dal Corrispondente NASINI.

Chimica. — *Coefficienti di affinità di alcuni solfuri alchilici per gli joduri alchilici.* Nota di G. CARRARA, presentata dal Corrispondente NASINI.

Le precedenti Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Biologia. — *Sulla degenerazione sperimentale delle ova di Rana esculenta.* Nota di PIO MINGAZZINI, presentata dal Socio TODARO.

« Negli Anfibi già da lungo tempo si conosceva la degenerazione fisiologica delle ova: Swammerdam (2) l'aveva indicata nella rana, Rathke (3) l'aveva segnalata negli urodeli. Un esteso lavoro fu eseguito in questi ultimi tempi dal Ruge (4) sulla degenerazione delle ova nel *Siredon pisci-*

(1) Lo stesso vale probabilmente anche per l'etere azinsuccinico.

(2) *Biblia naturae*, Leydae, 1738.

(3) *Beiträge zur Geschichte der Thierwelt*; in: Neueste Schrift. naturf. Ges., Danzig, 1820-24.

(4) *Vorgänge am Eifollikel der Wirbelthiere;* in: Morph. Jahrb., 1889.

formis e nella *Salamandra maculosa*, e secondo questo autore anche certe apparenze descritte da O. Schultze ([1]) nelle ova di rana fusca debbonsi attribuire a processi involutivi; inoltre egli osserva: che « Für die Urodelen Amphibien ist der Rückbildungsprocess der Eier sicher nachgewiesen; für die Anuren bestehen Angaben, die wahrscheinlich auf eineu solchen beziehbar sind ». Nel *Triton cristatus* io ([2]) indicai già qualche particolarità nella degenerazione delle ova. Infine sui primi del corrente anno sono comparsi due lavori che trattano anche del fenomeno involutivo delle ova degli Anfibi e sono uno di U. Rossi sulla *Salamandrina perspicillata* e sul *Geotriton fuscus* ([3]) e l'altro di L. F. Henneguy sulla rana rossa e sul tritone palmato ([4]).

« Non ho voluto continuare le ricerche nel senso già praticato dai varî autori, cioè di studiare la degenerazione nelle ovaia normali in varie stagioni ed età, metodo che io pure seguii pei Rettili, ma ho voluto provocare sperimentalmente la degenerazione negli animali, ed a tal fine, conoscendo che le comuni rane non espellono le ova mature se non quando sono provocate dalle prolungate strette dei maschi, che per vari giorni le tengono abbracciate, presi nel marzo del decorso anno varie rane femmine, che già si trovavano in tale stato, senza però avere emesso le loro uova, tolsi loro i maschi e le confinai in piccole vasche con acqua. Impedii così loro l'emissione delle ova mature di cui avevano pieno l'addome, e quindi ottenni una gran quantità di ova che necessariamente dovevano degenerare. Uccisi poi, mese per mese queste varie femmine: la prima cioè il 30 marzo, la seconda il 15 aprile, la terza il 17 maggio, la quarta il 18 giugno, la quinta il 18 luglio, la sesta il 18 agosto, tolsi loro le singole ovaia che fissai col mio liquido fissatore (sublimato soluzione acquosa satura volumi due, alcool assoluto volume uno, acido acetico glaciale volume uno). Questo metodo è stato adottato, dopo le mie prime ricerche sui Rettili ([5]) dallo Strahl ([6]) per la *Lacerta agilis*. Questo autore descrisse infatti i fenomeni degenerativi di ova pervenute a maturazione di questo rettile, e mostrò che in prigionia si aveva una notevole degenerazione.

([1]) *Untersuchungen über die Reifung und Befruchtung des Amphibieneies;* in: Zeit. wiss. Z., Vol. 45, 1887.

([2]) *Corpi lutei veri e falsi dei Rettili;* in: Ric. Lab. Anat. norm. Roma, Vol. 3, fasc. 2, 1893.

([3]) *Contributo allo studio della struttura* etc. *e della distruzione delle ova degli Anfibi*; in: Monit. Z. ital., 1894.

([4]) *Recherches sur l'atrésie des follicules de Graaf chez les mammifères et quelques autres vertébrés;* in: Journ. Anat. Phys., Anno 30°, 1894, fasc. 1.

([5]) *L'Oolisi nella Seps chalcides*; in: Atti Accad. Lincei, Rend. (5) Vol. I, Seduta 17 gennaio 1892, p. 41.

([6]) *Die Rückbildung reifer Eierstockseier am Ovarium von Lacerta agilis;* in: Verhandl. der Anat. Gesellschaft a. d. sechsten Versammlung in Wien vom 7-9 Juni 1892, Jena, p. 190.

« Un fenomeno che a colpo d'occhio impressiona chi osserva queste singole ovaia è la progressiva e rapida diminuzione che mese per mese esse subivano. L'ovario della femmina uccisa in agosto aveva un volume venti volte minore di quello della femmina uccisa in marzo. E si notava non solo una diminuzione nel numero delle ova, ma altresì una grandissima riduzione del loro volume; e mentre in quelle del marzo potevasi con grande facilità distinguere il polo chiaro e il polo scuro, in quelle uccise in agosto, non poteva più distinguersi tale polarità, e questi elementi erano nella generalità ridotti a masse scure, a causa principalmente della degenerazione che nel loro interno avveniva e della quale verrò qui esponendo i fatti principali.

« Praticate le sezioni in serie di questi ovari così degenerati, coloriti precedentemente col carminio boracico, trovai che i fenomeni di regressione erano maggiormente frequenti e si potevano seguire in tutte le loro particolarità negli ovari delle femmine uccise in maggio e giugno. In quelli delle femmine uccise prima o dopo, od i fenomeni ancora erano poco appariscenti, ovvero nella massima parte erano giunti al loro termine.

« I tipi principali di ova che si rinvenivano in degenerazione nei mesi di maggio e giugno, si possono ridurre a tre cioè: *a*) ova in cui la degenerazione è ancora sull'inizio; *b*) ova in cui la degenerazione è già bene avanzata; *c*) ova in cui la degenerazione è giunta o quasi al suo termine.

« *a*) *Ova sull'inizio della segmentazione*. In queste, oltre della *theca* connettivale che si mantiene inalterata, vi è al di dentro un piccolo strato di cellule in maggioranza con protoplasma pigmentato, in altre invece il protoplasma è incoloro e contiene fra le sue maglie globuli vitellini riconoscibili per la loro particolare rifrangenza. Vi è altresì diversità nelle cellule contenenti pigmento, poichè alcune lo posseggono in forma di grosse zolle, altre invece sotto forma di granuli finissimi. Il vitello, che sta al di dentro di questo strato, è in gran parte liquido e portante qua e là accumuli di pigmento, nel resto invece si mostra sotto la forma normale di sfere vitelline. In altre ova appartenenti a questo tipo, al disotto dello strato di cellule pigmentate stanno alcune cellule prive di pigmento addossate al vitello Questo che generalmente nell'interno della sua massa non è invaso da elementi immigrati, è in qualche caso penetrato nell'interno da cellule, alcune delle quali posseggono del pigmento, altre invece ne sono prive.

« *b*) *Ova in degenerazione avanzata*. Anche in queste la *theca* si mantiene inalterata. Internamente ad essa vi è uno strato formato di parecchie serie di elementi con protoplasma pigmentato, e concentricamente a questo, uno strato pure notevole di cellule, contenenti nel loro corpo frammenti di globuli vitellini, ma non racchiudenti affatto pigmento nel loro corpo. Queste ultime cellule, dal corpo assai ingrandito, si trovano all'intorno di un accumulo centrale di vitello nutritivo in gran parte ridotto in forma liquida e già in molti punti invaso da elementi ivi accorsi a distruggerlo, nei quali

in parte già trovasi nel protoplasma un accumulo di pigmento. In talune ova tra lo strato interno di cellule non ancora pigmentate e l'accumulo centrale di vitello, notasi uno spazio, vuoto o con poco precipitato di sostanza albuminoide, occupato forse nell'elemento vivente da un liquido acquoso risultante dalla decomposizione del vitello operata dallo strato di cellule circostante. In altre ova evvi fra lo strato interno di cellule e il vitello qualche spazio occupato da sangue con plasma intensamente colorabile e numerose emazie. In molte di queste ova, oltre del vitello liquefatto trovasi qua e là qualche accumulo di globuli vitellini ancora nella forma di sfere normali.

« c) *Ova quasi completamente distrutte*. In queste quasi tutta la cavità dell'ovo è occupata da elementi in gran parte pigmentati. Nel centro le cellule hanno il pigmento in forma di grossi globuli, mentre le cellule della periferia lo hanno sparso sotto forma di finissimi granuli. Inoltre fra queste cellule si sono già formati gettoni connettivali proliferati dalla *theca* e portanti con essi numerosi vasi sanguigni. In talune ova osservasi nel centro uno spazio tutto occupato da emazie. In forme ancora più degenerate la massa interna è divenuta tutta nera e si vede l'ovo trasformato in un cumulo di tessuto connettivo contenente fra le sue maglie le cellule che hanno distrutto l'ovo e che tutte racchiudono nel loro protoplasma dei granuli di pigmento.

« Questi che ho riassunto e che sono i casi più comuni, ci mostrano come la degenerazione delle ova degli Anfibi avvenga per immigrazione di elementi dalla parete nell'interno. Gli elementi che concorrono alla distruzione dell'ovo sono di due specie: epiteliali e connettivali; i primi appartengono alle cellule dell'epitelio follicolare, le quali dapprima s'ingrossano, poi si moltiplicano ed in seguito in parte emigrano dal luogo in cui sono state formate e penetrano tra il vitello dell'ovo, sia quando esso è disfatto e trovasi già allo stato liquido, sia quando ancora ritiene la sua forma normale ed è allo stato di globuli o sfere vitelline. Gli elementi connettivali, rappresentati dalle cellule bianche del sangue, emigrate dai vasi sanguigni della *theca*, s'insinuano attraverso le cellule epiteliali così proliferate e contribuiscono anch'esse a portar via i resti del vitello degenerato, che dapprima inglobano nel loro protoplasma e quindi digeriscono intieramente.

« Tutti questi elementi immigrati nel vitello perdono i loro caratteri primitivi e, per l'abbondante nutrizione, generalmente divengono molto più grossi; si moltiplicano anche attivamente per un processo di divisione diretta: la frammentazione, della quale possonsi trovare i vari stadî: dai nuclei multilobati, ai nuclei frammentati nel seno di una stessa cellula ed al distacco finale dei vari pezzi di protoplasma, contenenti ciascuno un frammento del nucleo primitivo. I caratteri dei nuclei sono quelli di cellule ipernutrite, cioè con succo nucleare fortemente colorabile, con grossi granuli e abbondanti sparsi lungo il reticolo cromatico, di dimensioni notevolmente maggiori dell'ordinario, e con un contorno piuttosto irregolare quasi sempre però

non circolare ma variamente allungato e contorto. Il protoplasma cellulare talvolta si presenta tutto vacuolizzato e poco colorabile, altre volte ripieno di globuli vitellini o di vitello liquido, sicchè assomiglia ad una massa omogenea, più o meno intensamente colorabile, altre volte invece, quando ha già distrutto intieramente il vitello assorbito entro il suo corpo, si presenta notevolmente ingrandito, ma contenente fra le sue maglie globuli di varia dimensione e forma di pigmento più o meno di color nero o nerastro. Questi non sono certamente da considerare quali granuli di pigmento contenuti, come si sa, nel polo scuro nell'uovo normale, e penetrati indecomposti a far parte del corpo delle cellule immigrate e che hanno distrutto l'ovo, imperocchè nella forma in cui dapprima si trovavano nel corpo di queste cellule, non si rinvengono affatto nel corpo dell'ovo, ove sono sotto forma di minutissimi granuli; ma invece vanno interpretati quale una particolare degenerazione del vitello distrutto per opera del protoplasma di queste cellule. Inoltre tale degenerazione pigmentata del vitello si può anche ritrovare al difuori del corpo di queste cellule, ed io non infrequentemente ho rinvenuto masse più o meno grosse di pigmento, laddove il vitello si era totalmente disgregato ed aveva anche cambiato le sue proprietà fisiche e chimiche. Tali masse si dovevano all'azione della decomposizione del vitello, che può avvenire sia nel corpo cellulare degli elementi immigrati, sia nel corpo stesso dell'ovo. Infine, come ho potuto varie volte osservare, il pigmento, sparso generalmente nel corpo delle cellule immigrate, dapprima sotto forma di granuli, generalmente grossi, viene in seguito disgregato in piccolissimi frammenti sparsi uniformemente lungo tutti i filamenti che compongono il reticolo del protoplasma cellulare. Vi ha poi un'altra ragione per credere che questo pigmento sia originato dalla degenerazione del vitello, poichè le cellule isolate che si vedono entro forti ammassi di vitello o allo stato granulare o di già liquefatto, mostrano spesso il loro protoplasma ricco di pigmento, mentre nel vitello circostante non si riesce di vederne traccia. Quando poi queste cellule, ricche di pigmento, si dispongono intorno alla periferia dell'ovo, formando uno strato di maggiore o minore spessore, variabile col grado del processo di distruzione, allora esse non sono più capaci di distruggere la sostanza vitellina, e vengono sostituite da altri elementi più recentemente immigrati e che penetrano più addentro per continuare l'opera di distruzione dalle altre iniziato. Quelle formanti lo strato periferico pigmentato appaiono come elementi molto vacuolizzati, ed il protoplasma portante il pigmento si accumula alla periferia degli elementi, i quali allora hanno la forma sferoidale, più o meno irregolare, col contorno nero, e da un lato, adiacente alla periferia, trovasi il nucleo.

« Attorno alle cellule che trovansi nella massima attività per la distruzione del vitello, trovasi non infrequentemente un alone chiaro, a contorni curvilinei, formato di tanti archi di cerchio, indicante ivi uno spazio occu-

pato da un liquido jalino prodotto dalla distruzione del vitello, per l'attività periferica del protoplasma cellulare. Tale spazio, che io indico col nome di *area di azione* degli elementi immigrati, si trova assai frequentemente in quelle ova nelle quali il vitello innanzi di essere stato penetrato dagli elementi si era liquefatto. Là dove invece di un elemento isolato si rinviene un gruppo più o meno numeroso di elementi, tale area di azione può essere assai sviluppata e figurare nel taglio dell'ovo come uno spazio separante gli elementi dal vitello. Nè si può credere che esso sia dovuto all'azione coartante del liquido fissatore sugli elementi, poichè in alcuni trovasi in altri no, e vedesi solo in quelli che sono nel *maximum* della loro attività funzionale, vale a dire che sono stati sorpresi nel momento in cui il vitello veniva assorbito nel loro corpo e non avevano peranco finita la loro opera distruttrice, poichè o non contenevano nel loro corpo traccia di pigmento, ovvero questo appena appena si era principiato a formare. Anche attorno alle cellule piccolissime, vale a dire da poco penetrate, l'area di azione non potevasi scorgere.

« Il fatto dell'area di azione risulta anche evidente in quelle ova nelle quali la penetrazione degli elementi immigrati non sia stata uniforme, ma più abbondante da un lato e quasi nulla dall'altro. Questo fatto succede spesso dopo la prima immigrazione, dopo cioè che le cellule penetrate in un primo tempo, hanno esaurito la loro potenzialità distruttiva e si sono disposte alla parete in forma di uno strato pigmentato. In tali ova non è raro osservare al di dentro di questo strato da un lato un accumulo notevole di nuovi elementi non pigmentati, piccoli, e molto strettamente addossati gli uni agli altri; dall'altro invece questi nuovi elementi possono mancare ovvero essere in piccolissimo numero. Allora l'area di azione del gruppo di molti elementi è notevolissima, mentre poi dall'altra parte, ove sono pochi o punti nuovi elementi il vitello, è intimamente aderente sia ad essi, sia allo strato di cellule pigmentate.

« Benchè la *theca folliculi* non si mostri pel suo aspetto differente da quello che apparisce nello stato normale dell'ovo, cioè di spessore assai sottile e formata da poche fibre di connettivo percorse nei loro interstizi da capillari sanguigni, pure essa prende una parte non indifferente alla degenerazione dell'ovo. Quando le cellule si sono disposte in due strati, di cui l'uno è periferico e formato da elementi pigmentati, e l'altro è ad esso concentrico e costituito da elementi non pigmentati, essa manda sottili propaggini che s'insinuano attraverso lo strato di cellule pigmentate e che convergono verso il centro dell'ovo. Tali propaggini hanno quindi una direzione radiale e si avanzano tanto più profondamente quanto più s'ispessisce lo strato di cellule pigmentate. In dette propaggini penetrano pure sottilissimi capillari sanguigni dai quali emigrano nuove cellule bianche, per sopperire alla mancanza di quelle che sono state già abbondantemente nutrite e che dopo essersi caricate nel loro corpo di pigmento si dispongono alla periferia. Sic-

come i fasci radiali mandano anche fibre in direzione trasversa, così formasi un reticolo connettivale formato da fasci radiali e fibre circolari, le quali si estendono e tengono unite insieme le cellule dello strato pigmentato. Talvolta i capillari che accompagnano tali fasci vengono a rompersi in qualche punto ed ivi allora si vede la fuoriuscita dei globuli rossi, i quali si accumulano là ove la rottura del capillare è avvenuta. Tale rottura dei capillari, infrequente allorquando il processo degenerativo è sull'inizio, succede meno raramente verso la fine della degenerazione e si può trovare non di rado, nel residuo centrale della cavità dell'ovo, uno spazio occupato da globuli sanguigni fittamente accumulati. In quelle ova nelle quali tale fatto non succede trovasi invece, nel centro dell'ovo, un ammasso di connettivo risultante dalla fusione dei vari fasci radiali ivi incontratisi e il resto formato da cellule pigmentate disposte a gruppi intersecati da fasci diretti in vario senso.

« Cosicchè l'aspetto finale dell'ovo degenerato è quello di una massa fortemente pigmentata, formata di cellule a protoplasma molto areolato; in mezzo a questa massa di cellule trovansi gettoni o fasci di connettivo, quali in direzione radiale, quali in direzione circolare; tale massa è ancora circondata da uno strato periferico di connettivo, che sia per la sua disposizione, come per il suo spessore, ricorda la teca dell'ovo che prima vi era contenuto. La degenerazione pigmentata in nero del vitello delle ova di rana è per me una degenerazione, la quale, meno che per la natura del pigmento, non è differente da quella che io ho ritrovato nei Rettili e che in questi animali era di colore giallo. Le trasformazioni chimiche del vitello delle ova degli Anfibi, danno per risultante un pigmento nero, mentre quelle dei Rettili uno giallo, ma, salvo la differenza di colorito, il risultato finale è il medesimo.

« In qualche caso ho però trovato una forma di degenerazione diversa dall'ordinaria, e che ho pure descritto nei Rettili e nel tritone, degenerazione che può indicarsi col nome di riassorbimento diretto. In questi casi la teca del follicolo si mostrava enormemente sviluppata, e nell'interno dell'ovo, il cui vitello si mostrava intieramente liquefatto, non erano penetrati che pochi o punti elementi sia dell'epitelio sia del connettivo. Sembra in questo caso che sia la parete connettivale quella che tragga il massimo profitto dalla distruzione del vitello, e quindi essendo nutrita in massimo grado, si sviluppi in maniera tanto nötevole. L'epitelio follicolare mostrasi alterato, e anche moltiplicato, ma non in grado così eminente come nel caso del suo diretto intervento nella distruzione del vitello. Distrutto ed assorbito infine tutto l'ovo resta in suo luogo una cavità, la quale in seguito scomparisce per la pressione esercitata dalle ova vicine e per l'adesione intima che prendono le due pareti che vengono a contatto.

« Gli osservatori che hanno descritto in questi ultimi tempi la degenerazione delle ova negli Anfibi, cioè il Rossi e l'Henneguy, hanno essi pure

potuto constatare che il processo involutivo può in questi animali essere vario, così il Rossi segnala per la *Salamandrina perspicillata* due processi uno distinto col nome di atrofia, l'altro di degenerazione; pel primo processo egli segnala una diminuzione del vitello senza intervento entro l'uovo di elementi che lo vadano a distruggere. Nella degenerazione nota che il pigmento aumenta e tende ad invadere tutto l'uovo.

« L'Henneguy che ha studiato la degenerazione nella rana rossa e nel tritone palmato sembra che ammetta la degenerazione centrifuga del vitello, poichè mentre nelle ova da lui osservate la parte periferica era poco alterata, la centrale invece si mostrava occupata da un coagulo molto irregolare, formato da una rete granulosa, contenente fra le sue maglie piccole masse dense, rifrangenti, ricche di vacuoli e assai colorabili dalla safranina. L'epitelio follicolare è assai ispessito e le cellule contengono nel loro protoplasma granulazioni vitelline. Anche la teca si ipertrofizza e si ispessisce, ed i vasi sanguigni che contiene si accrescono in numero e volume.

« La frammentazione del vitello, segnalata da Strahl, Janosik ed Henneguy, ed alla quale quest'ultimo autore dà una così grande importanza, senza a mio parere averla, poichè non si può affatto paragonarla ad una segmentazione partenogenetica, la quale presuppone elementi normali e non elementi in via di involuzione, è stata da me ricercata sia nelle ova di Anfibi, sia in quelle dei Rettili, già da me studiate. In questi ultimi animali, la ricerca presentava un particolare interesse, poichè dopo la pubblicazione del mio primo lavoro sull'ovaia dei Rettili, lo Strahl affermava di averla vista in ova molto sviluppate in processo degenerativo, appartenenti alla *Lacerta agilis*. Non ho potuto confermare questa osservazione nè pei Rettili, nè per gli Anfibi, sebbene pei primi io abbia già descritto e figurato cellule follicolari che in qualche caso possono assumere un così grande sviluppo da simulare l'aspetto di un ovo, tanto per la struttura che per la grandezza, e prendono tali adesioni coll'ovo primitivo, da far sembrare tale unione due ova gemelle, ovvero simulare il risultato della segmentazione di un ovo, posto che non si badasse a tutti i gradi intermedi che si presentano in altri follicoli, cioè di cellule follicolari sempre meno sviluppate, finchè le minime presentano maggiore somiglianza alle cellule follicolari che all'ovo. E per gli Anfibi, nei quali la condizione delle ova era la medesima di quella studiata da Strahl nella *Lacerta*, non ho neppure rinvenuto la frammentazione, come non l'ha vista il Rossi il quale la segnala soltanto in ova di *Geotriton fuscus* degenerate e libere nella cavità addominale.

« Invece tra i fatti indicati dall'Henneguy, quello che a mio parere merita una grande attenzione, è la struttura bacillare del vitello dell'ovo di topo da lui osservata sia in quegli ovuli presentanti delle figure di divisione indiretta, come in quelli di apparenza normale. Tale struttura vista anche dal Van Beneden parecchie volte nel coniglio, è stata bene illustrata dal-

l'Henneguy, il quale mostra che comincia ad apparire alla periferia dell'ovo e quindi si estende a tutta la parte interna. Egli dice che essa risulta da una orientazione speciale dei granuli protoplasmatici, che si aggruppano inpiccole serie lineari, e che visti ad un debole ingrandimento, rassomigliano a bacilli o ad aghi cristallini, i quali hanno una tendenza a disporsi parallelamente fra loro in modo da costituire piccoli fasci, orientati generalmente alla periferia dell'ovo in senso radiale e quindi perpendicolarmente alla superficie. Siccome gli è impossibile di spiegare questa struttura anormale del vitello, e siccome non l'ha mai osservata nelle ova vicine alla maturità, egli la ritiene come anormale dovuta ad un particolare fenomeno degenerativo. Ora, una struttura abbastanza simile a quella descritta dall'Henneguy è stata osservata nelle rane dall'Hertwig (1) e dallo Schultze (2) e ritenuta dal primo come concrezioni vitelline, o come nuclei vitellini, e dal secondo come probabili formazioni parassitarie, da me (3) nelle lucertole, ed io pure l'ascrissi probabilmente a parassiti, simili a quelli descritti come pseudo-batteri dal Blochmann (4) in ova d'insetti (*Periplaneta, Phyllodromia* e *Camponotus*) e dall'Ebert e Kurt Müller (5) nel protoplasma di cellule pancreatiche, nelle quali questi autori l'hanno considerata come una particolare struttura del protoplasma. Sarebbe quindi assai importante di decidere se tali formazioni debbano essere ascritte a degenerazioni ovvero a parassiti ».

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente annuncia con rammarico alla Classe la morte del Socio nazionale Giuseppe Battaglini, mancato ai vivi in Napoli il 28 aprile scorso, e quella del Socio straniero Jean Charles Galissard de Marignac, morto in Ginevra il 15 aprile 1894. Apparteneva il primo all'Accademia sino dal 7 gennaio 1872, e il secondo dal 20 settembre 1887.

(1) *Ueber das Vorkommen spindeliger Körper im Dotter junger Froscheier;* in: Morph. Jahrb., 10, p. 337, 1885.

(2) *Unters. u. d. Reifung und Befruchtung des Amphibieneies;* in: Zeit. wiss. Z., 45, p. 185, 1887.

(3) *Nuove specie di Sporozoi;* in: Atti Accad. Lincei, Rend. (5), 1, p. 396, 1892.

(4) *Ueber das Vorkommen von bakterienähnlichen Gebilden in den Geweben und Eiern verschiedener Insecten;* in: Centralbl. Bakt. Parasit., 1892.

(5) *Untersuchungen ueber das Pankreas;* in: Zeit. wiss. Z., 53, Suppl., p. 112, 1892.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario BLASERNA presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci CARUEL, TARAMELLI; dai Corrispondenti BERTINI, NASINI, SEGRE; dai Soci stranieri CHAUVEAU, SCHWARZ, VIRCHOW e dal dott. SALVATORI.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Corrispondente FAVERO, a nome anche del Socio BRIOSCHI, legge una Relazione sulla Memoria dell'ing. L. PEROZZO intitolata: *Calcolo dell'utilità economica delle ferrovie*, concludendo col proporre la inserzione del lavoro negli atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

CORRISPONDENZA

Il Segretario BLASERNA annuncia che l'Accademia è stata invitata alla celebrazione del 2° centenario dell'Università di Halle; presenta inoltre una lista di sottoscrizione per la erezione di un monumento a Galileo Galilei in Pisa.

Lo stesso SEGRETARIO dà poscia conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la Società zoologica di Londra; la Società di scienze naturali di Emden; la Società Reale di Sydney; la Società di scienze naturali di Neuchâtel; le Università di Strasburgo e di Tokyo.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il R. Istituto di studî superiori di Firenze; il R. Museo Industriale di Torino; la Facoltà delle scienze di Marsiglia; l'Osservatorio astronomico-meteorologico di Trieste; l'Osservatorio Centrale di Pietroburgo; l'Istituto meteorologico di Bucarest.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 6 maggio 1894.

Barbosa Rodriguez J. — Enumeratio plantarum in horto botanico fluminensi cultarum. Rio de Janeiro, 1893. 8°.

Id. — Plantas novas cultivadas no Jardim Botanico de Rio de Janeiro II. Rio de Janeiro, 1893. 4°.

Id. — Relatorio sobre trabalhos do Jardim Botanico. 1893. Rio Janeiro, 1893. 8°.

Bardelli G. — Su un problema di dinamica di G. Saladini generalizzato da A. Serret. Milano, 1894. 8°.

Id. — Un teorema sui baricentri generalizzato. Milano, 1894. 8°.

Berthold G. — Der Magister Johann Fabricius und die Sonnenflecken nebst einem Excurse ueber David Fabricius. Leipzig, 1894. 8°.

Id. — R. Mayer und die Erhaltung der Energie. Wiesbaden, 1894. 8°.

Bertini E. — La geometria delle serie lineari sopra una curva piana secondo il metodo algebrico. Milano, 1894.. 4°.

Id. — Trasformazione di una curva algebrica in un'altra con soli punti doppî. Leipzig, 1891. 8°.

Bizzarri A. — Sulla conservazione del vino in riguardo alla pubblica salute. Firenze, 1894. 8°.

Carrazzi D. — Tecnica di Anatomia microscopica. Milano, 1894. 16°.

Chauveau A. — La vie et l'énergie chez l'animal. Paris, 1894. 8°.

Danielli J. — Cranî ed ossa lunghe di abitanti dell'Isola d'Engano. Firenze, 1894. 8°.

Ferreira da Silva A. — Estudos de demographia sanitaria. Rio de Janeiro, 1893. 8°.

Jack J. B. — Stephaniella paraphyllina Jack, nov. gen. Hepaticarum. Dresden. 1894. 8°.

Keller F. — Risultati di alcune misure relative della intensità orizzontale del magnetismo terrestre, eseguita nel 1893 lungo il parallelo di Roma. Roma, 1894. 8°.

Macferlane A. — The principles of elliptic and hyperbolic Analysis. Boston, 1894. 8°.

Mosso U. — Azione di alcuni alcaloidi sul germogliamento dei semi e sul successivo sviluppo della pianta. Genova, 1894. 8°.

Id. — Cloralosio e paracloralosio. Genova, 1894. 8°.

Murani O. — Un nuovo fotometro. Milano, 1894. 8°.

Nasini R. e *Anderlini F.* — Relazione intorno all'analisi chimica dell'acqua della sorgente del Mont'Irone in Abano, eseguita nell'anno 1894. Padova, 1894. 8°.

Olivero E. — Struttura della terra. Roma, 1894. 8°.

Omboni G. — Discorso di apertura della riunione nel Vicentino della Società Geologica italiana nel sett. 1892. Roma, 1893. 8°.

Parlatore F. — Flora Italiana continuata da T. Caruel. Vol. X. Firenze, 1894. 8°.

Pinto L. — L'elettricità, modo di movimento dello stesso etere luminoso e calorifero. Napoli, 1894. 4°.

Rey-Pailhade J. de. — Le temps décimal. Paris, 1894. 8°.

Riccò A. — La lava incandescente del cratere centrale dell'Etna e fenomeni geodinamici concomitanti. Roma, 1894. 4°.

Id. — Osservazioni astrofisiche solari eseguite nel R. Osservatorio di Catania 1892. Roma, 1893. 4°.

Id. — Sui movimenti microsismici. Roma, 1893. 4°.

Id. — Sulla percezione più rapida delle stelle più luminose. Roma, 1893. 4°.

Id. — Sulla relazione fra le perturbazioni magnetiche e le macchie solari. Roma, 1894. 4°.

Id. e *Saija G.* — Osservazioni termometriche eseguite nel R. Osservatorio etneo. Catania, 1894. 8°.

Id. e *Tringali E.* — Sulla temperatura del suolo. Catania, 1894. 8°.

Salvadori T. — Uccelli dei Somali raccolti da D. Eugenio dei Principi Ruspoli. Torino, 1894. 4°.

Sartori G. — Sul modo di inserire i trasformatori nei circuiti di illuminazione. Roma, 1894. 8°.

Schwalbe B. — Ueber wissenschaftliche Fachlitteratur und die Mittel dieselbe allgemein und leicht zugänglich zu machen. Berlin, s. a. 8°.

Schwarz H. B. — Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Functionen nach Virlesungen und Aufzeichnungen des Herrn K. Vejerstrass. Berlin, 1893. 4°.

Id. — Gesammelte Mathematische Abhandlungen. Bd. I, II. Berlin, 1890. 8°.

Segre C. — Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito. Milano, 1894. 4°.

Traverso S. — Appunti petrografici su alcune rocce di Baldissero. Roma, 1893. 8°.

Id. — Associazione di minerali di contatto nella miniera di Gio. Bonu in Sardegna. Genova, 1893. 8°.

Id. — Osservazioni sulla nomenclatura e sulla classificazione delle rocce. Genova, 1894. 8°.

Traverso S. — Ricerche geognostiche e microscopiche in alcune rocce dell'alto Canavese. Genova, 1894. 8°.

Taramelli T. — Della storia geologica del lago di Garda. Rovereto, 1894. 8°.

Wadsworth E. H. — A paper on the Michigau mining School. Lansing, 1894. 8°.

Virchow R. — Morgagni und der anatomische Gedanke. Berlin, 1894. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 20 maggio 1894.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle superficie algebriche che contengono una rete di curve iperellitticke.* Nota di GUIDO CASTELNUOVO, presentata dal Socio CREMONA.

« In un recente lavoro il sig. Enriques [1] ha mostrato che una superficie le cui sezioni piane siano curve iperellittiche di genere $p > 1$ è razionale o rigata; ed io [2] ho fatto vedere che un risultato analogo vale anche pel caso $p = 1$; sicchè traducendo il risultato sotto forma invariantiva (per trasformazioni birazionali), si può dire che una superficie la quale contenga un sistema lineare semplice almeno ∞^3 di curve iperellittiche ($p \geqq 1$), è riferibile punto per punto ad un piano, o ad una rigata di genere p in guisa che le curve del sistema siano rappresentate da curve direttrici (unisecanti le generatrici) della rigata. Affermando che il sistema è *semplice* (vale a dire che le curve passanti per un punto generico della superficie non passano in conseguenza per altri punti determinati dal primo e con esso variabili) si stabilisce indirettamente che la serie (*caratteristica*) di gruppi di punti, segata sopra una curva del sistema dalle rimanenti, è *non speciale* (il che del resto accade sempre per $p = 1$).

[1] *Sui sistemi lineari di superficie algebriche le cui intersezioni variabili sono curve iperellittiche* n.° 2 (Rendic. della R. Accad. dei Lincei, dicembre 1893).

[2] *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono curve ellittiche* (Rendic. della R. Acc. dei Lincei, gennaio 1894).

« Ora mi propongo di dimostrar qui che per affermare la rappresentabilità biunivoca di una superficie sopra un piano o sopra una rigata, basta conoscere sulla superficie una rete (sistema lineare ∞^2) di curve iperellittiche di genere $p \geqq 1$, colla condizione (superflua per $p = 1$, necessaria negli altri casi [1]), che la serie caratteristica della rete sia non speciale; la rigata (quando ad essa sia identica birazionalmente la superficie) ha in generale il genere p, e sopra di essa le curve della rete sono rappresentate da direttrici; ma in casi particolari (anche per $p > 1$) enunciati nell'ultimo teorema del presente lavoro, ha il genere 1, e sopra di essa le curve della rete sono rappresentate da curve plurisecanti le generatrici.

« Il teorema sopra enunciato relativo alla superficie con ∞^3 curve iperellittiche, è un immediato corollario di quello dimostrato nella presente Nota.

« 1. A base della ricerca, porremo il seguente lemma (che può ricevere svariate applicazioni):

« Ogni superficie, la quale contenga una serie semplicemente infinita, razionale, di curve razionali, può rappresentarsi biunivocamente sul piano (è razionale).

« Se l'indice i della serie (numero delle curve passanti per un punto generico della superficie) vale 1, il teorema è già noto, ed è dovuto al sig. Nöther [2]. A questo caso può sempre ridursi il caso $i > 1$ colla considerazione che ora faremo. Si riferiscano biunivocamente gli elementi (curve) della serie razionale sulla superficie F (supposta nello spazio ordinario), ai piani di un fascio, e da un punto fisso generico dello spazio si proietti ciascuna curva sul piano ad essa corrispondente. L'insieme di tutte le curve proiezioni costituisce una nuova superficie F′ che contiene un fascio [3] ra-

[1] La condizione che la serie caratteristica sia non speciale si trova tradotta sotto altra forma sul principio del n° 3. Essa è necessaria; si vede infatti senza difficoltà che se la serie caratteristica della rete è speciale, il genere della superficie (Flächengeschlecht) è in generale superiore a 0, e quindi la superficie non può rappresentarsi nè sopra un piano, nè sopra una rigata.

[2] *Ueber Flächen welche Schaaren rationaler Curven besitzen* (Mathem. Annalen, Bd. 3). Il sig. Humbert in una Nota, *Sur une classe de surfaces à génératrices rationelles* (Comptes Rendus de l'Ac. d. Sciences, 12 juin 1893) enuncia il teorema: « Se una superficie contiene una serie algebrica (qualsiasi) di curve razionali secantisi a due a due in $k\,(>0)$ punti variabili, le coordinate del punto generico sono funzioni razionali di due parametri (e quindi, si può aggiungere, la superficie è riferibile punto per punto ad un piano); ma del notevole teorema trovasi solo accennata la dimostrazione nel caso $k=1$ (pel quale si vedrà pure una dimostrazione nella mia Nota, *Sulla linearità delle involuzioni più volte infinite appartenenti ad una curva algebrica*. Atti dell'Accad. d. Scienze di Torino, 11 giugno 1893). È da augurarsi che il sig. Humbert pubblichi presto la dimostrazione del caso generale.

[3] Per *fascio* di curve sopra una superficie intendiamo una serie ∞^1 (razionale o no) d'indice 1.

zionale di curve razionali, ed è quindi razionale pel citato teorema di Nöther. D'altra parte le superficie F ed F′ sono così riferite che ad ogni punto di F (punto comune ad *i* curve della serie) corrispondono *i* punti di F′, mentre ad ogni punto di F′ (appartenente ad *una* curva del fascio) corrisponde *un solo* punto di F. Dunque i punti di F corrispondono biunivocamente ai gruppi di una involuzione (d'ordine *i*) giacente sulla superficie *razionale* F′; e tanto basta per concludere che F stessa è razionale (¹).

Superficie con una rete di curve ellittiche.

« 2. Assumiamo ora una superficie F la quale contenga una rete di curve C ellittiche ($p = 1$). Sopra una curva generica C della rete le rimanenti curve segano (fuori dei punti base della rete) ∞^1 gruppi di un certo numero n di punti, i quali formano una serie lineare g_n^1, la *serie caratteristica* della rete.

« Il minimo valore di n è 2; e per $n = 2$ la questione di cui ci occupiamo è subito risolta. Se infatti riferiamo proiettivamente gli elementi (curve) della rete alle rette di un piano, veniamo a rappresentare la F sopra un *piano doppio*. Su questo il luogo dei punti che rappresentano coppie di punti coincidenti della F è una curva (*limite*) del 4° ordine, perchè ogni retta del piano contata due volte rappresenta una curva ellittica C. È noto d'altronde (²) che un piano doppio con una quartica limite è razionale, o eccezionalmente (se la quartica si spezza in quattro rette di un fascio) riferibile ad una rigata ellittica (della quale due generatrici sono rappresentate da ciascuna retta del fascio). Dunque per $n = 2$ la F o è razionale, od è rappresentabile (biunivocamente) sopra una rigata ellittica in guisa che le curve C della rete hanno per imagini curve direttrici (cioè unisecanti le generatrici) della rigata.

« Veniamo ora al caso generale $n > 2$. La serie caratteristica g_n^1 giacente sulla curva generica C è contenuta in una serie completa g_n^{n-1} ben determinata di C; quindi per ciascun punto O di C rimane completamente definito un secondo punto O′ di C, il quale con O contato $n-1$ volte dà un gruppo $(n-1)\,O + O'$ di g_n^{n-1}; ed O′ sarà in generale distinto da O (a meno che O non cada in uno degli n^2 punti n.upli della serie). Ora per il punto O generico di F passano ∞^1 curve C formanti un fascio razionale; se sopra ciascuna di esse costruiamo nel modo anzidetto il punto O′, il luogo di O′ sarà una curva *razionale* irriduttibile ω *collegata* ad O, e completa-

(¹) Ogni involuzione di gruppi di punti sopra un piano è razionale; si veda la mia Nota *Sulla razionalità delle involuzioni piane* (Mathem. Annalen, Bd. 44).

(²) Clebsch, *Ueber den Zusammenhang einer Klasse von Flächenabbildungen...* (Mathem. Annalen, Bd. 3); Nöther, *Ueber die ein-zweideutigen Ebenentransformationen*, (Sitzungsber. d. physik. medicin. Soc. zu Erlangen, 1878).

mente definita da O; e così rimane dimostrata l'esistenza di infinite curve razionali ω su F.

« Facciamo variare O sopra una qualsiasi ω_0 tra quelle curve razionali, e consideriamo la ω collegata con O. Due casi possono darsi. Infatti o la ω varia al variare di O e descrive allora una serie ∞^1 di curve *razionali*, serie che è *razionale* perchè i suoi elementi corrispondono biunivocamente ai punti O di ω_0 (od ai gruppi di una involuzione situata su ω_0, quando due o più posizioni di O avessero come collegata una stessa curva ω); si può dunque concludere in base al lemma precedente, che la F in tal caso è razionale.

« Oppure mentre O descrive la curva ω_0 (generica tra le ω), non varia la curva ω collegata con O (nel qual caso il sistema delle ω si compone di ∞^1 curve). Accade allora che scelti ad arbitrio un punto O su ω_0 ed un punto O′ su ω, sempre $(n-1)O+O'$ dà un gruppo della serie ben determinata g_n^{n-1} giacente su quella curva C della rete che congiunge O con O′. Di qua risulta anzitutto che non può la ω coincidere con la ω_0, perchè altrimenti succederebbe che un punto O comunque scelto sopra una curva ellittica C insieme ad un punto O′ da esso determinato, darebbe luogo a due gruppi $(n-1)O+O'$, $(n-1)O'+O$ entrambi appartenenti ad una stessa serie data g_n^{n-1}; mentre ciò è possibile soltanto per *particolari* posizioni di O su C, o di ω_0 tra le $\infty^1\,\omega$ (essendo $n>2$) (¹).

« E in secondo luogo risulta (poichè dato O su C rimane *individuato* il punto O′), che la curva ω (e quindi ciascuna delle $\infty^1\,\omega$) è segata in un sol punto variabile O′ dalle ∞^2 curve C della rete.

« È pur facile (ed in più modi) riconoscere che le ∞^1 curve ω formano un fascio. Poichè se per un punto generico P di F passassero (almeno) due curve ω_0, ω_1 del sistema, partendo col punto mobile O da P e seguendo sia la ω_0, sia la ω_1, la curva ω collegata ad O non varierebbe (per ipotesi essa retta fissa finchè O si muove seguendo una tra le $\infty^1\,\omega$); dunque la ω collegata ai punti di ω_0 sarebbe pur collegata ai punti di ω_1, ossia (per l'arbitrarietà di P) sarebbe collegata *a tutti i punti di* F, il che contrasta colla definizione delle ω. Dunque la superficie F contiene un fascio di curve razionali ω segate in un sol punto variabile da ciascuna delle ∞^2 curve ellittiche C della rete; dal che segue (²) che la superficie F può rappresentarsi biunivocamente sopra una rigata ellittica in guisa che alle curve ω corrispondano le generatrici, e alla rete di curve C corrisponda sulla rigata una rete di curve *direttrici*. In fine concludiamo:

« Una superficie che contenga una rete di curve ellittiche, o è razionale, o può rappresentarsi biunivocamente so-

(¹) Precisamente detto G un gruppo generico della g_n^{n-1}, dalle due relazioni $(n-1)O+O' \equiv (n-1)O'+O \equiv G$ segue $n(n-2)O \equiv (n-2)G$, la quale dice che O è punto multiplo secondo $n(n-2)$ in una ben determinata serie completa d'ordine $n(n-2)$ giacente su C.

(²) Nöther, *Ueber Flächen...*, l. c.

pra una rigata ellittica in guisa che alla rete primitiva venga a corrispondere una rete di direttrici della rigata [1].

Superficie con una rete di curve iperellittiche.

« 3. Sulla superficie F esista questa volta una rete di curve C iperellittiche di genere $p > 1$, contenenti adunque una determinata serie lineare g_2^1. Noi ci limitiamo al caso in cui la serie caratteristica g_n^1, segata sulla curva generica C dalle rimanenti, è *non speciale* (il che esige intanto $n \geqq p + 1$); ora poichè sopra una curva iperellittica le serie speciali sono quelle il cui gruppo generico si compone di $\nu \leqq p - 1$ coppie della g_2^1, così il caso della g_2^1 *non speciale* si spezza nei due seguenti:

« 1) il gruppo generico della serie caratteristica g_n^1 *non* è costituito da coppie della g_2^1;

« 2) il gruppo generico di g_n^1 è costituito da $\frac{n}{2} \geqq p$ coppie della g_2^1.

« Occupiamoci intanto della prima ipotesi, la quale ammette una trattazione analoga alla precedente.

« Su ciascuna delle ∞^1 curve C che passano per un punto O generico della F, costruiamo il punto O′ coniugato ad O (nella corrispondente g_2^1); il luogo di O′ sarà una curva *razionale* irreduttibile ω *collegata* con O. Sicchè anche nel caso presente esistono su F infinite curve razionali. Facciamo muovere O lungo una generica ω_0 di esse. Se la curva ω collegata ad O varia, essa descrive una serie *razionale* di curve *razionali*, dal che segue, in virtù del lemma (n. 1), la *razionalità* di F. Se invece ω non varia, essa è collegata a tutti i punti di ω_0, e allora due punti O, O′ comunque scelti su ω_0, ω riescono coniugati nella g_2^1 della curva C che li congiunge. Si presenta dunque uno dei due seguenti casi: o le due curve ω_0 ed ω sono distinte, e ciascuna di esse, come pure ciascuna delle infinite ω, è segata in un sol punto variabile dalle C; oppure le due curve ω_0 ed ω coincidono (ipotesi che non si può più escludere come nel n° precedente), ed allora ciascuna delle ω è segata in due punti variabili (coniugati) dalle C. In entrambi i casi (si dimostra come nel n° precedente) le curve razionali ω sono ∞^1 e formano un fascio. Ma nel primo caso il fascio di curve ω è riferito biunivocamente ad una qualsiasi delle C, e la F può rappresentarsi biunivocamente sopra una rigata iperellittica di genere p, di cui le generatrici corrispondono alle ω, ed una rete di curve direttrici corrisponde alla rete delle C. Nel secondo caso invece, il fascio delle ω è riferito biunivocamente

[1] Se F è razionale si vede subito che la rete di curve ellittiche è contenuta in un sistema lineare (normale) ∞^n di curve ellittiche di cui due generiche si segano (come due curve della rete) in n punti ($n \leqq 9$).

alla g_2^1 sopra una qualsiasi C, è dunque razionale, ed in conseguenza è razionale la superficie F. E si può enunciare il teorema:

« Una superficie la quale contenga una rete di curve iperellittiche (di genere $p > 1$), rete la cui serie caratteristica non sia composta mediante la g_2^1 della curva generica, o è razionale, o può rappresentarsi biunivocamente sopra una rigata iperellittica di genere p in guisa che alla rete primitiva venga a corrispondere una rete di direttrici della rigata (1).

« 4. Veniamo finalmente alla ipotesi 2) che il gruppo generico della serie caratteristica g_n^1 giacente sulla curva generica della rete sia costituito da $\frac{n}{2} = \nu \geqq p$ coppie della g_2^1; supponiamo in altri termini che il gruppo delle n intersezioni variabili di due C sia formato da ν coppie della g_2^1 giacente su ciascuna delle ∞^1 C passanti per quel gruppo. Allora due punti coniugati (nella g_2^1) sopra una C, sono coniugati sopra ognuna delle ∞^1 C passanti per essi, e al variare della coppia di punti e della C si ottengono su F ∞^2 coppie tali che un punto generico di F appartiene ad una sola di esse. Una superficie i cui punti corrispondano biunivocamente a quelle coppie, è certo razionale, perchè contiene una rete di curve razionali corrispondenti alle C. Dunque la F può rappresentarsi sopra un piano doppio in guisa che alle C di F corrispondano curve razionali Γ formanti una rete; la curva limite Δ del piano doppio viene segata da ogni curva Γ in $2p+2$ punti variabili; e le curve Γ si segano a due a due in ν punti variabili. Di qua segue che la rete delle curve razionali Γ è contenuta in un sistema lineare $\infty^{\nu+1}$ $|\Gamma|$ di curve razionali, le quali (hanno gli stessi punti base della rete, e perciò) si segano ancora a due a due in ν punti variabili, segano sempre la curva Δ in $2p+2$ punti variabili, e rappresentano quindi $\infty^{\nu+1}$ curve iperellittiche di genere p della superficie F. Dunque intanto:

« Se sopra una superficie F esiste una rete di curve iperellittiche di genere $p (> 1)$, tale che il gruppo di intersezioni variabili di due curve generiche della rete sia costituito da ν coppie della g_2^1 giacente su quelle curve, la rete è contenuta in un sistema lineare $\infty^{\nu+1}$ di curve iperellittiche dello stesso genere secantisi a due a due in ν coppie analoghe.

(1) Se la F è razionale, dalla rappresentazione piana, risulta subito che le curve ω formano un fascio; quindi l'ipotesi delle ∞^2 curve ω che per prima avevamo discussa, in realtà non può mai presentarsi. Si vede pure che la rete delle C è contenuta in un sistema lineare ∞^{n-p+1} di curve iperellittiche dello stesso genere p, secantisi a due a due in n punti variabili.

« Occupandoci di questioni invariantive per trasformazioni birazionali, possiamo già ritenere che il sistema lineare $|\Gamma|$ sia ridotto all'ordine minimo, vale a dire (per $\nu > 1$ come supporremo) appartenga ad uno dei seguenti tipi ([1]):

« a) sistema delle ∞^5 coniche ($\nu = 4$);

« b) sistema $\infty^{\nu+1}$ delle curve di ordine $\frac{\nu + s + 1}{2} (0 \leqq s \leqq \nu - 1)$ che hanno un punto base multiplo secondo $\frac{\nu + s - 1}{2}$ con s tangenti fisse.

« c) sistema $\infty^{\nu+1}$ delle curve d'ordine $\frac{\nu + 2}{2}$ con un punto base $\frac{\nu}{2}$-uplo e un punto base semplice.

« Il caso a) è subito discusso; la curva limite $\varDelta$ essendo segata da una conica generica in $2p + 2$ punti, vien segata da ogni retta in $p + 1$ punti; ora un tal numero deve esser *pari* affinchè una retta generica possa rappresentare doppiamente una curva di F. Se poi ricordiamo la condizione $\nu \geqq p$ (della quale non abbiamo tenuto conto finora), vediamo che le sole ipotesi possibili sono

$$\nu = 4\,,\ p = 3\,,\ \text{ordine di } \varDelta = 4$$
$$\nu = 4\,,\ p = 1\quad \text{»}\quad \text{»}\quad = 2.$$

« Ora un piano doppio con conica limite è sempre razionale, e lo è pure un piano doppio con quartica limite, a meno che questa non si spezzi in quattro rette di un fascio; nell'ultimo caso il piano doppio rappresenta una rigata ellittica, e le coniche Γ rappresentano curve bisecanti le generatrici: dunque nella ipotesi a) la F è in generale razionale, o eccezionalmente riferibile biunivocamente ad una rigata ellittica in guisa che alle curve C corrispondono curve bisecanti le generatrici ($p = 3$, $\nu = 4$).

« Passiamo alle ipotesi b) e c); sia O il punto base multiplo del sistema $|\Gamma|$; ed h sia il numero delle intersezioni fuori di O di una retta generica uscente da O colla curva limite $\varDelta$.

« Se $h = 0$ la curva $\varDelta$ deve spezzarsi in $2p + 2$ rette uscenti da O; allora il piano doppio (e quindi F) rappresenta una rigata iperellittica di genere p, le cui generatrici sono rappresentate a coppie dalle rette per O; ogni curva Γ del piano (e quindi ogni C di F) corrisponde ad una curva direttrice della rigata.

« Se $h = 1$ o 2 una retta generica per O contata due volte rappresenta una curva razionale di F variabile in un fascio razionale; quindi F è razionale.

« Se $h = 3$, ogni punto generico del piano infinitamente vicino ad O deve esser punto limite (affinchè una retta doppia per O possa rappresentare una

([1]) Guccia, *Generalizzazione di un teorema di Nöther* (Rendic. Circolo Matem. di Palermo, t. I).

curva di F); quindi la curva Γ generica che ha nel caso *b*) $\frac{\nu-s-1}{2}$ tangenti variabili in O, ha ivi altrettanti (almeno) punti limiti, e sega ulteriormente Δ in (al più) $2p+2-\frac{\nu-s-1}{2}$ punti. D'altronde una Γ particolare è costituita da $\frac{\nu+s+1}{2}$ rette uscenti da O, e sega Δ in $3\frac{\nu+s+1}{2}$ punti fuori di O; dunque

$$3\frac{\nu+s+1}{2}\leqq 2p+2-\frac{\nu-s-1}{2}$$

donde $2\nu+s\leqq 2p+1$, la quale (tenendo conto della condizione $\nu\geqq p$) ci dà $s\leqq 1$ e $p=\nu$.

« Con un ragionamento analogo fatto nella ipotesi $h=4$ si trova $s=0$, $p=\nu$; e si riesce ad escludere la ipotesi $h>4$.

« In base a queste considerazioni i casi *b*) e *c*) che dobbiamo ancora discutere per $h=3, 4$, possono riunirsi così:

« ν *dispari* ($s=0$); sistema $\infty^{\nu+1}$ delle curve Γ d'ordine $\frac{\nu+1}{2}$ con un punto base O multiplo secondo $\frac{\nu-1}{2}$; la curva Δ è segata dalla Γ generica in $\frac{3\nu+5}{2}$ punti fuori di O se $h=3$, o in $2\nu+2$ punti fuori di O se $h=4$. In ogni caso considerando una Γ spezzata in $\frac{\nu-1}{2}$ rette per O ed in una retta generica del piano, si riconosce subito che la curva limite Δ è del quarto ordine (e passa una o nessuna volta per O). Il piano doppio corrispondente (e quindi F) è in generale razionale; o eccezionalmente (quando la quartica si spezza in quattro rette di un fascio) riferibile ad una rigata ellittica sulla quale le curve Γ (e quindi le C di F) sono rappresentate da curve secanti in $\frac{\nu+1}{2}$ punti le generatrici.

« ν *pari* ($s=0,1$); sistema $\infty^{\nu+1}$ delle curve Γ d'ordine $\frac{\nu+2}{2}$ con un punto base O multiplo secondo $\frac{\nu}{2}$ ed un punto base semplice O′ (distinto o infinitamente vicino ad O); la curva Δ è segata dalla Γ generica in $\frac{3\nu+6}{2}$ punti fuori di O se $h=3$ (ed è in conseguenza O′ infinitamente vicino ad O); o in $2\nu+2$ punti fuori di O ed O′ se $h=4$. Considerando qui una Γ spezzata nella retta OO′ presa insieme con $\frac{\nu-2}{2}$ rette generiche per O e con una retta generica del piano, si trova che la curva limite Δ è del *sesto* ordine ed ha due punti tripli infinitamente vicini (in O ed O′) per $h=3$, od un punto doppio in O e quadruplo in O′ per $h=4$. Nell'ultimo caso il piano doppio corrispondente (e quindi F) è certo razionale; nell'altro caso lo è pure in generale; a meno che la sestica

limite Δ non si spezzi in tre coniche che si tocchino in $O \equiv O'$ ed in un secondo punto [1], perchè allora il piano doppio (e quindi F) rappresenta una rigata ellittica le cui generatrici vengono rappresentate a coppie dalle coniche formanti fascio con quelle tre; alle curve Γ del piano doppio (o alle C di F) corrispondono curve secanti in $\frac{\nu+2}{2}$ punti le generatrici della rigata.

« Riunendo questi risultati ai precedenti si giunge in fine al teorema:

« Se una superficie F contiene una rete di curve C iperellittiche di genere p, tale che il gruppo delle intersezioni variabili di due C generiche si componga di $\nu \geqq p$ coppie della g_2^1 giacente su quelle C, la F può riferirsi biunivocamente

« α) o ad un piano,

« β) o ad una rigata iperellittica di genere p, sulla quale le C sono rappresentate da curve direttrici,

« γ) o ad una rigata ellittica sulla quale le C sono rappresentate da curve secanti le generatrici in $\frac{\nu+1}{2}$ o $\frac{\nu+2}{2}$ punti; il caso γ) è possibile soltanto se $\nu = p$, oppure se $\nu = 4$, $p = 3$ [2] ».

Matematica. — *Sui sistemi lineari di superficie algebriche le cui intersezioni variabili sono curve ellittiche.* Nota di FEDERIGO ENRIQUES, presentata dal Socio CREMONA.

« In una mia Nota *Sui sistemi lineari di superficie algebriche le cui intersezioni variabili sono curve iperellittiche* [3] ho classificato i sistemi lineari *semplici* di superficie le cui intersezioni variabili sono curve iperellittiche di genere $p > 1$, assegnando il *tipo* a cui siffatti sistemi si possono ricondurre con trasformazioni cremoniane dello spazio.

[1] Pel caso generale si veda Nöther, *Ueber ein-zweideutigen...* l. c.; *Ueber eine Classe von auf die einfache Ebene abbildbaren Doppelebenen* (Math. Annalen, Bd. 33). I casi particolari, in cui la sestica limite ha punti multipli fuori dei punti tripli O, O', si discutono abbassando l'ordine della curva con una trasformazione quadratica.

[2] Ed è certo possibile, come si riconosce considerando il sistema di curve segate sopra un cono cubico K da un sistema lineare $\infty^{\nu+1}$ di coni razionali d'ordine $\frac{\nu+1}{2}$ o $\frac{\nu+2}{2}$ col vertice V in un punto fisso di K, e con una generatrice fissa multipla secondo $\frac{\nu-1}{2}$ o $\frac{\nu}{2}$, colla condizione inoltre, se ν è pari, che la generatrice fissa tocchi K in un punto fuori di V, ed il piano ivi tangente a K sia pur tangente ai coni del sistema. Per ottenere poi il caso $\nu = 4$, $p = 3$, basta segare K coi coni quadrici aventi il vertice in un punto fisso di K.

[3] Rendic. Acc. dei Lincei. Decembre 1893.

« I sistemi lineari di superficie le cui intersezioni variabili sono curve di genere $p = 0$, $p = 1$, non rientrano in generale in quel tipo (come ivi è osservato), ma per $p = 0$ la questione si risolve facilmente come è indicato in una nota di quel lavoro. Alla considerazione del caso $p = 1$ è dedicata la presente Nota, nella quale classifico appunto (riducendo a *tipi*) i sistemi lineari semplici di superficie ad intersezioni variabili ellittiche: vengono soltanto esclusi quei sistemi semplici (ad intersezioni variabili ellittiche) pei quali tre superficie generiche s'incontrano in 3 punti variabili (cioè sistemi di *grado* 3); la determinazione di essi dipende dalla risoluzione del problema se la varietà cubica di S_4, senza punti doppi, sia rappresentabile punto per punto su S_3 (cioè sia razionale) (1). Mi propongo dunque di assegnare e ricondurre a tipi tutti i sistemi lineari semplici di superficie ad intersezioni variabili ellittiche dove tre superficie generiche s'incontrano in $n > 3$ punti variabili (sistemi di grado $n > 3$): mostrerò come i nominati tipi vengono dati da sistemi di quadriche, di superficie cubiche e da un particolare sistema di superficie del 4° ordine.

« Più in generale risolvo qui la questione dello studio delle varietà (a 3 dimensioni) a curve sezioni (cogli S_{n-2} in S_n) ellittiche, d'ordine > 3. Esse risultano tutte razionali o contengono un *fascio* ellittico di piani (ed in quest'ultimo caso non possono essere razionali) (2).

« § 1. Una qualunque varietà W a 3 dimensioni d'ordine > 2, di S_n, le cui superficie sezioni (iperplanari) cogli S_{n-1} sono rigate, contiene un fascio di piani. Per vederlo basta osservare che sulla W si hanno in tale ipotesi ∞^1 rette per un punto, ed il cono da esse generato ha *una* retta comune con un iperpiano (S_{n-1}) generico pel punto, e però è un piano.

« Ciò vale in particolare se la varietà in questione è a curve sezioni ellittiche: perciò le varietà a curve sezioni ellittiche non contenenti un fascio (ellittico) di piani hanno le superficie sezioni non rigate, quindi razionali (3).

« Consideriamo una varietà W^n d'ordine n a curve sezioni ellittiche ed escludiamo che essa contenga un fascio (ellittico) di piani. Supponiamo la W^n appartenente ad un S_4, dove eventualmente può supporsi proiettata da punti esterni.

(1) Tale questione rimane tuttora insoluta. È però notevole il fatto (che il sig. Noether ha segnalato al sig. Segre per $n = 3$), che l'equazione generale del 3° grado in $n+1$ variabili può risolversi con funzioni razionali di n parametri non invertibili, cioè che si possono far corrispondere biunivocamente i punti di una varietà cubica V_n^3 di S_{n+1} ai gruppi (od anche alle coppie) di una involuzione in S_n.

(2) Giacchè dal teorema del sig. Lüroth relativo alla razionalità delle involuzioni sulla retta (Math. Ann. Bd. 9), segue che un *fascio* di superficie in S_3 è razionale. (Per fascio di superficie in una varietà si deve intendere un sistema ∞^1 di superficie tale che per un punto generico della varietà passi *una* superficie del sistema).

(3) Per un teorema del sig. Castelnuovo, Rendic. Accad. dei Lincei. Gennaio 1894.

« Il procedimento indicato dal sig. Castelnuovo per le superficie non rigate a sezioni ellittiche ([1]), si estende subito a questo caso e permette di costruire un (anzi *il*) sistema lineare ∞^{n+1} di varietà d'ordine $n-2$ (*aggiunte* alla W^n) seganti ogni piano secondo una curva d'ordine $n-2$ aggiunta alla sezione d'ordine n della varietà ([2]).

« Tali varietà aggiunte segano sulla W^n un sistema lineare ∞^{n+1} di superficie di cui tre generiche si segano in n punti variabili, al quale sistema appartengono le sezioni iperplanari di W^n. Riferendo proiettivamente gli elementi (superficie) del detto sistema agli iperpiani (S_n) di S_{n+1} la W^n si trasforma in una varietà *normale* V^n, d'ordine n in S_{n+1}, a curve sezioni ellittiche: la V^n risulta così proiettivamente determinata, e per $n > 3$ la W^n è una sua proiezione da punti esterni, mentre per $n = 3$ la W^n coincide colla V^n (a meno di trasformazioni proiettive).

« Se $n > 3$ la V^n può proiettarsi successivamente, in modo univoco, da $n-3$ suoi punti semplici sopra una varietà cubica di S_4 contenente piani (che non è un cono ellittico di 2ª specie), e però è razionale ([3]).

« Dunque:

« Ogni varietà (di 3 dimensioni) a curve sezioni ellittiche,

1°) o contiene un fascio (ellittico) di piani (ed è irrazionale);

2°) o è rappresentabile punto per punto sulla varietà cubica di S_4, ed in questo caso è certo razionale se ha l'ordine > 3.

« Il teorema si estende alle varietà con più di 3 dimensioni.

« § 2. Data in S_n una varietà (di 3 dimensioni) W^n a curve sezioni ellittiche d'ordine $n > 3$, non contenente un fascio di piani, abbiam visto che essa può proiettarsi (da punti esterni) in una varietà di S_4 la quale è alla sua volta proiezione d'una varietà normale V^n d'ordine n di un S_{n+1}: pel nostro scopo occorre ancora stabilire che la W^n è essa pure proiezione della medesima varietà V^n o di una ad essa proiettiva (occorre cioè stabilire che la varietà normale V^n di cui è data una proiezione, resta così proiettivamente determinata); invero è soltanto a questo patto che potremo affermare

([1]) L. c. La possibilità di questa estensione e quindi la possibilità di considerare le W^n come proiezioni delle varietà normali V^n di S_{n+1} fu vista dal sig. Castelnuovo, che me ne suggerì lo studio.

([2]) Si potrebbe vedere (ma qui non occorre) che le nominate varietà d'ordine $n-2$ sono effettivamente aggiunte alla W^n nel senso stabilito dal sig. Noether (Math. Ann. Bd. 2, 8).

([3]) Cfr. Segre *Sulle varietà cubiche della spazio a 4 dimensioni* ecc. (Accad. di Torino. Memorie 1888). — Sulle varietà cubiche contenenti piani (e segnatamente su quella che ne contiene 10) cfr. anche Segre, Atti Accad. di Torino 1887 e Castelnuovo, Atti Istituto Veneto 1888-1891.

che un sistema lineare semplice di superficie ad intersezioni variabili ellittiche in S_3 rappresentativo di W^n, è contenuto in un sistema che rappresenta la varietà normale V^n. La questione di cui qui si tratta fa parte di una questione generale analoga a quella che è stata risoluta dal sig. Segre per le curve e per le superficie rigate [1], e da me per tutte le superficie [2]. Non è qui il luogo di trattare la questione generale (che pure può risolversi affermativamente): basterà che trattiamo il caso che ci riguarda.

« A tal fine occorre dimostrare che sopra una varietà W_1^n d'ordine n di S_4, proiezione della W_1^n, una superficie d'ordine n la quale appartenga ad un sistema lineare di superficie contenente quello delle sezioni iperplanari di W_1^n, è la sezione di W_1^n (fuori della superficie multipla) con una varietà aggiunta d'ordine $n - 2$: infatti ciò significa che il sistema delle superficie sezioni iperplanari di W^n è contenuto in quello delle sezioni iperplanari della V^n costruita nel precedente §.

« Ora si osservi che la nostra superficie F, per le condizioni poste, sega ogni curva C sezione piana di W_1^n in un gruppo di n punti intersezione di *una* curva d'ordine $n - 2$ aggiunta alla C (giacchè le nominate curve aggiunte determinano sulla C la serie completa contenente quella segata dalle rette): facendo variare il piano della C per una retta generica di S_4, la nominata curva aggiunta descrive una varietà d'ordine $n - 2$ aggiunta alla W_1^n, di cui la F è sezione [3] *cdd.*

« § 3. Ciò posto noi dobbiamo rivolgerci allo studio delle varietà normali V^n d'ordine $n > 3$ in S_{n+1} a curve sezioni ellittiche (non contenenti un fascio di piani e però) razionali: rappresentandole sopra S_3 punto per punto, i sistemi di superficie rappresentativi (costituiti dalle immagini delle sezioni iperplanari di V^n), e quelli in essi contenuti, ci forniranno i tipi richiesti. Per brevità parlando di una V^n intenderemo che essa sia una varietà soddisfacente alle condizioni enunciate.

« Sebbene il procedimento adoperato sia il medesimo, conviene tener distinto il caso delle varietà V^n d'ordine $n > 4$ da quello delle V^4.

« Per quest'ultime si noti anzitutto che esse sono intersezione completa di due quadriche (varietà base di un fascio di quadriche). Invero una quartica C sezione con un S_3 della V^4 è base per un fascio di superficie quadriche di S_3: un S_4 per lo S_3 sega V^4 secondo una superficie F (a sezioni normali) per la quale passano tante quadriche di 3 dimensioni quante superficie quadriche passano per una sezione [4], in altre parole vi è *una* quadrica di S_4 contenente tanto la F quanto una superficie quadrica per C in S_3; va-

[1] Math. Ann. Bd. 33-34.

[2] *Ricerche di geometria sulle superficie algebriche.* Accad. di Torino. Memorie 1893.

[3] Cfr. le mie *Ricerche* ecc. l. c. cap. II, § 1, pag. 22.

[4] V. le mie *Ricerche* ecc. l. c. cap. V, § 4, pag. 59.

riando lo S_4 per S_3 il luogo delle nominate quadriche di 3 dimensioni passanti per una stessa superficie di 2° ordine di S_3 è *una* quadrica di S_5 passante per la medesima superficie del 2° ordine e contenente la V^4: la V^4 appartiene dunque alle quadriche d'un fascio in S_5 (1).

« Se gli elementi (punti) di una di queste quadriche sono le rette dello spazio ordinario, la V^4 è un complesso quadratico di rette. La sua rappresentazione su S_3 è nota (2).

« Per ottenerla nel modo più semplice si può notare che ad una superficie F sezione generica della V^4 (intersezione di due quadriche di S_4) appartiene sempre almeno una retta (anzi 16 rette distinte se F non ha punti doppi ed almeno 4 rette, distinte o no, per il punto doppio, se la F possiede un punto doppio): da una di queste rette a la F viene proiettata univocamente sopra un piano, giacchè due quadriche per la F segano un piano generico per a, fuori di a, in due rette non passanti per uno stesso punto di a, non essendo F rigata (3).

« Perciò proiettando la V^4 di S_5 da una tale retta a sopra un S_3 (contenuto nel suo S_5) si ottiene la rappresentazione univoca della V^4 su S_3. In questa rappresentazione le immagini delle sezioni iperplanari della V^4 sono le superficie cubiche L proiezioni delle sezioni stesse dal punto comune ad a e al loro iperpiano; le immagini delle quartiche sezioni sono le quartiche proiezioni di esse da a; quindi le superficie cubiche L hanno comune una quintica base k. In luogo di proiettare la V^4 da a è lo stesso proiettarla prima da un punto O di a in una V^3 di S_4, e quindi proiettare V^3 su S_3 dal punto doppio corrispondente ad a. Si vede così come alla retta a corrisponda nello S_3 rappresentativo una quadrica Q contenente la quintica k base pel sistema delle L (la quale può eventualmente spezzarsi): si vede inoltre come al centro di proiezione O (che è un punto generico di a) corrisponda una retta di questa quadrica che insieme alla k costituisce una sestica intersezione della quadrica Q con le superficie cubiche non spezzate costituenti il sistema rappresentativo della V^3.

(1) Questa dimostrazione si estende e permette in generale di stabilire che per una varietà M_k di k dimensioni a curve sezioni normali, (cogli S_{n-k+1} in S_n), passano tante quadriche di S_n (linearmente indipendenti) quante quadriche di S_{n-k+1} passano per una sua curva sezione generica. Pel caso della V^4 il fatto stabilito segue anche dall'osservazione che la V^4 vien proiettata da un punto in una V^3 di S_4 (Segre, Accad. Tor. Memorie, l. c.).

(2) Si veda l'aggiunta del sig. Klein alla fine di una Nota *Zur Theorie der algebraischen Functionen mehrerer complexen Variabeln*, del sig. Nöther (Göttinger Nachrichten, 1869); cfr. pure Caporali, *Sui complessi e sulle congruenze di 2° grado*. Memorie dell'Accad. dei Lincei 1877-78.

(3) Siffatta rappresentazione di una tale superficie F è stata data dal sig. Segre, Math. Ann. Bd. 24.

« Dunque:

« *a*) La V^4 può rappresentarsi su S_3 mediante il sistema lineare ∞^5 di superficie cubiche che ha una quintica base di genere *virtuale due*, intersezione parziale di una quadrica (spezzata o no) con una superficie cubica non spezzata. Una tale quintica base individua sempre da sola il sistema rappresentativo della V^5 (purchè per certe degenerazioni molto singolari di essa s'intenda convenientemente il passaggio per essa delle superficie cubiche).

« § 4. Procediamo a considerare le varietà V^n d'ordine $n > 4$.

« Una superficie F sezione della V^n con un iperpiano generico è razionale e può rappresentarsi sul piano

1°) o con un sistema lineare di cubiche avente $9 - n$ punti base ($n \leq 9$);

2°) o, per $n = 8$, anche con un sistema lineare di quartiche con due punti base doppi [1].

« Le due specie di superficie F corrispondenti ai due modi di rappresentazione indicati, danno luogo a due specie di varietà V^n (dove $n \leq 9$) che diremo risp. di 1ª e 2ª *specie*.

« Consideriamo dapprima le V^n di 1ª specie. E osserviamo anzitutto che su V^n si può scegliere (in infiniti modi) una curva irreduttibile C d'ordine $n - 3$, razionale normale in S_{n-3}, dalla quale la V^n viene proiettata univocamente sopra un S_3 (contenuto nello S_{n+1} di V^n); basta infatti considerare sopra una superficie F sezione iperplanare generica di V^n, la curva C rappresentata da una delle ∞^{n-4} coniche del piano rappresentativo di F passanti pei $9 - n$ punti base delle cubiche immagini delle sue curve sezioni; invero da una tale C la F viene proiettata univocamente sopra un piano, e quindi altrettanto avviene per ogni altra sezione iperplanare generica di V^n per essa. Si noti ancora che l'immagine della curva C sul piano rappresentativo di F, su cui F è rappresentata per proiezione (da C), deve essere una conica irreduttibile se $n > 6$ affinchè la C sia irreduttibile; invece per $n \leq 6$ ogni conica di quel piano pei $9 - n$ punti base del sistema rappresentativo di F potrebbe essere spezzata in una retta fondamentale ed in un'altra retta qualunque, dove quest'ultima rappresenterebbe una C irreduttibile su F.

« Proiettando la V^n sopra un S_3 di S_{n+1} dalla curva C scelta su di essa, si ottiene la rappresentazione punto per punto di V^n su S_3; le sezioni iperplanari di V^n per C vengono proiettate univocamente sui piani di S_3; le sezioni iperplanari generiche di V^n vengono proiettate (ciascuna dagli $n - 3$ punti che essa ha su C) in superficie cubiche L; le curve sezioni di V^n, d'ordine n, vengono proiettate da C in curve d'ordine n intersezioni

(1) Del Pezzo, *Sulle superficie dello n° ordine immerse nello spazio di n dimensioni.* Circolo Matematico di Palermo t. I. Cfr. anche Guccia, *Sulla riduzione dei sistemi lineari di curve ellittiche* ecc. (ibidem).

variabili delle superficie cubiche L; tutte le L hanno dunque comune una curva base k d'ordine $9 - n$:

« Nella stabilita rappresentazione di V^n su S_3, alla curva proiettante C corrisponde in S_3 una quadrica residua di ciascun piano rispetto al sistema delle L, la quale deve quindi contenere la curva base k del sistema; questa quadrica Q sega un piano generico di S_3 (rappresentativo di una sezione iperplanare per C) secondo una conica (immagine della C in quanto appartiene a tale sezione), perciò se $n > 6$ essa è certo irreduttibile tale essendosi supposta la C.

« In un punto generico della C vi è un S_3 tangente alla V^n; per esso e per la C passa un S_{n-1} che sega secondo una retta lo S_3 rappresentativo: tali rette immagini dei punti generici di C appartengono alla quadrica Q, e la generano intieramente ove essa sia irreduttibile: se invece la Q si spezza in due piani ($n \leqq 6$), uno di questi è il luogo delle nominate rette, l'altro corrisponde invece ad un punto doppio di V^n su C, e poichè quest'ultimo piano è immagine di un punto su V^n, l'intersezione di esso colle superficie cubiche L è fissa, ossia è una linea di 3° ordine facente parte della curva base k, la quale adunque risulta d'ordine $\geqq 3$. Questo fatto (che si verifica anche considerando la rappresentazione d'una sezione iperplanare di V^n sopra il piano corrispondente di S_3) prova nuovamente che se Q si spezza, mentre C è irreduttibile, deve essere $n \leq 6$. Il ragionamento va anche per $n = 4$.

« Possiamo dunque affermare che:

« Proiettando una varietà V^n di 1ª specie ($n > 3$) su S_3 da una sua curva irreduttibile C razionale normale d'ordine $n - 3$, la varietà V^n viene rappresentata biunivocamente sullo S_3 mediante un sistema lineare di superficie cubiche L aventi comune una curva base k d'ordine $9 - n$ appartenente ad una quadrica Q: la Q può spezzarsi soltanto per $n \leq 6$, ed in questo caso uno dei piani in cui si spezza contiene una linea di 3° ordine facente parte di k (cioè base pel sistema delle L).

« Se e quando la nominata curva k determini da sola (come curva base) il sistema delle L, o pur no, e quali sieno i tipi di sistemi lineari di superficie cubiche L rappresentativi di varietà V^n, che ne derivano, è una questione che verrà trattata in una prossima Nota dove sarà presa in esame anche la rappresentazione delle V^8 di 2ª specie ».

Elettricità. — *Sul comportamento di un coibente sottoposto ad una trazione meccanica.* Nota del dott. B. DESSAU, presentata dal Corrispondente RIGHI (¹).

« 1. Fu osservato sin dal secolo scorso, e venne poi confermato dalle esperienze di varî autori, che il coibente di un condensatore subisce una deformazione qualora se ne caricano le armature. In particolare il Righi (²) constatò che un lungo tubo di vetro munito internamente ed esternamente di armature metalliche si allunga allorchè si caricano queste ultime. Questo fatto è conforme alla teoria di Maxwell, la quale, come si sa, in un coibente posto in un campo elettrico ammette una tensione nella direzione delle linee di forza, ed una pressione lungo le superfici di livello. Fece poi vedere il Lippmann (³) che deve esistere un fenomeno in un certo modo inverso a quello osservato dal Righi, che, cioè, deve crescere la capacità di un condensatore quando lo si sottometta ad una trazione meccanica in senso normale alle linee di forza. Mi parve offrisse qualche interesse il constatare coll'esperienza l'esistenza di questo fenomeno; ed a tale scopo, dopo varie modificazioni, ho adottato la disposizione seguente.

« 2. Il condensatore consiste di un lungo tubo di vetro chiuso e gonfiato alquanto all'estremità inferiore A (veggasi figura) mentre l'estremità superiore è piegata a guisa di baionetta e si prolunga in un tratto più sottile C D, al quale poi è saldato un altro tratto più largo D E, che rimane aperto di sopra. Il tubo lungo ha un'altra gonfiatura B immediatamente sotto la piega. Le due rigonfiature fanno da appoggio a due nastri di tela i cui capi sono incollati e legati sul tubo mediante fili di ferro, e che servono, l'uno a sospendere il tubo, l'altro per attaccarvi i pesi tensori. Le armature vengono formate argentando il tubo esternamente ed internamente; l'armatura esterna, che comprende soltanto il tratto fra A e B, comunica colla terra per mezzo di un filo metallico ed una foglia di stagnola che si lega sulla superficie d'argento vicino ad una delle sue estremità. Internamente invece il tubo è argentato su tutta la sua lunghezza, anzi l'argentatura si prolunga senz'interruzione sulla faccia esterna del tratto estremo D E, attorno al quale è avvolto e legato mediante filo di rame un altro foglio di stagnola. Mediante questa disposizione è facile mettere l'armatura interna del condensatore in comunicazione con una sorgente di elettricità o coll'elettrometro. Per impedire per quanto possibile le perdite di carica lungo la superficie del vetro, il foglio di stagnola

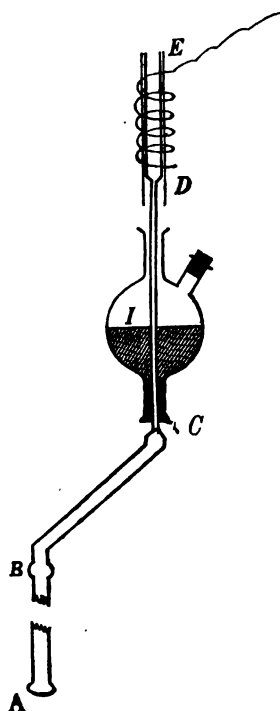
(¹) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Bologna.
(²) Mem. della R. Accad. di Bologna, serie III, t. X (1879).
(³) Journ. de Physique, vol. 10, p. 389. 1881.

circonda inoltre, senza toccarlo, una parte del tratto sottile C D; infine questo tratto sottile traversa, come risulta dalla figura, una specie di isolatore Mascart, e cioè un piccolo bulbo di vetro I riempito a metà con acido solforico.

« Nonostante tale disposizione è impossibile mantenere costante, sia pure per un breve tempo, il potenziale dell'armatura interna, giacchè la carica comunicata a questa armatura deve disperdersi, oltrechè per conduzione lungo la superficie esterna del tubo a partire dal punto D, anche per assorbimento nella massa del vetro oppure per conduzione attraverso di esso. E vedremo infatti che a queste ultime cause principalmente debbono attribuirsi le perdite di carica, ad impedire le quali non gioverebbe nemmeno di adottare delle armature non aderenti al vetro. Un elettrometro in comunicazione coll'armatura interna del condensatore deve perciò indicare un potenziale continuamente decrescente, e sarebbe difficile scoprire accanto a questa diminuzione un'altra variazione di potenziale qualora si sottomettesse il vetro ad una trazione.

« A rimediare a tale inconveniente, mentre il condensatore comunica, come al solito, con una coppia di quadranti di un elettrometro Mascart, ho messo l'altra coppia di quadranti in comunicazione, anzichè colla terra, con un secondo condensatore (che chiamerò « condensatore di compensazione ») identico per quanto possibile al primo. È chiaro che con una tale disposizione, qualora i due condensatori fossero perfettamente identici fra di loro e che venissero caricati primitivamente al medesimo potenziale, l'ago dello strumento, malgrado le perdite, dovrebbe conservare invariabile la sua posizione. Sfortunatamente però questa perfetta uguaglianza non si realizza, e per tale motivo, anche caricati i due condensatori allo stesso potenziale, essi perdono le loro cariche con velocità diverse e l'ago dell'elettrometro indicherà fra le due coppie di quadranti una differenza di potenziale continuamente variabile. Ma ad ogni modo lo spostamento dell'ago succede più lentamente di prima e non potrà più dissimulare le piccole variazioni di potenziale che formano l'obbiettivo di questa indagine. Per rendere il più lento possibile questo movimento continuo dell'ago occorre procedere a tentativi, sia scegliendo opportunamente le dimensioni del tubo da adoperare come condensatore di compensazione, sia caricando i due condensatori per tempi diversi. Tentai anche di ottenere lo stesso risultato variando la capacità del condensatore di compensazione, il quale, a tale scopo, mentre internamente era argentato come al solito, esternamente lo era soltanto per una parte della sua lunghezza; un'armatura di stagnola, che poteva spostarsi lungo il tubo, lasciava aumentare o diminuire la capacità del sistema. Ma dovetti convincermi che queste variazioni avevano pochissima influenza sulla velocità colla quale diminuiva il potenziale; il che mi pare dimostri che le perdite di elettricità avvengono non tanto lungo la superficie del vetro a partire da D (veggasi la figura), quanto per assorbimento o conduzione attraverso tutta la massa del coibente; poichè in tale caso,

aumentando la superficie del condensatore si fanno crescere, proporzionalmente alla capacità del sistema, anche le vie di perdita dell'elettricità.

« È ovvio che l'impiego del secondo condensatore, oltre a rallentare, come si è visto, il movimento dell'ago prodotto dalle perdite di carica, permette anche di adoperare dei potenziali piuttosto elevati, senza che perciò occorra diminuire la sensibilità dell'elettrometro. Naturalmente l'elettrometro con tale disposizione indica soltanto le *differenze* di potenziale fra le due coppie di quadranti, oppure le variazioni di potenziale su una di esse, mentre occorre un altro mezzo per misurare il potenziale medesimo. Mi sono servito a tale scopo dell'elettrometro idiostatico recentemente descritto dal prof. Righi (1); e mentre una coppia di quadranti dell'elettrometro Mascart comunicava col condensatore che doveva subire l'azione dei pesi, l'altra coppia comunicava, oltrechè col condensatore di compensazione, coll'elettrometro Righi.

« Per attaccare i pesi al condensatore e per toglierli dal medesimo mi servivo del congegno seguente. Mediante due fili di ferro che scendevano parallelamente al tubo A B i pesi erano sospesi al braccio corto di una bilancia romana. Il braccio lungo di questa era fermato in qualche modo, onde tenere sollevato il braccio corto e con esso i pesi; e solo quando, liberando il braccio lungo, si lasciava scendere quello corto, i pesi venivano ad attaccarsi, mediante un gancio che ne emergeva, al nastro incollato in A; ed allora soltanto essi esercitavano la loro trazione sul condensatore.

« 3. Per fare delle esperienze cominciavo collo stabilire una comunicazione delle due coppie di quadranti dell'elettrometro Mascart fra di loro e con un polo di una pila rame-zinco-acqua (sino a 100 coppie); dopo soltanto mettevo anche i condensatori in comunicazione colle rispettive coppie di quadranti e ciò lo facevo per i due condensatori contemporaneamente oppure ad un certo intervallo l'uno dopo l'altro (dissi già il motivo di questo intervallo). Caricati così tutti e due per un tempo sufficiente e letta la posizione dei due elettrometri interrompevo la comunicazione colla pila e quella delle due coppie di quadranti fra di loro. Immediatamente, per la ineguale perdita di elettricità sui due condensatori, l'ago dell'elettrometro Mascart cominciava a muoversi e lo stesso si dica dell'altro elettrometro; ad intervalli regolari (p. e. ogni minuto) leggevo la posizione dell'elettrometro Mascart, e solo

(1) Mem. della R. Accad. di Bologna, serie V, t. IV, (1894).

quando il suo andamento era diventato regolare ed abbastanza lento, cominciavo a fare un'osservazione coll'abbassare i pesi. Ne succedeva una deviazione la quale però, in virtù dell'inerzia dello strumento, metteva un certo tempo a raggiungere il suo massimo. Dopo qualche minuto poi, quando l'azione del peso sembrava terminata e l'ago dello strumento aveva ripreso l'andamento di prima, alzavo i pesi e ne succedeva un effetto contrario al primo. Naturalmente, oltre alla posizione dell'elettrometro Mascart, leggevo nei momenti importanti anche quella dell'elettrometro Righi che mi dava il potenziale del condensatore di compensazione; e da questo e dalla differenza fra le posizioni iniziale ed attuale dell'elettrometro Mascart deducevo il potenziale del primo condensatore.

« Il tubo che servì al maggior numero delle mie esperienze aveva mm. 7,17 di diametro esterno e mm. 5,07 di diametro interno (valori medi); la parte argentata esternamente era lunga circa 1 m. Ecco i risultati di alcune serie di osservazioni, nelle quali però, per maggiore brevità, ometto le prime letture che corrispondono al movimento irregolare dell'ago e comincio soltanto dal momento in cui tale movimento aveva assunto un carattere regolare. La prima colonna contiene il tempo delle osservazioni; la seconda dà le letture sulla scala dell'elettrometro Mascart (1 Volt = 76 divisioni; i numeri decrescenti corrispondono ad una diminuzione del potenziale) e la terza colonna contiene i valori assoluti dei potenziali in Volt. La lettera *A* indica il momento in cui attaccavo i pesi, la lettera *F* quello in cui li toglievo:

1ª SERIE Peso: kg. 33,18			2ª SERIE Peso: kg. 48,54			3ª SERIE Peso: kg. 48,54			4ª SERIE Peso: kg. 53,82		
10h2′	878		10h57′	413		2h17′	581		10h46′	547,5	
3	868		58	412,5		18	578		47	545	
4	858	49,0*A*	59	413		19	575	39,9*A*	48	542,5	27,2*A*
5	843		11 0	412,6		20	561		49	537	
6	829		1	412,8		21	552		50	534	
7	818	44,3	2	412,5	21,5*A*	22	546		51	530,5	
8	807	*F*	3	409		23	541,5		52	527,5	
9	801		4	407,4		24	538	32,8*F*	53	525	23,7
10	793		5	405,8		25	539,5		54	522,5	*F*
11	784		6	405		26	542		55	525	
			7	404,5		27	541		56	523,5	
			8	404,5					57	522	
			9	404,5	17,5*F*						
			10	408							
			11	407,8							

« Come si vede, nei quattro casi qui riportati (e così nelle altre esperienze col medesimo tubo che ometto per brevità) l'azione del peso determina per qualche minuto un notevole aumento nella velocità di discesa del potenziale. Tale effetto, specialmente sensibile nel primo e secondo minuto dell'azione del peso, dopo alcuni minuti sembra finito e torna l'andamento regolare; e se allora si libera il condensatore dai pesi, si osserva per alcuni minuti un effetto inverso, e cioè un aumento del potenziale od almeno un sensibile rallentamento della sua discesa.

« 4. L'effetto prodotto dal peso consiste dunque in una diminuzione del potenziale. In quanto poi al modo d'interpretare tale fenomeno, osservo anzitutto che esso non può attribuirsi unicamente ad una deformazione del condensatore. Giacchè, se si calcola il valore di questa deformazione dalle costanti elastiche del vetro quali furono determinate dal Cantone e da altri, e cioè $E = 7000$ all'incirca e $\mu = 0{,}25$; si trova facilmente che questa deformazione, coi pesi da me adoperati, avrebbe dovuto far variare la capacità del mio condensatore del 0,05 per cento al massimo, mentre 0,25 per cento fu il minimo delle variazioni di potenziale da me osservate. Ad ogni modo dunque tale deformazione non entra che per una piccola parte nelle cause del fenomeno.

« E non mi pare neanche che il fenomeno osservato possa attribuirsi ad una variazione di temperatura prodotta dalla trazione. È vero che non esiste, a quanto io sappia, nessuna determinazione diretta del senso nel quale varia la temperatura del vetro sottoposto ad una trazione: però l'aumento di volume per effetto della trazione e la diminuzione, trovata dal Kiewit (1), del coefficiente di elasticità del vetro coll'aumento di temperatura, fanno ammettere, secondo W. Thomson (2), che tale variazione consiste in un raffreddamento. E la conseguenza di tale raffreddamento sarebbe stata, secondo le osservazioni di Cassie (3), una diminuzione della costante dielettrica e quindi un aumento e non già una diminuzione del potenziale quale da me fu osservata.

« 5. Sembra dunque confermata dalle esperienze descritte la conclusione del Lippmann: che cresce, cioè, la capacità di un condensatore quando il suo coibente subisce una trazione in una direzione normale alle linee di forza. Un'altra obbiezione però ancora mi si presentò: non potrebbe l'effetto osservato provenire, anzichè da una variazione di capacità, da un aumento di conduttività del vetro prodotto dalla trazione?

« È chiaro però che, se ciò fosse, la maggiore rapidità nella discesa del potenziale dovrebbe persistere per tutto il tempo nel quale i pesi rimangono

(1) Kiewit, *Inauguraldissertation*, Leipzig 1886. — Winkelmann, *Handbuch der Physik*, vol. I, p. 242.

(2) W. Thomson, *Collected Papers*, vol. I, p. 309. — I. I. Thomson, *Applications of Dynamics to Physics and Chemistry*, p. 101.

(3) Cassie, *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 48, p. 357. — Winkelmann, *Handbuch der Physik*, vol. III, p. 78.

attaccati al condensatore; mentre, come abbiamo visto, col tubo sinora esaminato, tutto l'effetto visibile è limitato ai primi minuti dell'azione del peso. Per cui per questo tubo si può escludere che l'aumento di conduttività, ancorchè esistesse, abbia avuto una parte sensibile nel fenomeno osservato. Ma con un altro condensatore, fatto di diversa qualità di vetro e di dimensioni trasversali minori (mm. 5,8 di diametro esterno e mm. 4,6 di diametro interno) le cose procedettero alquanto diversamente. Qui infatti avvenne, nei primi istanti dell'azione del peso, un forte aumento nella velocità di discesa del potenziale; ma anche passati alcuni minuti la velocità, benchè diminuità, non accennava a riprendere il valore primitivo; e soltanto quando si toglieva il peso si ristabiliva anche la velocità di discesa del potenziale quale era stata prima dell' azione del peso. La seguente serie, presa fra le osservazioni fatte con questo tubo, servirà meglio a mettere in rilievo le particolarità di questo fenomeno:

Peso kg. 27,82		
$10^h21'$	763	
22	759,5	
23	756	40,4*A*
24	—	
25	735,5	
26	728	
27	720,5	
28	714	
29	707	
30	701	
31	696	
32	690,5	
33	685,5	
34	681	27,8*F*
35	680,5	
36	680	
37	678,5	
38	675	

« Sembrerebbe da questi numeri che qui realmente, oltre l'aumento di capacità, fosse avvenuto, per effetto della trazione, anche un aumento nella conduttività del vetro. Spero di indagare l' esistenza di questo aumento di conduttività con un metodo di ricerca più diretto. Ma è chiaro anche sin d'ora che nelle osservazioni fatte col primo tubo esso interviene tutt'al più per una piccola parte; e queste osservazioni dunque realmente esibiscono il

fenomeno previsto dal Lippmann. Sfortunatamente le difficoltà dell'osservazione e le molte ed inevitabili cause di errore non mi permisero sinora di verificare anche dal lato numerico la relazione stabilita dal Lippmann, e cioè la proporzionalità fra il peso tensore e la variazione del potenziale da esso prodotta ».

Fisica terrestre. — *I terremoti di lontana provenienza registrati al Collegio Romano.* Nota del dott. G. Agamennone, presentata a nome del Corrispondente Tacchini.

Fisica terrestre. — *Sugli strumenti più adatti allo studio delle grandi ondulazioni provenienti dai centri sismici lontani.* Nota del dott. A. Cancani, presentata a nome del Corrispondente Tacchini.

Queste due Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Ricerche sugli acidi inorganici complessi.* Nota preliminare di Ugo Alvisi, presentata dal Socio Paternò.

« Ho stabilito di studiare l'azione dell'acido fluoridrico, de' fluoridrati e de' fluoruri alcalini sulle combinazioni complesse che l'acido molibdico forma con l'acido fosforico ed il wolframico con il borico. In queste prime ricerche ho avuto uno scopo puramente analitico; esaminare cioè se, e nel caso affermativo, come i su accennati composti del fluoro impedissero la formazione di questi acidi complessi. Con tale indagine avrei potuto anche portare qualche contributo allo studio della costituzione molecolare di queste combinazioni, se nel loro scindersi avessi potuto ottenere de'composti speciali, contenenti determinati aggruppamenti di atomi, quali oggi da alcuni chimici si ammettono negli acidi complessi medesimi.

« Dalle esperienze che verrò riferendo si rileverà come l'acido fluoridrico e i fluoruri alcalini possono impedire la formazione de' fosfomolibdati. Tra le sostanze quindi che vengono spesso annoverate ne' trattati di chimica analitica come capaci d' impedire o parzialmente o totalmente la formazione de' fosfomolibdati, si devono collocare anche l'acido fluoridrico, i fluoridrati e i fluoruri alcalini medesimi.

1°. Azione dell'acido fluoridrico sul fosfomolibdato ammonico ordinario.

« Quando a gr. 5 di acido fosfomolibdico ottaedrico ($P^2O^5.24\ MoO^3.61H^2O$), finamente polverizzato, si aggiungono gr. 7,4 di una soluzione di acido fluoridrico al 20 °/₀ (cioè circa gr. 1,2 di HFl), quanto quindi è necessario a trasformare tutto l'MoO^3 in MoO^2Fl^2, e si riscaldi, il color giallo scompare; addizionando allora la soluzione di qualche goccia di soluzione di nitrato ammonico, non si ottiene nessun precipitato. Però se una soluzione come sopra venga diluita con acqua e successivamente si concentri e si evapori a bagno maria, viene un momento, benchè ci sia ancora acido fluoridrico, che il color giallo ricompare; allora il nitrato ammonico vi determina un precipitato pure giallo, sullo studio del quale tornerò poi.

« Per esaminare le trasformazioni, cui avesse dato luogo, ho voluto in questa prima ricerca studiare l'azione dell'acido fluoridrico *concentrato* ed *in eccesso* sul fosfomolibdato ammonico ordinario.

« In 150 c.c. di una soluzione di acido fluoridrico al 30 °/₀ si sospesero gr. 50 di fosfomolibdato ammonico e si riscaldò a b. m. La sostanza diventò in parte di un colore bleu-verdastro, poi si disciolse completamente per l'agitazione, d'ando una soluzione incolora, donde, dopo concentrazione a piccolo volume, si deposero de'cristalli bianchi a sezione quadrata, talora isolati, talora formanti delle croste. Asciugati tra carta, rapidamente per impedirne la riduzione, vennero analizzati.

« Il fluoro fu dosato col metodo di Penfield [1] adoperando come liquido alcalino l'ammoniaca $^n/_{20}$ e come indicatore l'alizarina.

« Il molibdeno si determinò come MoO^3, calcinando cautamente il sale con carbonato ammonico puro, prima a bagno d'aria ed in ultimo al rosso scuro.

« L'ammoniaca fu dosata distillando cautamente la soluzione del sale con idrato sodico, raccogliendo il distillato sull'acido cloridrico N e ritito-lando questo con alcali.

gr. 0,4289 di sost. impiegarono c.c. 42,5 di NH^3 $^n/_{20}$.

gr. 0,7046 di sost. consumarono c.c. 3,50 di HCl N.

gr. 0,52 di sost. diedero gr. 0,3696 di MoO^3 corrispondenti a gr. 0,2464 di Mo.

« Quindi in 100 parti:

	trovato
Fl	28,23
NH^4	8,94
Mo	47,38.

[1] Chem. News. XXXIX-197.

« Da le acque madri di color bleu si depose altro sale identico al primo. Infatti per un'analisi di NH^3: gr. 0,5211 di sost. consumarono c.c. 2,60 di HClN, quindi in 100 parti:

	trovato
NH^4	8,98.

« I risultati dell'analisi conducono alla formola del Fluossimolibdato monoammonico.

« Infatti in 100 parti:

	calcolato per $MoO^2Fl^2 . AmFl$
Fl	= 28,08
NH^4	= 8,87
Mo	= 47,29.

« Questo sale, cui il Delafontaine attribuiva la formola $MoO^2Fl^2 . AmFl . H^2O$ (1) fu meglio ristudiato dal Mauro (2) e si ottiene sciogliendo nell'acido fluoridrico concentrato ed in eccesso o il fluossimolibdato ammonico esagonale $3 MoO^2Fl^2 . 5 AmFl . H^2O$ o il molibdato ammonico ordinario $3 Am^2O . 7 MoO^3 . 4$ aq.

« Così ottenuto dal fosfomolibdato ammonico, asciugandolo tra carta diventa giallo per traccie di acido fosforico, dalle quali è difficile liberarlo; si ottiene sempre più puro cristallizzandolo ripetutamente dall'acido fluoridrico di diluizione uguale a quella donde fu prima separato.

2°. Azione del fluoridrato potassico sull'acido fosfomolibdico.

« Ottenni l'acido fosfomolibdico puro in grandi ottaedri gialli trattando il fosfomolibdato ammonico giallo in acqua regia e cristallizzando ripetutamente il prodotto dall'acqua. Gr. 0,4500 del medesimo perdettero riscaldati da 130°-140° gr. 0,1003 di acqua.

« Quindi in 100 parti:

	trovato	calcolato per $58 H^2O$ da $P^2O^5 . 24 MoO^3 . 61 H^2O$
Acqua	22,30	22,26

« A gr. 10 di fluoridrato potassico, disciolti in 50 c.c. di acqua si aggiunsero c.c. 32 di una soluzione di acido fosfomolibdico al 15,34 % cioè gr. 5 dell'acido medesimo. Si formò prima un precipitato giallo, che per l'agitazione a freddo immediatamente si trasformò in bianco polveroso, quindi in scaglie cristalline che si raccolsero al fondo del vaso di platino. I cristalli somigliavano a quelli dell'acido borico; quelli che si deposero nella 2ª cristallizzazione erano identici a' primi. Se ne ottennero complessivamente circa gr. 8. Questo sale non è altro che il fluossimolibdato potassico neutro di Delafontaine $= MoO^2Fl^2 . 2KFl . H^2O$.

(1) Arch. des sc. phys. et natur. de Génève, t. XXX, p. 250.
(2) Gazz. chim. It. Vol. 20, p. 112.

« Infatti:

gr. 0,9943 di sostanza dopo calcinazione diedero gr. 0,7915 di K^2MoO^4.

« Quindi per 100 parti:

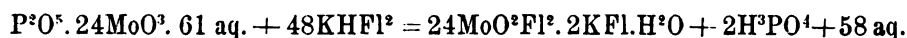
	trovato	calcolato da $MoO^2Fl^2.2KFl.H^2O$
K^2MoO^4	79,60	79,33

« Per assicurarsi della purezza del residuo K^2MoO^4 della calcinazione, vi si dosò il Molibdeno col metodo del Mauro (¹).

gr. 0,4250 del sale liberarono tanto iodio da richiedere c.c. 35,85 di una soluzione $^N/_{20}$ d'iposolfito sodico, quindi in 100 parti:

	trovato	calcolato per K^2MoO^4
Mo	40,49	40,33.

« Dalle quantità di $MoO^2Fl^2.2KFl.H^2O$ ottenuto (circa gr. 8, calc. 7,6) rilevasi la reazione essere proceduta totalmente secondo l'equazione seguente:

$$P^2O^5.24MoO^3.61\,aq. + 48KHFl^2 = 24MoO^2Fl^2.2KFl.H^2O + 2H^3PO^4 + 58\,aq.$$

« Nell'esprienza su accennata operai con eccesso di fluoridrato potassico, bastando in realtà per 5 gr. di ac. fosfomolibdico gr. 3,90 di fluoridrato potassico per determinare tale reazione. In una seconda esperienza in fatti adoperai queste quantità ed ottenni identici risultati.

« Così bastano gr. 4,95 di fluoridrato potassico, per trasformare anche a freddo gr. 5 di fosfomolibdato ammonico giallo nel fluossimolibdato potassico neutro.

3°. Azione del fluoruro ammonico sull'acido fosfomolibdico

« Sospendendo gr. 5 fosfomolibdato ammonico ordinario in 50 c.c. di acqua, ove sieno disciolti gr. 2,35 di fluoruro ammonico, agitando, anche a freddo e tanto più presto quanto più il fosfomolibdato è di recente preparazione, quest'ultimo trasformasi in una stanza bianca polverosa insolubile nell'acqua.

« Che quest'ultima sia il composto $MoO^3 2AmFl$ lo si rileva dalla seguente analisi:

gr. 0,63 di sost. diedero dopo calcinazione gr. 0,4145 di MoO^3.

« Quindi per 100 parti:

	trovato	calcolato da $MoO^3.2AmFl$
MoO^3	65,79	66,05

« Feci allora agire il fluoruro ammonico sull'acido fosfomolibdico, adoperando del primo un lieve eccesso sulla quantità necessaria a portare tutto l'MoO^3 ad $MoO^3.2AmFl$.

(¹) Gazz. chim. It., vol. 11, pag. 286.

« A gr. 6 di fluoruro ammonico, disciolti in 30 c.c. di acqua, si aggiunsero a freddo ed agitando continuamente gr. 10 di acido fosfomolibdico, disciolti in 25 c.c. di acqua. Si formò subito un precipitato giallo, che ben presto divenne bianco polveroso. Raccolto ed asciugato tra carta, venne analizzato:
gr. 0,6891 di sostanza diedero dopo calcinazione gr. 0,4527 di MoO^3.

« Quindi per 100 parti:

	trovato	calcolato da $MoO^3.2AmFl$
MoO^3	65,7	66,05.

« Il Mauro per il primo ottenne questo sale (1) facendo agire l'ammoniaca sul $MoO^2Fl^2.3AmFl$.

« Dalle acque madri, dopo concentrazione, si depose un altro sale bianco in croste cristalline.

« Dall'analisi si rilevò essere il fluossimolibdato ammonico normale, cui il Delafontaine (2) attribuiva la formola $MoO^2Fl^2.2AmFl.H^2O$, che fu corretta dal Mauro (3) in $MoO^2Fl^2.2AmFl$, isomorfo con $NbOFl^3 2AmFl$ e con $WO^2Fl^2.2AmFl$.
gr. 0,6975 di questo sale diedero dopo calcinazione gr. 0,42 di MoO^3.

« Quindi in 100 parti:

	trovato	calcolato da $MoO^2Fl^2.2AmFl$
MoO^3	60,21	60.

Da queste esperienze risulta come tutte volte che in una soluzione ci sia tanto fluoruro d'ammonio, quanto sia necessario a portare tutto l'MoO^3 dell'acido fosfomolibdico o de' fosfomolibdati ordinarî ad $MoO^3.2AmFl$, essi vengono *completamente* scomposti o la loro formazione è *completamente* impedita.

« Risulta eziandio da tutto quanto ho riferito che la decomposizione dell'acido fosfomolibdico o de'fosfomolibdati gialli in presenza de'fluoruri alcalini o dell'acido fluoridrico accade in una maniera molto semplice, come reagirebbe con essi l'acido molibdico istesso.

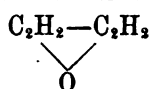
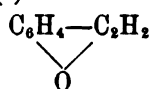
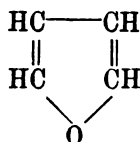
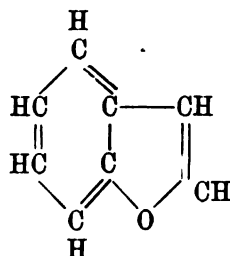
« Seguito tuttora ad occuparmi di queste ricerche, che mi riserbo, estendendole anche alle combinazioni complesse dell'acido borico con il wolframico ».

(1) Gazz. chim. It., vol. 18, p. 120.
(2) Arch. des sc. phys. et nat. de Génève, t. XXX, 1867.
(3) Gazz. chim. It., vol. 18, pag. 120.

Chimica-fisica. — *Spettrochimica del Cumarone e dell'Indene.* Nota di G. GENNARI, presentata dal Corrispondente R. NASINI (1).

« R. Nasini e G. Carrara nella loro Memoria: *Sul potere rifrangente dell'ossigeno dello zolfo e dell'azoto nei nuclei eterociclici* (2) mostrarono come l'ossigeno nel furano e nei suoi derivati ha un potere rifrangente più piccolo di quello che gli spetterebbe per la sua funzione chimica, essendo in definitiva ossigeno in condizioni analoghe a quelle in cui si trova negli alcooli e più esattamente negli eteri propriamente detti (ossidi): essi attribuirono il diminuito poter rifrangente al fatto più generale che allorquando elementi estranei come ossigeno, solfo, azoto, entrano a far parte di un nucleo contenente ancora doppi legami, il valore ottico di questi viene indebolito e così, se nel calcolo ne supponiamo sempre l'esistenza, viene a risultare minore del normale la rifrazione atomica dell'elemento.

« Il cumarone ha una costituzione analoga a quella del furano, come fu fatto rilevare da G. Krämer ed A. Spilker (3)

```
C2H2—C2H2          C6H4—C2H2
    \  /               \  /
     O                  O
   Furano            Cumarone
```

oppure:

```
                        H
                        C
                      /  \\
  HC———CH          HC    C———CH
  ||    ||         ||    |    ||
  HC    CH         HC    C    ||
    \  /             \ // \  /  CH
     O                C    O
                      H
  Furano            Cumarone
```

« Se la regolarità scoperta dal Nasini e dal Carrara è vera e se la diminuzione dipende propriamente dall'entrata dell'elemento estraneo nel nucleo, pel cumarone dovremo trovare per l'ossigeno una rifrazione atomica minore di quella che si ammette spetti al così detto ossigeno alcoolico.

« Ma però nasce qui una complicazione, la presenza cioè del nucleo benzolico che di per sè è quasi sempre causa di aumento nel potere rifran-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

(2) Gazzetta chimica italiana. T. XXIV, Vol. I, pag. 256. Anno 1894.

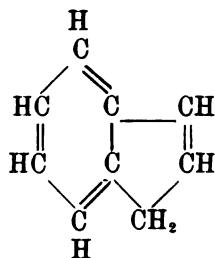
(3) G. Krämer und A Spilker, *Ueber das Cumaron in Steinkohlentheer.* Berl. Ber. XXIII, pag. 78. Anno 1890.

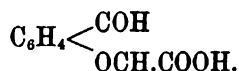
gente degli elementi o gruppi ai quali si unisce e di più ancora la presenza di un atomo di carbonio impegnato per tutte le sue valenze con atomi di carbonio doppiamente legati. Ora questi atomi di carbonio in tali condizioni sono sempre causa di forte aumento nel potere rifrangente, come già fu dimostrato dal Gladstone e dal Nasini e come è ora generalmente ammesso da tutti: è per la presenza di questo atomo di carbonio che lo stirolo, l'anetolo, l'alcool cinammico, la naftalina, hanno un potere rifrangente molecolare tanto maggiore di quello che si calcola, anche tenendo conto dei doppi legami. Se l'ossigeno non avesse influenza, noi dovremmo trovare il potere rifrangente molecolare del cumarone circa di due unità più grande di quello calcolato; se troviamo il valore normale, ciò vuol dire che anche in questo caso l'ossigeno spiega la sua influenza sul valore ottico dei doppi legami.

« Mi sembrò questo studio di un certo interesse e perciò preparai ed esaminai il cumarone; pensai poi di esaminare anche l'indene che è analogo al cumarone, e quindi al furano, come egualmente fecero rilevare il Kraemer e lo Spilker

$$C_6H_4—C_2H_2 \quad (\text{ponte } O) \qquad\qquad C_6H_4—C_2H_2 \quad (\text{ponte } C_2H_2)$$

« In ambedue i composti c'è lo stesso concatenamento speciale; all'ossigeno bivalente è sostituito nell'indene il gruppo C_2H_2 pure bivalente. Se dunque la diminuzione nel poter rifrangente osservata dal Nasini e dal Carrara non dipende dall'elemento estraneo che chiude il nucleo, ma dalla forma speciale di aggruppamento, anche per l'indene dovremmo trovare dei valori minori dei calcolati, tenendo conto ben inteso che anche nell'indene c'è un atomo di carbonio in quelle condizioni speciali precisate dal Gladstone e di cui ho detto sopra:

```
          H
          C
        /   \\
     HC       C____CH
     ||       |     ||
     HC       C     CH
        \   //  \  /
          C      CH2
          H
```

« Il cumarone lo preparai sinteticamente secondo le prescrizioni date da A. Rössing [1] fondendo insieme aldeide salicilica ed acido monocloroacetico e, trattando la massa fusa con acqua e acidificando poi la soluzione con acido cloridrico, ebbi l'acido o.aldeidofenossiacetico:

$$C_6H_4<\begin{matrix}COH\\OCH.COOH.\end{matrix}$$

[1] Berl. Ber. XVII, pag. 2990 e 3000. Anno 1884.

« Da questo per azione dell'anidride acetica ed acetato di soda ottenni il cumarone che distillai nel vapor d'acqua, seccai e frazionai. È un liquido incoloro, di odore benzolico caratteristico che bolle alla temperatura di 171°-172° (corr) alla pressione di mm. 752.6 (ridotta a 0). Le misure ottiche furono eseguite col metodo delle minime deviazioni prismatiche con uno spettrometro della fabbrica Hildebrand e Schramm di Freiberg di proprietà del prof. Nasini e che permette la approssimazione di 5″-10″.

« Ecco i risultati alla temperatura di 16°.3,

$$d_4^{16.3} = 1.09714 \text{ (pesate ridotte al vuoto)}$$

$$\mu_{H_\alpha} = 1.56259, \quad \mu_D = 1.56897\,; \quad \mu_{H_\beta} = 1.58544\,; \quad \mu_{H_\gamma}\ 1.60108$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.51377 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\, d} = 0.29575$$

$$\mathrm{P}\,\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 60.6. \text{ Rifrazione molecolare calcolata } 60.2$$

$$\mathrm{P}\,\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\, d} = 34.89. \text{ Rifrazione molecolare calcolata } 34.78.$$

« Abbiamo accordo quasi perfetto tra i valori trovati e i calcolati: il che dimostra, riferendoci a quanto abbiamo detto più sopra, che l'ossigeno nel cumarone esercita la stessa azione sul valore ottico dei doppi legami di quello che esercita l'ossigeno nel furano, porta cioè con sè una diminuzione che riferita all'ossigeno è di circa 2 per la formola n e poco più di 1 per la formola n^2.

« L'indene da me adoperato fu messo a mia disposizione dal prof. Nasini, al quale lo aveva gentilmente fornito il prof. Ciamician: era indene che proveniva dal catrame e che io purificai facendone primo il picrato secondo le prescrizioni date dal Kraemer e dallo Spilker ([1]). Bolliva a 179°.5-180°.5 (colonna nel vapore) alla pressione di 760.4 mm. (ridotta a 0°). Determinai la densità di vapore col metodo di V. Meyer e ottenni:

I.	gr. 0.0716 di sostanza	spostarono	cc. 13	d'aria	a 3°	$B_0 = 764.4$
II.	gr. 0.0742 »	»	» 13.5	»	a 5°	$B_0 = 770.3$
III.	gr. 0.0866 »	»	» 16.5	»	a 3°	$B_0 = 770$

da cui

Densità trovata rispetto all'aria		Densità calcolata per C_9H_8O
I	4.31	4.01
II	4.25	
III	4.11.	

([1]) Berl. Ber. XXIII, pag. 3276

I risultati delle determinazioni del peso specifico e degli indici di rifrazione sono i seguenti alla temperatura di 8°.2

$$d_4^{8.2} = 1.04252 \qquad \text{(Spilker a 15° trovò 1.040)}$$

$$\mu_{H_\alpha} = 1.57052\,;\ \mu_D = 1.57709\,;\ \mu_{H_\beta} = 1.59408\,;\ \mu_{H_\gamma} = 1.60093$$

$$P\,\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.54723\,;\quad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 0.31493$$

$$P\,\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 63.47. \text{ Rifrazione molecolare calcolata } 65.00$$

$$P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 36.53. \text{ Rifrazione molecolare calcolata } 37.76.$$

« Tali risultati starebbero ad indicare che si hanno qui, ed in modo molto più evidente, le anomalie osservate dal Nasini e dal Carrara per i composti eterociclici, non sarebbe dunque l'elemento estraneo che è causa del diminuito potere rifrangente, ma invece il concatenamento ciclico speciale. Nondimeno sembrandomi ciò molto strano, in considerazione specialmente della presenza del gruppo benzolico e di quel tale atomo di carbonio, ebbi dei dubbi sulla purezza del composto malgrado che bollisse bene e che dèsse risultati soddisfacenti alla densità di vapore. Due combustioni mi dettero i seguenti risultati:

I. gr. 0.1992 di sostanza dettero gr. 0.6482 di CO_2 e gr. 0.1128 di H_2O
II. gr. 0.1970 » » » gr. 0.6424 di CO_2 e gr. 0.1098 di H_2O

	trovato		calcolato per C_9H_8
	I	II	
C %	88.74	88.93	93.10
H	6.29	6.19	6.89.

Non vi è dubbio quindi che il composto era impuro e che conteneva dell'ossigeno: io credo che contenga del cumarone, che naturalmente farebbe molto diminuire il potere rifrangente mentre non può far variare molto la densità di vapore: la presenza del cumarone non è improbabile, visto che la separazione di questa sostanza dall'indene riesce assai difficile, assai vicine essendo le loro proprietà fisiche ed anche le proprietà fisiche dei derivati a cui dànno luogo.

« Non avendo a mia disposizione che una piccola quantità di indene non mi era possibile di tentare un'ulteriore depurazione, e mi era proposto di preparare ed esaminare quello sintetico, quando, mentre questa Nota era in corso di stampa, comparve un lavoro di W. H. Perkin, Jun. e G. Revay [1] nel quale si trovano delle determinazioni fatte da W. H. Perkin Sen. sul poter rifrangente dell' indene sintetico e di quello derivato dal catrame.

[1] Journ. Chem. Soc. Marzo 1894.

« Per l'indene sintetico ottenne:

d_4^4 1.0059. Rotazione magnetica molecolare 16.200.

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} \; 0.57224 \, ; \quad P\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 66.38. \text{ (Valore calcolato 65.00).}$$

Abbiamo, come si vede un valore normale per l'indene sintetico, cioè un aumento di 1.4 sul valore calcolato.

« Dell' indene ottenuto dal catrame furono esaminati diversi campioni, ma di uno solo fu determinato il poter rifrangente; degli altri il Perkin si limitò a determinare il peso specifico e la rotazione magnetica.

« Il campione (A) era distillato sul sodio; bolliva a 179°.5-180°.5; $d_4^4 = 1.0277$. Rotazione magnetica molecolare 13.352

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.55349. \quad P\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 64.205.$$

Come si vede i numeri si accostano a quelli trovati da me e differiscono molto da quelli relativi all' indene sintetico.

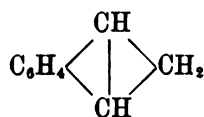
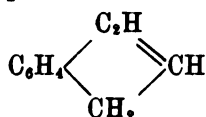
« Il campione (B) fu frazionato su potassa caustica e fu tenuto conto della porzione che bolliva a 178°-179°

$d_4^4 = 1.06001$. Rotazione molecolare magnetica 14.944.

« Un altro campione proveniva dal campione (A) purificato passando a traverso il picrato; bolliva a 178°.-179°.5

$d_4^4 = 1.0479$. Rotazione molecolare magnetica 15.255.

« È evidente che ad ogni nuova purificazione le costanti fisiche variavano e si avvicinano a quelle dell' indene sintetico. Il Perkin jun. ed il Revay da questi numeri vorrebbero dedurre che indene sintetico e indene dal catrame non sono la stessa cosa, e credono che si possa trattare di un caso di isomeria espresso dalle formole:

```
        C2H                     CH
C6H4<       >CH         C6H4<   |   >CH2
        CH2                     CH
```

senza però precisare a quale dei due indeni spetti l'una o l'altra delle due formole.

« A me sembra che a queste conclusioni non si sia in nessun modo autorizzati: primo perchè non risulta che gli autori abbiano analizzato il composto, e nulla ci prova che ad una nuova purificazione non avrebbero ottenuto valori diversi; secondo, perchè l'indene da me studiato e che senza dubbio era impuro, aveva presso a poco le stesse costanti fisiche trovate dal Perkin.

« In conclusione credo si possa dire che il cumarone presenta le stesse anomalie ottiche degli altri nuclei eterociclici, mentre l' indene si comporta normalmente ».

Chimica fisica. — *Sui coefficienti di affinità dei solfuri alchilici per gli joduri alchilici* (1). Nota di G. CARRARA, presentata dal Corrispondente R. NASINI.

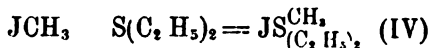
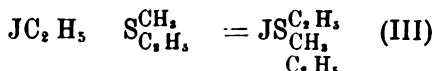
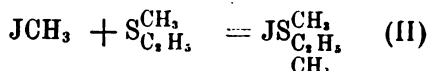
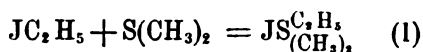
« In un mio precedente lavoro (2) ho riassunto i fatti che stavano pro e contro l'ipotesi di una diversità fra le valenze dello solfo, ed ho mostrato come questa ipotesi non sia del tutto destituita di fondamento, malgrado che fino ad ora non si sieno ottenuti isomeri che chiamerò di valenza, i quali solo potevano darne una dimostrazione rigorosa.

« In un'altra mia Nota (3) ho accennato alla possibilità di chiarire l'importantissimo argomento servendosi della velocità di reazione e cioè studiandola nei casi indicati dalle reazioni seguenti:

$$JC_2H_5 + S(CH_3)_2 = JS^{C_2H_5}_{(CH_3)_2} \qquad (I)$$

$$JCH_3 + S^{CH_3}_{C_2H_5} = JS^{CH_3}_{\substack{C_2H_5 \\ CH_3}} \qquad (II)$$

$$JC_2H_5 \quad S^{CH_3}_{C_2H_5} = JS^{C_2H_5}_{\substack{CH_3 \\ C_2H_5}} \qquad (III)$$

$$JCH_3 \quad S(C_2H_5)_2 = JS^{CH_3}_{(C_2H_5)_2} \qquad (IV)$$

« Infatti dai lavori di Klinger e Maassen (4) si è dimostrata l'identità dei caratteri fisici e cristallografici del joduro di dimetiletilsolfina e di alcuni suoi sali doppî, tanto quando lo si otteneva con la (I) che con la (II) reazione e così pure del joduro di dietilmetilsolfina e de' suoi derivati tanto se ottenuti con la reazione (III) che con la (IV).

« Questa prova che sarebbe sufficiente nei casi di isomeria ordinarî non lo è per questo caso speciale. Perchè questa isomeria, della quale non si conosce alcun caso veramente sicuro, potrebbe, invece che con le ordinarie diffe-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

(2) *Sopra alcune teline isomere*. Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze fisiche ecc., vol. II, 1° semestre, anno 1893, pag. 180.

(3) *Sulla velocità di reazione tra il joduro d'etile e il solfuro d'etile* ecc. Rend. R. Acc. Lincei, Classe di Scienze fisiche ecc., vol. II, 2° sem., anno 1893, pag. 408.

(4) *Ueber einiger Sulfinverbindungen und die Valenzen des Schwefels*. Liebig' Annalen. CCXLIII, pag. 193, anno 1888.

renze di caratteri fisici, manifestarsi con una diversa capacità di reagire dei costituenti fra loro, durante la formazione.

« Ora queste solfine, nell'ipotesi di una diversità fra le quattro valenze dello solfo, dovrebbero differire solo per la valenza occupata dai diversi gruppi. Difatti è evidente che l'etile nella (I) non occuperebbe la stessa valenza che nella (II), e così pure il metile nella (III) non occuperebbe la stessa valenza del metile nella (IV). Dunque, sempre nell'ipotesi accennata, è naturale che se il gruppo alchilico si unirà a preferenza con una che con un'altra valenza dello solfo si avrà, a parità di temperatura, una maggior velocità di formazione del joduro solfinico quando il gruppo potrà occupare il posto preferito senza spostarne un altro che già lo occupa.

« Partendo appunto da tale concetto, ho intrapreso lo studio di questa velocità di reazione.

« Dovetti operare a temperatura bassa (0°) onde non incorrere negli errori che possono produrre le reazioni secondarie, per le quali si finisce ad avere la sostituzione dei gruppi alchilici più alti con i più bassi.

« La temperatura venne mantenuta con ghiaccio finamente pesto in un apparecchio dal quale poteva scolare l'acqua.

« Il metodo è identico a quello da me seguito per la determinazione della velocità di formazione della trietilsolfina e descritto nella mia Nota sopra accennata.

« Il tempo venne misurato in ore. Il calcolo venne fatto con la solita equazione delle reazioni bimolecolari, che, nella sua espressione finale, si riduce come è noto a

$$\frac{1}{t}\,\frac{x}{\mathrm{A}-x}=\mathrm{AC}$$

dove x rappresenta la quantità trasformata su 100 parti di miscuglio equimolecolare, $\mathrm{A} = 100$ rappresenta il miscuglio equimolecolare primitivo, t il tempo in ore.

« In un caso ho dovuto, in causa della grande velocità di formazione, sottrarre alla quantità trasformata e al tempo un coefficiente iniziale.

« Il solfuro di etile bolliva a 92° (corr.) alla pressione di 755 mm. a 0°.

« Il solfuro di metile bolliva a 37°.5 (colonn. nel vapore) a 758 mm. a 0°.

« Il solfuro di metile preparato secondo il metodo di Krüger bolliva a 66°.5-67°.5 (colonna nel vap.) alla pressione di 763 mm. a 0°.

« Il joduro d'etile bolliva a 72°.5-73°.5 (colon. nel vapor.) alla pressione di mm. 762.2 a 0°.

« Il joduro di metile bolliva a 43° (colonn. nel vapor.) alla pressione di mm. 763°. a 0°.

Joduro di dimetiletilsolfina.

dal solfuro di metile e joduro d'etile —. $S(CH_3)_2 + JC_2H_5 = JS^{C_2H_5}_{(CH_3)_2}$

temperatura = 0°

Tempo in ore	Peso del miscuglio in grammi	Peso del joduro formatosi	x percentuale	A = 100 $\frac{x}{A-x}$	AC
260	1.4361	0.0850	5.92	0.06292	0.000241
290	»	0.1134	7.89	0.08565	0.000295
330	»	0.1221	8.50	0.09290	0.000281
354	»	0.1308	9.10	0.10011	0.000282
548	»	0.1635	11.38	0.12841	0.000234

media dell AC = 0.00027

dal solfuro di metiletile e joduro di metile — $S^{CH_3}_{C_2H_5} + JCH_3 = JS^{CH_3}_{C_2H_5\,CH_3}$

« La grande velocità di formazione mi obbligò in questo caso a sottrarre la quantità formatasi nelle prime tre ore, tenendo così conto del coefficiente iniziale che per tre ore è 0.04142:

temperatura = 0°

				A = 100	
15	1.4466	0.2167	14.98	0.17619	0.01174
20	»	0.2768	19.13	0.23655	0.01182
23	»	0.3074	21.24	0.26968	0.01172
46	»	0.5798	40.08	0.66889	0.01236
64	»	0.6671	46.42	0.86636	0.01353

media delle AC = 0.01223

Joduro di dietilmetilsolfina.

dal joduro di etile e solfuro di metiletile —. $S^{CH_3}_{C_2H_5} + JC_2H_5 = JS^{C_2H_5}_{CH_3\,C_2H_5}$

temperatura = 0°

Tempo in ore	Peso del miscuglio	Peso del joduro formatosi	x percentuale	A = 100 $\frac{x}{A-x}$	AC
24	1.3664	0.0058	0.42	0.00421	0.00017
50	»	0.0081	0.59	0.00592	0.00012
74	»	0.0139	1.02	0.01030	0.00014
115	»	0.0209	1.53	0.1553	0.00013

media delle AC = 0.00014

« In questa reazione si mette in libertà una piccola quantità di jodio trascurabile nelle determinazioni sopra esposte, ma che per tempi più lunghi colora la massa in rossastro. Questa eliminazione di jodio è ancora più sen-

sibile con l'elevazione di temperatura, come appare dalle determinazioni fatte alla temperatura del vapor d'etere, 36°, che qui sotto riporto. Ora non potendo escludere assolutamente che da questa reazione secondaria venga sensibilmente modificata la reazione principale che si considera, non ho creduto di estendere a tempi più lunghi e a temperature più elevate lo studio di detta reazione:

temperatura = 36°

				A = 100	
4	1.3592	0.0232	1.70	0.1729	0.00432
25	»	0.1693	12.46	0.14233	0.00570
48	»	0.3371	24.80	0.32978	0.00686

media delle AC = 0.0562

dal joduro di metile e solfuro d'etile — $S(C_2H_5)_2 + JCH_3 = JS^{CH_3}_{(C_2H_5)_2}$

4	1.3700	0.0371	2.71	0.02785	0.00696
5	1.3707	0.0441	3.21	0.03316	0.00663
20	»	0.1670	12.18	0.13869	0.00693
26	»	0,2111	15.40	0.18203	0.00700
30	»	0.2482	18.11	0.22115	0.00737

media delle AC = 0.00697

« Riassumendo dunque, le medie delle costanti trovate alla temperatura di 0° sono le seguenti:

	AC
$JC_2H_5 + J(CH_3)_2 = JS^{C_2H_5}_{(CH_3)_2}$	0.000266
$SCH_3 + S^{CH_3}_{2CH_3} = JS\begin{smallmatrix}CH_3\\C_2H_5\\CH_3\end{smallmatrix}$	0.01223
$JC_2H_5 + S^{CH_3}_{C_2H_5} = JS\begin{smallmatrix}C_2H_5\\CH_3\\C_2H_5\end{smallmatrix}$	0.00014
$JSH_3 + S(C_2H_5) = JS^{CH_3}_{(C_2H_5)_2}$	0.00697

« Dall'osservazione dei numeri che ho così ottenuto, appare evidentissima la diversa velocità di formazione degli stessi joduri solfinici a seconda del modo con cui si ottengono. È questa una prova decisiva in favore della diversità delle valenze dello solfo? Io non lo credo, quantunque i risultati non sieno del tutto scoraggianti.

« Difatti si vede che i numeri più grandi della velocità di formazione sono quelli dove vi è il joduro di metile in reazione; è dunque naturale pensare che la diversità di velocità sia piuttosto causata dalla diversità del joduro che reagisce invece che dalla diversità delle valenze dello solfo. Questa spiegazione è la più semplice e la più attendibile, però non esclude completamente l'altra poichè tutte due le cause potrebbero concorrere a dare lo stesso risultato, specialmente se si riflette che in una ipotesi o nell'altra doveva

essere certamente il composto più metilato o avente dei metili in reazione quello che si doveva formare con maggiore velocità; perchè, come ho fatto rilevare in altra mia Nota, mentre è facile fissare all'atomo di solfo un residuo alchilico più basso quando questo è già legato ad un altro più elevato, la reazione inversa non avviene o quasi; e così pure nelle solfine si osserva una tendenza al composto contenente un numero minore d'atomi di carbonio.

« Se questi fatti sieno poi causa o conseguenza è difficile determinarlo. Una certa idea però si può avere vedendo il comportamento di detti joduri in altre reazioni.

« Dallo studio fatto da W. Hecht, M. Conrad e C. Brückner sulla velocità di formazione degli eteri dagli alcoolati e joduri alchilici, tolgo i seguenti numeri (1):

		AC 24°	AC 30°
Etilato sodico con	joduro di metile	0.03136	0.06487
	joduro di etile	0.002477	0.05124
Metilato sodico con	joduro di metile	0.007597	0.01571
	joduro di etile	0.001167	0.002414

« Anche qui si vede come la reazione sia molto più veloce quando vi è lo joduro di metile in reazione.

« Nel lavoro di Menschutkin sulla velocità di reazione degli alchili alogenati colle ammine organiche (2), venne determinata quella di varî joduri alchilici con la trietilammina. L'operazione venne fatta in soluzione di 15 volumi di benzolo e alla temperatura di 100°

		AC
trietilammina	joduro di metile	0.665
	joduro di etile	0.00584

« Anche qui è sempre lo joduro di metile quello che ha la maggior velocità di reazione. Però nei casi considerati da Hecht, Conrad e Brükner, la reazione è affatto diversa da quella da me studiata. Nella formazione degli eteri è una doppia decomposizione che avviene; mentre la formazione delle solfine è una vera addizione, piuttosto del tipo considerato dal Menschutkin; ma però da questo ancora molto diverso, perchè è in un caso il joduro di trietilmetilammonio che si forma, mentre nell'altro è quello di tetraetilammonio, e poi la reazione si operò in soluzione.

« Del resto, dando anche la dovuta parte all'influenza del joduro alchilico nell'accelerazione, resta sempre strano il comportamento così diverso dei due joduri nella formazione dello stesso composto; qui dove non si può par-

(1) *Beiträge zur Bestimmung von Affinitätskoeffizienten*. Zeitschrift für Physikalische Chemie. vol. IV, pag. 273, ann. 1889.

(2) *Beiträge zür Kenntniss der Affinitätskoeffizient*. ecc. Zeitschr. f. Physik. Chem. vol. V, pag. 589, ann. 1890.

lare di dissociazione elettrolitica e dove non si può ammettere l'azione disgregante del solvente.

« Resta dunque difficile escludere assolutamente che anche il solfuro, che apparentemente dovrebbe restare inalterato, non prenda parte alla reazione e in questo caso la sua parte di influenza non potrebbe attribuirsi che alla diversa posizione che i gruppi andrebbero a prendere; però su questo argomento solo ulteriori studî potranno permettere di concludere.

« Lasciando per ora da parte la questione della diversità delle valenze, si può considerare l'azione degli joduri alchilici sopra i solfuri alchilici nello stesso modo di quello degli acidi sopra le basi, dal punto di vista dello spartimento di una base fra due acidi o viceversa.

« È noto che si può prevedere *a priori* come si distribuirà una base fra due acidi con la nota formola [1]

$$\sqrt{\frac{C}{C_1}} = \frac{\xi}{1-\xi}$$

dove C e C_1 sono le costanti di velocità di reazione dei due acidi con la base che si considera e ξ la quantità trasformata.

« L'impiego di questa formola per stabilire come un solfuro si spartisce fra due joduri o un joduro fra due solfuri, mi sembra un'applicazione interessante della teoria generale; la quale, estesa con opportuni studî a molti casi, potrà dare importanti risultati in chimica organica, offrendo il modo di prevedere in gran parte l'andamento di una reazione e di mettersi perciò nelle condizioni di avere un miglior rendimento nella preparazione di un prodotto.

« Prendendo per esempio il solfuro di metiletile e gli joduri di metile e d'etile, da un miscuglio equimolecolare dei tre composti si potrà prevedere la quantità di joduro di dimetiletilsolfina e di dietilmetilsolfina che si formerà.

« Difatti sostituendo alla formola i valori, si avrà

$$\sqrt{\frac{0.01223}{0.00014}} = \frac{\xi}{1-\xi}$$

da cui si ha $\xi = 0.9032$.

« Per cui per 100 parti di solfuro di metiletile 90.32 si uniranno con lo joduro di metile per dare lo joduro di metiletilsolfina e 9.68 con joduro di etile dando la dietilmetilsolfina.

« In questo caso speciale, siccome la determinazione dei due joduri solfinici non si può fare che col metodo indiretto, determinazione del peso del miscuglio dei due joduri e peso del jodio totale, ed i pesi molecolari non differiscono fra loro che di 14, la verifica sperimentale non è possibile; ma conto di ritornare sull'argomento, e di mostrare l'utilità di questa applicazione della cinetica chimica ».

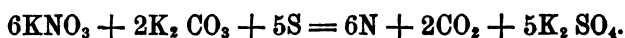
(1) W. Ostwald. Lehrbuch der allg. Chemie. 1ª Edizione. Vol. II, pag. 778.

Chimica. — *Sopra un nuovo miscuglio esplosivo.* Nota di ANGELO ANGELI, presentata dal Socio CIAMICIAN.

« In alcuni trattati, a proposito dei nitrati o delle sostanze esplosive [1], si trova descritto sotto il nome di polvere detonante, un miscuglio di salnitro, carbonato potassico e zolfo il quale, per riscaldamento, ha la proprietà di decomporsi con viva detonazione. Quando venga riscaldato sopra una lamina metallica, il miscuglio dapprima fonde, in una massa bruna, che poi detona.

« La ragione di questo fenomeno singolare, secondo alcuni, sta nel fatto che la massa si decompone improvvisamente, sviluppando una notevole quantità di gas; altri aggiungono che durante il processo di fusione, che precede la detonazione, lo zolfo reagisce sopra il carbonato potassico formando in una prima fase solfuro di potassio, che in seguito viene ossidato dal nitrato; è appunto quest'ultima fase che determina la reazione esplosiva.

« Come equazione viene data, p. e., la seguente:

$$6KNO_3 + 2K_2CO_3 + 5S = 6N + 2CO_2 + 5K_2SO_4.$$

« Un'altra miscela esplosiva analoga è stata descritta alcuni anni or sono dal Cavazzi [2], il quale ha trovato che una mescolanza di nitrato potassico ed ipofosfito sodico si decompone del pari, per riscaldamento, con viva detonazione. Anche in questo caso la massa dapprima fonde.

« Alcuni mesi or sono, a proposito di alcune ricerche che ho avuta ocsione di eseguire sopra i nitriti alcalini, ho potuto notare alcuni fatti i quali a quanto mi sembra, giovano a chiarire l'andamento di queste reazioni.

« Anche queste miscele, come si vede, sono costituite dai due componenti principali, il nitrito che agisce da comburente e lo zolfo e solfuri o gli ipofosfiti che vengono ossidati.

« Io ho trovato che, in questi miscugli, ai nitrati si può, con lo stesso effetto, sostituire i nitriti. Mescolanze analoghe infatti, in cui nelle polveri precedenti il nitrato di potassio venga rimpiazzato dal corrispondente nitrito, detonano del pari, sotto l'influenza del riscaldamento, con grande energia. Ho trovato inoltre che certe miscele a base di nitrati, per riscaldamento si scompongono senza esplodere, mentre le stesse sostanze mescolate ai nitriti, per riscaldamento possono decomporsi con straordinaria violenza.

« Un esempio di questo genere è dato dai solfocianati alcalini. La miscela p. e. del *solfocianato sodico* [3] con nitrato di potassio, per riscalda-

[1] Wagner-Cossa, *Nuovo trattato di chimica industriale;* Roscoe e Schorlemmer, Ausführliches Lehrbuch der Chemie.

[2] Gazzetta chimica, 1886, 172.

[3] Ho scelto questo sale perchè un po' meno deliquescente degli altri.

mento, dapprima fonde e poi si decompone con leggera deflagrazione; in questo caso avviene una semplice combustione.

« Quando però in luogo del nitrato potassico si impiega il *nitrito*, si ottiene una miscela, che per azione del calore dapprima fonde e quindi si decompone con vivissima detonazione. La lamina, sopra la quale venne eseguito il riscaldamento anche di piccolissima quantità di sostanza, rimane spesso deformata; sul luogo dove avvenne l'esplosione si produce un incavo e se la lamina è troppo sottile facilmente viene perforata o squarciata. In una parola, si osservano ad un dipresso gli stessi fenomeni che avvengono quando sopra una lamina metallica si riscalda bruscamente una goccia di nitroglicerina. Nel caso mio però è necessaria una temperatura più elevata.

« Questa notevole differenza nel comportamento nei nitriti e dei nitrati, mi ha portato ad esaminare un po' meglio i miscugli dapprima citati, ed a studiare le reazioni che precedono la loro decomposizione esplosiva.

« Il miscuglio contenente nitrato potassico, carbonato e zolfo, prima di esplodere, come ho accennato, fonde. Ora è noto che durante la fusione dello zolfo con i carbonati, si formano dei solfuri, e la stessa miscela detonante si ottiene anche prendendo il nitrato di potassio col carbonato e zolfo fusi separatamente. Nella prima fase della reazione si deve quindi ammettere che il carbonato di potassio venga, almeno in parte, trasformato in solfuro. Nella seguente fase deve perciò avvenire reazione fra i solfuri ed il nitrato.

« A questo riguardo giova ricordare le proprietà riducenti dei solfuri, e che essi possono facilmente trasformare i nitrati in nitriti. È noto infatti come questa reazione avvenga facilmente anche in soluzione acquosa (1). La reazione si compie pure per fusione dei componenti: anzi sopra questa trasformazione si fonda un processo industriale per la preparazione dei nitriti, consistente appunto nella fusione dei nitrati con solfuro di bario (2).

« È perciò naturale ammettere che anche nella seconda fase della reazione, che precede l'esplosione, debba avvenire riduzione del nitrato potassico a nitrito. Si può quindi supporre che nell'istante che precede la detonazione, gran parte del nitrato di potassio si trovi trasformato in nitrito.

« È facile dimostrare che lo stesso fenomeno precede la detonazione del miscuglio di nitrato con l'ipofosfito. Basta fondere, infatti, con precauzione, una piccola quantità di questo miscuglio, in modo di evitare la detonazione; esaminando la massa fusa vi si riscontrano notevoli quantità di nitrito.

« Questi fatti spiegano quindi come in questi miscugli ai nitrati si possano sostituire i nitriti.

« La cosa invece cambia quando si impieghi una sostanza meno riducente come p. e., i solfocianati. In questo caso la trasformazione del nitrato

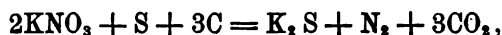
(1) Gmelin-Kraut, Handbuch der Chemie 1, II, pag. 485.
(2) Berl. Berichte XXII, 545 R.

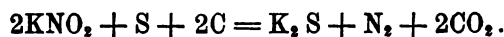
in nitrito è nulla od assai piccola, e la reazione quantunque si compia del pari a temperatura elevata, non è esplosiva.

« La differenza di comportamento dei nitriti e dei nitrati, in questi casi, è degna di nota, ed appare ancora più rimarchevole inquantochè i nitrati differiscono dai nitriti per un atomo di ossigeno in più. Un fatto che ha qualche rassomiglianza con questo è noto da un pezzo e si riferisce ai clorati e perclorati. Anche queste due serie di sali differiscono per un atomo di ossigeno. Dei sali di potassio, il solo clorato si impiega nella preparazione delle miscele esplosive anche per il motivo che i perclorati sono molto più costosi e difficili a prepararsi puri. A questo proposito il Berthelot (¹) fa osservare che il perclorato puro non esplode per l'urto o per riscaldamento come il clorato, e che le sue miscele con le sostanze organiche sono molto meno sensibili all'urto, all'attrito, all'azione degli acidi ecc. Esse s'infiammano più difficilmente ed abbruciano con maggiore lentezza. Il Berthelot spiega questa differenza ricorrendo ai dati termici che si riferiscono alla formazione di questi due sali. Potrebbe darsi che anche in certi miscugli contenenti perclorati, questi sali, in una prima fase della reazione, vengano ridotti a clorati.

« Io finora non ho potuto eseguire quelle esperienze empiriche che potrebbero servire a far conoscere la forza relativa dei miscugli contenenti nitrati o nitriti; tutti sanno che queste ricerche richieggono mezzi che sempre e dappertutto non si possono avere a disposizione.

« I calcoli, per mezzo dei quali si può valutare approssimativamente la forza di un esplosivo, in quasto caso sono poco istruttivi. Consideriamo p. e., due casi molto semplici, e supponiamo che nella polvere ordinaria i componenti sieno presi in modo che la combustione avvenga completa e che corrispondano a quelli richiesti dall'equazione (²):

$$2KNO_3 + S + 3C = K_2S + N_2 + 3CO_2,$$

e che per un miscuglio contenente nitrito si abbia l'altra eguaglianza:

$$2KNO_2 + S + 2C = K_2S + N_2 + 2CO_2.$$

« Giovandosi dei dati della termochimica avremo, nel primo caso:

$2KNO_3$ =	2390 K	K_2S =	1012 K
S =	0 »	N_2 =	0 »
3C =	0 »	$3CO_2$ =	2910 »
	2390 K		3922 K

differenza = 1532 K.

(¹) *Sur la force des matières explosives*, 1883, II, 321.
(²) Ostwald, Lehrbuch der Allg. Chemie, II ediz. vol. II, 228.

« Nel secondo caso

$$\begin{array}{rlrl} 2KNO_2 = & 1774\ K & K_2S = & 1012\ K \\ S = & 0\ » & N_2 = & 0\ » \\ 2C = & 0\ » & 2CO_2 = & 1940\ » \\ \hline & 1774\ K & & 2952\ K \end{array}$$

differenza = 1178 K.

« Un grammo della polvere a base di nitrato svilupperà quindi 582 cal. mentre un grammo della polvere preparata col nitrito ne svilupperà soltanto 521 (1). Da queste cifre, la polvere col nitrato dovrebbe essere più forte dell'altra; esse non fanno prevedere le differenze da me osservate.

« A questo riguardo bisogna però ricordare che il calore svolto non è sempre proporzionale alla forza di un esplosivo. Oltre al calore ed alla variazione di volume entra un altro fattore di grande importanza, e questo è la velocità con cui la reazione esplosiva si propaga. La durata più o meno grande di una reazione non cambia la quantità di calore svolta nella trasformazione completa di un dato peso di esplosivo; ma quando la trasformazione avviene con grande rapidità le pressioni iniziali raggiungono valori altissimi.

« È appunto dalla rapidità con cui la reazione si propaga e dalle pressioni iniziali che ne risultano che dipende la varietà di fenomeni esplosivi,

« È noto infatti dalle esperienze di Abel (2) e dagli studî di Berthelot e di Roux e Sarrau (3) che la maggior parte degli esplosivi possono subire diversi ordini di esplosioni. Così la nitroglicerina, l'acido picrico ed il cotone fulminante accesi mediante un corpo in ignizione danno luogo all'esplosione di secondo ordine, i di cui effetti sono di gran lunga inferiori alla detonazione (4) che queste sostanze possono subire per mezzo di una capsula di fulminato di mercurio (esplosione di primo ordine). Lo stesso si osserva del pari per la polvere ordinaria. Essa non detona per mezzo del fulminato; impiegando però la nitroglicerina come detonatore iniziale, eccitata a sua volta per mezzo del fulminato, avviene l'esplosione di primo ordine e la polvere sviluppa una forza che è oltre quadrupla di quella dell'esplosione ordinaria.

« Il Berthelot spiega questi diversi ordini di esplosioni ed ha immaginata a questo riguardo la teoria dell'onda esplosiva (5). Non è improbabile

(1) Io ho preso il calore di formazione del nitrito disciolto; per il sale solido questo valore sarebbe minore ancora.

(2) Comp. rend. 69, 105; 78, 1227.

(3) Ibid. 79, 757.

(4) Dirò che si chiama *deflagrazione* una reazione viva accompagnata da fiamma; l'*esplosione* è una reazione violenta, con produzione di fiamma e di un rumore istantaneo; la *detonazione* è un'esplosione in cui gli effetti distruttori sono portati al loro massimo grado (Gody, *Traité des matières explosives*. Namur, 1893, pag. 6).

(5) Loco citato, vol. I, pag. 88 e 133.

che i differenti ordini di esplosioni sieno anche accompagnati da fenomeni chimici diversi.

« Si osserva infatti che le sostanze a costituzione molto semplice esplodono soltanto in un sol modo; così p. e., non si conoscono due differenti ordini di esplosione del fulminato di mercurio, e lo stesso vale probabilmente anche per il sale argentico dell'acido azotidrico e per l'acido azotidrico stesso. Sono le sostanze a costituzione o composizione piuttosto complicata quelle che di solito subiscono diversi ordini di esplosione.

« E senza accennare agli esempî della nitrogricerina e dell'acido picrico, ricorderò che lo stesso avviene, secondo le osservazioni di Curtius [1], anche per il sale idrazinico dell'acido azotidrico

$$N_3H . N_2H_4 .$$

« Questa sostanza infatti può ardere tranquillamente all'aria, mentre invece per mezzo del fulminato mercurico dà luogo ad una esplosione formidabile. Ora, si sa, che le esplosioni del fulminato mercurico possiedono in grado eminente anche la facoltà di dissociare i composti in sostanze più semplici od anche nei loro elementi. Così le interessanti esperienze di Berthelot hanno dimostrato che l'acetilene p. e., ed il cianogeno, sebbene sieno composti endotermici, non esplodono nè per riscaldamento, nè per contatto della fiamma nè sotto l'influenza della scintilla elettrica, ma che invece facilmente detonano per mezzo del fulminato che li scinde nei loro elementi.

« Non mi sembra perciò inverosimile l'ammettere che anche nelle sostanze complicate, in una prima fase, possa avvenire qualcosa di analogo; e che le detonazioni di primo ordine sieno accompagnate da speciali fenomeni di dissociazione. Così si potrebbe p. e., ammettere che l'azotidrato d'idrazina, sotto l'influenza del detonatore, in una prima fase, venga parzialmente scisso in idrazina ed acido azotidrico; e che appunto la detonazione dell'acido azotidrico sia quella che determina l'esplosione di primo ordine e di questa interessante sostanza.

« Per questo motivo mi sembrerebbe interessante di studiare anche il comportamento dei nitriti e de' nitrati rispetto alle esplosioni del fulminato, e di comparare fra loro le esplosioni di diversi ordini che possono subire i miscugli contenenti nitrati con quelli a base di nitriti ».

Chimica. — *Sopra le sostanze che contengono gli anelli* $C_nN_2O_2$. Nota di ANGELO ANGELI, presentata dal Socio CIAMICIAN.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

[1] Berl. Berichte XXIV, 3349.

Chimica. — *Sulla stabilità delle immidi di acidi bibasici* (1). Nota di A. Miolati, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Dopo che la teoria del concatenamento degli atomi nei composti organici, ha dischiuso ai chimici la possibilità di conoscere la natura intima delle molecole, le reazioni intramolecolari, quelle reazioni cioè che avvengono tra atomi o gruppi atomici appartenenti ad una medesima molecola, hanno attirato maggiormente la loro attenzione. Esse sono certamente da annoverarsi tra le reazioni chimiche più importanti ed interessanti, perchè permettono di studiare più intimamente le condizioni statiche interne della molecola chimica e le cause dei cambiamenti dinamici che vi si producono.

« Queste reazioni intramolecolari, che generalmente conducono a composti ciclici, vengono espresse in modo affatto insufficiente dalle nostre formole di struttura nel piano; essendo ormai assodato, che la disposizione relativa degli atomi nello spazio, oltre che la natura, il concatenamento e la posizione degli atomi stessi, ha una grande influenza sulla maggiore o minore facilità con cui queste reazioni si compiono.

« L'applicazione delle vedute di van t'Hoff e di Wislicenus sulla disposizione delle valenze del carbonio nello spazio, diede una spiegazione facile e soddisfacente di molte di queste reazioni intramolecolari, mostrando che realmente gruppi che sembrerebbero vicini, sono nello spazio di fatto più lontani. Esse spiegarono in modo soddisfacente, perchè la formazione di complessi ciclici a cinque o sei atomi avvenga più facilmente di quella in cui il numero degli atomi sia minore o maggiore.

« Secondo il concetto di Bayer, la stabilità di questi complessi ciclici dipende dal maggiore o minore spostamento che la direzione delle valenze degli atomi formanti l'anello hanno dovuto subire perchè questo si potesse formare. Ma la facilità con cui avvengono le reazioni intramolecolari non dipende solamente da questo spostamento che le valenze devono subire; essa dipende altresì dalla configurazione più o meno stabile della molecola nello spazio. Dipendendo però questa configurazione essenzialmente dalla presenza e dalla posizione di certi atomi o gruppi atomici nella molecola, ne avviene che la presenza di questi gruppi, rende più o meno stabile il composto ciclico che si forma. L'azione di essi, potrebbe consistere o nello spostare la direzione delle valenze degli atomi componenti il nucleo, oppure anche nel fatto di impedire o di agevolare, in causa dello spazio da essi occupato, agli agenti chimici di giungere al punto dove l'anello può spezzarsi facilmente.

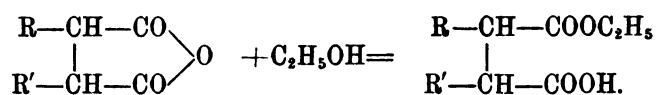
« Una quantità di fatti qualitativi ed alcuni anche quantitativi, a cui,

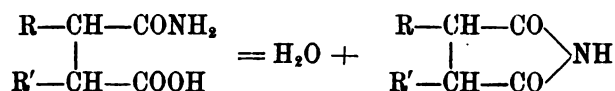
(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico dell'Università di Roma

in questa Memoria d'indole preliminare sarebbe troppo lungo il voler accennare, confermano questo modo di vedere.

« Specialmente gli studi di Anwers e V. Meyer, e più di tutto quelli di C. A. Bischoff sugli acidi della serie succinica, glutarica e maleica, hanno provato in modo evidente l'enorme influenza dei gruppi alcoolici sulla configurazione della molecola e sulla facilità di questa di eliminare una molecola d'acqua per dare le anidridi.

« La varietà ed il numero rilevante dei derivati di queste serie di acidi, m'avevano indotto già da tempo a studiare quantitativamente, guidato dai concetti or ora esposti, i rapporti di stabilità delle anidridi di questi acidi. Era mia intenzione di servirmi della scomposizione che esse subiscono per mezzo dell'alcool.

$$\left.\begin{array}{l} R-CH-CO \\ \quad\;\; | \\ R'-CH-CO \end{array}\right\rangle O + C_2H_5OH = \begin{array}{l} R-CH-COOC_2H_5 \\ \quad\;\; | \\ R'-CH-COOH. \end{array}$$

« La determinazione della quantità di monoetere formatosi, dopo tempi determinati, doveva servirmi a dedurne la velocità della scomposizione, indice, se non precisa misura, della stabilità dell'anidride. Sebbene il processo possa seguirsi quantitativamente, come mostrerò in un'altra accasione, pure le condizioni pratiche dell'esperienza non sono tanto semplici; ond'è che rivolsi la mia attenzione ad altri derivati ciclici di questi acidi bibasici, e precisamente alle immidi le quali possonsi considerare come derivate dagli ammidoacidi per eliminazione di una molecola d'acqua.

$$\begin{array}{l} R-CH-CONH_2 \\ \quad\;\; | \\ R'-CH-COOH \end{array} = H_2O + \left.\begin{array}{l} R-CH-CO \\ \quad\;\; | \\ R'-CH-CO \end{array}\right\rangle NH$$

« La solubilità di queste immidi nell'acqua, non accompagnata da nessuna scomposizione, le rendeva specialmente adatte allo studio dinamico che volevo fare. La reazione studiata è la scomposizione con idrato sodico. Gli ammidoacidi che si formono, sono in suluzione alcalina nelle condizioni dell'esperimento, abbastanza stabili, sicchè non avvengono reazioni secondarie. Le determinazioni vennero fatte alla temperatura di 25° ed in soluzione acquosa $^1/_{200}$ norm. A 190 ccm. di una soluzione $^1/_{190}$ norm. dell'immide si aggiungevano 10 ccm. di idrato sodico $^1/_{10}$ norm. Dall'istante in cui si faceva la miscela si cominciava a contare il tempo; e a determinati intervalli si prendevano dalla soluzione 20 ccm. di liquido e si interrompeva la reazione diluendo questi 20 ccm. con acqua fredda. Da esperienze fatte si era constatato che la reazione a temperatura ordinaria avviene lentissimamente. Con acido cloridrico titolato e convenientemente diluito si determinava subito l'alcali ancora libero, adoperando la tintura di tornasole come indicatore, e si avevano così i dati necessari e sufficienti per calcolare la velocità della reazione.

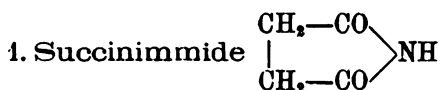
« Essendo questa di second'ordine ed adoperando quantità equimolecolari dei corpi reagenti, essa è retta dalla nota equazione diferenziale:

$$\frac{dx}{dt} = c(A-x)^2$$

la quale integrata, tenendo conto che per $t = 0$, x è pure 0, dà l'espressione seguente:

$$Ac = \frac{1}{t} \cdot \frac{x}{A-x}$$

in cui A esprime in centimetri cubici di acido cloridrico adoperato, il numero di equivalenti nei corpi reagenti al principio della reazione, x, pure espresso nella medesima unità, il numero dei medesimi che dopo il tempo t in minuti hanno reagito tra di loro.

1. Succinimmide $\begin{matrix} CH_2-CO \\ | \\ CH_2-CO \end{matrix} > NH$

1ª Serie A = 4.70

t	x	$A-x$	$x:A-x$	Ac
5	0.05	4.65	0.01075	0.002150
10	0.12	4.58	0.02620	0.002620
20	0.19	4.51	0.04205	0.002107
30	0.31	4.39	0.07062	0.002354
45	0.47	4.23	0.11110	0.002469
60	0.54	4.16	0.12980	0.002163
90	0.82	3.88	0.21130	0.002348
120	1.05	3.65	0.28770	0.002398
150	1.35	3.35	0.40300	0 002686
180	1.45	3.25	0.44620	0.002478

$Ac = 0.002377$

2ª Serie A = 9.15

t	x	$A-x$	$x:A-x$	Ac
5	0.10	9.05	0.001105	0.002210
25	0.53	8.62	0.006149	0.002459
40	0.85	8.30	0.01024	0.002560
60	1.10	8.05	0.02530	0.002277
80	1.40	7.75	0.18060	0.002258
120	2.02	7.13	0.28330	0.002361
140	2.34	6.81	0.34370	0.002455
170	2.75	6.40	0.42960	0.002527

$Ac = 0.002388$

3ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
5	0.10	9.05	0.01105	0.002210
10	0.25	8.90	0.02808	0.002808
25	0.50	8.65	0.05781	0.002313
40	0.78	8.37	0.09319	0.002330
60	1.10	8.05	0.13670	0.002277
90	1.55	7.60	0.20390	0.002267
120	2.00	7.15	0.35230	0.002385
150	2.40	6.75	0.35550	0.002370
180	2.80	6.35	0.44100	0.002450

Ac = 0.002381

Media delle 3 Serie: Ac = 0.002382.

2. Immide pirotartarica $\begin{matrix} CH_3—CH—CO \\ \vert \\ CH_2—CO \end{matrix} \rangle NH.$

1ª Serie A = 9.15

40	0.48	8.67	0.05537	0.001380
60	0.63	8.52	0.07392	0.001232
90	0.90	8.25	0.10910	0.001212
120	1.38	7.77	0.17760	0.001480
150	1.60	7.55	0.21190	0.001413
180	1.93	7.22	0.26740	0.001486

Ac = 0.001367

2ª Serie A = 9.15

10	0.13	9.02	0.01441	0.001441
20	0.25	8.90	0.02808	0.001405
40	0.48	8.67	0.05537	0.001380
60	0.65	8.50	0.07825	0.001275
90	0.93	8.22	0.11320	0.001257
120	1.38	7.77	0.17760	0.001480
150	1.60	7.55	0.21190	0.001413
180	1.85	7.30	0.25340	0.001408

Ac = 0.001382

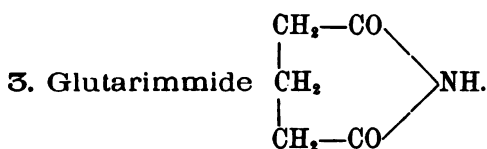
3ª Serie A = 9.15

t	x	$A-x$	$x:A-x$	Ac
10	0.13	9.02	0.01441	0.001441
20	0.25	8.90	0.02808	0.001405
30	0.37	8.78	0.04118	0.001373
45	0.53	8.62	0.06149	0.001367
60	0.67	8.48	0.07902	0.001317
80	0.90	8.25	0.10880	0.001360
100	1.13	8.02	0.13880	0.001388
130	1.40	7.75	0.18060	0.001390
160	1.63	7.52	0.21680	0.001353
200	1.88	7.27	0.25830	0.001291

$Ac = 0.001372$

Media delle 3 Serie: $Ac = 0.001374$.

« L'introduzione di un gruppo metilico al posto di un atomo di idrogeno legato al carbonio, ha aumentato notevolmente la stabilità dell'immide succinica. Le due costanti stanno tra loro nel rapporto 1 : 1.73, quasi il medesimo rapporto che L. Henry (¹) constatava tra la velocità della decomposizione del Valerolattone colle basi diverse e quella del Buttirolattone, cioè 1 : 1.96.

3. Glutarimmide $\begin{matrix} CH_2-CO \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CH_2-CO \end{matrix} \Big> NH.$

1ª Serie A = 9.15

3	3.67	5.48	0.6697	0.2232
6	5.58	3.57	1.563	0.2605
8	6.21	2.94	2.113	0.2641
10	6.62	2.53	2.617	0.2617
12	6.81	2.34	2.910	0.2425
14	7.17	1.98	3.881	0.2772
16	7.46	1.69	4.414	0.2758
18	7.50	1.65	4.545	0.2525

$Ac = 0.2572$

(¹) Zeitsch. f. physik. Chemie X, 96.

2ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
2	2.74	6.31	0.4343	0.2171
4	4.46	4.69	0.9508	0.2377
6	5.41	3.74	1.446	0.2443
8	6.06	3.09	1.961	0.2451
10	6.60	2.55	2.588	0.2588
12	6.81	2.34	2.910	0.2425
14	7.15	2.00	3.575	0.2553
16	7.30	1.85	3.946	0.2466
18	7.50	1.65	4.545	0.2525

Ac = 0.2444

3ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
3	3.70	5.45	0.6789	0.2263
5	4.92	4.23	1.163	0.2326
7	5.78	3.37	1.715	0.2464
9	6.30	2.85	2.211	0.2456
11	6.77	2.38	2 844	0.2585
13	7.08	2.07	3.420	0.2630
15	7.35	1.80	4.083	0.2722
17	7.49	1.66	4.512	0.2536
19	7.65	1.50	5.100	0.2684

Ac = 0.2518

Media delle 3 Serie: Ac = 0.2511.

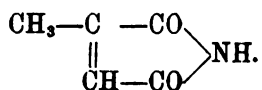
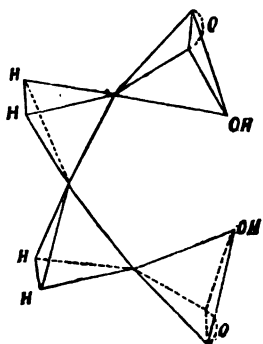
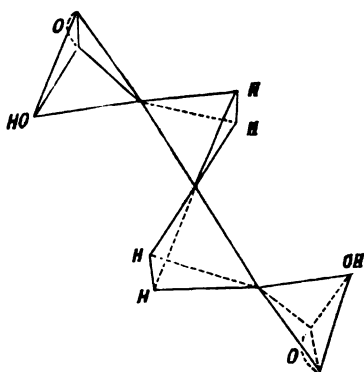
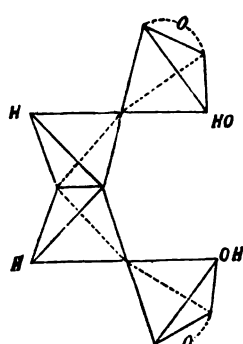
« L'immide glutarica (1) si scompone con una velocità circa 100 volte maggiore dell'anidride succinica. Le immidi degli omologi dell'acido glutarico dovrebbero essere più stabili dell'immide glutarica, e perciò sarà interessante di vedere se le differenze della velocità di scomposizione delle immidi corrispondenti della serie succinica e della serie glutarica concordano con quella sopra osservata. Nell'acido glutarico vi sono due carboni in posizione differente rispetto ai carbossili, ed i radicali alcoolici che possono venir man mano introdotti, dovrebbero influire, a seconda della loro posizione, in grado differente sulla stabilità delle immidi.

« Non potei ancora fare delle determinazioni coll'immide maleica, perchè quest'immide non è stata ancora ottenuta con certezza. I dati di Dessaignes (2),

(1) Questa immide mi venne gentilmente regalata dal prof. Körner, a cui, anche in questa occasione porgo i più vivi ringraziamenti.

(2) Jahresbericht 1850, 414, 1857, 309.

di Wolff (¹) di Pasteur (²) sono contraddittori. I caratteri dei composti da loro ottenuti rendono più probabile che questi siano derivati dell'acido ammidosuccinico. Non essendo ancora terminate le ricerche per preparare l'immide maleica, ho fatte intanto alcune determinazioni preliminari coll'immide citraconica

$$\begin{array}{l} CH_3—C\ —CO \diagdown \\ \qquad \| \qquad\qquad\quad >NH. \\ \quad\ CH—CO \diagup \end{array}$$

Sebbene non voglia comunicare ora i numeri ottenuti fin quì, pure voglio accennare che l'immide citraconica risulta meno stabile della stessa immide glutarica. Questo fatto pare a prima vista strano, data la maggiore facilità con cui gli acidi della serie maleica danno le anidridi in confronto agli acidi succinici corrispondenti. Se però, col modello, si confronta la configurazione della catena degli atomi di carbonio nelle due serie, si vede subito che mentre nella serie succinica la formazione dell'immide avviene quasi senza spostamento degli atomi della loro posizione naturale, nella serie maleica i carbossili sono più lontani tra di loro, e quindi per formare l'immide bisogna spostare gli atomi dalla loro posizione naturale.

Acido succinico nella posizione maleica. — Acido succinico nella posizione fumarica. — Acido maleico

« La facilità con cui l'acido maleico dà l'anidride, dipende certamente dal fatto che i carbossili sono costantemente fissati nella posizione più opportuna per reagire tra di loro. Nell'acido succinico, invece, in causa della rotazione libera degli atomi di carbonio i carbossili si troveranno solo momentaneamente nella posizione malenoide, opportuna all'eliminazione dell'acqua.

(¹) Liebig's Annalen, 75, 293.
(²) Ann. de chim. et physique [3] XXXIV, 30

« Perciò credo che la formazione e la scomposizione dei nuclei non sieno fenomeni perfettamente inversi, inquantochè nella prima ha influenza, oltre che il numero degli atomi che prendono parte alla formazione del nucleo stesso ed i radicali alchilici che esistono nella molecola, anche la possibilità della molecola stessa di assumere momentaneamente altre configurazioni, più o meno lontane da quella più opportuna per la reazione intramolecolare.

« Infine, voglio notare ancora che la velocità della scomposizione di questi nuclei, tale quale viene ora determinata coi metodi dinamici, non dovrebbe essere l'espressione esatta della stabilità dei nuclei stessi. Questa velocità è molto probabile che sia, anzi, influenzata dal volume molecolare del nucleo stesso, dall'attrito che trova la molecola a muoversi e così via. È appunto per ciò che mi propongo di ricercare poi di coordinare le velocità di scomposizione, delle diverse immide colle loro proprietà volumetriche, ottiche, e termiche per vedere se, per mezzo di un tale studio comparativo, si possa giungere a formarsi un concetto più esatto della statica molecolare ».

Chimica. — *Sulla stabilità delle immidi succiniche sostituite nell'azoto.* Nota di A. Miolati e E. Longo, presentata dal Socio Cannizzaro.

Geologia. — *Ancora sulla origine e sulla età dei tufi vulcanici al nord di Roma.* Nota dell'ing. E. Clerici, presentata dal Socio Capellini.

Queste due Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 giugno 1894.

F. BRIOSCHI Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Alcune osservazioni sulla teoria dei motori elettrici* (1). Nota del Corrispondente G. B. FAVERO.

Parte II. — *Motore proposto dal prof. G. Ferraris. Deduzioni generali.*

« *Motore proposto dal prof. G. Ferraris.* — Nel motore ultimamente proposto dal prof. G. Ferraris si ha pure un campo magnetico fisso di direzione, alternante, bipolare, per cui porremo anche in questo caso

$$h = \mathrm{H} \operatorname{sen} \omega t$$

« La corrente che genera il campo è quella stessa che percorre l'armatura, od è un'altra corrente alternata di eguale periodo. Supporremo l'armatura ridotta ad un semplice circuito circolare di area A, nel quale per fissare le idee, la corrente circoli in modo, che quando φ è compreso fra O e $\frac{\pi}{2}$, il momento che ne risulta tenda a diminuire l'angolo φ, produca cioè un momento negativo, e porremo perciò l'intensità della corrente nel circuito

$$i = -\mathrm{H}' \operatorname{sen} (\omega t + \psi)$$

tenendo conto colla ψ di un eventuale spostamento di fase. Supponiamo che il circuito ruoti di moto uniforme nel senso degli indici d'un orologio, per cui, detta ω_1 la velocità angolare di rotazione, dovremo porre $\varphi = \varphi_0 + \omega_1 t$,

(1) Vedi pag. 418.

essendo φ_0 il valore dell'angolo φ per $t=0$. Il campo essendo fisso di direzione potremo porre $\beta=0$. Con questi valori le formole a) diventano, contando il tempo da $t_0=0$, ed essendo $\frac{d\varphi}{dt}=\omega_1$.

$$M=-AHH'\,\mathrm{sen}\,\omega t\,\mathrm{sen}\,(\omega t+\psi)\cos(\varphi_0+\omega_1 t)\,,\ M_m=\frac{1}{t_1}\int_0^{t_1}M\,dt\,,\ L=M_m\omega_1$$

« Si vede senz'altro che il momento M si annulla per una tripla serie di valori equidistanti, cioè per $\omega t=0,\pi,2\pi,\ldots$, per $\omega t+\psi=0,\pi,2\pi,\ldots$, e per $\varphi_0+\omega_1 t=\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2},\ldots$, i quali ultimi corrispondono alla posizione del circuito normale alla direzione del campo. Il momento M dunque è alternatamente positivo e negativo. Che se $\psi=0$, le due prime serie di valori coincidono: le radici diventano doppie, e quindi la M per esse si annulla bensì, ma non passa da un segno all'opposto. La terza serie comprende solamente radici semplici, ed il momento M per essa è per mezza rotazione positivo, e per l'altra mezza negativo, partendo dalla posizione in cui il piano del circuito è normale alla direzione del campo.

« Esaminiamo ora il valore medio M_m. Posto

$$z=4\,\mathrm{sen}\,\omega t\,\mathrm{sen}\,(\omega t+\psi)\cos(\varphi_0+\omega_1 t)\,,$$

risolvendo i prodotti di seni e coseni in somme e differenze abbiamo in generale

$$z=2\cos\psi\cos(\varphi_0+\omega_1 t)-\cos\{(2\omega+\omega_1)t+\psi+\varphi_0\}-\cos\{(2\omega-\omega_1)t+\psi-\varphi_0\}$$

per cui il valore di M si presenta sotto la forma

$$M=\Sigma B'\cos(\mu' t+\nu')$$

Però per i tre casi speciali $\omega_1=0$, $\omega_1=2\omega$, $\omega_1=-2\omega$, si trova rispettivamente

$$z=2\cos\varphi_0\{\cos\psi-\cos(2\omega t+\psi)\}$$
$$z=2\cos\psi\cos(2\omega t+\varphi_0)-\cos(4\omega t+\psi+\varphi_0)-\cos(\psi-\varphi_0)$$
$$z=2\cos\psi\cos(2\omega t-\varphi_0)-\cos(\psi+\varphi_0)-\cos(4\omega t+\psi-\varphi_0)$$

Ora si ha

$$M_m=-\frac{AHH'}{4t_1}\int_0^{t_1}z\,dt$$

e coi vari valori della z procedendo alle integrazioni, ed osservando che l'espressione

$$\frac{1}{t_1}\int_0^{t_1}\cos(\mu' t+\nu')\,dt$$

quando μ' sia diverso da zero, converge verso zero col crescere indefinito di t_1, otterremo per il caso di regime, e per un valore qualunque di ω_1 diverso dai tre speciali suddetti

$$M_m = 0$$

Invece per $\omega_1 = 0$

$$M'_m = -\frac{AHH' \cos \varphi_0 \cos \psi}{2}$$

e per $\omega_1 = \pm 2\omega$, rispettivamente

$$M''_m = \frac{AHH'}{4} \cos (\varphi_0 \mp \psi)$$

Il momento medio è dunque nullo in generale: non lo è per $\omega_1=0$, ed $\omega_1 = \pm 2\omega$. Ne viene che l'apparecchio non può dare o ricevere lavoro, se non nel caso che la velocità ω_1 di rotazione dell'armatura sia tale da compiere due giri interi, in senso positivo o negativo, nel periodo di una alternazione del campo. Come motore è dunque un motore sincrono.

« La condizione del sincronismo porta però di conseguenza, che al principio di ogni alternazione l'armatura avrà sempre rispetto alla direzione del campo la stessa posizione, fissata dall'angolo φ_0, il quale entra nel valore di M_m per il fattore cos $(\varphi_0 \mp \psi)$. Risulta da ciò che il motore, ruotando con velocità doppia del campo, darà un lavoro tanto minore, quanto più l'angolo φ_0 sia vicino al valore $\frac{\pi}{2} \pm \psi$.

« Quando l'armatura è in quiete, cioè per $\omega_1 = 0$, e non sia contemporaneamente anche $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, la M_m non è nulla, dunque il motore comincia a muoversi da sè col momento M'_m sopra trovato. Se, stabilito l'andamento sincrono di regime con un dato valore di $\varphi_0 - \psi$, supposto compreso fra 0 e $\frac{\pi}{2}$, la velocità dell'armatura viene rallentata per momentaneo sopracarico, l'angolo φ_0 tenderà a diminuire e quindi il momento M''_m ad aumentare, e con questo aumento potrà esser vinto il sopracarico. Il motore avrà dunque in queste condizioni un andamento stabile. Non così se l'angolo di regime fosse negativo, numericamente minore di $\frac{\pi}{2}$: esso dovrà allora essere modificato per ottenere la stabilità.

« Anche questo motore, atteso il cambiamento di segno a cui è soggetta la M durante la rotazione, dovrà, come il precedente, essere dotato di masse che funzionano da volante.

« *Deduzioni generali.* — Il motore Thomson-Brown sopra considerato è asincrono, mentre quello proposto dal prof. Ferraris è un motore sincrono. Ora può domandarsi quale sia il carattere analitico che distingue queste due specie di motori; e su questo argomento faremo ora alcune riflessioni.

« L'espressione del momento M tanto nell'uno che nell'altro motore risulta, prescindendo da un fattore costante, dal prodotto dei tre fattori h, i, $\cos(\varphi_0 + \omega_1 t)$, tutti e tre funzioni alternanti del tempo. Sviluppando questo prodotto in seni e coseni di somme e differenze d'archi, per il motore Thomson-Brown si ebbe la forma generale, qualunque sia ω_1,

$$d) \qquad M = C + \Sigma B \operatorname{sen}(\mu t + \nu)$$

dove C è una quantità indipendente dal tempo. Per il motore Ferraris si ottenne invece la forma generale, qualunque sia ω_1,

$$M = \Sigma B' \cos(\mu' t + \nu')$$

dove manca la quantità indipendente dal tempo. Solo per valori speciali di ω_1 la C nel primo motore sparisce, mentre per valori pure speciali di ω_1 la M del secondo motore prende la forma *d*), cioè contiene un termine indipendente dal tempo. Dunque nel motore Thomson-Brown il termine C indipendente dal tempo *esiste* per ogni valore di ω_1, eccettuati valori speciali: nel motore Ferraris il termine C *manca* per ogni valore di ω_1, eccettuati valori speciali.

« Ora la media M_m si ha dall'integrale $\int_0^{t_1} M dt$ diviso per t_1. Ma, come fu sopra osservato, le espressioni

$$\frac{1}{t_1}\int_0^{t_1} \operatorname{sen}(\mu t + \nu) dt \quad , \quad \frac{1}{t_1}\int_0^{t_1} \cos(\mu' t + \nu') dt \, ,$$

dove μ e μ' siano diverse da zero, tendono a zero col crescere indefinito di t_1, e sono quindi senza influenza sul valore della media M_m: questa dipenderà dunque unicamente dal termine costante C. Se questo è nullo, sarà nulla la media, cioè non si avrà nè dinamo nè motore; se il termine C non è nullo si avrà dinamo o motore. Nel motore Thomson-Brown la C, al variare di ω_1, non è nulla: essa lo è solo per valori speciali di ω_1. Dunque questo motore *possiede* il carattere di macchina attiva per valori qualunque di ω_1; lo *perde* solo per valori speciali di ω_1. Nel motore Ferraris invece la C, al variare di ω_1, è sempre nulla: solo non lo è per valori speciali di ω_1. Dunque questo motore *manca* del carattere di macchina attiva per valori qualunque di ω_1; lo *acquista* solo per valori speciali di ω_1.

« Il carattere analitico adunque che distingue queste due specie di motori è il seguente: Se nell'espressione del momento M, sviluppata in somme e differenze di seni e coseni, si ha un termine C indipendente dal tempo, termine che può annullarsi solamente per valori speciali della velocità angolare ω_1 dell'armatura, il motore è asincrono. Se invece non si ha un termine C indipendente dal tempo, salvo che per valori speciali di ω_1, il motore è sincrono: e precisamente sono questi speciali valori di ω_1 che determinano la velocità da darsi all'armatura, perchè l'apparecchio funzioni.

« Queste considerazioni si possono generalizzare. Manteniamo il concetto fondamentale sopra esposto di un circuito ruotante in un campo magnetico. Se allora si considera solamente un tempo limitato si ha sempre in generale, qualunque possa essere la variabilità del campo e della corrente del circuito, una dinamo od un motore, non potendo essere che affatto eccezionale il caso che l'integrale $\int_{t_0}^{t_1} \mathrm{M}dt$ sia nullo per ogni valore di t_1. Se però si considera un tempo indeterminato e l'apparecchio debba funzionare regolarmente in uno stato di regime, senza limitazione di tempo, allora tanto l'intensità e la direzione del campo magnetico, quanto l'intensità della corrente nel circuito, ed il suo movimento di rotazione devono essere funzioni periodiche del tempo, o funzioni analoghe alle periodiche. Tali funzioni saranno dunque praticamente rappresentabili con un numero finito di termini simili a quelli delle serie di Fourier. Potremo cioè assumere per M l'espressione

$$\mathrm{M} = \mathrm{A}hi \cos(\varphi - \beta)$$

delle formole a), ed esprimere le h ed i scrivendo

$$e)\qquad \begin{cases} h = \mathrm{H} + \Sigma \mathrm{P} \operatorname{sen}(pt + \psi) + \Sigma \mathrm{Q} \cos(p't + \psi') \\ i = \mathrm{I} + \Sigma \mathrm{P}' \operatorname{sen}(qt + \chi) + \Sigma \mathrm{Q}' \cos(q't + \chi') \end{cases}$$

dove H ed I sono indipendenti dal tempo. Volendo poi comprendere anche il caso di un campo rotatorio, supporremo che le φ e β siano funzioni lineari del tempo $\varphi = \omega' t + \varphi'_0$, $\beta = \omega'' t + \varphi'_0$, e posto $\omega' - \omega'' = \omega$, $\varphi_0' - \varphi_0'' = \varphi_0$, avremo $\varphi - \beta = \omega t + \varphi_0$.

« Conveniamo ora di dire, per brevità di linguaggio, che una funzione qualunque del tempo possiede il periodo p, diverso da zero, quando essa contenga un termine della forma $\mathrm{P} \operatorname{sen}(pt + \psi)$, oppure $\mathrm{Q} \cos(pt + \psi)$, essendo le $\mathrm{P}, \mathrm{Q}, \psi$ indipendenti dal tempo; e che essa possiede il periodo zero quando essa contenga un termine totalmente indipendente dal tempo. E siccome $\operatorname{sen}(pt + \psi) = -\operatorname{sen}(-pt - \psi)$, $\cos(pt + \psi) = \cos(-pt - \psi)$, così il dire che una funzione possiede il periodo p, oppure il dire che possiede il periodo $-p$, sarà la stessa cosa.

« Ciò premesso, siccome i prodotti $\operatorname{sen} x \cos y$, $\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y$, $\cos x \cos y$ si risolvono in somme e differenze di seni e coseni di $x + y$ e di $x - y$, ne viene che se due funzioni F, F′ del tempo possiedono rispettivamente i periodi p e q, il prodotto FF′ possiederà i periodi $p + q$ e $p - q$. Se dunque la funzione h possiede i periodi $o, p_1, p_2, \ldots, p'_1, p'_2, \ldots$, e la funzione i possiede i periodi $o, q_1, q_2, \ldots, q'_1, q'_2, \ldots$, il prodotto hi sarà dotato dei periodi $o, p, q, p \pm q$; intendendo per p e q due qualunque dei periodi rispettivi delle h ed i. Il prodotto $hi \cos(\omega t + \varphi_0)$, ossia il momento M, sarà perciò dotato dei periodi $\omega, p \pm \omega, q \pm \omega, (p \pm q) \pm \omega$. Questo momento dunque

sarà in generale, cioè per un valore qualunque di ω, privo di periodi nulli, ossia mancherà di costanti C, e potremo asserire:

A) Facendo ruotare con velocità angolare qualunque, senza limitazione di tempo, in un campo magnetico costante o periodicamente variabile, fisso o rotatorio, un circuito nel quale scorra una corrente elettrica d'intensità costante o periodicamente variabile, non si ha in generale nè dinamo nè motore.

« Se però i periodi ω' ed ω'', che fissano la legge di rotazione del circuito e del campo siano tali, o si scelgano in modo, che sia verificata una delle equazioni $\omega = \omega' - \omega'' = 0$, $p \pm \omega = 0$, $q \pm \omega = 0$, $(p \pm q) \pm \omega = 0$, per qualche periodo o coppia di periodi p e q, allora si avranno in generale una ó più costanti C, e si otterrà un apparecchio sincrono, se con tal nome vogliamo indicare un apparecchio dove la velocità di rotazione ω' è subordinata ad un legame lineare coi periodi ω'', p e q, e potremo dire:

B) Se nel campo magnetico accennato ad *A*) il circuito non si fa ruotare con velocità angolare qualunque, ma con una speciale velocità angolare, si ha in generale una dinamo od un motore. La speciale velocità angolare a ciò necessaria dipende linearmente dalla durata dei periodi spettanti al campo ed alla corrente nel circuito.

« Se anche soddisfacendo al legame lineare fra la ω' e le ω'', p e q la costante C o la somma algebrica delle costanti C si annulla, l'apparecchio resterà tuttavia inattivo.

« Che se i periodi p e q siano tali che per uno o più di essi si verifichi alcuna delle equazioni $p \pm \omega = 0$, $q \pm \omega = 0$, $(p \pm q) \pm \omega = 0$ per un valore qualunque di ω, allora la costante (o le costanti) C esisteranno in generale per qualunque ω, ossia per qualunque $\omega' - \omega''$, e si avrà un apparecchio asincrono. Siccome però affinchè sia $p \pm \omega = 0$, $q \pm \omega = 0$, $(p \pm q) \pm \omega = 0$ per qualunque ω, dev'essere $p = \mp \omega$, $q = \mp \omega$, $p \pm q = \mp \omega$, ne viene che non si può avere un apparecchio asincrono, altrochè nel caso che il prodotto hi presenti il periodo $\omega' - \omega''$, cioè contenga dei termini della forma $\mathrm{P} \operatorname{sen} \{(\omega' - \omega'')t + \psi\}$, $\mathrm{Q} \cos \{(\omega' - \omega'')t + \psi'\}$.

« Questo caso si avvera sempre qualora le correnti nel circuito ruotante siano quelle indotte dal campo. Infatti in tal caso la forza elettromotrice nel circuito è data da $\mathrm{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$, essendo Φ il flusso, che ha per valore $\Phi = \mathrm{A}h \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$. Dunque il flusso e quindi la forza elettromotrice avranno i periodi ω, $p \pm \omega$, e gli stessi periodi spetteranno quindi all'intensità i. Dunque il prodotto hi avrà i periodi ω, $p \pm \omega$, $p \pm (p \pm \omega)$, ossia ω, $p + \omega$, $p - \omega$, $2p + \omega$, $2p - \omega$, e quindi il momento M avrà in generale i periodi

$$o\,,\, p\,,\, 2p\,,\, 2\omega\,,\, p + 2\omega\,,\, p - 2\omega\,,\, 2p + 2\omega\,,\, 2p - 2\omega\,.$$

« Che se nella h fosse $H = 0$, i periodi sarebbero

$$0\,,\, 2p\,,\, 2\omega\,,\, 2p + 2\omega\,,\, 2p - 2\omega$$

« Vi sono adunque in ogni caso delle costanti C indipendenti dal tempo nel valore di M, e queste in generale non si annulleranno che per valori speciali di ω. Possiamo dunque dire:

C) Facendo ruotare con velocità angolare qualunque, senza limitazione di tempo, in un campo magnetico costante o periodicamente variabile, fisso o rotatario, un circuito nel quale scorra una corrente elettrica indotta dal campo, si ha in generale una dinamo od un motore.

« Se però per speciali valori di ω la somma algebrica delle costanti C dovesse annullarsi, l'apparecchio per quei valori perde la sua qualità di dinamo o motore. Può però anche darsi che per altri valori speciali di ω. alle costanti C inerenti al sistema per qualunque ω, altre se ne aggiungano dovute al sincronismo. In tal caso aumenta il numero delle costanti C, ed i valori di M corrispondenti costituiscono delle discontinuità nella M considerata come funzione di ω.

« Colle norme generali precedenti diventa facile decidere sulla natura dei motori Thomson-Brown e Ferraris sopra esaminati. Nel primo si ha il campo $h = H \operatorname{sen} \omega t$, che ha il periodo ω; il flusso $\Phi = A h \operatorname{sen}(\omega_1 t + \varphi_0)$ ha i periodi $\omega + \omega_1$, $\omega - \omega_1$, e questi stessi periodi spettano quindi alla forza elettromotrice ed all'intensità i. Il prodotto hi avrà dunque i tre periodi ω_1, $2\omega + \omega_1$ $2\omega - \omega_1$, e perciò il momento M, atteso il fattore $\cos(\omega_1 t + \varphi_0)$ avrà i cinque periodi 0, 2ω, $2\omega_1$, $2\omega + 2\omega_1$, $2\omega - 2\omega_1$. Vi è dunque una costante C nel valore di M, ed il motore è asincrono. Nel motore Ferraris il campo $h = H \operatorname{sen} \omega t$ ha il periodo ω; l'intensità i sincrona al campo ha pure il periodo ω; dunque il prodotto hi ha i due periodi 0, 2ω: quindi il momento M ha i tre $2\omega + \omega_1$, $2\omega - \omega_1$, ω_1. Manca dunque lo zero, ossia la costante, ed il motore non può essere che sincrono: ed infatti per avere periodi nulli bisogna porre $2\omega + \omega_1 = 0$, $2\omega - \omega_1 = 0$, ossia assumere la velocità angolare $\omega_1 = \pm 2\omega$.

« Quanto al concetto fondamentale di un circuito ruotante, mantenuto fin qui, giova osservare che al concetto ristretto di una circonferenza ruotante intorno ad un suo diametro normale alla direzione del campo magnetico, può sostituirsi un concetto più generale senza pregiudizio delle deduzioni sopra formulate. Infatti la circonferenza fin qui considerata sostituisce un magnete; ma per fare tale sostituzione non occorre una circonferenza completa, basta anche una parte di circonferenza, un arco limitato, in cui si supponga esistere una corrente. Un certo numero di tali archi limitati, anche se i loro piani non passano per l'asse di rotazione, od i loro centri non cadono nell'asse stesso, equivarranno sempre ad altrettanti magneti, le cui direzioni passeranno per i centri degli archi e saranno normali ai piani degli archi

stessi. Queste direzioni saranno invariabili le une rispetto alle altre, qualora gli archi mantengano pure inalterata la loro posizione rispettiva durante la rotazione. L'intensità dei poli dei singoli magneti sarà variabile colla variabilità delle correnti che percorrono gli archi corrispondenti. L'azione del campo sui poli di questi magneti produrrà un momento intorno all'asse di rotazione: tale momento sarà la somma dei momenti dovuti ai poli di tutti i magneti rispetto all'asse stesso.

« Se si assume quest'asse di rotazione come asse delle z, e si considera un polo P, spettante ad uno dei magneti, e siano al tempo t, x, y, z le coordinate di P, i l'intensità della corrente nell'arco corrispondente, X, Y, Z le componenti dell'intensità del campo nel punto P, il momento di rotazione intorno all'asse delle z dovuto al polo P, sarà espresso da $\alpha(\mathrm{Y}ix - \mathrm{X}iy)$, essendo α una costante relativa al polo P, ed in coordinate polari $\alpha\varrho(\mathrm{Y}i \cos\vartheta - \mathrm{X}i \operatorname{sen}\vartheta)$, e per tutti i poli insieme

$$\mathrm{M} = \Sigma\alpha\varrho\,(\mathrm{Y}i \cos\vartheta - \mathrm{X}i \operatorname{sen}\vartheta)$$

Se ora supponiamo che le X, Y, Z come pure le i siano funzioni periodiche del tempo, e sia, per la rotazione uniforme, $\vartheta = \omega t + \varphi_0$, ne dedurremo che tutti i termini componenti la M ricadono nella forma

$$hi \cos(\varphi - \beta)$$

sopra considerata; e ciò con una maggiore generalità relativa alla rotazione del campo, che non solo può essere rotatorio nel piano, ma rotatorio nello spazio, avendo ammessa la periodicità di tutte e tre le X, Y, Z.

« Notiamo come eccezione il caso, che si abbia in ogni tempo $\mathrm{M} = 0$, come quando p. e. siano nulle le X ed Y, cioè la direzione del campo costantemente parallela alle z.

« La trovata espressione più generale del momento M ci permette di sostituire al circuito circolare sopra considerato, un circuito comunque conformato od un sistema di circuiti qualunque, purchè tale sistema ruotando non si deformi, ma mantenga inalterate le distanze reciproche fra i propri punti. Infatti un circuito qualunque o sistema di circuiti, può intendersi sempre suddiviso in archetti infinitesimi, e questi possono essere rimpiazzati dagli archetti infinitesimi dei relativi circoli osculatori; per cui il circuito qualunque o sistema di circuiti, equivarrà sempre ad un sistema determinato di magneti infinitesimi, di posizione rispettiva fissa, ed i cui poli, d'intensità periodicamente variabile, ruoteranno intorno all'asse delle z in circoli aventi i centri nell'asse stesso.

« Nelle superiori proposizioni *A*), *B*) e *C*) possiamo dunque alla parola circuito attribuire il senso di circuito qualunque, anche non circolare, o sistema di circuiti qualunque.

« Fra gli apparecchi dotati di tali circuiti molteplici meritano speciale attenzione quelli che sono più o meno esattamente simmetrici rispetto a qua-

lunque piano passante per l'asse di rotazione. Per tali apparecchi può avvenire, se si prescinde dalle correnti indotte dal campo, che il momento M riesca nullo qualunque sia il valore del tempo t. Tali apparecchi in simili condizioni non sono naturalmente nè motori nè dinamo. Ma possono però diventare facilmente l'uno o l'altro, qualora col mezzo di commutatori od altrimenti s'introduca una discontinuità nel prodotto hi spettante ai singoli circuiti costituenti il circuito molteplice, come più sotto si dirà, parlando della mutazione di apparecchi sincroni in apparecchi asincroni.

« Se si tien conto delle correnti i indotte dal campo, anche gli apparecchi con armatura simmetrica rispetto ad ogni piano passante per l'asse, possono possedere un momento M diverso da zero, come sopra si è trovato per il motore Thomson-Brown, calcolando il momento M', dovuto ad un numero N di circuiti uniformemente distribuiti intorno all'asse di rotazione. Il motore proposto dal Ferraris perderebbe invece ogni proprietà di apparecchio attivo, se vi si considerassero moltissimi anelli disposti uniformemente come i meridiani di una sfera, e non fosse dotato di alcuna disposizione di discontinuità.

« Nella prima parte di questa Nota si è accennato alla possibilità di una discontinuità sia nella funzione h rappresentante il campo, sia nel momento m del magnete a cui equivale il circuito percorso dalla corrente elettrica d'intensità i; discontinuità che potrà intendersi anche limitata alle derivate prime di h e di m rispetto al tempo. La discontinuità in queste funzioni produrrà in generale discontinuità anche nel prodotto hm, cioè nel prodotto hi. Fra i casi di discontinuità merita attenzione quello in cui essa abbia luogo periodicamente, e precisamente in dipendenza dell'angolo $\varphi-\beta$, delle formole a), in modo da ripetersi tutte le volte che il circuito rotante riprende la stessa posizione rispetto alla direzione del campo.

« Si può dimostrare che coll'introdurre opportunamente una discontinuità di tal genere, un apparecchio sincrono può convertirsi in apparecchio asincrono.

« A tale scopo premetteremo alcune relazioni analitiche. Sono note le formole

$$\alpha=\operatorname{sen} u+\operatorname{sen} 2u+\ldots+\operatorname{sen} mu=\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}mu\,\operatorname{sen}\frac{1}{2}(m+1)u}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}u}$$

$$\beta=1+\cos u+\cos 2u+\ldots+\cos mu=\frac{\cos\frac{1}{2}mu\,\operatorname{sen}\frac{1}{2}(m+1)u}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}u}$$

le quali valgono per u qualunque, e per m intero e finito. Cercando il li-

mite a cui tendono le espressioni $\frac{\alpha}{m+1}$, $\frac{\beta}{m+1}$ quando m cresce indefinitamente, si trova facilmente per la prima espressione

$$\lim \frac{\alpha}{m+1} = 0\,, \text{ qualunque sia } u$$

Per la seconda invece bisogna distinguere i valori di u espressi da $u = 2k\pi$, dove k è un numero intero o nullo, dagli altri valori. Se $u = 2k\pi$ si ha

$$\lim \frac{\beta}{m+1} = 1\,, \text{ mentre } \lim \frac{\beta}{m+1} = 0\,, \text{ per gli altri valori.}$$

Se si pone

$$\alpha' = \operatorname{sen} \delta + \operatorname{sen}(\delta + u) + \operatorname{sen}(\delta + 2u) + \ldots + \operatorname{sen}(\delta + mu)$$
$$\beta' = \cos \delta + \cos(\delta + u) + \cos(\delta + 2u) + \ldots + \cos(\delta + mu)$$

sarà $\alpha' = \beta \operatorname{sen} \delta + \alpha \cos \delta$, $\beta' = \beta \cos \delta - \alpha \operatorname{sen} \delta$, e quindi

$$\lim \frac{\alpha'}{m+1} = \operatorname{sen} \delta\,,\ \lim \frac{\beta'}{m+1} = \cos \delta\,,\ \text{per } u = 2k\pi$$
$$\lim \frac{\alpha'}{m+1} = 0\quad,\ \lim \frac{\beta'}{m+1} = 0\quad,\ \text{per gli altri valori di } u.$$

Ciò premesso poniamo

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^{i=m} \int_{a+ic}^{b+ic} \operatorname{sen}(\lambda t + \delta) dt\ ,\qquad \eta = \sum_{i=0}^{i=m} \int_{a+ic}^{b+ic} \cos(\lambda t + \delta) dt$$

dove m sia un numero intero positivo finito, λ sia diversa da zero, a, b, c, δ siano quantità finite qualunque, escluso però il caso $c = b - a$, che ridurrebbe le espressioni ad un solo integrale. Cerchiamo i valori di

$$l_s = \lim \frac{\varepsilon}{m+1} \text{ e di } l_c = \lim \frac{\eta}{m+1} \text{ per } \lim . m = \infty$$

Sviluppate le integrazioni e tenuto conto delle formole superiori, si trova

$$l_s = \frac{1}{\lambda}\left\{\cos(\lambda a + \delta) - \cos(\lambda b + \delta)\right\},\ l_c = \frac{1}{\lambda}\left\{\operatorname{sen}(\lambda b + \delta) - \operatorname{sen}(\lambda a + \delta)\right\},$$

per $\lambda c = 2k\pi$. Invece $l_s = 0$, $l_c = 0$, per gli altri valori di λc.

Se $\lambda = 0$, mantenute le condizioni superiori per le altre quantità, si ha, com'è d'altronde evidente,

$$l_s = (b - a) \operatorname{sen} \delta\ ,\ l_c = (b - a) \cos \delta$$

Da questi risultati, ponendo per brevità

$$\mathrm{P}_s = \operatorname{sen}(\lambda t + \delta) \cos(\omega t + \varphi_0)\ ,\ \mathrm{P}_c = \cos(\lambda t + \delta) \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\mathrm{Z} = \sum_0^m \int_{a+ic}^{b+ic} \mathrm{P}_s\, dt\quad,\quad \Theta = \sum_0^m \int_{a+ic}^{b+ic} \mathrm{P}_c\, dt$$

e decomponendo i prodotti di seni e coseni in somme di seni e coseni, applicando le formole superiori, si otterranno i valori di

$$L_s = \lim . \frac{Z}{m+1} \quad , \quad L_c = \lim . \frac{\Theta}{m+1}$$

Questi valori riescono diversi secondo che si abbia o meno $\lambda + \omega = 0$, $\lambda - \omega = 0$, $(\lambda + \omega)\, c = 2k\pi$, $(\lambda - \omega)\, c = 2k'\pi$, essendo k, k' numeri interi o nulli. La determinazione di L_s ed L_c nei diversi casi non presenta, coll'aiuto delle formole superiori, alcuna difficoltà. Per lo scopo del presente studio ci limiteremo al caso, in cui la c abbia il valore $c = \frac{2\pi}{\omega}$; e posto $\lambda = j\omega$, escluso il valore $j = 0$, e scrivendo per brevità

$$S_g = \delta + \varphi_0 + g\omega \quad , \quad D_g = \delta - \varphi_0 + g\omega$$

otterremo:

1) Per $j = +1$,
$$L_s = \frac{1}{4\omega}(\cos S_{2a} - \cos S_{2b}) + \frac{b-a}{2} \operatorname{sen} D_0 \; ,$$
$$L_c = \frac{1}{4\omega}(\operatorname{sen} S_{2b} - \operatorname{sen} S_{2a}) + \frac{b-a}{2} \cos D_0$$

1) Per $j = -1$,
$$L_s = \frac{1}{4\omega}(\cos D_{-2b} - \cos D_{-2a}) + \frac{b-a}{2} \operatorname{sen} S_0$$
$$L_c = \frac{1}{4\omega}(\operatorname{sen} D_{-2a} - \operatorname{sen} D_{-2b}) + \frac{b-a}{2} \cos S_0$$

3) Per j intero, numericamente diverso dall'unità,

$$L_s = \frac{1}{2(j+1)\,\omega}(\cos S_{(j+1)a} - \cos S_{(j+1)b}) + \frac{1}{2(j-1)\omega}(\cos D_{(j-1)a} - \cos D_{(j-1)b})$$
$$L_c = \frac{1}{2(j+1)\,\omega}(\operatorname{sen} S_{(j+1)b} - \operatorname{sen} S_{(j+1)a}) + \frac{1}{2(j-1)\omega}(\operatorname{sen} D_{(j-1)b} - \operatorname{sen} D_{(j-1)a})$$

4) Per j non intero $\qquad L_s = 0 \; , \quad L_c = 0$

« Si vede dunque che questi limiti sono nulli in generale, ed acquistano un valore finito solamente per valori speciali di ω, cioè quando ω sia numericamente eguale o summultiplo di λ.

« Premesse queste relazioni analitiche, ritorniamo alle funzioni h ed i, date in forma generale dalle e), e rendiamo il loro prodotto hi discontinuo, in dipendenza dall'angolo $\varphi - \beta$, ossia $\omega t + \varphi_0$, come sopra si disse. E per fissare le idee posto per brevità $hi = v$, limitandoci a due soli valori per una circonferenza, facciamo che quel prodotto sia espresso da $hi = v_1$ dal momento in cui l'angolo $\omega t + \varphi_0$ è eguale ad α_0 fino a quando esso diventa eguale a β_0; e sia invece espresso da $hi = v_2$ per il rimanente della circonferenza, cioè da quando l'angolo $\omega t + \varphi_0$ è eguale a β_0 fino a che diventa eguale ad $\alpha_0 + 2\pi$; riprendendo poi nelle successive rotazioni alternatamente

le espressioni v_1 e v_2. Per ottenere la media del momento M in tal caso, estenderemo l'integrale $\int M dt$ dal tempo t_0 in cui l'angolo $\omega t + \varphi_0$ è eguale ad α_0 fino al tempo t_1 in cui esso diventa eguale ad $\alpha_0 + 2(m+1)\pi$, essendo m un numero grande, comprendendo così un gran numero di rivoluzioni.

« Durante la prima rivoluzione l'espressione v_1 vale dal tempo t_0 fino ad un tempo t' tale che l'angolo $\omega t + \varphi_0$ diventi eguale a β_0, l'espressione v_2 invece dal tempo t' fino ad un tempo t'' tale che l'angolo $\omega t + \varphi_0$ diventi eguale ad $\alpha_0 + 2\pi$. Similmente per le rivoluzioni seguenti. L'integrale complessivo $\int M dt$ fra t_0 e t_1 si esprime dunque come segue

$$f)\quad \int_{t_0}^{t_1} M dt = A \sum_0^m \int_{t_0+ic}^{t'+ic} v_1 \cos(\omega t + \varphi_0) dt + A \sum_0^m \int_{t'+ic}^{t''+ic} v_2 \cos(\omega t + \varphi_0) dt$$

dove l'intervallo c dovrà esser tale che $t_0 + c = t''$; e $t'' + mc = t_1$, ed i valori dei tempi t_0, t', t'', t_1 saranno tali che $\omega t_0 + \varphi_0 = \alpha_0$, $\omega t' + \varphi_0 = \beta_0$, $\omega t'' + \varphi_0 = \alpha_0 + 2\pi$, $\omega t_1 + \varphi_0 = \alpha_0 + 2(m+1)\pi$. Da queste si deduce $c = \frac{2\pi}{\omega}$.

« Ottenuto l'integrale $\int_{t_0}^{t_1} M dt$ per un valore finito m, si avrà la media M_m dalla

$$M_m = \lim. \frac{\int_0^{t_1} M dt}{t_1 - t_0}, \quad \lim. t_1 = \infty$$

ossia dalla

$$M_m = \frac{\omega}{2\pi} \lim. \frac{\int_{t_0}^{t_1} M dt}{m+1}, \quad \lim. m = \infty$$

« Ora avuto riguardo alla forma generale delle funzioni h ed i, date dalla e), il loro prodotto v potrà sempre mettersi sotto la medesima forma, risolvendo al solito i prodotti di seni e coseni. Per cui possiamo scrivere

$$v_1 = C_1 + \Sigma P_1 \operatorname{sen}(\mu_1 t + \nu_1) + \Sigma Q_1 \cos(\mu'_1 t + \nu'_1)$$
$$v_2 = C_2 + \Sigma P_2 \operatorname{sen}(\mu_2 t + \nu_2) + \Sigma Q_2 \cos(\mu'_2 t + \nu'_2)$$

« Sostituendo questi valori nella f) e tenuto conto delle relazioni analitiche superiori, si arriva facilmente all'espressione

$$M_m = \frac{A(C_1 - C_2)}{2\pi} (\operatorname{sen}\beta_0 - \operatorname{sen}\alpha_0) + AK$$

supposto $C_1 - C_2 \gtreqless 0$ ed indicando con K una quantità che in generale è nulla per un valore qualunque di ω, e che solo per valori speciali di ω può assumere un valore finito, a meno che nelle stesse v_1 e v_2 non sia contenuto,

come sopra fu dimostrato, il periodo ω. Se escludiamo questo caso che caratterizza il motore asincrono, e sopprimiamo la discontinuità ponendo $v_2 = v_1$, e quindi anche $C_2 = C_1$, avremo

$$M_m = AK$$

cioè un apparecchio sincrono, ossia un apparecchio che darà per M_m un valore diverso da zero solamente per speciali valori di ω. Col mantenere la discontinuità invece si ha un apparecchio asincrono, poichè anche per tutti i valori di ω pei quali $K = 0$, M_m non è nullo.

« Per il motore proposto dal prof. Ferraris fu sopra osservato, che il momento M cambia di segno durante la rotazione, atteso il fattore $\cos(\omega_1 t + \varphi_0)$. Se con un commutatore s'inverte la direzione della corrente nel circuito rotante ogni volta che il piano di questo è normale alla direzione del campo, s'introduce una discontinuità. Per mezza rotazione abbiamo allora $v_1 = + hi$, per l'altra mezza $v_2 = - hi$, e sarà $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$, $\beta_0 = \alpha_0 + \pi$, e quindi $\omega_1 t_0 + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, $\omega_1 t' + \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$, $\omega_1 t'' + \varphi^0 = \frac{5\pi}{2}$, $c = \frac{2\pi}{\omega_1}$. Ma per il motore Ferraris si ha

$$hi = - HH' \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen}(\omega t + \psi)$$

dunque, sviluppando, porremo

$$v_1 = - \frac{HH'}{2}(\cos\psi - \cos(2\omega t + \psi)) \;,\quad v_2 = \frac{HH'}{2}(\cos\psi - \cos(2\omega t + \psi))$$

e quindi sarà $C_1 = -\frac{1}{2} HH' \cos\psi$, $C_2 = \frac{1}{2} HH' \cos\psi$, coi quali valori si ottiene

$$M_m = A\left(\frac{HH' \cos\psi}{\pi} + K\right).$$

Il motore dunque mediante il commutatore da sincrono diventa asincrono.

Chimica. — *Sintesi dell'etere trimetilico della benzofloroghicina (metilidrocoteina o benzoilidrocotone)* Nota del Socio GIACOMO CIAMICIAN e di PAOLO SILBER.

Botanica. — *Nuove osservazioni sulla reviviscenza della Grimaldia dichotoma Raddi.* Nota del Corrispondente ORESTE MATTIROLO.

Queste due Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Ancora sui sistemi lineari di superficie algebriche le cui intersezioni variabili sono curve ellittiche* [1]. Nota di FEDERIGO ENRIQUES, presentata dal Socio CREMONA.

« § 1. Procediamo alla determinazione di tutti i sistemi lineari di superficie cubiche L ad intersezioni variabili ellittiche, che nascono dalla rappresentazione delle varietà normali V^n d'ordine $n > 4$, e di 1ª specie, ove la V^n sia rappresentata proiettandola da una sua curva irreduttibile razionale normale C d'ordine $n - 3$: tali sistemi sono completamente definiti dal gruppo base perchè rappresentativi di varietà normali.

« È opportuno avvertire che i nominati sistemi non saranno *tutti* i sistemi di superficie cubiche rappresentativi d'una V^n, ma ogni altro sistema di superficie cubiche (o d'ordine diverso) rappresentativo di una V^n dovrà ricondursi ad uno di essi con una trasformazione birazionale dello spazio.

« Inoltre se vorremo ottenere veramente sistemi *tipici* irreducibili fra loro per una trasformazione birazionale dello spazio, dovremo vedere se le differenze nei sistemi ottenuti dalla proiezione indicata di varietà V^n, provengano da differenti proprietà proiettive delle V^n stesse, o dalla differente scelta della curva proiettante C su di esse. Nel 2° caso si dovrà considerare uno solo degli ottenuti sistemi di superficie L come il *tipo* di una *classe* di sistemi di superficie ad intersezioni ellittiche (di dimensione $n + 1$ e grado n).

« § 2. Premettiamo alcuni lemmi.

« 1° *lemma*. Sopra la varietà di 1ª specie V^n, per una sua curva generica irreduttibile C razionale normale d'ordine $n - 3$,

o non passa alcun S_{n-2} segante V^n secondo una superficie,
o passa *un* S_{n-2} segante V^n secondo una superficie d'ordine $n - 3$.

« Nel 2° caso gli iperpiani per lo S_{n-2} segano V^n (fuori di esso) secondo rigate cubiche normali (ciascuna in un S_4).

« Invero poichè lo S_{n-3} della C non sega ulteriormente V^n, ove esista una superficie su V_n giacente in un S_{n-2} per C, essa sega lo S_{n-3} di C secondo la C e però ha l'ordine uguale ad $n - 3$; altrimenti quest'ordine ($< n$) sarebbe multiplo di $n - 3$ (dove $n > 4$), onde sarebbe $n = 5$ e gli iperpiani per lo S_{n-2} segherebbero su V^n infiniti piani (ciò che è assurdo). Analogamente si vede che per C non possono passare due S_{n-2} seganti V^n ciascuno secondo una superficie d'ordine $n - 3$, perchè lo S_{n-1} da essi determinato segherebbe V^n secondo una superficie (composta) d'ordine ($< n$ uguale a) $2(n - 3)$ (dove $n > 4$) onde $n = 5$, e su V^n si avrebbe un fascio di piani.

[1] Cfr. la Nota precedente pag. 481.

« Infine se su V^n vi è una superficie d'ordine $n-3$ in un S_{n-2} per C, gli iperpiani per essa segano V^n (fuori dello S_{n-2}) secondo superficie cubiche ciascuna normale in un S_4 (quindi rigata): in caso opposto sopra una superficie sezione di V^n (superficie razionale normale a sezioni ellittiche in S_n) si avrebbero infinite cubiche piane, ciò che è assurdo [1].

« § 3. 2° *lemma*. Proiettando una varietà V^n di 1ª specie da una sua curva C (irreduttibile, razionale normale d'ordine $n-3$) sopra un S_3, il sistema delle superficie cubiche L ottenute come immagini delle sezioni iperpianali di V^n

« 1°) è determinato dalla curva base K (d'ordine $9-n$) e non ha punti base doppî, se per C non passa un S_{n-2} segante V^n secondo una superficie;

« 2°) nel caso opposto ha, oltre la curva base K, un punto doppio O $(7-n+\varrho)$plo per la K dove $\varrho = 0, 1, 2$: in ogni piano per O vi sono allora ϱ punti base per le L infinitamente vicini ad O.

« Suppongasi che il sistema delle L non sia determinato dalla curva base K: (allora poichè esso è determinato dal gruppo base rappresentando una varietà normale), vi è almeno un punto base per le L che impone ad esse nuove condizioni non espresse dal passaggio per K: un tal punto può essere

« 1) un punto base (multiplo cioè) doppio per le L la cui molteplicità non risulti dal passaggio per esso della K;

« 2) un punto base per le L fuori di K;

« 3) un punto base semplice per le L e per K nel quale sia assegnata una tangente diversa dalla tangente in K e quindi sia fissato il piano tangente alle L;

« 4) un punto base O doppio per le L la cui molteplicità risulti dal passaggio per esso di K, ma in cui sia assegnata una ulteriore tangente per le L (allora K avrà in O un punto triplo o quadruplo e nell'ultimo caso, possibile soltanto per $n=5$, l'ulteriore tangente fisserà il cono quadrico tangente in O alle L).

« Allora i piani per O sono immagini di superficie sezioni parziali di V^n d'ordine $< n$, e quindi per C passa un S_{n-2} ecc.

« Alla stessa conclusione si perviene supponendo l'esistenza d'un punto O base doppio per le L che sia conseguenza della curva base K, osservando che un tal punto O deve esser triplo o quadruplo per la K e che l'ultimo caso (possibile solo per $n=5$) deve escludersi giacchè 4 rette per un punto non possono costituire la curva base K determinante da sola un sistema ∞^6 di L (passando per essa ∞^7 superficie cubiche).

« Così è stabilita la 1ª parte dell'enunciato.

« Per stabilire la 2ª si noti che lo S_{n-2} per C segante V^n secondo una superficie (supposto esistente) determina sullo S_3 rappresentativo un punto O

[1] Invero si proietti la superficie in una del 4° ordine in S_4; se su questa vi è una cubica piana, vi sono anche infinite rette sezioni degli S_3 per essa.

siffatto che ogni piano per O è immagine d'una rigata cubica normale su V^n: sopra un tal piano le L segano dunque un sistema di cubiche avente un punto base doppio e due semplici; il punto base doppio (è fisso al variare del piano per O ossia) cade in O, infatti dall'ipotesi opposta si trarrebbe che esso descrive una retta base doppia per le L e ne seguirebbe che le intersezioni variabili di due L (immagini di curve sezioni di V^n) sarebbero razionali, non ellittiche come si suppone.

« Segue che il punto O è doppio per le L e $(7-n+\varrho)$plo per la curva base K dove ecc., come è stato enunciato.

« *Osservazione.* — Giova inoltre notare che se $\varrho = 1$, il punto O è biplanare per le L e si ha in esso un piano osculatore fisso; questo si stacca dalla quadrica Q residua di ciascun piano rispetto al sistema delle L, quindi (Nota I, § 4) uno dei piani componenti Q contiene una cubica piana facente parte di K, e si ha $n \leq 6$.

« § 4. I precedenti lemmi fissano i limiti della discussione che dobbiamo compiere: vi sono 4 casi da esaminare per ogni valore di n, cioè il caso in cui il sistema delle L è determinato dalla curva base K, e quello in cui vi è inoltre un punto base doppio per le L e $(7-n)$plo, o $(8-n)$plo, o $(9-n)$plo per la K (d'ordine $9-n$).

« Cominciamo dall'ultimo caso che dà luogo a soluzioni del problema per ogni valore di n (≤ 9).

« *b*) La curva base K si compone di $9-n$ rette per un punto base doppio O nel quale è assegnato il cono quadrico tangente alle superficie cubiche L.

« Da questa condizione nasce effettivamente (per $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) un sistema ∞^{n+1} di superficie cubiche L rappresentativo d'una V^n, e per $n > 3$ nasce dalla effettuata proiezione della V^n da una sua curva C: per $n = 4$ il sistema rientra come caso particolare in quello *a*) del § 3 Nota I. La varietà V^n così rappresentata è un *cono* cioè ha ∞^2 rette per un punto, aventi per immagini le rette per O dello S_3 rappresentativo: lo si verificherà osservando che la sezione con V^n di un iperpiano per una tal retta è un cono giacchè una L contenente una retta generica per O (nello S_3 rappresentativo) è un cono cubico. Parimenti è facile vedere che proiettando un cono V^n da una qualunque sua curva C (d'ordine $n-3$ ecc.) si ottiene sempre come sistema rappresentativo di V^n il sistema *b*) (1).

« Infine si osservi che il cono quadrico tangente in O alle L è la quadrica Q residua di ciascun piano rispetto al sistema, quindi può supporsi irreduttibile (tale essendo la C) per $n > 6$ (Nota I, § 4).

« § 5. Escludendo le V^n che sono coni, restano ancora 3 casi da esaminare partitamente per ogni valore di n.

(1) Donde segue subito la sua irreducibilità agli altri che verremo trovando.

« c) Sia $n=5$. La curva base K si supponga una quartica *di 2^a specie* (genere O).

« Si ha così effettivamente l'unico sistema ∞^6 di L rappresentativo d'una V^5, che sia determinato dalla quartica base· giacchè questa deve appartenere ad *una* quadrica residua di ciacun piano rispetto al sistema: un tal sistema nasce effettivamente rappresentando V^n mediante una proiezione come è stato indicato.

« Sotto la condizione di essere di 2^a specie la quartica K può degenerare, ma debbono escludersi (cioè non nascono dalla indicata proiezione di una tale V^5) i casi in cui la K porti l'esistenza d'un punto base doppio per le L (2° lemma § 3) (1).

« Le varietà V^5 rappresentate dal sistema c) non sono coni: dico che inversamente ogni V^5 che non è un cono può rappresentarsi con un sistema c).

« Si consideri la rappresentazione di una V^5 che non è un cono mediante la proiezione indicata da una C.

« Se il sistema rappresentativo di L non è quello c), le L avranno un punto base doppio O $(7-5+\varrho)$plo per la curva base K, dove $\varrho=0$, 1 (per $\varrho=2$ V^n è un cono). Allora si consideri un piano generico per O, ed in esso una conica generica (irreduttibile) passante per O e per gli altri due punti base del sistema di L nel piano (uno dei quali è forse infinitamente vicino ad O).

« Questa conica γ rappresenta una conica su V^n per la quale non passa una quadrica a due dimensioni (contenuta in V^n), giacchè la γ non appartiene ad una quadrica per K nè ad un particolare piano per O, cui corrisponda su V^5 una quadrica. Proiettando V^5 da una tale sua conica su S_3, si rappresenta dunque V^5 mediante un (particolare) sistema c) (2° *lemma* § 3).

« § 6. Sia $n=6$. Escludendo i coni V^6 (già esaminati), sul sistema rappresentativo della V^6 (proiettata da una sua curva C su S_3) si possono fare le tre ipotesi (§ 3):

« d) La cubica base K determina da sola il sistema delle L, e però anche *una* quadrica Q residua di ciascun piano rispetto al sistema, quindi si compone di 3 rette sghembe.

« Nasce così effettivamente un sistema ∞^7 di L rappresentativo d'una V^6, ove la V^6 sia stata proiettata ecc.

« d') Il sistema delle L ha (oltre la curva base K) un punto base doppio O, che è *semplice* per la cubica base K. Allora questa K è una cubica gobba appartenente alle ∞^2 quadriche residue dei piani per O rispetto al sistema delle L (non ad ∞^3 quadriche).

« Nasce così effettivamente un sistema ∞^7 rappresentativo d'una V^6 proiettata da una sua cubica C.

(1) Basta per ciò che la *K* si componga di 3 rette per un punto ed un'altra retta incidente ad una delle prime tre fuori del punto.

« d'') Il sistema delle L ha (oltre la curva base K) un punto base doppio O, che è pure *doppio* per la cubica base K; ed inoltre le L hanno in O (punto biplanare) un piano osculatore fisso. Allora (§ 3 *Osservazione*) la K è una cubica piana (certo non appartenente al piano osculatore). Un siffatto gruppo base determina effettivamente un sistema ∞^7 di L rappresentativo d'una V^6, e nascente dalla proiezione di V^6 da una sua cubica C.

« I sistemi d) d') d'') sono irreducibili fra loro, perchè le V^6 rappresentate sono proiettivamente distinte. Per convincersene basta notare che nel 1° caso non si hanno mai reti (¹) di rigate cubiche su V^6; nel 2° se ne ha due reti, e una superficie rigata d'una rete compone una sezione iperplanare di V^6 insieme ad una superficie rigata dell'altra non mai insieme ad una superficie della stessa rete; nel 3° caso la V^6 possiede una sola rete di rigate cubiche, dove due rigate compongono una sezione iperplanare di V^6.

« § 7. Sia $n > 6$. Notando che una curva base d'ordine < 3 non può *mai* individuare *una* quadrica che la contiene, nè quindi un sistema ∞^{n+1} di L, e ricordando l'osservazione posta in fine al § 3, si ha che, escludendo i sistemi rappresentativi di coni, è da esaminare soltanto il caso dei sistemi di L con punto base doppio $(7 - n)$plo per la curva base K.

« È quindi $n \leqq 7$ ossia $n = 7$.

« e) Il sistema ∞^8 di superficie cubiche L con conica base e punto base doppio fuori di esso (unico sistema che nasce dall' ipotesi precedente), rappresenta effettivamente una V^7 che non è un cono, ove questa sia proiettata ecc. In esso la conica base è irreduttibile tale essendo la curva proiettante C, perchè (per $n > 6$) è irreduttibile la quadrica Q residua di ciascun piano rispetto al sistema, cioè il cono quadrico proiettante da O la conica.

« Il nominato sistema di L si riconduce con una trasformazione quadratica al sistema delle quadriche passanti per un punto.

« Per $n > 7$ le varietà V^n di 1ª specie sono coni.

« Così è esaurito l'esame delle varietà normali V^n di 1ª specie.

« § 8. Rimane ora la considerazione delle varietà V^8 di 2ª specie, precedentemente escluse (²).

« Ad una superficie sezione iperplanare generica di V^8 appartengono ∞^3 quartiche razionali normali da ciascuna delle quali la superficie può proiet-

(¹) Col nome di *rete* di superficie designamo (come di solito) un sistema lineare ∞^2 di superficie sulla varietà (per due punti generici di questa passa una superficie della rete).

(²) Nel citato lavoro del sig. Del Pezzo (v. Nota I) si trova considerata la V^8 di 2ª specie rappresentata su S_3 dal sistema delle quadriche (e qualche altra V^n di 1ª specie costruita partendo da particolari sistemi di superficie cubiche compresi tra quelli da noi enumerati): ivi è pure enunciato (senza dimostrazione) che la V^8 di 2ª specie è sempre rappresentabile col sistema delle quadriche di S_3; questo fatto si troverà dimostrato in questo §, *escluso che la* V^8 *sia un cono*, restrizione che evidentemente il detto autore ha tacitamente supposta.

tarsi univocamente sopra una quadrica. Scegliamo sopra una sezione iperplanare generica della V^8 (di 2ª specie) una siffatta quartica irreduttibile C ed un punto P fuori di essa: lo S_5 determinato da P e da C non sega la V^8 fuori di C e di P, e da questo S_5 la V^8 può proiettarsi univocamente sopra un S_3. Con ciò si ottiene una rappresentazione della V^8 su S_3 nella quale le immagini delle sezioni iperplanari di V^8 sono superficie del 4° ordine L (ciascuna proiezione della corrispondente sezione generica dai 4 punti comuni ad essa sezione e a C) seganti sopra un piano generico un sistema di quartiche con due punti base doppî (rappresentativo di una superficie sezione di V^8 con un iperpiano per lo S_5 proiettante); il sistema delle L ha dunque una conica base doppia K (irreduttibile o nò): le curve sezioni di V^8 vengono proiettate in curve dello stesso ordine 8, intersezioni variabili di due L, onde il sistema delle L non ha altre curve base. È poi facile vedere che il piano della conica K, è il piano immagine del centro di proiezione P: invece alla quartica proiettante C corrisponde un cono quadrico irreduttibile Q, quello corrispondente alla C nella rappresentazione (mediante proiezione da C) della V^7 proiezione di V^8 da P su un S_8 (§ 7).

Se si stacca il piano della conica doppia dalle superficie quartiche L, si ha un sistema di superficie cubiche rappresentativo appunto della nominata V^7 (proiezione di V^8 da P su un S_8); questo sistema è costituito dalle superficie cubiche con un punto base doppio O, e la conica base K, la quale o non passa per O ed è irreduttibile, o si spezza in due rette per O; in questo 2° caso il cono quadrico Q è il cono tangente nel punto doppio a tutte le superficie cubiche.

« *1ª ipotesi.* Il punto O non appartiene alla conica K e quindi nemmeno al piano α di essa.

« Allora esso è doppio per le L come pel sistema residuo rispetto al sistema di esso del piano α.

« Si ha il tipo:

« *e'*) Per $n=8$, il sistema delle superficie quartiche con conica base doppia e punto base doppio fuori di essa: questo sistema si riconduce con una trasformazione quadratica al sistema di tutte le quadriche, ed è effettivamente rappresentativo di una V^8 di 2ª specie (non cono).

« *2ª ipotesi.* Il punto O appartiene alla conica K che è in tal caso spezzata in due rette per O. Il punto O è base triplo pel sistema delle superficre quartiche L, giacchè staccando il piano α per esso, risulta doppio per le superficie cubiche residue: in O tutte le L hanno (oltre al piano α) lo stesso cono quadrico tangente Q (irreduttibile). Si ha così il tipo:

« *e''*) Per $n=8$, il sistema delle superficie quartiche L con punto base triplo, per esso due rette base doppie (distinte o nò) ed in esso anche lo stesso cono quadrico tangente irreduttibile (oltre al piano delle due rette). Si determina così un effettivo sistema ∞^9 rappresentativo di una V^8 di

2^a specie contenente ∞^2 rette, che (colle considerazioni del § 4) si vede essere un cono (¹).

« § 4. Esaurito così l'esame delle varietà normali V^n ($n > 3$) in ordine alla loro rappresentazione su S_3, riferendoci alle cose dette nei §§ 1, 2 della Nota I, possiamo enunciare il teorema:

« I sistemi lineari semplici di superficie algebriche le cui intersezioni variabili sono curve ellittiche, e dove tre superficie generiche s'incontrano in più di 3 punti variabili (cioè sistemi di grado > 3), si possono ricondurre con una trasformazione birazionale dello spazio ad uno dei seguenti sistemi lineari tipici, di grado n e dimensione $n+1$, o ad un sistema contenuto in uno di questi:

per $n = 4$,

« 1°) il sistema ∞^5 di superficie cubiche determinato da una quintica base di genere due (che può degenerare) intersezione parziale d'una quadrica e d'una superficie cubica;

per $n = 5, 6, 7, 8, 9$,

« 2°) il sistema ∞^{n+1} di superficie cubiche determinato da un punto doppio base, in esso il cono quadrico tangente fisso (che può supporsi irreduttibile per $n > 6$) e su questo $9 - n$ rette base (questo sistema, rappresentativo d'un cono, per $n = 4$ rientra nel 1° tipo);

oppure: per $n = 5$,

« 3°) il sistema ∞^6 di superficie cubiche senza punti base doppî determinato da una quartica di 2^a specie (che può spezzarsi);

per $n = 6$,

« 4°) il sistema ∞^7 di superficie cubiche determinato da 3 rette base sghembe;

« 5°) il sistema ∞^7 di superficie cubiche determinato da un punto base doppio e da una cubica gobba base passante semplicemente per esso (cubica che può degenerare);

« 6°) il sistema ∞^7 di superficie cubiche determinato da un punto base biplanare, in esso un piano osculatore fisso, e una cubica piana base avente in esso un punto doppio (cubica che può degenerare);

per $n = 7, 8$,

(¹) Che ogni V^4 di 2^a specie, la quale non sia un cono, possa rappresentarsi col sistema delle quadriche e'), può anche vedersi considerando gli iperpiani per una sua quartica C tangenti ad essa in due punti di C: le sezioni si spezzano in superficie di Veronese ed (è facile provarlo) si ottiene un sistema omoloidico di tali superficie su V^4, onde ecc.

« 7°) il sistema (∞^8 o ∞^9) delle quadriche con un punto base semplice o senza punti base;

per $n = 8$ anche

« 8°) il sistema ∞^9 delle superficie quartiche con punto triplo base, due rette base doppie per esso, ed in esso (oltre al piano delle due rette) lo stesso cono quadrico tangente irreduttibile (sistema rappresentativo d'un cono di 2ª specie).

« Questi sistemi tipici irreducibili fra loro sono nel caso generale i rappresentanti d'ordine minimo di ciascuna classe: racchiudono come casi particolari tutti i sistemi di quadriche con punti base semplici ».

Matematica. — *Sopra alcune trasformazioni delle equazioni della dinamica del punto.* Nota del dott. MICHELE LEONCINI, presentata dal Socio BIANCHI.

Elettricità. — *Sulla legge della dissipazione di energia nei dielettrici sotto l'azione di campi elettrici di debole intensità.* Nota di RICCARDO ARNÒ, presentata dal Socio FERRARIS.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica terrestre. — *I terremoti di lontana provenienza registrati al Collegio Romano.* Nota del dott. G. AGAMENNONE, presentata a nome del Corrispondente TACCHINI.

« Nella seduta del 21 maggio dello scorso anno [1] ebbi l'onore di comunicare all'Accademia i primi risultati ottenuti da un nuovo *sismometrografo* a registrazione continua, installato fin dal gennaio 1893 sulla torre del Collegio Romano, costruito con un pendolo lungo circa sei metri e con una massa di kg. 75. Mediante questo strumento fu possibile registrare il passaggio di onde simiche lievissime provocate da lontani terremoti, quali furono quelli di *Zante* del 31 gennaio e 1° febbraio 1893, quello di *Samotracia* del 9 febbraio, di *Aleppo* del 2-3 marzo, di *Serbia* dell'8 aprile, e nuovamente di *Zante* del 17 aprile.

« D'allora in poi si sono moltiplicati gli esempî di registrazione di scosse, quantunque coll'epicentro fuori d'Italia. Così il 14 giugno dello stesso anno

[1] *I terremoti e le perturbazioni magnetiche.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ser. 5ª, vol. II, 1° sem. 1893, p. 479.

il nuovo sismometrografo di Roma fu sensibilmente perturbato da un terremoto rovinoso nell'Epiro. Minori tracce si ebbero il 3 luglio per un terremoto a *Corfù* ed a *Valona*, il quale in queste località non fu nemmeno generalmente avvertito. — Il 4 agosto si ebbe un'altra forte scossa a *Zante*; ed anch'essa fu registrata, benchè lievemente, a Roma. — Il 22 settembre poi si riscontrarono forti tracce nel sismometrografo del Collegio Romano, indubbiamente da attribuirsi a lontano terremoto, sebbene fino ad oggi non se ne conosca ancora l'epicentro. Infatti, circa la medesima ora di Roma furono visti oscillare fortemente due lunghi tromometri al vicino Osservatorio di Rocca di Papa, e furono perturbati i *pendoli orizzontali* di Nicolaiew e Charcow in Russia. — Il 5 novembre scoppiò un violento terremoto nel *Turkestan* e nel nord dell'*Indostan*. il quale non mancò di essere registrato a Roma con sensibilissime tracce, nonostante sì enorme distanza. Questo terremoto fu pure registrato questa volta al vicino Osservatorio di Rocca di Papa da un sismometrografo, costruito da poco tempo ad imitazione di quello installato al Collegio Romano, salvo che la lunghezza del pendolo fu alquanto aumentata (7 metri), e la massa pendolare fu elevata fino a 100 Kg. — Venendo al 1894, di grande importanza è stato il terremoto, registrato tanto a Roma quanto a Rocca di Papa verso il mezzogiorno del 22 marzo. Intorno ad esso mancano ancora esatte notizie, per ciò che si riferisce alla sua origine; ma sembra che il medesimo sia provenuto dal Giappone. — Più recentemente poi, si sono ottenute rilevanti tracce in Roma in seguito ai disastrosi terremoti scoppiati in Grecia alla sera del 20 e 27 aprile, e registrati in Italia il primo verso le $18^h\ 20^m$, ed il secondo circa le $20^h\ 50^m$ (t. m. E. C.) [1]. Le notizie particolareggiate, relative agli Osservatorî geodinamici italiani, intorno a quest'ultimi due terremoti, saranno in breve rese di pubblica ragione nei Supplementi al *Boll. Met. dell'Uffi. Cent. di Met. e Geod.*, al pari di quanto è stato già fatto per tutti gli altri precedenti.

« Molti dei terremoti sopra riportati furono indicati dai *pendoli orizzontali* di Strasburgo, Nicolaiew e Charcow e dagli apparecchi magnetici di alcuni Osservatorî d'Europa. La circostanza poi che i terremoti di lontanissima provenienza siano stati indifferentemente registrati dagli strumenti sismici, dai livelli astronomici, dai pendoli orizzontali e dai magnetografi, e che anche in quest'ultimi la perturbazione siasi manifestata ad ore posteriori all'avvenimento delle scosse all'epicentro e tanto più alte quanto maggiore risulta la distanza da esso, sempre più conferma quello che già altre volte ho sostenuto, che cioè l'agitazione dei magneti è dovuta unicamente a movimento

[1] Quest'ultimi tre terremoti furono pure assai bene registrati da un nuovo strumento, installato sul principio del 1894 a Siena dal prof. G. Vicentini, il quale, sull'esempio dei nuovi sismometrografi di Roma e di Rocca di Papa, ha utilizzato una forte massa pendolare, allo scopo di vincere l'attrito inevitabile, inerente alla registrazione meccanica.

del suolo, in seguito al passaggio delle onde sismiche colla abituale loro velocità di propagazione.

« I diagrammi dei terremoti sopra ricordati, ottenuti mediante il nuovo sismometrografo del Collegio Romano, saranno a suo tempo riprodotti negli *Annali dell'Uff. Centr. di Met. e Geod.* Molti di essi mostrano che il movimento è andato dapprima più o meno regolarmente crescendo e quindi decrescendo, dopo raggiunta la fase massima; altri invece presentano diversi massimi assai pronunciati, divisi fra loro da intervalli di calma relativa. Del tipo dei primi sono i due diagrammi delle scosse della Grecia del 20 e 27 aprile 1894, i quali rassomigliano assai a quello del terremoto di Samotracia del 9 febbraio 1893, già riprodotto nella Nota sopra citata, salvo che, per grandezza, quest'ultimo risulta quasi metà in confronto di quello del 27 aprile. Un bello esempio del tipo dei secondi è il diagramma, relativo al terremoto del Giappone del 22 marzo 1894, che ho creduto dover qui riprodurre in vera grandezza, sia perchè porge una idea anche di tal genere di diagrammi, sia per il massimo interesse che presenta sotto varî punti di vista, che sono: anzitutto la distanza veramente enorme (circa un intiero quadrante terrestre) da cui questa volta giunsero le onde sismiche, poi la stragrande durata del movimento del suolo che ha persistito per circa un'ora e mezzo, infine il lungo periodo delle onde sismiche, le quali per la prima volta si sono manifestate così lente da rendersi assai bene

visibili, nonostante la tenue velocità della carta (circa 13^{cm} all'ora). Sullo stesso diagramma sono segnate alcune ore, espresse in t. m. E. C. La misura del periodo ondulatorio del suolo si è resa possibile soltanto sulle tracce della comp. NE-SW, dove la penna scriveva più sottile, e sono risultati ben 17,6 minuti secondi per il passaggio di un'intera onda sismica; ciò che porterebbe a concludere, ammettendo una velocità di propagazione di circa 2500 metri al secondo (quale fu per l'appunto trovata in altri terremoti di grandissima estensione) che la lunghezza di una completa onda sismica sarebbe stata di una quarantina di chilometri. Queste lente ondulazioni del suolo cominciarono ad apparire verso le $11^{h}58^{m}$; mentre dal principio del terremoto ($11^{h}37^{m}20^{s}$) fino a quest'ora sembra che il periodo oscillatorio sia stato assai più breve, a giudicare almeno dalle tracce così serrate, da risultare in parte sovrapposte l'una all'altra.

« Inutile dire che il nuovo sismometrografo del Collegio Romano ha registrato inoltre molte altre scosse, verificatesi qua e là in diversi punti d'Italia. E notevole però il fatto che quest'ultime siano state indicate con tracce di quasi uguale grandezza tanto in detto strumento quanto nel sismometrografo Brassart, pure a registrazione continua, il cui pendolo ha una lunghezza quattro volte minore, ed una massa sette volte circa più piccola (1). Il passaggio delle onde sismiche, causate in remoti epicentri al di fuori d'Italia, è stato bensì registrato alcune volte anche dal piccolo sismometrografo, ma quasi sempre con tracce talmente insignificanti che sarebbe riuscito impossibile uno studio proficuo del diagramma ottenuto.

« Può rendersi forse ragione di questa diversa maniera di comportarsi dei due strumenti, riflettendo che nel caso di terremoti, avvenuti a distanze piuttosto piccole, il periodo di oscillazione del suolo è relativamente breve (sempre una frazione di minuto secondo); ed allora la massa del pendolo, funzionando da *stazionaria*, si presta ugualmente bene, come punto fisso ed immobile, alla registrazione del movimento effettivo della torre. Quando invece si tratti di terremoti provenienti da lontanissime contrade, sembra che la superficie terrestre assuma la conformazione di notevoli onde, alla stessa guisa di ciò che suole avvenire in mare; ma queste risultano, al contrario di quelle marine, di lunghezza veramente enorme. Il passaggio di siffatte onde terrestri modificherebbe periodicamente e con più o meno lentezza, secondo i casi, la posizione della verticale (filo a piombo), sicchè la massa stessa dei diversi pendoli sarebbe costretta ad assumere successive posizioni, in guisa che lo spostamento del suo centro di gravità risulterebbe maggiore nei pendoli più lunghi e minore nei più corti, sebbene la deviazione angolare possa essere

(1) Si riscontrano pure tracce, ugualmente ampie, in entrambi questi due sismometrografi in occasione di passaggio di truppa nelle adiacenze del Collegio Romano, nel qual caso la torre oscilla con un periodo di circa $1/4$ di minuto secondo, vale a dire che essa compie quattro oscillazioni semplici al minuto secondo.

la stessa in tutti. Questo modo di vedere sembra per l'appunto comprovato dai sismometrografi del Collegio Romano, nei quali le tracce maggiori si riscontrarono costantemente in quelli col pendolo più lungo. L'esperienza però mi ha dimostrato come la grandezza delle tracce non sempre sia proporzionale alla lunghezza dei varî pendoli impiegati, sia a causa della diversa entità degli attriti nei varî strumenti, sia a causa d'interferenza tra i movimenti del suolo e quelli proprî della massa pendolare, sia a causa di successiva e graduale amplificazione nel movimento di questa, in seguito ad un maggiore o minore sincronismo dei pendoli colle ondulazioni del suolo.

« Questa proprietà dei sismometrografi, a *massa stazionaria*, di potere registrare tanto i terremoti vicini quanto quelli lontani, è un requisito che manca a tanti altri strumenti, come i pendoli orizzontali, i tromometri, gli strumenti magnetici ecc., appunto perchè in questi la massa pendolare è completamente libera, e non è quindi raro il caso che i medesimi possano rimanere indifferenti allo scoppiare di terremoti anche a piccolissime distanze. A mio parere adunque, sotto il punto di vista puramente sismologico, la nostra attenzione deve essere rivolta al perfezionamento del sismometrografo a pendolo, e nel far sì che il medesimo possa da solo sostituire con vantaggio tutta l'interminabile serie di apparecchi sismici finora costruiti, e diventare così uno strumento unico d'investigazione per lo studio completo dei terremoti, come già altra volta ho avuto occasione di dire (1). Assecondando questo mio modo di vedere, il chiarmo prof. P. Tacchini, direttore dell'Uff. Centr. di Met. e Geod., ha favorevolmente accolto il mio desiderio di far costruire un altro modello di sismometrografo, il quale rappresenti un passo in avanti anche per rispetto all'ultimo costruito, che ha registrati in modo così soddisfacente i terremoti di sopra menzionati.

« Nel novello strumento è aumentata la lunghezza del filo di sospensione del pendolo fino a 16 metri (2), e per mantenere in esso la voluta sensibilità, è stata in pari tempo portata a 200 kg. la massa pendolare. Oltre a ciò fu raddoppiata la velocità nello svolgimento ordinario della carta sotto gli stili scriventi, e furono introdotti parecchi altri miglioramenti, tra cui quello della registrazione automatica del tempo di mezz'ora in mezz'ora, mediante un piccolo spostamento laterale della zona di carta al di sotto degli stili scriventi, senza che questi vengano in niun modo perturbati.

« Questo apparecchio, già quasi del tutto installato al Collegio Romano, spero che acquisterà una sensibilità straordinaria, da avvicinare, se non ugua-

(1) Vedi l'ultima pagina della mia relazione *I terremoti segnalati a Roma nel biennio 1891-92 ed il sismometrografo a registrazione continua.* Ann. dell'Uff. Cent. Met. e Geod. It., ser. 2ª, vol. XII, parte I, 1890, p. 175 — Roma, 1893.

(2) Questa è la massima lunghezza, di cui si può per adesso provvisoriamente disporre, fino a che non si possa utilizzare un altro locale, meglio adatto e già in vista, nel quale si raggiungerà un'altezza di circa 30 metri.

gliare, quella finora posseduta dal pendolo orizzontale dal dott. E. von Rebeur-Paschwitz, con questo di vantaggio che al confronto di quest'ultimo risulterà di minor costo, di più facile maneggio e di minor spesa giornaliera di manutenzione. Di più, grazie alla notevole velocità della zona di carta, fornirà diagrammi assai particolareggiati, su i quali sarà inoltre possibile ricavare le ore delle varie fasi con la massima precisione. Infine avrà il requisito, già accennato, di prestarsi ugualmente bene alla registrazione di qualsiasi specie di terremoto, anche di quelli coll'epicentro assai vicino.

« Questo strumento, al pari di quello attuale, registrerà ingranditi i movimenti del suolo o della massa pendolare nel rapporto di circa 1 a 10, mediante penne ad inchiostro scriventi su carta bianca; ma questa sarà in appresso così levigata da permettere la registrazione anche quando essa aumenti considerevolmente la propria velocità in occasione di una scossa, mediante il funzionamento automatico dell'annesso *registratore a doppia velocità* (1).

« A prima vista parrebbe che la sensibilità del suddetto strumento si potesse, volendo, spingere ad un grado sempre più alto coll'aumentare il rapporto dei bracci di leva degli stili scriventi; ma si comprenderà che a pari massa e con uguale attrito, inerente alla registrazione meccanica, ciò che si guadagna in ingrandimento si perde in sensibilità, se si eccettuino quei casi in cui il movimento del suolo sia di carattere rapidissimo e assai brusco per modo che l'attrito risulti meno dannoso a causa dell'inerzia più pronunciata della massa.

« Potendosi però disporre di masse enormi, è certo che si potrebbe impunemente aumentare la moltiplicazione degli stili, e raggiungere in tal guisa una straordinaria sensibilità dello strumento sia per terremoti vicini, sia per quelli lontani (2). È pure ovvio il vantaggio che si ricaverebbe dall'adottare lunghezze sempre più grandi nel pendolo; ma si comprende facilmente come nella pratica vi sia in ciò un limite, che non sempre può essere sorpassato senza andare incontro a molti inconvenienti, che potrebbero compromettere la bontà dei diagrammi delle scosse.

(1) Si trova descritto nei rendiconti della R. Acc. dei Lincei, Ser. 5ª. Vol. I, 2° sem. 1892, p. 247.

(2) Però debbo far riflettere che in pratica vi è un limite nell'amplificazione degli stili scriventi, imposto unicamente dal fatto che col rendere eccessivamente lunghi gli stili, questi possono vibrare per conto proprio se non siano costruiti con speciali cautele, non sempre compatibili colla leggerezza che essi debbono avere. Questo inconveniente si può, è vero, in parte rimuovere accoppiando insieme più leve amplificatrici; ma in tal caso si va incontro a maggiori attriti ed a tanti altri inconvenienti, già riconosciuti per le amplificazioni meccaniche eccessive. Si potrebbe pure rimediare all'inconveniente lamentato, col rendere assai piccolo il braccio corto delle leve amplificatrici; ma in tal caso si deve temere che possa risultare troppo variabile l'ingrandimento dell'apparecchio per movimenti piuttosto sensibili, sia del suolo, sia della massa pendolare.

« Torna qui utile fare un confronto con il *tromometro fotografico*, da me proposto nella sua ultima forma [1], il cui scopo è di poter sostituire con vantaggio i sismometrografi a registrazione meccanica, quando i movimenti del suolo siano così lievi da sfuggire completamente ai medesimi. Anzi se ben si consideri, detto strumento potrebbe più propriamente chiamarsi *sismometrografo fotografico*, perchè appunto il suo modo di funzionare non differisce esenzialmente dai sismometrografi a registrazione meccanica, salvo una minore entità degli attriti nel meccanismo, la totale soppressione degli stili scriventi, ed una assai maggiore amplificazione del movimento coll'uso degli specchi [2]. Infatti, negli attuali tromometri fotografici, già costruiti, la lunghezza del piccolo braccio superiore del *pendolino moltiplicatore* essendo di circa 3^{cm} e la distanza della carta fotografica dagli specchi di circa due metri [3], l'ingrandimento risulta approssimativamente di 130 volte il moto effettivo sia del suolo, sia della stessa massa pendolare, mentre tale ingrandimento si è creduto limitare a sole 10 volte nei sismometrografi fin qui costruiti.

« Si sa bene che accrescendo sempre più nei sismometrografi tanto la massa, quanto la lunghezza del pendolo, si potrà fare una seria concorrenza alla sensibilità degli attuali tromometri fotografici; ma non bisogna dimenticare che sarà sempre in nostro potere di fare altrettanto in quest'ultimi, per assicurarne la superiorità. In questa lotta, che potrà ingaggiarsi tra le due specie di strumenti, ognun vede come, a pari massa e lunghezza del pendolo, la vittoria deve sicuramente restare al *tromometro fotografico*, come quello in cui è affatto soppresso l'attrito all'estremità degli stili scriventi, e sono considerevolmente ridotti tutti gli altri [4].

[1] Si trova descritto nei Rendiconti della R. Acc. dei Lincei — Ser. 5ª, Vol, II°, 1° sem. 1893, p. 28.

[2] Il sismometrografo ha finora sopra il tromometro fotografico la superiorità incontrastabile della maggior velocità nello svolgimento della carta, la quale permette una maggior precisione nelle ore e maggiori particolarità nei diagrammi. Ma se per il momento, a solo scopo di economia, dobbiamo accontentarci della velocità di 3^{cm} all'ora data alla carta fotografica, ciò non toglie in appresso che questa si possa far svolgere anche con maggior prestezza, sostituendo un altro acconcio registratore al tamburo, sul quale ora è avvolta.

[3] Nel *pendolo orizzontale* del dott. E. von Rebeur-Paschwitz l'apparato per la registrazione fotografica è situato a circa 4 $^1/_2$ metri dallo specchio; ciò che fa vedere non essere difficile ottenere un'amplificazione maggiore nel mio tromometro fotografico, tanto più se si pensi di provvedere ad una maggiore nettezza delle linee focali, mediante l'aggiunta di una lente cilindrica a corto fuoco dinanzi alla fessura del tamburo registratore, come ha proposto lo stesso Rebeur-Paschwitz.

[4] Prendo qui l'occasione per accennare ad un perfezionamento da arrecarsi al mio tromometro fotografico, rendendone così ancor più completa la rassomiglianza col nuovo tipo di sismometrografo da me costruito. Si tratterebbe di sostituire due specchietti verticali, posti in un medesimo piano, ai due bracci più lunghi delle leve moltiplicatrici del

« Nel fin qui detto, ho inteso sempre parlare di registrazione meccanica o fotografica delle sole componenti orizzontali del movimento sia del suolo, sia della massa del pendolo. In quanto alla componente verticale, io ritengo utile doversi ricorrere ad una 2ª massa a parte, la quale possa comportarsi anche da *stazionaria* in presenza di movimenti sussultori piuttosto rapidi del suolo, acquistando, mediante opportuno congegno, un lungo tempo di oscillazione dall'alto al basso e viceversa, paragonabile a quello posseduto dall'altra massa, destinata alle due componenti orizzontali. La costruzione di tale congegno è senza dubbio non facile; ma non è a dubitare che con tenacità di propositi si finirà per riuscire allo scopo prefisso.

« Inutile dire che la registrazione della componente verticale deve effettuarsi sulla stessa carta, su cui sono registrate le due orizzontali ».

Fisica. — *Ulteriori esperienze sopra un nuovo tipo d'igrometro.* Nota di G. Agamennone e F. Bonetti, presentata dal Socio Blaserna.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

---

sismometrografo. Con tale disposizione si farebbe a meno del prisma a riflessione totale per la registrazione di una delle due componenti orizzontali; e potendosi rendere assai vicino (anche a meno di un centimetro) il filo di sospensione del pendolo agli assi di rotazione degli anzidetti specchietti, si otterrebbe notevolmente accresciuto l'ingrandimento dello strumento. Come si vede, il *pendolino amplificatore*, che è verticale nel tromometro già costruito, verrebbe rimpiazzato da due piccole leve orizzontali, ciascuna delle quali ruoterebbe attorno ad un delicatissimo asse verticale. I due assetti verticali rimpiazzerebbero adunque l'attuale sospensione cardanica del pendolino amplificatore. Inutile dire che colla nuova posizione degli specchietti, le linee focali risulterebbero adesso verticali, e per conseguenza il tamburo del registratore fotografico dovrebbe disporsi coll'asse di rotazione orizzontale. Per rendere poi sensibile lo strumento ai più piccoli movimenti del suolo, basta accrescere il più possibile la massa pendolare allo scopo di poter vincere gli attriti inerenti allo strumento, e cioè quello, estremamente piccolo, dovuto agli assi di rotazione degli specchietti, e quello derivante dalla lieve pressione con cui il filo di sospensione del pendolo deve essere premuto contro le asole, ad angolo retto tra loro, relative alle due piccole leve orizzontali degli specchietti mobili. Con questa nuova disposizione del tromometro, l'accrescimento della massa non presenta in pratica alcuna difficoltà, poichè la medesima viene a stare al disotto dello strumento, e non è neppure necessario che abbia una forma regolare.

Fisica terrestre. — *Sugli strumenti più adatti allo studio delle grandi ondulazioni provenienti da centri sismici lontani.* Nota del dott. A. Cancani, presentata dal Corrispondente Tacchini.

« L'argomento più importante della odierna sismologia è certamente quello delle grandi ondulazioni di terreno che emanano da centri sismici di scuotimento profondo e che percorrono spesso l'intiera superficie del globo.

« Lo studio di queste ondulazioni, che interessa non solo il sismologo ed il geologo ma anche l'astronomo, poco può progredire se non si diffonde nei principali osservatorî geodinamici od astronomici l'uso di strumenti adatti non solo ad indicare semplicemente la presenza di queste ondulazioni, ma bensì a rivelarne tutti gli elementi del moto da esse costituito.

« Gli strumenti più in uso coi quali oggi si è avvertiti della presenza di quelle ondulazioni, o coi quali esse si misurano, si possono dividere in due categorie. Gli uni destinati piuttosto a ricerche astronomiche sono le livelle ed i così detti pendoli orizzontali, gli altri destinati più propriamente a studî sismici sono i grandi tromometri ed i sismometrografi registratori.

« Accennerò brevemente quali vantaggi e quali inconvenienti presentino questi varî strumenti, per concluderne a quali si debba dare la preferenza e quali siano i miglioramenti che convenga ad essi apportare.

« *Livelle astronomiche.* — Le livelle astronomiche sono strumenti per quelle osservazioni di grandissimo valore, a motivo della estrema sensibilità loro e della fedeltà con cui rivelano il movimento del terreno. Da esse si possono dedurre, se non tutti, certamente i più importanti elementi del moto. Infatti con esse si ottiene il periodo di oscillazione e l'apparente deflessione della verticale al passaggio di queste onde. Dal primo di questi elementi si deduce la lunghezza delle onde se si conosce la velocità di propagazione, dal secondo si ricava lo spostamento verticale di una particella di terreno, se si fa l'ipotesi che quel movimento ondulatorio superficiale sia propriamente rappresentato da una sinusoide.

« L'inconveniente che presentano le livelle consiste nella difficoltà estrema di applicar loro un sistema di registrazione qualsiasi che non sia eccessivamente costoso, e nella mancanza di qualsiasi indicazione dell'ora delle varie fasi del movimento. Con esse dunque isolatamente considerate, non si possono fare studî o misure se non quando un osservatore si trovi per caso ad osservarle.

« *Pendoli orizzontali.* — I così detti pendoli orizzonzali, che sono in uso in alcuni osservatorî astronomici d'Europa, sono strumenti estremamente sensibili anch'essi e coi quali si ottengono bensì importanti risultati; ma oltrechè sono apparecchi molto costosi, e costoso è il metodo di registrazione

fotografica in essi adottato, danno l'ora con insufficiente approssimazione. Essi, piuttosto che misuratori del moto del terreno, non ne sono che semplici indicatori. A motivo infatti della troppo piccola velocità di scorrimento della carta fotografica è impossibile con essi discernere le singole ondulazioni e misurare, neppure approssimativamente, il loro periodo. Il loro principale pregio consiste unicamente nella estrema sensibilità; ma questo pregio stesso che essi posseggono porta con sè i gravi inconvenienti di uno spostamento permanente dalla primitiva posizione di riposo quasi ogni volta che si mettono in movimento, e di una incertezza nella valutazione della deflessione apparente della verticale.

« *Tromometri.* — I tromometri di tre metri di lunghezza o poco più, che sono in uso quasi esclusivamente in pochi osservatorî geodinamici italiani, sono strumenti che, considerati semplicemente come avvisatori, rendono un servigio grandissimo perchè rivelano in modo meraviglioso il primo approssimarsi di quelle lunghe ondulazioni, e lo annunziano a brevi intermittenze con una soneria d'allarme. Hanno inoltre il pregio d'indicare assai bene la direzione del movimento, cosa non facile ad ottenersi dagli altri strumenti. La loro estrema semplicità di costruzione li rende di piccolo costo, e quindi sarebbe utile che almeno i principali osservatorî geodinamici del regno possedessero due tromometri di m. 3,30, dei quali l'uno completamente libero, allo scopo di venir osservato e di ricavarne la direzione del movimento, l'altro colla massa circondata da tre interruttori a mezzo millimetro di distanza, aventi lo scopo di avvertire con una soneria d'allarme il primo approssimarsi di ondulazioni provenienti da lungi.

« *Sismometrografi registratori.* — I sismometrografi registratori sono gli strumenti più adatti per questo genere di studî; ma siccome di essi sono stati costruiti varî differenti modelli, di cui alcuni affatto si prestano allo scopo, vediamo a quali si debba dare la preferenza e quali siano meritevoli di perfezionamento.

« I sismometrografi a registrazione continua con zona di carta che corre 10 cent. all'ora e con pendolo di m. 1,50 di lunghezza e di chilog. 10 di massa, ben poco si prestano allo scopo, perchè la velocità di svolgimento della carta essendo troppo piccola, è rarissimo il caso che si possa avere qualche indizio delle singole oscillazioni del terreno, e seppure si ha, è oltremodo incerto. Inoltre essendo troppo corto il pendolo la deviazione degli stili è raramente percettibile, ed essendo troppo piccola la massa è insufficiente a vincere l'attrito delle penne scriventi, le quali non sempre dopo deviate ritornano nella primitiva posizione di riposo. A motivo poi della loro piccola lunghezza, l'astaticità perfetta che si richiede in quest'ordine di studî e in questo genere di strumenti è ben lungi dall'essere raggiunta.

« L'esperienza mi ha oramai dimostrato che coi sismometrografi registratori si possono ottenere eccellenti risultati, quando in essi la velocità

della carta sia convenientemente regolata ed il pendolo sia costituito da una massa di 70 a 100 chilogrammi appesa ad un filo di 6 o 7 metri di lunghezza. In tal caso l'astaticità si può dire perfettamente ottenuta, e l'attrito delle penne scriventi diviene evanescente in confronto dell'inerzia della grande massa pendolare.

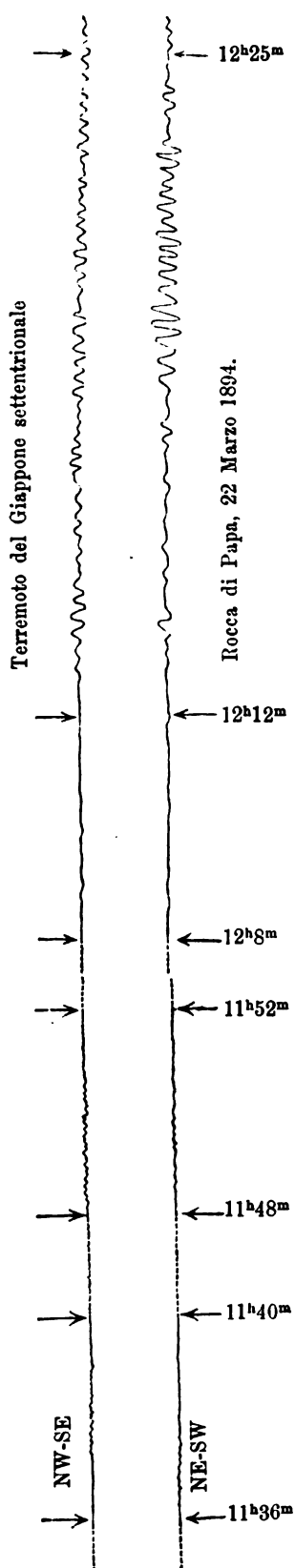
« In questi sismometrografi però si possono dare due diversi metodi di registrazione, cioè l'uno ad unica velocità, l'altro a doppia velocità. È evidente che mentre i sismometrografi a doppia velocità possono rendere dei grandi servigi nei terremoti propriamente detti, nei quali il moto del terreno potrà durare qualche frazione di minuto primo, non si può fare alcun assegnamento sulla grande delle due velocità che essi posseggono, nel caso di un moto ondulatorio proveniente da un terremoto lontano. Le ragioni sono molto ovvie; infatti i movimenti ondulatorî di terreno che provengono da grandi distanze hanno una durata così lunga, che può giungere alle volte a qualche ora. Supponiamo che si tratti di un'ora sola; si debbono svolgere, ad esempio, 40 metri di carta; si può essere certi che prima della fine del moto ondulatorio sarà consumato tutto l'inchiostro delle penne registratrici, e sarà terminata la provvista stessa di carta annessa al sismometrografo. Inoltre, quando anche nulla di tutto questo accadesse, se si pensa che queste ondulazioni hanno un periodo che arriva alle volte a mezzo minuto primo, è facile comprendere che si avrebbero nel diagramma delle ondulazioni talmente lunghe ed appiattite che nulla di esatto si potrebbe da esse ricavare. Volendo adunque servirsi di un sismometrografo a doppia velocità, è necessario che esso porti una disposizione qualsiasi per la quale la grande velocità non venga mai utilizzata nel caso dei lenti ed ampî moti ondulatorî del terreno, ma solo nelle scosse propriamente dette.

« Vediamo ora dunque qual'è la velocità di svolgimento più opportuna da darsi alla zona di carta dei grandi sismometrografi a registrazione continua.

« Il 22 marzo testè decorso passarono per l'Asia e per l'Europa, e probabilmente per tutta la superficie del globo, delle enormi ondulazioni di terreno provenienti da un terremoto nel Nord del Giappone. In un grande sismometrografo da me impiantato in Rocca di Papa costituito da un pendolo di 7 metri di lunghezza e di 100 chilogrammi di massa, con un apparecchio a registrazione continua in cui la carta si svolge colla velocità di 44 centimetri all'ora, le ondulazioni proprie del terreno vennero registrate in modo così chiaro e distinto, come si vede nella figura annessa (1), che ne ho potuto perfettamente ricavare tutti gli elementi del moto; ne ricavai cioè il periodo dell'oscillazione doppia di 16^s,8, la lunghezza delle onde di 42 chilometri la loro freccia di 40 centimetri, e

(1) È importante avvertire che le ondulazioni che si vedono nell'annesso diagramma sono esclusivamente dovute al terreno e non al pendolo, perchè questo rimase perfettamente immobile.

Terremoto del Giappone settentrionale

Rocca di Papa, 22 Marzo 1894.

mi riuscì di determinare colla massima precisione i varî istanti delle singole fasi. Oltre alle grandi ondulazioni trasversali, rimasero anche perfettamente registrati due gruppi di brevi ondulazioni che precedettero di 35 e di 20 minuti rispettivamente le onde trasversali, e che sono da attribuire ad ondulazioni longitudinali del terreno. Queste ondulazioni longitudinali che precedono le trasversali è della massima importanza che vengano registrate in quanto che esse permettono di arguire dalla semplice ispezione del diagramma e da un facile calcolo, la distanza del centro di scuotimento ed il tempo all'origine. Si sa infatti [1] che le ondulazioni longitudinali si propagano colla velocità di 5 chilometri a secondo mentre le altre trasversali si propagano con una velocità metà. Applicando questi criterî si ricava dal diagramma qui annesso, risolvendo le due equazioni

$$t + \frac{x}{2.5} = 12^h\,6^m = 43560^s$$

$$t + \frac{x}{5.0} = 11^h\,37^m = 41820^s$$

dove t è il tempo all'origine, x la distanza in chilometri dall'epicentro

$$t = 11^h\,8^m \text{ (t. m. E. C.)}$$

$$x = 8700 \text{ chilometri.}$$

« Il luogo preciso dell'epicentro mi è ancora ignoto. Dalla Gazzetta ufficiale di Tokio però si rileva che il 22 marzo un terremoto scosse la parte settentrionale del Giappone e la scossa fu intesa alle $7^h\,27^m\,49^s$ pom. tempo medio di Tokio. La parte settentrionale del Giappone trovasi da noi alla distanza di circa 9000 chilometri, l'ora $7^h, 27^m, 49^s$ di Tokio corrisponde all'ora $11^h\,5^m\,2^s$ dell'Europa centrale; dunque vi è più che soddisfacente accordo tra la realtà dei fatti e le deduzioni che si ricavano dal diagramma qui annesso, in base alle idee da me esposte nella Nota sopracitata.

[1] A. Cancani, *Sulle ondulazioni* ecc. Ann. dell'Uff. cent. di met. e geod. vol. XV, parte 1ª.

« Il 27 aprile testè decorso un forte terremoto scosse tutta la Grecia; delle lunghe ondulazioni di terreno si propagarono a grandissima distanza. In tal caso nella zona del sismometrografo ottenni pure in modo assai chiaro le singole onde trasversali e ne dedussi anche in questo caso il periodo di oscillazione doppia di $7^s,2$, la lunghezza di 18 chilometri, la freccia di 15 centimetri circa, il tempo all'origine e la distanza dell'epicentro. Ma queste onde avendo avuto un periodo assai più breve di quelle del 22 marzo, non sono sufficientemente distanti le une dalle altre da poter fare, senza difficoltà, la composizione del movimento. Oltre a ciò le brevi onde longituditunali che precedono le trasversali sono difficilmente percettibili, quantunque indiscutibilmente registrate.

« Si vede dunque che nei grandi sismometrografi si deve dare alla carta una velocità di svolgimento superiore a 44 centimetri all'ora, se si vogliono ottenere eccellenti risultati. Io credo che la velocità di 60 centimetri all'ora sia molto bene appropriata.

« Abbiamo visto che la lunghezza delle onde fu di 42 chilometri nel caso del terremoto del Giappone, di 18 nel caso del terremoto della Grecia. A quale ragione deve attribuirsi questa differenza? Per rispondere a tale domanda sarebbe necessario che venissero impiantati, nei principali osservatorî geodinamici del regno, e negli osservatorî esteri che si occupano della presente questione, dei grandi sismometrografi in cui la velocità di svolgimento della carta fosse, come si è già detto, di 60 centimetri all'ora, la lunghezza degli stili 30 centimetri, il rapporto di amplificazione uno a dieci, la lunghezza del pendolo possibilmente di 7 metri, la massa pendolare di 100 chilogrammi, la zona di carta larga 8 centimetri almeno.

« La importanza dei problemi che si anderebbero a risolvere con questi apparecchi è tale che compenserebbe ad usura la tenuissima spesa necessaria per il loro impianto ».

Chimica. — *Sulla funzione chimica dell'acido filicico* [1]. Nota di G. Daccomo, presentata dal Socio E. Paternò.

« In un lavoro precedente ho riferite alcune mie ricerche sull'acido filicico [2], ricerche le quali se avevano lo scopo di indagare la costituzione, erano però ben lontane dall'aver la pretesa di essere complete. A quella pubblicazione tennero dietro alcune osservazioni critiche prima di E. Luck [3] poi di E. Paternò [4] ed infine di Hugo Schiff [5].

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica farmaceutica della R. Univ. di Modena.
(2) Berichte der deutsch. chem. Gesell. XXI. 2962. Ann. Chim. Farmac. 1888, p. 295.
(3) Berichte der deutsch. chem. Gesell. XXI. 3465.
(4) Rendiconti Acc. Lincei, 1889, p. 144.
(5) Ibidem, seduta 17 marzo 1889.

« Difficoltà di laboratorio (1) mi impedirono di continuare subito le mie esperienze e rispondere così con nuovi fatti alle obbiezioni mossemi; ma appena potei essere in grado di iniziare qualche ricerca, non indugiai a riprendere l'interrotto lavoro, ed una parte dei risultati ottenuti forma appunto l'oggetto di questa Nota.

« Premetto intanto che la mia supposizione che Luck avesse avuto fra le mani un prodotto impuro, era basata sul fatto importantissimo che l'acido di *Luck* segnava un punto di fusione di 20 gradi inferiore al mio. Ora io stesso avevo già fatto notare, che l'acido filicico quando non lo si faccia bollire a lungo coll'etere, contiene come impurezza una materia resinosa che ne abbassa notevolmente il punto di fusione.

« A questo proposito noto ancora che ho esaminati diversi campioni d'acido filicico proveniente da diverse fabbriche come *Trammsdorff*, *Marquart* (Bonn), *König* (Lipsia), *Schuchardt* (Gorlitz), e tutti, dopo ripetute cristallizzazioni dall'etere, segnavano un punto di fusione non superiore a 181°, uguale cioè a quello dell'acido che io stesso ho preparato nuovamente nel mio Laboratorio, partendo dai rizomi di felce maschio. Osservo poi che quello dell'acido filicico non è un vero punto di fusione, poichè già prima di liquefarsi tende a scomporsi sviluppando vapori acidi che arrossano visibilmente la carta di tornasole; inoltre qualche campione quando non veniva scaldato molto lentamente, fondeva talora a 183° e qualche volta anche a 185°.

« A complemento di quanto ho pubblicato precedentemente sulle proprietà dell'acido filicico, debbo aggiungerne alcune altre.

« L'acido filicico riduce facilmente il nitrato d'argento ammoniacale con formazione di specchio metallico, riduce pure energicamante il reattivo di Fehling, dà la reazione di Schiff colla fucsina, reagisce colla idrossilamina, reagisce già a temperatura ordinaria colla fenilidrazina eliminando acqua e formando diversi prodotti di condensazione a seconda della quantità di fenilidrazina impiegata (2). Scompone gli acetati e specialmente l'acetato neutro di rame, mettendo in libertà l'acido acetico e formando il sale di rame corrispondente. Per fusione colla potassa caustica fornisce floroglucina, conformemente a quanto aveva già osservato Grabowsky (3), mescolata ad una quantità di prodotti resinosi difficilmente purificabili. In soluzione alcalina col bromo da bromofornio, col jodio da jodoformio oltre a prodotti acidi diversi. Quantunque l'acido filicico sia solubile negli alcali e nei carbonati alcalini,

(1) Il laboratorio al quale fui proposto, dotato del meschino assegno annuo di L. 450, mancava non solo del materiale occorrente per lavori originali, ma persino di quello indispensabile per le esercitazioni pratiche degli studenti.

(2) L'azione della fenilidrazina e specialmente dell'idrossilamina formerà oggetto di un'altra Nota.

(3) Liebig's Annalen d. Chem. tom 143, p. 279.

pure la sua soluzione nell'etere etilico assoluto o nel toluolo non reagisce menomamente col sodio metallico, anche se si fa bollire a lungo a ricadere.

Sali dell'acido filicico.

« L'acido filicico in soluzione nell'etere etilico, nell'etere di petrolio, ligroine, benzolo, toluolo, ecc., quando venga messo in contatto con una soluzione acquosa di acetato neutro di rame, forma costantemente un precipitato molto voluminoso, verde-erba, costituito dal sale di rame dell'acido filicico. Il miglior modo di ottenerlo è il seguente:

« La soluzione satura dell'acido filicico nell'etere etilico si dibatte fortemente per qualche tempo con un piccolo eccesso di acetato di rame in soluzione acquosa al 2 %; lo strato acquoso s'intorbida tosto e dopo pochi istanti si trasforma in una massa gelatinosa verde-chiaro. L'etere perde a poco a poco la sua tinta giallo verdognola ed acquista reazione acida marcatissima; decantato e distillato lascia per residuo l'acido acetico libero. Raccolto il precipitato su filtro si lava successivamente con acqua alcool ed etere.

« All'analisi il prodotto essiccato a 100° fornì questi risultati:

	trovato			calcolato per $(C^{14} H^{15} O^{5})^{2} Cu$
	I.	II.	III.	
C	57,17	57,11	—	57,05
H	5,39	5,35	—	5,09
Cu	10,38	10,30	10,21	10,69

« Sarebbe così confermata la formola $C^{14} H^{16} O^{5}$ già da me attribuita precedentemente all'acido filicico. Secondo la formola data da Grabowsky il sale di rame avrebbe la composizione $(C^{14} H^{17} O^{5})^{2}$ Cu e conterrebbe per 100 parti C = 56,66; H = 5,73; O = 10,62.

« Il sale di rame è una polvere cristallina, verde, leggerissima, insolubile in tutti i solventi ordinari: esposto all'aria ed alla luce non subisce alterazione di sorta.

« L'ammoniaca acquosa diluita scioglie facilmente l'acido filicico, formando il sale d'ammonio. Questo però si prepara meglio facendo attraversare una soluzione d'acido filicico nell'etere di petrolio o nell'etere assoluto, da una corrente di ammoniaca gassosa, secca; il liquido si intorbida tosto formando un voluminoso precipitato.

« Una determinazione d'azoto nel sale recentemente preparato e secco mi diede:

	trovato	calcolato per $C^{14} H^{16} O^{5} NH^{3}$
N per 100 =	4,61	4,98

« Il sale d'ammonio è però poco stabile, perdendo lentamente dell'ammoniaca già a temperatura ordinaria.

Ossidazione dell'acido filicico.

« La soluzione dell'acido filicico nella soda caustica diluitissima, venne trattata in più riprese con un eccesso d'acqua ossigenata al 5 %, scaldando lungamente la miscela a 40° e dibattendo fortemente di quando in quando. Acidificando poi con acido solforico diluito, si formò un abbondante precipitato gelatinoso che raccolto e lavato, venne fatto asciugare a bassa temperatura.

« Il prodotto ottenuto è una polvere amorfa di un pallido color carneo, dall'odore di acido butirrico, insolubile o quasi nell'acqua, solubilissima nell'etere e nell'alcool, comunicando loro reazione acida marcatissima. In soluzione alcoolica o semplicemente sospeso nell'acqua, scompone energicamente i carbonati; in soluzione ammoniacale neutra, precipita la maggior parte delle soluzioni metalliche; col nitrato d'argento ammoniacale non forma specchio metallico.

« Dalla evaporazione della soluzione alcoolica od eterea si depone sotto forma di una lacca rossa friabile. Si scompone prima di fondere.

« All'analisi diede:

	trovato I.	trovato II.	calcolato per $C^{14}H^{16}O^6$
C p. 100 =	60,04	59,87	60,00
H » =	6,03	5,85	5,72

« Le acque madri da cui fu separato il nuovo prodotto vennero distillate a vapore; passò col vapor acqueo una piccola quantità di acido butirrico e rimase nel matraccio una sostanza resinosa bruna, che lavata con poco cloroformio, lasciò un residuo cristallino, bianco, fusibile a 185-187° con scomposizione, il quale sarà descritto più avanti.

« L'unico sale di questo acido che presenti una certa stabilità è quello di potassio, ottenuto facendo reagire la soluzione alcoolica dell'acido col carbonato potassico anidro.

« Una determinazione di potassio mi diede:

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{15}KO^6$
K per 100	12,72	12,27

« È una polvere cristallina rosso-ranciata, solubilissima nell'acqua e facilmente solubile anche nell'alcool assoluto.

« Sostituendo all'acqua ossigenata un altro ossidante come il permanganato di potassio, il bromo od il jodo in soluzione alcalina oppure l'acido nitrico fumante in soluzione eterea, non si ottiene più l'acido $C^{14}H^{16}O^6$ ma solo il prodotto resinoso da cui si ha l'acido butirrico ed il composto fusibile a 185-187°.

« Già precedentemente avevo tentato di ossidare l'acido filicico col permanganato; nelle condizioni d'allora però l'ossidazione era profonda, dando come prodotti principali, acido butirrico ed acido ossalico. Ho voluto ripetere l'esperienza modificando le condizioni dell'operazione in modo da rendere meno energica la reazione.

« Operando infatti con soluzioni molto diluite ed a bassa temperatura, i risultati furono notevolmente diversi. Dall'esaurimento con etere del prodotto della reazione previamente acidificato con acido solforico diluito, ottenni come residuo dell'etere un olio giallognolo incristallizzabile, che fu sottoposto alla distillazione a vapore.

« Il distillato avea reazione acidissima e manifestava l'odore caratteristico dell'acido butirrico; infatti l'analisi del suo sale d'argento mi diede:

	trovato	calcolato per $C^4 H^7 Ag O^2$
Ag p. 100 =	55,31	55,39

« La porzione del prodotto che non distillò col vapor d'acqua era costituita da una sostanza resinosa nera la quale lavata con poco cloroformio, lasciò un residuo cristallino bianco, solubile con grande facilità nell'etere e nell'alcool, comunicando loro reazione acida marcatissima.

« Dall'etere cristallizza in prismi ed anche in bellissimi ottaedri schiacciati; scaldato lungamente verso 120° sublima; a 187° si scompone, sviluppando molte bollicine gassose e convertendosi in un liquido incoloro dal noto odore di acido butirrico.

« Il prof. Pantanelli direttore di questo Museo di Mineralogia ebbe la cortesia di esaminare alcuni cristallini ottenuti per sublimazione, e mi comunica quanto segue:

« Al microscopio i piccoli cristalli sono ottaedri, alcuni di questi im-
« perfetti ma appoggiati parallelamente alla sezione quadrata; sono quindi
« ottaedri dimetrici. Cristallizzati rapidamente da una goccia della soluzione
« nell'etere, si dispongono in figura felciforme, con le diramazioni minori nor-
« mali al fascio bacillare centrale e si estinguono quando queste direzioni
« coincidono con uno dei piani principali del prisma ».

« All'analisi il nuovo prodotto diede:

	trovato	
	I.	II.
C per 100 =	44,98	45,36
H » »	6,10	6,10

« La formola più semplice che corrisponde a questi valori sarebbe $C^5 H^8 O^4$, per la quale si calcola per 100:

C = 45,45
H = 6,06

« Di questo acido preparai i sali d'argento e di bario. Il primo fu ottenuto trattando con nitrato d'argento la soluzione acquosa calda dell'acido, previamente neutralizzata con ammoniaca: per raffreddamento si depongono dei bellissimi aghi perfettamente incolori, i quali alla luce imbruniscono lievemente.

« Una determinazione d'argento ebbe per risultato:

	trovato	calcolato per $C^5 H^6 Ag^2 O^4$
Ag p. 100	62,30	62,42

« Il sale di bario fu ottenuto facendo reagire l'acido libero in soluzione acquosa, sopra il carbonato di bario fino a reazione neutra. Il liquido filtrato, evaporato a bagno maria, lasciò per residuo una polvere cristallina perfettamente bianca, la quale fu purificata con una nuova cristallizzazione dall'acqua.

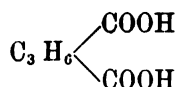
« Scaldato a 100° fino a peso costante e sottoposto all'analisi diede:

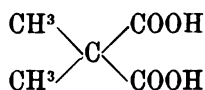
	trovato		calcolato
	I.	II.	per $C^5 H^6 Ba O^4 + H^2 O$
C p. 100	—	20,73	21,05
H »	—	2,56	2,80
Ba »	47,91	—	48,07

mentre che pel sale anidro si calcolerebbe:

C	22,47
H	2,25
Ba	51,31

« Il nuovo acido è adunque bibasico e la sua composizione può essere rappresentata dalla formola:

$$C_3 H_6 \langle {COOH \atop COOH}$$

« Degli acidi bibasici corrispondenti alla formola $C^5 H^8 O^4$ sono noti l'acido pirotartrico, l'acido pirotartrico normale o glutarico, l'acido β-isopirotartrico o dimetilmalonico e finalmente l'acido etilmalonico. Il mio presenta grande analogia col terzo di questi, cioè coll'acido dimetilmalonico

$${CH^3 \atop CH^3} \rangle C \langle {COOH \atop COOH}$$

ottenuto sinteticamente dapprima da Markownikow (1) e successivamente da Thorne (2) e Conrad e Guthzeit (3). Oltre alla composizione centesimale sia dell'acido che dei suoi sali, coincide anche il punto di fusione e sublimazione.

(1) Liebig's Annalen, tom. 182, p. 336
(2) Journal of the Chem. Society tom. 39, p. 543.
(3) Berichte, ecc. tom. 14, p. 1644.

« Se poi si considera che il sale di Zinco dell'acido dimetilmalonico non perde la sua acqua di cristallizzazione che a 150°, cioè quando comincia a decomporsi, non credo irragionevole ammettere come ho fatto io, in seguito all'analisi, che anche il sale di bario possa trattenere dell'acqua di cristallizzazione sebbene scaldato a lungo a 100°.

« Se invece del permanganato potassio s'impiega come ossidante in bromo in soluzione alcalina, si ottengono gli stessi prodotti di scomposizione ma in in questo caso si forma anche del bromoformio.

« Le condizioni in cui ho operato sono le seguenti:

« Una parte di acido filicico venne sciolta in 100 parti di soluzione acquosa di soda caustica al 4 °/₀ ed al liquido tenuto freddo con ghiaccio, si aggiunse goccia a goccia e sempre agitando del bromo fino a formazione di ipobromito stabile.

« La soluzione giallo-verdognola fu trattata con gas solforoso, quindi acidificata con acido solforico diluito ed esaurita con etere. Il residuo lasciato dall'etere sottoposto a distillazione a vapore diede un liquido torbido che lasciato a sè un certo tempo si separò nettamente in due strati, uno superiore acquoso, acido, molto più abbondante e col noto odore di acido butirrico, l'altro inferiore formato da poco liquido, pesante, molto rifrangente, dotato di odore aromatico etereo. Separato quest'ultimo, lavato fino a reazione neutra ed essiccato sul $Ca\,Cl^2$ fuso, presentava tutti i caratteri del bromoformio (odore, punto di ebullizione e di congelamento). La porzione che non distillò col vapor d'acqua, fornì una piccola quantità del solito acido $C^5\,H^8\,O^4$.

« Anche ossidando l'acido filicico in soluzione eterea con acido nitrico fumante ottenni come prodotti principali acido butirrico e dimetilmalonico.

CONCLUSIONI.

« Dai fatti esposti nella presente Nota sarebbe certo prematuro trarre delle conseguenze decisive sulla costituzione dell'acido filicico, tanto più che tali fatti rappresentano solo una parte delle mie ricerche; essi però mi sembrano sufficienti per chiarire la sua funzione chimica.

« Che l'acido filicico possieda proprietà acide, e fuori dubbio, lo dimostrano chiaramente la sua solubilità negli alcali e nei carbonati alcalini, e la facilità con cui sposta l'acido acetico dalle sue combinazioni; ma è pure fuori dubbio che l'acido filicico non contiene carbossili, e non è quindi un acido nel vero senso della parola.

« Dalla facilità con cui fornisce le reazioni delle aldeidi e dei chetoni, dai diversi prodotti di condensazione che forma coll'idrossilamina e la fenilidrazina, dal fatto che l'acqua ossigenata gli cede facilmente un atomo d'ossigeno per trasformarlo in un vero acido, finalmente dalla scomposizione ca-

ratteristica dell'acetato neutro di rame (¹), sono indotto ad ammettere che le proprietà acide dell'acido filicico siano dovute alla sua funzione di *β-cheto-aldeide* e che quindi nella sua molecola si trovi uno di questi due aggruppamenti atomici:

« Considerando poi la stabilità dell'acido filicico libero, la difficoltà con cui si scioglie nei carbonati alcalini, la sua resistenza all'azione del sodio metallico e d'altra parte il suo potere acido abbastanza energico da scomporre l'acetato di rame, credo più probabile l'esistenza del gruppo II.

« Questa funzione di cheto-aldeide, unitamente ai prodotti di scomposizione ottenuti coi diversi agenti ossidanti, mi permette poi di sollevare il dubbio se l'acido filicico appartenga realmente alla serie aromatica come finora è stato universalmente ammesso. *Grabowsky* per fusione colla potassa ottenne della floroglucina, fatto che io stesso ho potuto confermare; inoltre io ho pure ottenuto dell'acido ftalico facendo agire l'acido nitrico sopra alcuni prodotti di scomposizione dell'acido filicico, avuti per l'azione dell'acido cloridrico in tubo chiuso ad alta temperatura; ma quando si pensa che nè la floroglucina, nè l'acido ftalico, nè alcun altro derivato della serie aromatica si può ottenere direttamente dall'acido filicico per una reazione molto semplice; quando si considera che per l'azione degli ossidanti meno energici, come l'acqua ossigenata, l'acido filicico fissa dapprima un atomo di ossigeno alla sua molecola e successivamente si scinde subito in acido dimetilmalonico e butirrico, si è indotti ad ammettere che nessun nucleo aromatico preesista nella sua melecola.

« La funzione di chetoaldeide dell'acido filicico è più che sufficente per spiegare la formazione di una catena chiusa, sia per l'effetto della fusione colla potassa caustica, sia pel riscaldamento con acido cloridrico in tubo chiuso, e la *formazione* della floroglucina dall'acido filicico per la sua fusione colla potassa è resa anche più probabile dalla sintesi della floroglucina ottenuta da *Baeyer* (²) partendo dal derivato sodico dell'etere malonico.

« Naturalmente mi riservo di dilucidare meglio questo punto, ed ho fiducia che le mie ulteriori ricerche varranno a chiarire almeno in parte la costituzione di questa interessante sostanza ».

(¹) Claisen, Berichte, tom. 22, p. 1018.
(²) Berichte, ecc., tom. 18, p. 3454.

Chimica. — *Sopra la configurazione di alcune gliossime.* Nota di A. Angeli e G. Magagnini, presentata dal Socio Ciamician.

Chimica. — *Sulle Selenetine. Nuova serie di composti del Selenico.* Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente Nasini.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia delle scienze di Cracovia; la R. Accademia delle scienze di Lisbona; la Società fisico-matematica di Kasan; la Commissione geodetica svizzera di Zurigo; la Biblioteca del Museo nazionale di Buenos Aires.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 2 giugno 1894.

Ährling E. — Carl von Linnés Brefvexling. Stockholm, 1885. 8°.
Auwers A. — Die Venus-Durchgänge 1874 und 1882. Bd. V. Berlin, 1893. 4°.
Baroni E. — A proposito di una comunicazione di L. Micheletti che ha per titolo: Ochrolechia Parella var. Isidioidea Mass. Firenze, 1893. 8°.
Id. — Contribuzione alla lichenografia della Toscana. Firenze, 1891. 8°.
Id. — Del posto che occupa la Rhodea japonica Roth tra le famiglie vegetali, e sul suo processo d'impollinazione. Firenze, 1894. 8°.
Id. — Lichenes pedemontani a Cl. Prof. Arcangeli in Monte Cinisio et Monte Rosa annis 1876 ac 1880 lecti. Florentiae, 1892. 8°.
Id. — Licheni raccolti dal prof. E. Rodegher nell'Italia superiore. Firenze, 1893. 8°.
Id. — Noterelle crittogamiche. Firenze, 1892. 8°.
Id. — Notizie e osservazioni sui rapporti dei licheni calcicoli col loro sostrato. Firenze, 1893. 8°.

Baroni E. — Nuova specie di Arisaema. Firenze, 1893. 8°.
Id. — Osservazioni sul polline di alcune papaveracee. Firenze, 1893. 8°.
Id. — Ricerche anatomiche sul frutto e sul seme di Eugenia Myrtillifolia Dc. Firenze, 1892. 8°.
Id. — Ricerche sulla struttura istologica della Rhodea japonica Roth e sul suo processo d'impollinazione. Firenze, 1893. 8°.
Id. — Sopra alcune crittogame africane raccolte presso Tripoli dal prof. R. Spigai. Firenze, 1892. 8°.
Id. — Sopra alcune felci della China raccolte dal Missionario Padre G. Giraldi nella provincia dello Shen-si settentrionale. Firenze, 1894. 8°.
Id. — Sopra alcuni licheni della China raccolti nella provincia dello Shen-sí settentrionale. Firenze, 1894. 8°.
Id. — Sopra alcuni licheni raccolti nel Piceno e nello Abbruzzo. Firenze, 1889. 8°.
Id. — Sulla struttura delle glandole fiorali di Pachira alba parl. Firenze, 1893. 8°.
Id. — Sulla struttura del seme dell'Hemerocallis flava L. Firenze, 1892. 8°.
Berruti G. — Sulla teoria dei vettori componibili. Torino, 1894. 8°.
Bianchi L. — Lezioni di geometria differenziale (2ª metà). Pisa, 1894. 8°.
Briosi G. e *Tognini F.* — Intorno all'anatomia della canapa. Milano, 1894. 8°.
Campagna R. — Lepra. Genova, 1894. 4°.
Caruel T. — Epitome Florae Europae terrarumque affinium. Fasc. I, II. Florentiae, 1892-94. 8°.
Chicca T. — Sistemazione di Piazza Colonna. Roma, 1894. 8°.
Del Guercio G. e *Baroni E.* — Osservazioni biologiche sul Gymnosporangium tuscum Oerst. Firenze, 1894. 8°.
Döllen W. — Stern-ephemeriden auf des Jahr. 1894, &. Dorpat, 1893. 8°.
Galilei G. — Le opere. Ed. naz. Vol. IV. Firenze, 1894. 4°.
Helmholtz H. v. — Ueber den Ursprung der richtigen Deutung unserer Sinneseindrücke. Hamburg, s. a. 8°.
Klemm G. — Gletscherspuren im Spessart und östlichen Odenwald. Darmstadt, 1894. 8°.
Pincherle S. — Contributo alla generalizzazione delle frazioni continue. Bologna, 1894. 4°.
Records of the Tercentenary Festival of the University of Dublin held to 8th July, 1893. Dublin, 1894. 4°.
Rüdinger N. — Ueber die Wege und Ziele der Hirnforschung. München, 1893. 4°.
Taramelli T. — La valle del Po nell'epoca quaternaria. Genova, 1894. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 giugno 1894.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulla interpretazione geometrica del teorema di Moutard.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

« È noto come la trasformazione di Moutard, relativa alle equazioni di Laplace della forma:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \, \partial v} = M\theta ,$$

dove M è una funzione data di u, v, trova la sua interpretazione geometrica nella teoria delle deformazioni infinitesime delle superficie flessibili ed inestendibili e delle corrispondenti congruenze, sulle cui falde della superficie focale si corrispondono le linee assintotiche, congruenze che indico con W [1]. Nella presente Nota, appoggiandomi sulle formole generali date nel mio libro, dimostro per le congruenze generali W un teorema che può riguardarsi come un'estensione del *teorema di permutabilità* per le congruenze pseudosferiche (*Lezioni* pag. 435 sg.). Applicando questo teorema a quelle speciali congruenze W, le cui falde focali hanno in punti corrispondenti eguale curvatura, trovo che per esse valgono tutte le notevoli conseguenze già da me segnalate nel caso speciale delle congruenze pseudosferiche.

[1] V. il capitolo XII delle mie *Lezioni di geometria differenziale* (Pisa-Spoerri 1894).

§ 1.

« Partiamo dalla costruzione fondamentale data a pag. 300 delle *Lezioni*, colla quale da una deformazione infinitesima nota di una superficie qualunque S si deduce la corrispondente congruenza W, di cui S è una falda della superficie focale. La costruzione consiste nel condurre per ogni punto P di S nel piano tangente il raggio normale alla direzione dello spostamento che subisce P; la congruenza di raggi così ottenuta è la congruenza W cercata. La seconda falda S_1 della superficie focale si dirà la *trasformata* di S mediante la deformazione infinitesima considerata.

« Ciò premesso, ci proponiamo di dimostrare il teorema seguente:

« *A*) Di una superficie S qualunque si considerino due diverse deformazioni infinitesime, per le quali si costruiscano, nel modo descritto, le rispettive superficie trasformate S_1, S_2. Esiste una semplice infinità di superficie S', deducibile con una sola quadratura, ciascuna delle quali ammette, come la S_1, la medesima coppia fissa S_1, S_2 di superficie trasformate.

« Osserviamo che se P, P_1, P_2, P' indicano quattro punti corrispondenti delle quattro superficie S, S_1, S_2, S', la doppia infinità di quadrilateri sghembi $PP_1\,P'P_2$ è così formata che ciascun lato descrive una congruenza W, di cui i fuochi sono i due vertici sul lato, mentre i piani focali passano rispettivamente pei due lati consecutivi.

§ 2.

« Per dimostrare il teorema enunciato, riferiamo la superficie S alle sue linee assintotiche u, v colle formole di Lelieuvre (*Lezioni* pag. 297):

$$
(1)\quad \left\{
\begin{aligned}
\frac{\partial x}{\partial u} &= -\begin{vmatrix} \eta & \zeta \\ \frac{\partial \eta}{\partial u} & \frac{\partial \zeta}{\partial u} \end{vmatrix}, &
\frac{\partial y}{\partial u} &= -\begin{vmatrix} \zeta & \xi \\ \frac{\partial \zeta}{\partial u} & \frac{\partial \xi}{\partial u} \end{vmatrix}, &
\frac{\partial z}{\partial u} &= -\begin{vmatrix} \xi & \eta \\ \frac{\partial \xi}{\partial u} & \frac{\partial \eta}{\partial u} \end{vmatrix} \\
\frac{\partial x}{\partial v} &= \begin{vmatrix} \eta & \zeta \\ \frac{\partial \eta}{\partial v} & \frac{\partial \zeta}{\partial v} \end{vmatrix}, &
\frac{\partial y}{\partial v} &= \begin{vmatrix} \zeta & \xi \\ \frac{\partial \zeta}{\partial v} & \frac{\partial \eta}{\partial v} \end{vmatrix}, &
\frac{\partial z}{\partial v} &= \begin{vmatrix} \xi & \eta \\ \frac{\partial \xi}{\partial v} & \frac{\partial \eta}{\partial v} \end{vmatrix}
\end{aligned}
\right.
$$

dove ξ, η, ς sono soluzioni di una medesima equazione di Laplace

$$
(2)\qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u\,\partial v} = \mathrm{M}\,\theta\,,
$$

che è altresì l'equazione delle deformazioni infinitesime per la superficie S.

« Essendo R_1 una soluzione della (2), determiniamo $\xi_1\ \eta_1\ \varsigma_1$ dalle equazioni (*Lezioni* pag. 298):

$$(3)\begin{cases} \dfrac{\partial(\xi_1+\xi)}{\partial u}=(\xi-\xi_1)\dfrac{\partial \log R_1}{\partial u}\,, \quad \dfrac{\partial(\eta_1+\eta)}{\partial u}=(\eta-\eta_1)\dfrac{\partial \log R_1}{\partial u}\,, \\ \qquad\qquad \dfrac{\partial(\zeta_1+\zeta)}{\partial u}=(\zeta-\zeta_1)\dfrac{\partial \log R_1}{\partial u} \\ \dfrac{\partial(\xi_1-\xi)}{\partial v}=-(\xi+\xi_1)\dfrac{\partial \log R_1}{\partial v}\,, \quad \dfrac{\partial(\eta_1-\eta)}{\partial v}=-(\eta+\eta_1)\dfrac{\partial \log R_1}{\partial v}\,, \\ \qquad\qquad \dfrac{\partial(\zeta_1-\zeta)}{\partial v}=-(\zeta+\zeta_1)\dfrac{\partial \log R_1}{\partial v} \end{cases}$$

e le formole

$$(4)\qquad x_1=x+\begin{vmatrix}\eta_1 & \zeta_1\\ \eta & \zeta\end{vmatrix},\quad y_1=y+\begin{vmatrix}\zeta_1 & \xi_1\\ \zeta & \xi\end{vmatrix},\quad z=z+\begin{vmatrix}\xi_1 & \eta_1\\ \xi & \eta\end{vmatrix}$$

definiranno la superficie S_1 trasformata della S mediante una deformazione infinitesima appartenente a R_1 [1].

« Similmente considerando una seconda soluzione R_2 della (2) determiniamo $\xi_2,\ \eta_2,\ \varsigma_2$ dalle equazioni:

$$(3^*)\begin{cases} \dfrac{\partial(\xi_2+\xi)}{\partial u}=(\xi-\xi_2)\dfrac{\partial \log R_2}{\partial u}\,, \quad \dfrac{\partial(\eta_2+\eta)}{\partial u}=(\eta-\eta_2)\dfrac{\partial \log R_2}{\partial u}\,, \\ \qquad\qquad \dfrac{\partial(\zeta_2+\zeta)}{\partial u}=(\zeta-\zeta_2)\dfrac{\partial \log R_2}{\partial u} \\ \dfrac{\partial(\xi_2-\xi)}{\partial v}=-(\xi+\xi_2)\dfrac{\partial \log R_2}{\partial v}\,, \quad \dfrac{\partial(\eta_2-\eta)}{\partial v}=-(\eta+\eta_2)\dfrac{\partial \log R_2}{\partial v}\,, \\ \qquad\qquad \dfrac{\partial(\zeta_2-\zeta)}{\partial v}=-(\zeta+\zeta_2)\dfrac{\partial \log R_2}{\partial v} \end{cases}$$

e le formole

$$(4^*)\qquad x_2=x+\begin{vmatrix}\eta_2 & \zeta_2\\ \eta & \zeta\end{vmatrix},\quad y_2=y+\begin{vmatrix}\zeta_2 & \xi_2\\ \zeta & \xi\end{vmatrix},\quad z_2=z+\begin{vmatrix}\xi_2 & \eta_2\\ \xi & \eta\end{vmatrix}$$

definiranno una seconda superficie S_2 trasformata di S per una deformazione infinitesima appartenente a R_2.

« Si tratta di provare che esistono ∞^1 superficie S′ che ammettono per una coppia di superficie trasformate le superficie fisse S_1, S_2; la S stessa appartiene, come è naturale, alle superficie S′. Indicando coll'accento le quan-

[1] Propriamente alla soluzione R_1 della (2) corrisponde una tripla infinità di deformazioni infinitesime della S, che differiscono da una fissa solo per una traslazione infinitesima; noi qui ne intendiamo fissata una dalle soluzioni scelte $\zeta_1, \eta_1\ \zeta_1$, del sistema (3).

tità relative ad una di queste superficie incognite S', dobbiamo cercare di determinare ξ', η', ζ' in guisa che sussistano insieme le formole:

$$(5)\qquad x' = x_1 + \begin{vmatrix} \eta' & \zeta' \\ \eta_1 & \eta_1 \end{vmatrix},\ y' = y_1 + \begin{vmatrix} \zeta' & \xi' \\ \zeta_1 & \xi_1 \end{vmatrix},\ z' = z_1 + \begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ \xi_1 & \eta_1 \end{vmatrix}$$

$$(5^*)\qquad x' = x_2 + \begin{vmatrix} \eta' & \zeta' \\ \eta_2 & \zeta_2 \end{vmatrix},\ y' = y_2 + \begin{vmatrix} \zeta' & \xi' \\ \zeta_2 & \xi_2 \end{vmatrix},\ z' = z_2 + \begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ \xi_2 & \eta_2 \end{vmatrix}$$

ed abbiano luogo le formole di Lelieuvre:

$$(6)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial x'}{\partial u} &= -\begin{vmatrix} \eta' & \zeta' \\ \frac{\partial \eta'}{\partial u} & \frac{\partial \zeta'}{\partial u} \end{vmatrix},\ \frac{\partial y'}{\partial u} = -\begin{vmatrix} \zeta' & \xi' \\ \frac{\partial \zeta'}{\partial u} & \frac{\partial \xi'}{\partial u} \end{vmatrix},\ \frac{\partial z'}{\partial u} = -\begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ \frac{\partial \xi'}{\partial u} & \frac{\partial \eta'}{\partial u} \end{vmatrix} \\ \frac{\partial x'}{\partial v} &= \begin{vmatrix} \eta' & \zeta' \\ \frac{\partial \eta'}{\partial v} & \frac{\partial \zeta'}{\partial v} \end{vmatrix},\ \frac{\partial y'}{\partial v} = \begin{vmatrix} \zeta' & \xi' \\ \frac{\partial \zeta'}{\partial v} & \frac{\partial \xi'}{\partial v} \end{vmatrix},\ \frac{\partial z'}{\partial v} = \begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ \frac{\partial \xi'}{\partial v} & \frac{\partial \eta'}{\partial v} \end{vmatrix} \end{aligned} \right.$$

§ 3.

« Dalle (5), (5*), osservando le (4), (4*), deduciamo primieramente:

$$\begin{vmatrix} \eta' - \eta\ , & \zeta' - \zeta \\ \eta_1 - \eta_2\ , & \zeta_1 - \zeta_2 \end{vmatrix} = 0\ ;\ \begin{vmatrix} \zeta' - \zeta\ , & \xi' - \xi \\ \zeta_1 - \zeta_2\ , & \xi_1 - \xi_2 \end{vmatrix} = 0\ ,\ \begin{vmatrix} \xi' - \xi\ , & \eta' - \eta \\ \xi_1 - \xi_2\ , & \eta_1 - \eta_2 \end{vmatrix} = 0\ ,$$

onde, indicando con λ un fattore incognito di proporzionalità, dovremo avere:

$$(7)\quad \xi' = \xi + \lambda(\xi_1 - \xi_2)\ ,\ \eta' = \eta + \lambda(\eta_1 - \eta_2)\ ,\ \zeta' = \zeta + \lambda(\zeta_1 - \zeta_2).$$

« Sostituendo nelle (5) o (5*), risulta:

$$(8)\qquad x' = x + \lambda \begin{vmatrix} \eta_1 & \zeta_1 \\ \eta_2 & \zeta_2 \end{vmatrix},\ y' = y + \lambda \begin{vmatrix} \zeta_1 & \xi_1 \\ \zeta_2 & \xi_2 \end{vmatrix},\ z' = z + \lambda \begin{vmatrix} \xi_1 & \eta_1 \\ \xi_2 & \eta_2 \end{vmatrix}.$$

« Ora le due equazioni

$$\xi' \frac{\partial x'}{\partial u} + \eta' \frac{\partial y'}{\partial u} + \zeta' \frac{\partial z'}{\partial u} = 0$$

$$\xi' \frac{\partial x'}{\partial v} + \eta' \frac{\partial y'}{\partial v} + \zeta' \frac{\partial z'}{\partial v} = 0\ ,$$

tenuto conto delle formole del § 2, danno per λ le due equazioni:

$$(9)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \lambda}{\partial u} &= \lambda \frac{\partial}{\partial u} \log(R_1 R_2) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial u} \log\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \\ \frac{\partial \lambda}{\partial v} &= \lambda \frac{\partial}{\partial v} \log(R_1 R_2) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial v} \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right). \end{aligned} \right.$$

« Questo sistema simultaneo per determinare λ, al quale possiamo dare la forma lineare in $\frac{1}{\lambda}$:

$$(9^*)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\dfrac{1}{\lambda}\right) = -\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\partial}{\partial u}\log(R_1 R_2) + \dfrac{\partial}{\partial u}\log\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial v}\left(\dfrac{1}{\lambda}\right) = -\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\partial}{\partial v}\log(R_1 R_2) + \dfrac{\partial}{\partial v}\log\left(\dfrac{R_1}{R_2}\right) \end{cases}$$

soddisfa alla condizione d'illimitata integrabilità, riducendosi questa alla relazione

$$\frac{1}{R_1}\frac{\partial^2 R_1}{\partial u \partial v} = \frac{1}{R_2}\frac{\partial^2 R_2}{\partial u \partial v},$$

che è appunto verificata. Si ha quindi λ *con una quadratura* dalla formola

$$(10)\qquad \frac{R_1 R_2}{\lambda} = C + \int \left\{ \begin{vmatrix} R_1 & R_2 \\ \dfrac{\partial R_1}{\partial u} & \dfrac{\partial R_2}{\partial u} \end{vmatrix} du - \begin{vmatrix} R_1 & R_2 \\ \dfrac{\partial R_1}{\partial v} & \dfrac{\partial R_2}{\partial v} \end{vmatrix} dv \right\},$$

ove C indica una costante arbitraria.

« Viceversa se determiniamo λ da questa formola (10), le (8) ci daranno una superficie S' nella relazione richiesta con S_1, S_2. Si verifica subito infatti che le formole (6) di Lelieuvre sono, pei valori (7) di ξ', η', ζ', identicamente soddisfatte. Così il nostro teorema *A*) è completamente dimostrato.

§ 4.

« Ponendo

$$M_1 = R_1 \frac{\partial^2}{\partial u \partial v}\left(\frac{1}{R_1}\right), \quad M_2 = R_2 \frac{\partial^2}{\partial u \partial v}\left(\frac{1}{R_2}\right),$$

le equazioni

$$(11)\qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = M_1 \theta,$$

$$(12)\qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = M_2 \theta$$

sono le trasformate di Moutard della (2) per mezzo delle rispettive soluzioni R_1, R_2; esse rappresentano altresì le equazioni delle deformazioni infinitesime per le superficie S_1, S_2.

« Sia ora

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=\mathrm{M}'\,\theta \tag{13}$$

l'equazione di Moutard per la S', talchè

$$\mathrm{M}'=\frac{1}{\xi'}\frac{\partial^2\xi'}{\partial u\,\partial v}=\frac{1}{\eta'}\frac{\partial^2\eta'}{\partial u\,\partial v}=\frac{1}{\zeta'}\frac{\partial^2\zeta'}{\partial u\,\partial v}$$

« La (13) ammette come la (2) le due equazioni (11), (12) per trasformate di Moutard. Se indichiamo con R'_1, R'_2 le rispettive soluzioni delle (11), (12) che le trasformano nella (13), dovranno sussistere le formole

$$\left\{\begin{aligned}\frac{\partial(\xi'+\xi_1)}{\partial u}&=(\xi_1-\xi')\frac{\partial\log R'_1}{\partial u}\,, & \frac{\partial(\xi'-\xi_1)}{\partial v}&=-(\xi_1+\xi')\frac{\partial\log R'_1}{\partial v}\\ \frac{\partial(\xi'+\xi_2)}{\partial u}&=(\xi_2-\xi')\frac{\partial\log R'_2}{\partial u}\,, & \frac{\partial(\xi'-\xi_2)}{\partial u}&=-(\xi_2+\xi')\frac{\partial\log R'_2}{\partial v}\end{aligned}\right. \tag{14}$$

colle analoghe per η,ζ. Da queste, combinate colle formole dei §§ precedenti, troviamo per determinare R'_1, R'_2 le formole:

$$\left\{\begin{aligned}\frac{\partial\log R'_1}{\partial u}&=\lambda\frac{\partial\log R_2}{\partial u}-(\lambda+1)\frac{\partial\log R_1}{\partial u}\\ \frac{\partial\log R'_1}{\partial v}&=-\lambda\frac{\partial\log R_2}{\partial v}+(\lambda-1)\frac{\partial\log R_1}{\partial v}\end{aligned}\right. \tag{15}$$

$$\left\{\begin{aligned}\frac{\partial\log R'_2}{\partial u}&=\quad(\lambda-1)\frac{\partial\log R_2}{\partial u}-\lambda\frac{\partial\log R_1}{\partial u}\\ \frac{\partial\log R'_2}{\partial v}&=-(\lambda+1)\frac{\partial\log R_2}{\partial v}+\lambda\frac{\partial\log R_1}{\partial v}\,,\end{aligned}\right. \tag{16}$$

dalle quali risultano determinate $R'_1\,R'_2$, ciascuna a meno di un fattore costante, che resta, come è naturale indeterminato. Le (15), (16), confrontate dimostrano che si può porre

$$R'_1=\frac{R_2}{\lambda}\;,\quad R'_2=\frac{R_1}{\lambda} \tag{17}$$

e si avrà allora

$$\frac{\partial}{\partial u}(R_1\,R_1')=R_1^2\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)\,,\quad \frac{\partial}{\partial v}(R_1\,R'_1)=-R_1^2\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial u}(R_2\,R'_2)=-R_2^2\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)\,,\quad \frac{\partial}{\partial v}(R_2\,R'_2)=R_2^2\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{R_1}{R_2}\right).$$

« Quindi R_1' è la soluzione della (11), trasformata di R_2 per mezzo di R_1, come R'_2 è la soluzione della (12), trasformata di R_1 per mezzo di R_2. Si ha poi evidentemente

$$R_1\,R'_1=R_2\,R'_2\,.$$

« Se avessimo voluto parlare soltanto delle mutue relazioni fra le quattro equazioni di Laplace

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=M\theta\,,\ \frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=M_1\,\theta\,,\ \frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=M_2\theta\,,\ \frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=M'\,\theta\,,$$

bastava semplicemente dare le formole del presente §. Ma ciò non avrebbe fatto conoscere che incompletamente le relazioni geometriche espresse dal teorema *A*).

§ 5.

« Il teorema generale *A*) consente varie applicazioni sulle quali mi propongo di ritornare in seguito. Per ora mi limiterò a darne una che riguarda quelle congruenze W, le cui falde focali hanno in punti corrispondenti eguale curvatura. Di queste congruenze ho trattato distesamente nel T. XVIII (1890). degli Annali di matematica e a pag. 313 e segg. del libro. Le superficie focali di una tale congruenza godono della proprietà caratteristica che la loro curvatura K, espressa pei parametri u, v delle linee assintotiche, prende la forma

$$a)\qquad K=-\frac{1}{\{\varphi(u)+\psi(v)\}^2}\,.$$

« Viceversa ogni tale superficie appartiene, come superficie focale, a una doppia infinità di tali congruenze W, la cui ricerca dipende dalla integrazione di un'equazione di Riccati. Ora supponiamo che le coppie (S, S_1), (S, S_2) del teorema *A*) costituiscano appunto le falde focali di due tali congruenze W. Mentre nel caso generale la quadratura indicata nell'enunciato del teorema non sembra possa evitarsi, qui invece possiamo ottenere la superficie S′ in termini finiti, perchè sussiste la proprietà seguente:

« *B*) Fra le ∞^1 superficie S′ ve ne ha, oltre S, una ed una soltanto S_3, che ha in ogni suo punto la curvatura comune di S, S_1, S_2 nei punti corrispondenti.

« In tal caso le quattro congruenze W descritte dai quattro lati del quadrilatero $P\,P_1\,P_3\,P_2$ appartengono tutte alla classe speciale di cui qui ci occupiamo. Come si vede, è questa un'estensione del *teorema di permutabilità* per le congruenze o superficie pseudosferiche, teorema che risulterà così alla sua volta nuovamente dimostrato.

§ 6.

« Che la superficie S_3 del teorema *B*), ove esista, sia unica e determinata, risulta subito dal quadrare e sommare le tre formole

$$(18)\quad \xi_3=\xi+\lambda\,(\xi_1-\xi_2),\ \eta_3=\eta+\lambda\,(\eta_1-\eta_2)\,,\ \zeta_3=\zeta+\lambda\,(\zeta_1-\zeta_2)\,,$$

dove con ξ_3, η_3, ζ_3 indichiamo i valori di ξ', η', ζ' per S_3. Dobbiamo infatti avere per ipotesi

$$\xi_3^2 + \eta_3^2 + \zeta_3^2 = \xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2 = \xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \varrho,$$

onde segue per λ il valore unico

$$\lambda = \frac{\Sigma \xi \xi_2 - \Sigma \xi \xi_1}{\varrho - \Sigma \xi_1 \xi_2}. \tag{19}$$

« Ci resta da verificare che questo valore di λ soddisfa effettivamente le (9). Per ciò supponiamo che la S_1 sia derivata dalla S per mezzo delle formole al N. 176 delle *Lezioni* (pag. 315 segg.) e la S_2 per mezzo delle formole stesse, cangiatovi σ in σ', k in k', φ in φ'; diremo allora che S_1 è derivata da S con una trasformazione B_k e S_2 con una $B_{k'}$.

« Per definire R_1, R_2 nel nostro caso troviamo

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \log R_1}{\partial u} = \beta \cot^2\left(\dfrac{\sigma}{2}\right) - \sqrt{e} \cot\left(\dfrac{\sigma}{2}\right) \cos\left(\varphi + \dfrac{\Omega}{2}\right) \\ \dfrac{\partial \log R_1}{\partial v} = \alpha \operatorname{tg}^2\left(\dfrac{\sigma}{2}\right) + \sqrt{g} \operatorname{tg}\left(\dfrac{\sigma}{2}\right) \cos\left(\varphi - \dfrac{\Omega}{2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \log R_2}{\partial u} = \beta \cot^2\left(\dfrac{\sigma'}{2}\right) - \sqrt{e} \cot\left(\dfrac{\sigma'}{2}\right) \cos\left(\varphi' + \dfrac{\Omega}{2}\right) \\ \dfrac{\partial \log R_2}{\partial v} = \alpha \operatorname{tg}^2\left(\dfrac{\sigma'}{2}\right) + \sqrt{g} \operatorname{tg}\left(\dfrac{\sigma'}{2}\right) \cos\left(\varphi' - \dfrac{\Omega}{2}\right) \end{cases}$$

avendo posto

$$\alpha = \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 1 \end{matrix} \right\}', \quad \beta = \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 2 \end{matrix} \right\}'.$$

« La (19) diventa:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1 - \cos\sigma' \cos\sigma - \operatorname{sen}\sigma' \operatorname{sen}\sigma \cos(\varphi - \varphi')}{\cos\sigma' - \cos\sigma}. \tag{19*}$$

« Ed ora se teniamo conto delle formole date a pag. 417 delle *Lezioni*:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\varphi - \dfrac{\Omega}{2}\right) = \alpha \sqrt{\dfrac{e}{g}} \operatorname{sen} \Omega + \sqrt{e} \cot\left(\dfrac{\sigma}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\varphi + \dfrac{\Omega}{2}\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial v}\left(\varphi + \dfrac{\Omega}{2}\right) = -\beta \sqrt{\dfrac{g}{e}} \operatorname{sen} \Omega - \sqrt{g} \operatorname{tg}\left(\dfrac{\sigma}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\varphi - \dfrac{\Omega}{2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\varphi' - \dfrac{\Omega}{2}\right) = \alpha \sqrt{\dfrac{e}{g}} \operatorname{sen} \Omega + \sqrt{e} \cot\left(\dfrac{\sigma'}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\varphi' + \dfrac{\Omega}{2}\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial v}\left(\varphi' + \dfrac{\Omega}{2}\right) = -\beta \sqrt{\dfrac{g}{e}} \operatorname{sen} \Omega - \sqrt{g} \operatorname{tg}\left(\dfrac{\sigma'}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\varphi' - \dfrac{\Omega}{2}\right) \end{cases}$$

nonchè delle altre

$$\begin{cases} \frac{\partial \cos\sigma}{\partial u} = 2\beta(\cos\sigma + 1) \ , \ \frac{\partial \cos\sigma}{\partial v} = 2\alpha(\cos\sigma - 1) \\ \frac{\partial \cos\sigma'}{\partial u} = 2\beta(\cos\sigma' + 1) \ , \ \frac{\partial \cos\sigma'}{\partial v} = 2\alpha(\cos\sigma' - 1) \ , \end{cases}$$

vediamo che col valore (19*) di $\frac{1}{\lambda}$ le (9*) sono identicamente soddisfatte.

« Si osserverà poi che dalle (18), (19) seguono le formole

$$\Sigma \xi_1 \xi_3 = \Sigma \xi_2 \xi \ , \ \Sigma \xi_2 \xi_3 = \Sigma \xi_1 \xi \ ,$$

le quali dimostrano che la normale a S_3 fa colle normali a S_1, S_3 rispettivamente gli angoli σ', σ che le normali a S_2, S_1 fanno colla corrispondente di S.

§ 7.

« Dietro il risultato ultimamente conseguito possiamo dire che S_3 deriva da S_1 con una trasformazione $B'_{k'}$, e da S_2 con una B'_k, onde le trasformazioni composte

$$B_k B'_{k'} \ , \ B_{k'} B'_k ,$$

a costanti k, k' invertite, hanno su S il medesimo effetto, di trasformarla cioè in S_3.

« Supponiamo ora che della S si conoscano tutte le ∞^2 congruenze speciali W derivate, che cioè si sia integrata la *prima* equazione di Riccati che si incontra nel metodo di trasformazione. Le conseguenze dedotte dal teorema di permutabilità nel caso delle congruenze pseudosferiche valgono inalterate nel caso attuale più generale e però le successive equazioni di Riccati saranno senz'altro integrate colla prima, cioè: Per ciascuna delle superficie della classe *a*), derivate da S, potremo determinare con soli calcoli algebrici e di derivazione le nuove ∞^2 superficie trasformate e così di seguito. Prendendo ad esempio per superficie iniziale S il paraboloide iperbolico equilatero o l'elicoide rigata d'area minima, che appartengono appunto alla classe *a*), l'integrazione della corrispondente equazione di Riccati è immediata. L'applicazione successiva del metodo di trasformazione non richiede quindi più alcun calcolo d'integrazione. Riconosciamo per tal modo l'esistenza di un gruppo infinito di superficie della classe *a*) che dipendono soltanto dalle funzioni ordinarie.

« Di più, se osserviamo che dalle (17) si avrà ogni volta *senza quadrature* il valore della funzione caratteristica di Weingarten nella corrispondente deformazione infinitesima della superficie della classe *a*), cui siamo pervenuti, ne potremo costruire in termini finiti le superficie *associate*. Queste appartengono alla classe di superficie considerate da Cosserat (*Lezioni* pag. 318), caratterizzate dall'ammettere una deformazione continua nella quale il sistema (u, v) attualmente coniugato tale si conserva nella deformazione ».

Chimica. — *Sulle variazioni di volume nei miscugli dei liquidi, in relazione al comportamento crioscopico.* Nota del Socio E. PATERNÒ e del dott. G. MONTEMARTINI.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

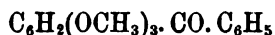
Chimica. — *Sintesi dell'etere trimetilico della benzofloroglucina (metilidrocotoina o benzoilidrocotone)* Nota del Socio GIACOMO CIAMICIAN e di PAOLO SILBER.

« Fra le sostanze che si rinvengono nelle cortecce di *Coto* e di cui noi in questi ultimi anni abbiamo determinata la costituzione chimica, la cosidetta metilidrocotoina (o benzoilidrocotone) è senza dubbio quella che più facilmente può essere riprodotta per sintesi. Avendo compiuta la parte analitica dei nostri studî, dovette sembrarci necessario complemento a questi la produzione artificiale di qualcuna delle sostanze da noi esaminate ed abbiamo incominciato dalla metilidrocotoina.

Etere trimetilico della benzofloroglucina.

« Questo composto si forma riscaldando a ricadere in un bagno ad olio 3 gr. dell'etere trimetilico della floroglucina, sciolti in 30 c. c. di benzolo, con 2, 5 gr. di cloruro di benzoile e 2 gr. di cloruro di zinco. Svaporando il benzolo e riprendendo più volte il residuo vischioso con acqua e carbonato sodico si ottiene un prodotto, che cristallizza facilmente dall'alcool e che fonde a 115°. Nei liquidi alcoolici rimangono sciolte piccole quantità dell'etere floroglucinico inalterato.

« Il composto ha la formola:

$$C_6H_2(OCH_3)_3.CO.C_6H_5$$

come lo prova l'analisi e la determinazione dell'ossimetile.

0,1927 gr. di sostanza dettero 0,4992 gr. di CO_2CO, 1024 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_{16}O_4$
C	70.65	70.59
H	5.90	5.88

0,1590 gr. di materia dettero, col metodo di Zeisel, 0,4077 gr. di AgJ.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{13}H_7O(OCH_3)_3$
OCH_3	33.82	34.19

« Esso ha tutte le proprietà della metilidrocotoina naturale, cristallizza però in squame, mentre il prodotto naturale non era stato ottenuto che in prismi o in aghi; anche il punto di fusione è un po' diverso da quello ordinario 115° cioè invece di 113°. Hesse [1], recentemente, ha trovato la metilidrocotoina naturale con le stesse proprietà. Queste piccole differenze non hanno però nessuna importanza, come risulta dall'esame cristallografico.

« Noi ci siamo rivolti al prof. G. B. Negri dell'Università di Genova, la di cui perizia nelle misure cristallografiche ci è stata già più volte di grandissimo aiuto per la soluzione di vari problemi, onde egli anche questa volta; determinando la forma cristallina del prodotto artificiale e comparandola con quella della metilidrocotoina naturale, venisse a dare un ulteriore conferma dell'identità dei due prodotti. Tale conferma appariva viè maggiormente necessaria, perchè tanto noi che Hesse avevamo trovato che la metilidrocotoina poteva cristallizzare ora in squame ed ora in aghi.

« Il prof. Negri, che già lo scorso anno [2] aveva studiato la forma cristallina della metilidrocotoina naturale, trovò anzitutto che i due prodotti, quello naturale e quello sintetico, malgrado il loro diverso aspetto, erano perfettamente identici, ma trovò altresì, e questo è il fatto più interessante, che oltre alle forme ordinarie e già note, l'etere trimetilico della benzofloroglucina ne mostra delle altre, che assai più raramente si rinvengono e che appartengono ad un altro sistema cristallino.

« Anche questa seconda modificazione, più rara, è stata riscontrata dal Negri in entrambi i prodotti, tanto nel naturale che in quello sintetico.

« Ecco i risultati delle misure del prof. Negri.

	Misurati		
Angoli	prodotto sintetico	*n*	prodotto naturale
$011:0\bar{1}1$	51°.39′	5	51°.38′
100:011	62. 09	5	62. 06
100:120	73. 39	1	73. 39
120:011	56. 39	1	56. 31
$\bar{1}20:011$	73. 07	1	73. 21
100:110	59. 37	3	59. 32

Questa è la *forma monoclina* già nota, che è la più comune.

[1] Liebigs Annalen der Chemie, 276, pag. 340.
[2] Gazzetta chimica 23, I, pag. 474.

« Nelle soluzioni alcooliche dei due prodotti si rinvengono raramente, scrive il prof. Negri, commisti ai cristalli della forma ordinaria, *cristalli trimetrici* che mostrano le forme

(100), (120), (201).

« Dalle misure, che qui sotto riportiamo, risultano le costanti:

$$a:b:c = 1{,}6371:1:0{,}5411 \ (^1).$$

Angoli	Prodotto sintetico, misurati			Prodotto naturale, misurati			calcolati
	limiti	*n*	medie	limiti	*n*	medie	
100:120	72°.44′ — 73°.16′	16	73°.01′	73°.03′ — 73°.11′	5	73°.06′	73°.01′
100:201	56. 03 — 56. 57	15	56. 32	56. 27 — 56. 27	2	56. 27	56. 32
120:$\bar{1}$20	33. 43 — 33. 54	8	33. 50	33. 42 — 33. 43	2	53. 42½	33. 58
201:$\bar{2}$01		1	66. 46	66. 44 — 67. 10	2	66. 57	66. 56
201:120	80. 20 — 80. 49	25	80. 46	80. 39 — 80. 47	3	80. 43	80. 44

« Fra i valori angolari delle due modificazioni esistono relazioni assai strette, che, sebbene si tratti di cristalli riferiti a sistemi diversi, pure accennano alla loro isomorfia, massime rispetto alle forme della zona [001]. L'identità delle due modificazioni è però esclusa dalla forte divergenza nei valori angolari tra le facce della zona [010]. L'identità delle due forme è però esclusa dalla forte divergenza nei valori angolari tra le facce della zona [010].

« Trasformando, per i cristalli della modificazione più comune, il simbolo della (011) in ($\bar{2}$11) e conservando per le altre forme gli stessi simboli della vecchia orientazione, si ottengono dagli angoli fondamentali:

$$\bar{2}11:\bar{2}\bar{1}1 = 51°.38'$$
$$\bar{1}00:\bar{2}11 = 62.\ 06$$
$$\bar{1}10:\bar{2}11 = 52.\ 13\tfrac{1}{2}$$

le costanti:

$$a:b:c = 1{,}7039:1:0{,}5663 \qquad \beta = 86°43'$$

mentre quelle della modificazione più rara sono:

$$a:b:c = 1{,}6371:1:0{,}5411 \qquad \beta = 90°.00'$$

Da queste costanti si hanno:

	modificazione ordinaria	forma rara	
	calcolati	calcolati	misurati
$\bar{1}00:\bar{2}01$	58°.41′	56°.32′	56°.03′ — 56°.57′
100:201	54. 08	56. 32	
	diff. 4°.33′		diff. 0°.54′

(¹) Calcolato dalle misure fatte sui cristalli del prodotto artificiale.

« Questi ultimi valori, benchè non differiscano notevolmente fra loro, pure, risultando da misure attendibili, confermano senz'altro la non identità delle due serie di cristalli.

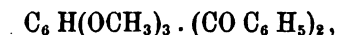
« Quelli della forma più rara sono estremamente piccoli, ma limpidi e lucenti e si presentano in tavole rettangolari o quadrate, con la 100 dominante. Le facce in generale risplendono bene e riflettono al goniometro immagini semplici, sebbene alquanto diffuse.

« Il prof. Negri non è ancora riuscito a separare in quantità un po' rilevante le due forme di cristalli per fare uno studio delle loro proprietà fisiche e chimiche; egli ha però osservato, e noi l'abbiamo confermato, che il punto di fusione è lo stesso per entrambe, cioè 115°.

Etere trimetilico della dibenzoilfloroglucina.

« Se nella precedente preparazione si impiega un eccesso di cloruro di benzoile in luogo del prodotto ora descritto, si ottiene un altro composto formato principalmente dell'etere trimetilico della dibenzoilfloroglucina. A tale scopo noi abbiamo riscaldato 3 gr. di trimetilfloroglucina, in soluzione di 50 c. c. di benzolo, con 9 gr. di cloruro di benzoile e 5 gr. di cloruro di zinco. La massa trattata, dopo avere distillato il benzolo, successivamente con acqua, carbonato di soda ed alcool a freddo, si converte in cristalli, che si purificano dall'alcool bollente.

« Nei liquidi alcoolici si trovano piccole quantità dell'etere già descritto. Il prodotto principale cristallizza in aghi bianchi, che fondono a 179°. Esso ha la formola

$$C_6 H(OCH_3)_3 . (CO C_6 H_5)_2 ,$$

a cui corrispondono i resultati della seguente analisi e della determinazione dell'ossimetile.

0,1603 gr. di sostanza dettero 0,4303 gr. di CO_2 e 0,0774 gr. di $H_2 O$.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{23} H_{20} O_5$
C	73.21	73.40
H	5.36	5.32

0,1402 gr. di materia dettero 0,2639 gr. di Ag J.

	trovato	calcolato per $C_{20} H_{11} O_2(OCH_3)_3$
OCH_3	24.83	24.73

« Il nuovo composto è poco solubile a freddo nell'alcool, nell'etere e nell'acido acetico, nell'acqua e negli alcali non si scioglie punto. Con acido nitrico non dà la reazione azzurra del composto monobenzoilato.

« Noi speriamo di potere continuare questi studî sintetici e di poter riprodurre artificialmente anche le altre diverse sostanze, che sono state trovate nelle corteccie di *Coto*.

« Infine crediamo opportuno di riunire in un quadro tutte le sostanze da noi studiate, che si rinvengono nelle corteccie di *Coto*. Era in principio nostra intenzione di proporre per questi corpi dei nuovi nomi, più razionali di quelli usati da Jobst e Hesse, però riflettendo, che i nomi empirici contribuiscono piuttosto a complicare che a semplificare la nomenclatura, ce ne siamo astenuti. Ci limitiamo soltanto a chiamare *Cotoine*, tutte le sostanze che derivano dalla *floroglucina*, e *Paracotoine*, i due composti che derivano dalla *cumalina*.

Cotoine.

Jobst e Hesse	Ciamician e Silber
Cotoina, $C_{22}H_{18}O_6$.	*Etere monometilico della benzofloroglucina* $C_{14}H_{12}O_4 = C_6H_2(OCH_3)(OH)_2.CO.C_6H_5$.
Idrocotoina, $C_{15}H_{14}O_4$.	*Etere dimetilico della benzofloroglucina*, $C_{15}H_{14}O_4 = C_6H_2(OCH_3)_2OH.CO.C_6H_5$.
Dibenzoilidrocotone, $C_{32}H_{32}O_8$.	*Etere trimetilico della benzofloroglucina*, $C_{16}H_{16}O_4 = C_6H_2(OCH_3)_3.CO.C_6H_5$.
	Etere dimetilico della piperofloroglucina (*Protocotoina*), $C_{16}H_{14}O_6 = C_6H_2(OCH_3)_2OH.CO.C_6H_3(O_2CH_2)$.
Ossileucotina, $C_{34}H_{32}O_{12}$.	*Etere trimetilico della piperofloroglucina*, $C_{17}H_{16}O_6 = C_6H_2(OCH_3)_3.CO.C_6H_3(O_2CH_2)$.
Cotogenina, $C_{14}H_{14}O_5$.	*Etere trimetilico della protocatecofloroglucina*, $C_{16}H_{16}O_6 = C_6H_2(OCH_3)_3.CO.C_6H_3(OH)_2$.
Leucotina, $C_{34}H_{32}O_{10}$.	Non è un individuo chimico, ma un miscuglio di ossileucotina e metilidrocotoina.
Dicotoina, $C_{44}H_{34}O_{11}$.	Non è un composto unico.

Paracotoine.

Paracotoina, $C_{19}H_{12}O_6$.	*Biossimetilenfenilcumalina*, $C_{12}H_8O_4 = (CH_2O_2)C_6H_3.C_5H_3O_2$.
	Fenilcumalina, $C_{11}H_8O_2 = C_6H_5.C_5H_3O_2$.

« La *Cotogenina* non è stata fin'ora trovata in natura; essa fu ottenuta da Jobst e Hesse per fusione con potassa della cosidetta leucotina e deriva come si vede dall'etere trimetilico della piperofloroglucina ».

Botanica. — *Nuove osservazioni sulla reviviscenza della Grimaldia dichotoma Raddi.* Nota del Corrispondente ORESTE MATTIROLO [1].

« La presente Nota fa seguito al lavoro già da me pubblicato nell'anno 1888, nel giornale botanico « La Malpighia » [2].

« Essa ha riguardo a nuovi fatti sperimentalmente constatati intorno alla durata di tempo, in cui nei talli della *Grimaldia dichotoma* Raddi, possono mantenersi sospese le funzioni vitali, senza che venga in loro a cessare la facoltà di riprendere normalmente la vegetazione, appena sieno rimessi in adatte condizioni.

« Dalle menzionate ricerche risulta che nei generi: *Plagiochasma* L. e Ldbg; *Reboulia* N. ab. E.; *Grimaldia* Raddi; *Fimbriaria* N. ab. E. e *Targionia* Micheli, fra le Epatiche *Marchantieae*, si nota un singolare fenomeno intimamente legato alle proprietà igroscopiche dei tessuti vegetativi di queste *Bryophytae*, per cui esse chiudono colla secchezza e riaprono colla umidità il loro tallo, sospendendo in relazione a questi movimenti le funzioni loro per periodi di tempo anche assai lunghi.

« Nello stato naturale di vegetazione, quando l'ambiente è sufficientemente umido, i talli verdi, laminari, di queste Epatiche, rimangono sdraiati sul suolo, al quale sono legati dai rizoidi; in modo che le scaglie brune, che ne ricoprono la pagina inferiore, vengono ad essere rivolte verso il terreno. In questa posizione i talli allargati verdi sono visibili anche ad una certa distanza.

« Nello stato di secchezza invece, tutto il corpo vegetativo diminuisce grandemente di volume per perdita di acqua [3]; le parti laterali di esso si elevano e si ripiegano verso la linea assile, cosicchè i margini liberi vengono a toccarsi ed a coprirsi in parte; in tale posizione le scaglie brune, rivolte prima verso il terreno, riescono a formare il rivestimento esterno superiore del tallo, il quale estremamente ridotto nelle proporzioni, assottigliato, accartocciato, ci appare sotto forma di tenue linea scura difficilmente distinguibile dal terreno circostante.

« In relazione colle condizioni di secchezza o di umidità queste *Marcan-*

(1) R. Istituto Botanico dell'Università di Bologna.

(2) Mattirolo, *Contribuzione alla Biologia delle Epatiche — Movimenti igroscopici nel tallo delle Epatiche Marcantieae.* Con due tavole «Malpighia» anno II, Messina 1888-89, pag. 181 a 224.

(3) Vedi loc. cit. (Capitolo IV) le modificazioni che subiscono gli elementi ed i tessuti quando hanno luogo i movimenti in discorso; V, le annesse tabelle.

tiaceae sembrano così scomparire e rivivere alternativamente nelle località di loro stazione.

« Nello stato normale di vegetazione la superficie dell'epidermide superiore munita di stomi ed il complesso dei tessuti assimilatori si trovano direttamente esposti all'azione della luce; le funzioni si compiono in modo normale, come pure normalmente hanno luogo i movimenti dei cloroleuciti, gli scambi gazosi, la formazione dei nuovi elementi.... i fenomeni tutti di ricambio materiale proprî agli organismi vegetali viventi.

« Nella posizione che i talli acquistano colla secchezza, i sistemi assimilatori e la parete epidermoidale munita di stomi rimangono fuori dell'azione dei raggi luminosi, i quali invece vengono a cadere sulla superficie bruna delle scaglie.

« Le funzioni fisiologiche rimangono in questo modo sospese.

« Colla umidità si ha dunque normale vegetazione; colla secchezza sospensione dell'attività formatrice e dei ricambi materiali.

« Le ricerche pubblicate avevano riguardo alla struttura del tallo delle specie in discorso; alla sede dell'accennato movimento; alle cause di esso; alle modificazioni che si producono negli elementi e nei tessuti durante il movimento; alla spiegazione meccanica di detto processo.

« Studiavano le Epatiche che presentano questo singolare fenomeno; ne fissavano il valore biologico, lo confrontavano infine coi fenomeni analoghi finòra conosciuti nel regno vegetale. A queste rimanderò quindi il lettore desideroso di maggiori schiarimenti,

« Finora sperimentalmente avevo provata la sospensione vitale per un periodo di tredici mesi nella *Grimaldia dichotoma* Raddi (v. loc. cit.); ora posso invece affermare che zolle di questa curiosa *Marcantiacea* possono rimanere circa *sette anni* in una atmosfera dove le secchezza si può riguardare come quasi assoluta, senza per questo perdere la facoltà di riaprire il loro tallo e rivegetare quando si pongano nuovamente in condizioni adatte di temperatura e di umidità.

« Il giorno 13 maggio 1887 alcune zolle di *Grimaldia* (raccolte a Rodero in provincia di Como, sul versante sud, fra le pietre dei muri di sostegno dei campi, del monte di S. Maffeo) in uno stato di rigogliosa vegetazione, vennero poste sopra vetrini da orologio in un essiccatore preparato con acido solforico.

« Dopo qualche giorno, dopo cioè che si era notata le chiusura dei singoli talli, si procedette alla pesatura e così si ripesarono per molte volte a distanza di parecchi giorni, sino a che il peso di ciascuna zolla rimase costante e tale si mantenne in seguito. Così si abbandonarono nell'essiccatore ermeticamente chiuso.

« Il giorno 5 aprile 1894, dovendo io lasciare il laboratorio botanico dell'Università di Torino, apersi l'essiccatore, che constatai trovarsi nelle mi-

gliori condizioni, e quindi volli provare se i talli delle Grimaldie, dopo tanto tempo, reagissero ancora all'umidità come avevano reagito quelli che avevo in altro tempo sperimentato.

« Esaminate diligentemente le zolle, le trovai nelle identiche condizioni in cui le avevo lasciate, le sottoposi quindi ad un graduale innaffiamento portandole in camera umida.

« I talli in queste nuove condizioni si riaprirono immediatamente, e con mia grande sorpresa osservai che dopo poco tempo si mostravano allargati, verdi, esternamente identici a quelli mantenuti nelle condizioni normali di vegetazione.

« La *plasmolisi* ottenuta con alcool, glicerina, soluzioni zuccherine, nitrato di potassa ecc. diede esattamente i risultati ottenuti nelle consimili cellule di talli viventi, che si provavano per confronto.

« E finalmente, queste stesse zolle portate meco a Bologna e coltivate, ripresero rigogliosamente a vegetare e vivono tuttora (30 maggio); anzi in esse si manifestano già i prodromi della imminente formazione degli apparati riproduttori.

« L'importanza di questa osservazione, condotta con tutto il rigore, di cui non si ha per quanto io mi sappia altro esempio, dipende dal fatto accertato, che in questo caso si ottenne la sospensione e la conseguente ripresa delle attività funzionali in apparati vegetativi esattamente determinati, escludendo gli errori che infirmarono molte consimili osservazioni. Si è invece riconosciuto che la *reviviscenza* di moltissime specie animali e vegetali, dopo prolungati periodi di secchezza, era dovuta, non già alla ripresa funzionalità dell'individuo sperimentato, ma sibbene ad una nuova generazione sviluppatasi da semi, da spore e da uova portate dall'individuo stesso, germi che avevano resistito alla siccità prolungata e si sviluppavano quando erano poi mantenute in condizioni adatte.

« Basti qui la citazione di quanto si era asserito e sostenuto per così lungo tempo e da una lunga serie di sperimentatori, tra i quali ricordiamo Leuwenhoek, Spallanzani, Fontana, Lamarck, Cuvier, Gmelin, Dutrochet, Dujardin, Pelletan, Viault et Jolyet, Beaunis.... per rapporto alla revivescenza dei Rotiferi, che fu dimostrata erronea dagli studî di Pouchet, Fredericq, Zacharias e ultimamente dal dott. Fausto Faggioli [1].

[1] Vedi la letteratura e la discussione dell'argomento nel lavoro del sig. Faggioli, *Sulla pretesa reviviscenza dei rotiferi*. Atti della Società ligustica di scienze naturali, anno II, vol. 2°, Genova, 1891. Da queste esperienze risulta che:

1. I rotiferi, spenti per disseccazione, non si possono far rivivere ribagnandoli.

2. Coloro che hanno asserito il contrario, sono stati indotti in errore dal considerare quali Rotiferi redivivi i rappresentanti di una nuova generazione. Questa può sorgere dagli ovoli rimasti nei detriti, nell'arena, e negli stessi avanzi di genitori morti e in disgregazione. V. loc. cit., pag. 40, 41.

« Per quanto ha riguardo alle *Epatiche* la sospensione funzionale, durata per circa sette anni nell'essiccatore, rappresenta il termine massimo finora osservato.

« Lo Schröder nel suo eccellente lavoro *Über die Austrocknungsfähigkeit der Pflanzen* (1), registra per quanto ha rapporto alle *Epatiche* da lui sperimentate i dati seguenti:

« La *Radula complanata* morì in parte dopo aver sopportato un mese di essiccazione; le parti rimaste ancora in vita, non resistettero poi; la *Riccia glauca* e la *Riccia fluitans* avevano perduto le loro facoltà vitali dopo pochi giorni di dimora nell'essiccatore.

« La *Lunularia vulgaris* e la *Marctanhia polymorpha* si dimostrarono più resistenti, ma dopo un mese erano morte. I propaguli di queste ultime specie, secondo Schröder, resistono anche tredici settimane, se essiccate all'aperto e non più di dieci settimane nell'essiccatore. Finalmente constatò che il tallo della *Corsinia Marchantioides* resistette sette mesi essiccato in erbario e circa 8 mesi all'aperto, e che le spore delle Epatiche essiccate soffrono in modo, che dopo la essiccazione si devono per lungo tempo mantenere umide per farle germinare, mentre invece nelle condizioni normali vegetano dopo pochi giorni.

« Lo Schröder riporta da Hofmeister (Allg. Morph, der Gewächse, 1868, p. 555) che la *Metzgeria furcata* muore dopo due settimane di essiccazione.

« La soprariferita nostra osservazione è nuova conferma della spiegazione da noi adottata (v. loc. cit.) circa il valore biologico di questa proprietà dei talli delle Epatiche, proprietà strettamente legata alle condizioni in cui vivono le specie; originatasi da un progressivo adattamento alle condizioni dei loro luoghi abituali di stazione.

« Infatti, come abbiamo dimostrato (v. loc. cit.). le Epatiche che si dimostrano capaci di queste curiose sospensioni funzionali, vivono in luoghi montuosi, rocciosi, fortemente soleggiati esposti quindi naturalmente a lunghe alternative di secchezza e di umidità.

« Nei generi che abbiamo più particolarmenle studiati *Plagiochasma*, *Reboulia*, *Grimaldia*, *Fimbriaria*, *Targionia*, si contano 49 specie, di cui 9 soltanto sono proprie all'Europa centrale e 5 caratteristiche del sud Europa. Le altre 35 specie sono esclusive dei paesi caldi (Africa 7; America 16; Asia 10; Australia 2). Fra le specie americane 13 appartengono ai paesi dell'America del Sud e specialmente vivono nel Chilì, nel Perù, nel Messico, regioni caratterizzate da lunghi periodi di siccità e dalle massime temperature.

« Tutte le Epatiche le quali invece vivono in condizioni di umidità costante, fra i muschi, sul fondo delle foreste, sui margini dei fossi, in luoghi perennemente umidi, muoiono appena si fanno essiccare.

(1) Dott. W. Pfeffer, *Untersuchungen aus dem botanischen Institut zu Tübingen.* 2 vol., 1 Heft. 1886.

« Lo stesso modo di comportarsi della *Grimaldia dichotoma*, artificialmente coltivata in camera umida, ci dà ragione della suesposta spiegazione del fenomeno.

« In queste nuove condizioni si ottiene dopo pochi mesi una forma di tallo differente assai da quello normale. La pianta si adatta mirabilmente alle nuove condizioni di stazione; scompaiono in essa grado grado gli inspessimenti caratteristici delle sue cellule epidermoidali, diminuisce la potenzialità dallo strato che noi abbiamo indicato col nome di *strato meccanico*, in paragone a quello degli individui viventi nelle naturali condizioni. La fronda si allarga e, nello stesso tempo, le scaglie brune caratteristiche si riducono nelle dimensioni e nel numero, sino alla totale scomparsa, che si può osservare dopo mesi di coltivazione.

« In queste condizioni di vegetazione la *Grimaldia* portata nell'essiccatore non si dimostra più capace di resistere alla secchezza e muore.

« I movimenti delle Marcanzie, la chiusura del loro tallo che ne consegue, oltre al rendere le piante atte a sopportare le alternative di secco e di umido; oltre all'impedire in esse gli effetti di una troppo rapida perdita di acqua e favorire la durata vitale, sospendendo il ricambio materiale nei periodi di secchezza, servono ancora, come abbiamo sperimentalmente dimostrato, a fare in modo che nella posizione corrispondente alla secchezza, a tallo cioè accartocciato e ridotto, esse possono mirabilmente resistere alle varie influenze degli agenti esterni e in special modo ad aumenti rapidi ed intensi di temperatura.

« Infatti, ho mantenuto per circa mezz'ora in un tubetto di vetro immerso nell'acqua bollente alcune zolle di *Grimaldia* con talli essiccati da molti mesi, e questi hanno egregiamente sopportata la prova. Messi quindi in camera umida e bagnati, i talli ripresero a vegetare e dopo alcuni giorni diedero origine a nuove fronde. Notisi che la temperatura nell'asse del recipiente raggiungeva 94° cent. (v. loc. cit.).

« Devo aggiungere, e questo è della massima importanza, che se la immersione nell'acqua bollente era prolungata per più di mezz'ora, le piante erano irremissibilmente perdute.

« Nel nostro lavoro già abbiamo fatto una minuziosa rassegna dei fenomeni analoghi di reviviscenza e di adattamento all'ambiente che si osservano nelle differenti sezioni del regno vegetale, ad essa rimanderemo quindi il lettore, il quale pure troverà nel già ricordato lavoro di Schröder (1) e in quelli recentissimi di Kerner von Marilaun (2) e di Borzì (3) i dati principali che hanno riguardo a consimili osservazioni nel regno vegetale.

(1) Schröder, Loc. cit. V. letteratura.

(2) Kerner von Marilaun, *Pflanzenleben*, 1887-1891, vol. I, II. Traduzione italiana. Torino, 1894.

(3) A. Borzì, *Xerotropismo nelle Felci*. Bollettino della Società botanica italiana.

« Nelle ricerche di Faggioli [1] e di altri da lui citati troverà infine quanto è noto in proposito per le specie appartenenti al regno animale.

« In tutti i fenomeni di così detta *reviviscenza* la morte non è che apparente; non si ha una assoluta soppressione delle manifestazioni funzionali della vita e una successiva reintegrazione col ritorno delle condizioni fisicochimiche necessarie a mantenerla, ma si nota invece solamente una sospensione dei fenomeni vitali per un adattamento delle relazioni interne colle esterne relazioni.

« La morte non è che apparente; la *Palingenesi* nel senso attribuito a questa parola da Lazzaro Spallanzani [2], la possibilità cioè di una vera risurrezione dalla morte alla vita; l'« état d'indifférence chimique » ammesso da Claude Bernard [3] non si osservano negli organismi viventi.

« La *Grimaldia* mantenuta nell'essiccatore, che può in tale stato di xerosi rimanere per anni, e può così sopportare anche una temperatura di 94°, non è gia *morta* nel senso che noi attribuiamo alla parola; tanto è vero che la influenza della stessa temperatura protratta oltre mezz'ora la uccide indubbiamente [4].

« La vita in questo caso non è distrutta, è solamente sospesa. I fenomeni di combustione organica e gli scambi nutritivi non cessano mai completamente nell'individuo vivente; essi possono però in date circostanze rallentarsi in modo straordinario, modificandosi secondo leggi che noi ancora non conosciamo.

« Nuove esperienze, condotte con altri metodi che ho in animo d'intraprendere prossimamente sopra questo interessante argomento, spero mi concederanno di definire i limiti precisi entro i quali si conserva e si manifesta nelle *Grimaldie* e in altre consimili forme vegetali, la facoltà curiosa della *reviviscenza* ».

Nel « Nuovo giornale botanico italiano ». Vol. XX, Firenze, 1888, pag. 476. Il Borzì sta ora pubblicando e studiando colla sua particolare competenza il *Xerotropismo* nei vegetali. Vedi la prima parte di questo lavoro comparsa in questi giorni nelle: « *Coutribuzioni alla Biologia vegetale.* Fasc. I. Palermo, 1894. *Note alla Biologia delle Xerofile della Flora insulare mediterranea.* V. letteratura.

[1] F. Faggioli, Loc. cit. Vedi in questo lavoro importante la letteratura dell'argomento.

[2] L. Spallanzani, *Osservazioni e esperienze intorno ad alcuni prodigiosi animali, che è in balia dell'osservatore il farli tornare da morte a vita.* Opere, Soc. tip. dei classici italiani, vol. VI, p. 479, Milano, 1826.

[3] Claude Bernard, *Leçons sur les Phénomènes de la vie* 2^{me}. Lec. Paris, Baillière pag. 68.

[4] Va pure qui ricordato il fatto al quale abbiamo già accennato che la *Grimaldia,* dopo essere stata mantenuta qualche tempo in camera umida, non reagisce più alla secchezza e muore prestamente quando in questo stato vien portata nello essiccatore. V. loc. cit. Le modificazioni anatomiche ed istologiche che l'umidità costante produce nel tallo di questa specie.

Matematica. — *Sulla superficie del 5° ordine con 5 punti tripli ed una cubica doppia.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio Crfmona.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Elettricità. — *Sulla legge della dissipazione di energia nei dielettrici sotto l'azione di campi elettrici di debole intensità* [1]. Nota di Riccardo Arnò, presentata dal Socio Ferraris.

« In due Note precedenti [2] ho esposto i risultati di una serie di esperienze, le quali mi condussero a stabilire che la relazione tra l'energia dissipata W in un cilindro dielettrico, collocato in un campo elettrico rotante [3], e l'induzione elettrostatica B in un punto qualunque del campo stesso, è, entro i limiti di B (0,99 e 2,78 unità elettrostatiche C. G. S.) fra cui ho sperimentato, della forma

$$W = KB^{1,6},$$

ove K è una costante.

« Continuando, in quest'ordine di idee, le mie ricerche sopra un cilindro di carta paraffinata, ho eseguito ulteriori esperimenti [4], destinati a trovare, per grandi valori dell'induzione elettrostatica, la relazione tra W e B, ed ho dimostrato che, nei limiti di B uguali a 9,90 e 14,58 unità elettrostatiche C. G. S., essa è della forma

$$W = K' B^{1,9},$$

ove K' è una costante.

« In questa Nota intendo ora riassumere i risultati di nuove ricerche, intraprese con lo scopo di studiare la legge con cui varia la dissipazione di energia nella carta paraffinata per piccoli valori dell'induzione elettrostatica.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano in Torino.

(2) Rendiconti, fascicolo del 30 aprile 1893, pag. 341: *Sulla dissipazione di energia in un campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica.* — Rendiconti, fascicolo del 12 novembre 1893, pag. 260: *Ricerche quantitative sulla dissipazione di energia nei corpi dielettrici in un campo elettrico rotante.*

(3) Rendiconti, fascicolo del 16 ottobre 1892, pag. 284: *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'isteresi elettrostatica.*

(4) Rendiconti, fascicolo del 18 marzo 1894, pag. 272: *Esperienze con un sistema di condensatori a coibente mobile.*

« L'apparecchio (fig. 1), che servì alle mie esperienze, non differisce da quello descritto nelle Note sovracitate che per alcuni particolari di costruzione. Esso, disposto come è indicato in figura, rappresenta una forma pratica e comoda di strumento per ricerche quantitative sul fenomeno in questione. Giova soltanto notare che, per ottenere una sensibilità grandissima, quale richiedevano le nuove misure da intraprendersi, il cilindro conduttore Q, destinato a rendere aperiodico l'apparecchio, era rappresentato da un cilindro di alluminio vuoto, chiuso e sottilissimo, del peso di 7,394 grammi.

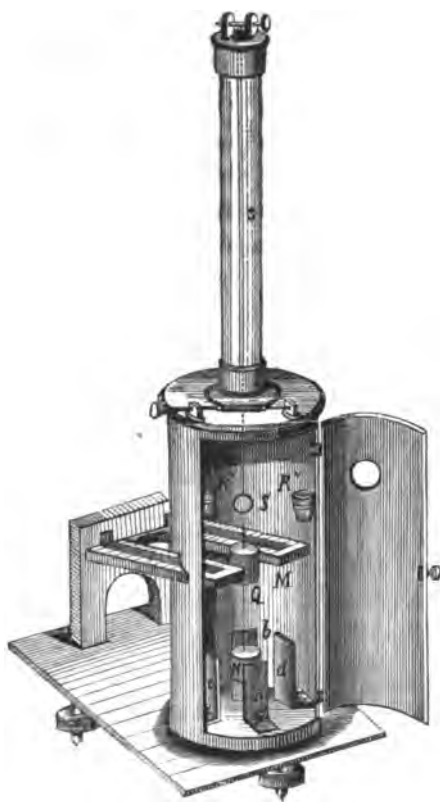



Fig. 1.

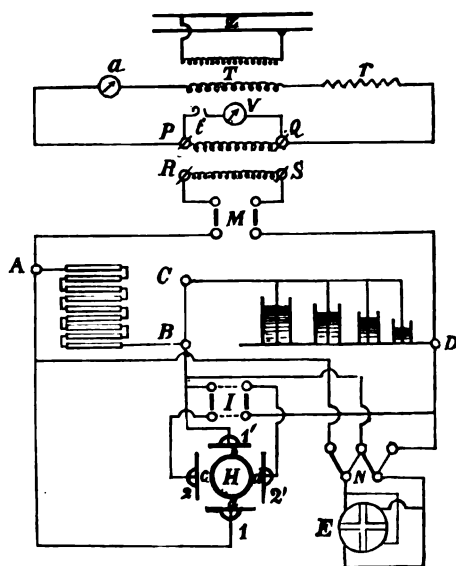



Fig. 2.

« Il collegamento dei circuiti è indicato schematicamente nella figura 2. In T è rappresentato un trasformatore Ganz alimentato dalla corrente alternativa generata, in una delle Stazioni centrali della Società Piemontese di Elettricità, da un alternatore Thury ad alta tensione, in *r* una serie di reostati, in *a* un amperometro, in P Q ed R S rispettivamente le spirali primaria e secondaria di un trasformatore Ganz, calcolato per un rapporto di trasformazione di 1 a 2, e finalmente in A B e C D rispettivamente una grande resistenza reale, rappresentata da parecchie colonne di acqua distillata, ed un

condensatore, costituito da alcuni bicchieri di vetro di grandezza diversa, contenenti del mercurio e ricoperti esternamente da un foglio di stagnola. I quattro punti A, B, C, D sono messi rispettivamente in comunicazione, per mezzo dei quattro morsetti 1, 1′, 2, 2′ dell'apparecchio, con le quattro lastre di rame *a*, *b*, *c*, *d*, racchiudenti lo spazio in cui si vuol generare il campo elettrico rotante. Un commutatore a mercurio I serve ad invertire la rotazione del campo elettrico, e quindi la deviazione dell'equipaggio mobile. Un voltometro di Cardew V serve alla misura della differenza di potenziale efficace V fra i punti P e Q; ed un elettrometro a quadranti di Mascart E, adoperato col metodo di Joubert, serve, coll'intermediario del commutatore N, alla misura delle differenze di potenziali efficaci tra A e B, C e D. E poichè la condizione da soddisfarsi, affinchè il campo elettrico, generato da queste differenze di potenziali, abbia, come è necessario per i miei esperimenti, un'intensità costante ed una direzione rotante con velocità uniforme, è che tali differenze di potenziali siano uguali, ne segue che la costanza e l'uniformità di rotazione del campo si possono ottenere facendo variare per tentativi tanto il numero delle colonne di acqua distillata inserite fra A e B, quanto il numero dei bicchieri esistenti fra C e D.

« Nelle prime colonne della seguente tabella sono indicati i risultati delle mie esperienze, eseguite, alla temperatura di circa 20° C., sopra un cilindro convenientemente essiccato di carta paraffinata, vuoto e chiuso, del peso di 2,011 grammi, dell'altezza di 26 mm., del diametro esterno di 30 mm. e della grossezza di 1 mm. Nella seconda colonna sono registrate le differenze di potenziali efficaci V in volt, misurate per mezzo del voltometro di Cardew; nella terza colonna le differenze di potenziali efficaci *v* in volt fra i punti R ed S, rispettivamente ottenute moltiplicando per 2 le letture sul voltometro; e nella quarta colonna le letture *d* in millimetri fatte col cannocchiale.

N°	V	v	d osservato	d calcolato	Δ	= %
1	40	80	18,0	17,31	+ 0,69	+ 3,8
2	48	96	23,4	24,15	— 0,75	— 3,2
3	56	112	30,8	32,03	— 1,23	— 4,0
4	64	128	39,8	40,90	— 1,10	— 2,8
5	72	144	50,0	50,70	— 0,70	— 1,4
6	80	160	61,2	61,55	— 0,35	— 0,6
7	88	176	73,2	73,46	— 0,26	— 0,4
8	96	192	85,6	85,86	— 0.26	— 0,3
9	104	208	100,4	99,50	+ 0,90	+ 0,9
10	112	224	113,2	113,87	— 0,67	— 0,6

« Ponendo

$$d = hv^x,$$

ove h ed x sono costanti, ed applicando il metodo dei minimi quadrati, si ricava:

$$h = 0,0057,$$
$$x = 1,830\,.$$

« Per tali valori di h e di x sono stati calcolati i valori di d, registrati nella quinta colonna della tabella precedente. Le differenze Δ e le differenze Δ percentuali, rispettivamente registrate nelle due ultime colonne della tabella stessa, dimostrano che si può scrivere, con sufficiente approssimazione:

$$d = 0,0057\ v^{1,830}.$$

« Ciò posto, dicendo W il lavoro, espresso in erg, fatto dalle forze elettriche deviatrici nell'unità di tempo, e B l'induzione elettrostatica, espressa in unità elettrostatiche C. G. S., si ha, come è stato dimostrato:

$$W = \frac{3081\,,\ 9096\, n\mathrm{P}a^2}{l\,\mathrm{D}}\, d,$$

$$B = \frac{v}{300\,\lambda},$$

ove n rappresenta la frequenza della corrente alternativa, P il peso in grammi sostenuto dalla sospensione bifilare, a la distanza in centimetri fra i due fili costituenti la sospensione stessa, l la lunghezza in centimetri della medesima, D la distanza in millimetri dello specchio dalla scala e λ la distanza in centimetri fra le lastre a e b, c e d.
Si ricava quindi:

$$W = K''\, B^{1,830},$$

ove K″ è una costante data dalla formola

$$K'' = 0,0057\ \frac{3081,\ 9096\ n\mathrm{P}a^2}{l\,\mathrm{D}}\ (300\,\lambda)^{1,830}.$$

E poichè, nei miei esperimenti:

$n = 40$; $\mathrm{P} = 11,438$; $a = 0,075$; $l = 30,4$; $\mathrm{D} = 2.660$; $\lambda = 4,4$,

si ha sostituendo:

$$K'' = 287,240.$$

« Risulta dunque che, entro i limiti di B (0,06 e 0,17 unità elettrostatiche C. G. S.) fra cui ho sperimentato, la relazione tra l'energia dissipata W nel cilindro di carta paraffinata e l'induzione elettrostatica B in un punto qualunque del campo elettrico, è la seguente:

$$W = 287,240\ B^{1,830}.$$

« Riassumendo i risultati delle esperienze finora intraprese si può quindi dire che l'esponente di B, nella relazione tra W e B, ha rispettivamente i

valori 1,83; 1,6; 1,9, secondo che i valori di B, con cui si esperimenta, sono compresi fra 0,06 e 0,17; 0,99 e 2,78; 9,90 e 14,58 unità elettrostatiche C. G. S.

« Il modo in cui varia, col variare dei limiti dell'induzione elettrostatica, l'esponente di B, è notevolissimo, se si pongono a confronto questi risultati con quelli delle recentissime esperienze di Ewing e Miss Klaassen [1] sulle proprietà magnetiche del ferro.

« Da questi esperimenti risulta infatti: 1° che il lavoro w consumato per l'isteresi magnetica nel ferro si può rappresentare, fra determinati limiti dell'induzione magnetica b, in funzione di b, per mezzo di una relazione della forma

$$w = k\, b^{\varepsilon},$$

ove k ed ε sono numeri, che variano col variare dei limiti di b; 2° che, per valori di b compresi fra 200 e 500; 500 e 1.000; 1.000 e 2.000; 2.000 e 8.000; 8.000 e 14.000 unità elettromagnetiche C. G. S., si ha rispettivamente ε uguale a 1,9; 1,68; 1,55; 1,475; 1,70.

« Questa nuova analogia fra la legge dell'isteresi magnetica nei corpi magnetici e la legge del fenomeno che sto studiando, conferma l'idea, già da me manifestata sin dal principio delle mie esperienze, che il fenomeno stesso sia effettivamente dovuto ad un'isteresi elettrostatica nei corpi dielettrici ».

Elettricità. — *Sulla determinazione delle costanti dielettriche col mezzo delle oscillazioni rapide.* Nota del dott. ADOLFO CAMPETTI, presentata dal Corrispondente NACCARI.

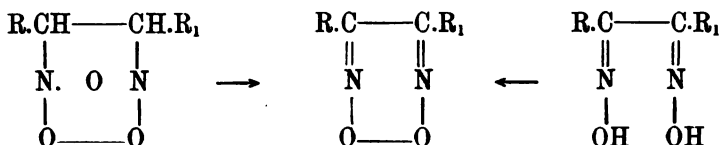
Fisica terrestre. — *Intorno ad alcune obbiezioni relative alla velocità di propagazione delle onde sismiche.* Nota del dott. A. CANCANI, presentata dal Corrisponpente TACCHINI.

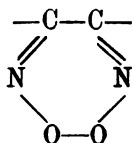
Fisica terrestre. — *Sulle indicazioni strumentali del terremoto giapponese del 22 marzo 1894.* Nota di GIULIO GRABLOVITZ, presentata dal Corrispondente TACCHINI.

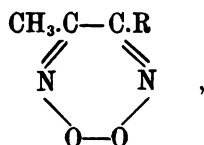
Le Note precedenti saranno pubblicate in un prossimo fascicolo.

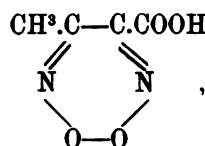
[1] The Electrician, 13 aprile 1894, pag. 668: *Magnetic qualities of iron.*

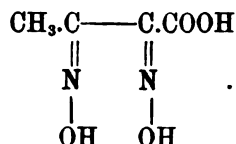
Chimica. — *Sopra le sostanze che contengono gli anelli* $C_nN_2O_2$. Nota di ANGELO ANGELI, presentata dal Socio CIAMICIAN.

« In una serie di ricerche pubblicate gli scorsi anni (¹), ho avuto occasione di dimostrare come per azione dell'acido nitroso sopra alcuni composti non saturi della serie aromatica si formino prodotti i quali, per eliminazione di una molecola di acqua, danno origine a derivati che sono identici a quelli che si possono avere per ossidazione delle gliossime:

« I prodotti che in tal modo si ottengono, contengono l'anello caratteristico:

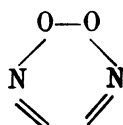
$$-C-C-,\ N\ N,\ O-O$$

il quale, in talune reazioni, presenta una resistenza che è superiore a quella dello stesso nucleo aromatico. Per ossidazione infatti dei perossidi:

$$CH_3.C-C.R,\ N\ N,\ O-O\ ,$$

in cui R rappresenta un residuo aromatico, ottenni l'acido:

$$CH^3.C-C.COOH,\ N\ N,\ O-O\ ,$$

che è identico a quello che ho potuto preparare sinteticamente ossidando l'acido diisonitrosobutirrico (²):

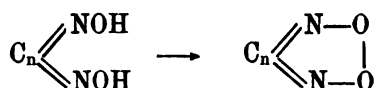
$$CH_3.C(=N-OH)-C(=N-OH).COOH\ .$$

(¹) Gazzetta Chimica XXII, 6, 445 e seg.
(²) Ibid. XXIII. a, 436.

Oltre ai composti contenenti l'anello $C_2N_2O_2$ esiste una serie di altri derivati, in cui la catena:

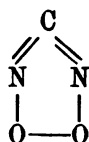
$$\begin{array}{c} O—O \\ / \quad \backslash \\ N \quad N \\ \backslash\backslash \quad // \end{array}$$

è chiusa da un numero variabile di atomi di carbonio, in modo da costituire altrettanti nuclei speciali:

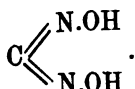
$$C_n\,N_2\,O_2\,.$$

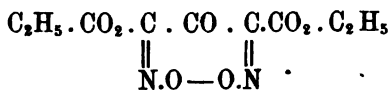
I composti di questa natura si formano, in generale, per ossidazione delle diossime

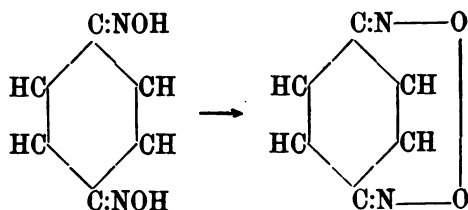
$$C_n\begin{cases} NOH \\ NOH \end{cases} \longrightarrow C_n\begin{cases} N—O \\ \quad\;| \\ N—O \end{cases}$$

e perciò vengono anche chiamati perossidi delle diossime. Possono ottenersi anche in altri modi, che per lo più si fondano sopra l'azione degli acidi nitrico e nitroso sulle sostanze organiche; alcuni di questi metodi entrano però nella cerchia di quello già accennato, perchè in molti casi, per azione di questi reattivi, come termini intermedi, si formano le diossime.

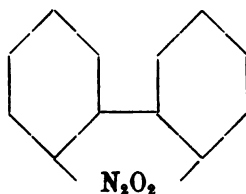
« Il termine più semplice della serie:

$$\begin{array}{c} C \\ // \quad \backslash\backslash \\ N \quad N \\ | \qquad | \\ O—O \end{array}$$

non si conosce ancora, come pure non è nota la diossima da cui si potrebbe immaginare derivato:

$$C\begin{cases} N.OH \\ N.OH \end{cases}.$$

Delle sostanze contenenti il gruppo $C_3N_2O_2$ finora una sola è conosciuta, e questa è il perossido dell'etere diisonitrosoacetondicarbonico [1]:

$$\begin{array}{l} C_2H_5.CO_2.C\;.\;CO\;.\;C.CO_2.C_2H_5 \\ \qquad\qquad\; \| \qquad\quad\;\; \| \\ \qquad\qquad N.O—O.N \end{array}$$

Ai composti contenenenti il nucleo $C_4N_2O_2$ si possono ascrivere i prodotti che si ottengono per ossidazione moderata delle chinondiossime:

$$\begin{array}{c} C{:}NOH \\ HC \quad CH \\ HC \quad CH \\ C{:}NOH \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} C{:}N——O \\ HC \quad CH \quad | \\ HC \quad CH \quad | \\ C{:}N——O \end{array}$$

[1] Berl. Berichte XXVI, 997.

Un derivato contenente il gruppo $C_4N_2O_2$ è stato ottenuto da Täuber per riduzione dell'ortodinitrodifenile (1), in questo caso è però necessario ammettere che nel composto:

N_2O_2

la disposizione delle valenze sia del tutto diversa, e che la catena N_2O_2 non abbia più la disposizione normale

$$=N-O-O-N=.$$

I corpi appartenenti a queste differenti categorie di derivati, presentano nel loro comportamento molte analogie, ma in alcune reazioni mostrano pure delle notevoli differenze.

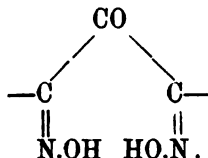
« Il nucleo $C_2N_2O_2$ è, in generale, il più stabile di tutti e specialmente rispetto ai mezzi di ossidazione. La maggior parte di queste sostanze si disciolgono inalterate negli acidi minerali concentrati: se questo fatto si debba attribuire a deboli proprietà basiche di questo anello, non si può ancora asserire con sicurezza.

« Rispetto ai mezzi di riduzione tutti i perossidi si mostrano oltremodo sensibili. A seconda delle condizioni dell'esperienza e dei riduttori che s'impiegano si possono ottenere le diossime, le loro anidridi (azossazoli), oppure prodotti di una riduzione più profonda. Per ottenere le diossime è necessario impiegare la quantità calcolata d'idrogeno (2).

« Il perossido:

$$C_3N_2O_3\ (COO.C_2H_5)_2\,,$$

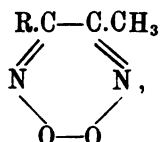
del pari stabilissimo rispetto all'acido nitrico concentrato, è di gran lunga più sensibile all'azione dei riducenti che non l'anello esatomico $C_2N_2O_2$. Esso viene attaccato con la massima facilità anche dai riducenti più deboli. In questo caso però, come primo prodotto di riduzione, invece della diossima si forma un derivato della sua anidride, e l'anello di sette atomi si trasforma in un anello di sei. Tale comportamento rende molto probabile che anche in questo caso, alla diossima che dapprima si forma, spetti la configurazione:

```
        CO
       /  \
   —C      C—
    ||     ||
   N.OH  HO.N .
```

(1) Berl. Berichte XXIV, 3081.

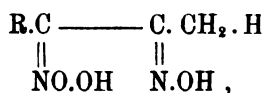
(2) A. Angeli, Gazzetta Chimica XXII, II, 473.

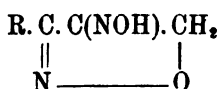
In modo analogo, rispetto ai riducenti, si comportano i perossidi delle p-chinondiossime ed essi rigenerano del pari, con tutta facilità, le diossime primitive. Per ossidazione forniscono invece i dinitroderivati. L'anello $C_4N_2O_2$ non è quindi stabile agli ossidanti energici.

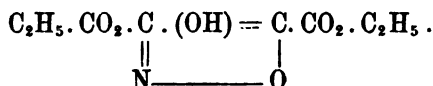
« Interessante è il comportamento dei perossidi rispetto ai mezzi alcalini. Ho già avuto occasione di far osservare come per azione della potassa alcoolica i perossidi delle gliossime:

```
R.C—C.CH₃
 //   \\
N      N ,
 \    /
  O—O
```

in cui R indica un residuo aromatico, vengano facilmente trasformati in isomeri che possiedono caratteri del tutto differenti. In questa trasformazione bisogna necessariamente ammettere che la catena venga dapprima aperta fra i due atomi di ossigeno. Siccome i composti che in tal modo si formano contengono un residuo NOH, ed il radicale aromatico non prende parte alla metamorfosi, giacchè anche quando è completamente sostituito la trasformazione avviene egualmente, così bisogna supporre che un idrogeno del gruppo metilico abbia concorso alla formazione dell'ossidrile ossimico.

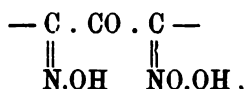
« Ammettendo che la scissione del nucleo sia accompagnata dall'addizione di una molecola di acqua (o dell'alcali), come prodotto intermedio si avrà il composto:

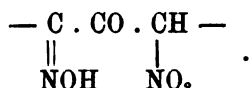
```
R.C ——— C. CH₂.H
 ||       ||
NO.OH    N.OH ,
```

il quale eliminando una molecola d'acqua, con formazione di un nuovo anello chiuso, darebbe origine alla nuova sostanza

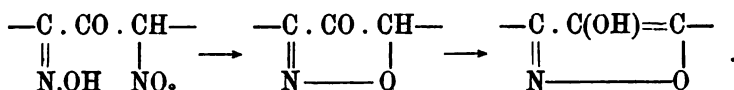
```
R. C. C(NOH). CH₂
  ||          |     .
  N ————————— O
```

Anche i perossidi contenenti l'anello $C_3N_2O_2$, per azione degli alcali, subiscono una trasformazione che ha molta rassomiglianza con la precedente. Così p. e. il perossido dell'etere diisonitrosoacetondicarbonico, per tale trattamento, dà con tutta facilità l'isossazolo:

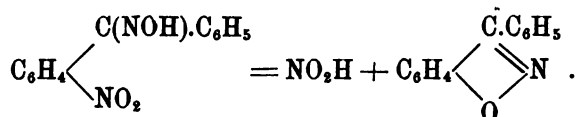
```
C₂H₅.CO₂.C.(OH) = C.CO₂.C₂H₅ .
         ||       |
         N ————— O
```

Pechmann, che ha scoperta questa reazione, dice che un gruppo NO viene eliminato allo stato di acido nitroso per scissione idrolitica, e che la catena aperta poi si chiude per formare un anello a cinque atomi. L'ipotesi di Pechmann, se esprime l'andamento finale della reazione, non dà però ragione del

meccanismo secondo il quale si compie. A me sembra che questa trasformazione si possa del pari interpretare bene, ammettendo che anche in questo caso l'anello $C_3N_2O_2$ dapprima venga scisso per addizione di una molecola d'acqua, in presenza dell'alcali, per dare il composto intermedio:

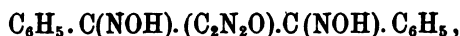
$$\begin{array}{ccccc} -C & . & CO & . & C- \\ \| & & & & \| \\ N.OH & & & & NO.OH \end{array},$$

il quale per trasposizione degli atomi potrà mutarsi nell'isomero:

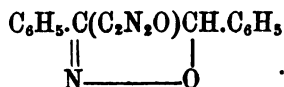
$$\begin{array}{ccccc} -C & . & CO & . & CH- \\ \| & & & & | \\ NOH & & & & NO_2 \end{array}.$$

Da tale prodotto, in presenza di alcali, è chiaro che potrà eliminarsi una molecola di acido nitroso, con formazione di un nuovo anello

$$\begin{array}{ccc} -C\,.\,CO\,.\,CH- \\ \|\qquad\quad | \\ N.OH\quad NO_2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} -C\,.\,CO\,.\,CH- \\ \|\qquad\quad | \\ N\text{———}O \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} -C\,.\,C(OH){=}C- \\ \|\qquad\qquad | \\ N\text{————}O \end{array}.$$

Questa interpretazione d'altra parte, non è senza esempio, e la possibilità che il gruppo nitrico possa eliminarsi assieme all'idrogeno ossimico, al pari degli alogeni, è dimostrata da alcune interessanti ricerche eseguite recentemente da V. Meyer e dai suoi allievi. V. Meyer ha trovato infatti ([1]) che dall'ossima dell'ortonitrobenzofenone, in presenza di alcali, si elimina con grande facilità acido nitroso con formazione di fenilindossazene:

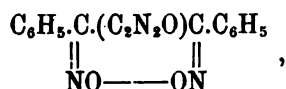
$$C_6H_4\begin{array}{l} \diagup C(NOH).C_6H_5 \\ \diagdown NO_2 \end{array} = NO_2H + C_6H_4\begin{array}{c} \diagup C.C_6H_5 \diagdown\!\!\diagdown \\ \diagdown\; O \;\diagup \end{array}\!N\;.$$

La stessa trasformazione avviene molto probabilmente anche in un altro caso da me studiato ([2]).

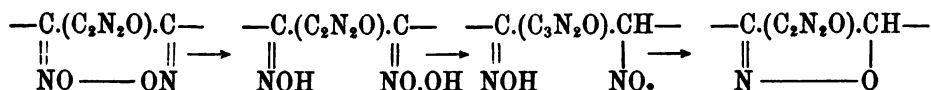
Ossidando con prussiato rosso, in soluzione alcalina, la diossima del dibenzoilfurazano

$$C_6H_5\,.\,C(NOH).\,(C_2N_2O).C\,(NOH).\,C_6H_5\,,$$

ho potuto notare la formazione di una sostanza alla quale ho attribuita la costituzione

$$\begin{array}{c} C_6H_5.C(C_2N_2O)CH.C_6H_5 \\ \|\qquad\qquad | \\ N\text{————}O \end{array}.$$

([1]) Berl. Berichte XXV, 1498 e seg.
([2]) Berl. Berichte XXVI, 529.

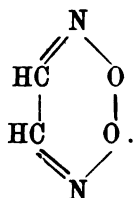
Anche qui si può ammettere che in una prima fase ha diossima venga ossidata a perossido:

$$\begin{array}{c} C_6H_5.C.(C_2N_2O)C.C_6H_5 \\ \| \qquad\qquad \| \\ NO \text{———} ON \end{array} ,$$

il quale, in presenza dell'alcali, potrà subire le trasformazioni rappresentate dagli schemi:

$$\begin{array}{c} —C.(C_2N_2O).C— \\ \| \qquad\qquad \| \\ NO \text{——} ON \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} —C.(C_2N_2O).C— \\ \| \qquad\qquad \| \\ NOH \qquad NO.OH \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} —C.(C_3N_2O).CH— \\ \| \qquad\qquad | \\ NOH \qquad NO_2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} —C.(C_2N_2O).CH— \\ \| \qquad\qquad | \\ N \text{———} O \end{array}$$

Il caso come si vede è analogo al precedente ([1]).

« Queste trasformazioni dimostrano che mentre i derivati contenenti gli anelli $C_2N_2O_2$ e $C_3N_2O_2$ sono stabili, quelli contenenti il nucleo $C_4N_2O_2$ sono molto più labili ed esistono di preferenza in speciali condizioni. I perossidi delle p-chinondiossime presentano una certa stabilità, e questo dipende probabilmente dalla configurazione speciale dei quattro atomi di carbonio che entrano nella loro catena.

« Ne risulta quindi che i composti contenenti i nuclei $C_nN_2O_2$, se hanno comune il loro modo di formazione, tuttavia nel loro comportamento possono presentare differenze notevoli.

« Il più stabile fra tutti è senza dubbio l'anello esatomico $C_2N_2O_2$, ed a questo riguardo si può fin d'ora asserire che sulla sua stabilità avranno grande influenza anche i due radicali che saturano le valenze del carbonio. È prevedibile che il meno stabile di questi derivati sarà il perossido più semplice:

Secondo alcuni questo perossido altro non sarebbe che l'acido fulminico, che ancora non si conosce allo stato libero.

([1]) Queste reazioni dimostrano come talvolta anche dai perossidi, in cui i due atomi di azoto sono attaccati al carbonio, per trattamento con alcali, si possono avere dei nitriti, con altrettanta facilità come farebbero gli eteri dell'acido nitroso. Il fornire nitriti, per azione degli alcali, non è quindi una proprietà caratteristica degli eteri nitrosi. Questo fatto importante è da tenersi presente specialmente quando si tratti di stabilire la costituzione dei composti che gli ossidi dell'azoto possono formare con le sostanze organiche.

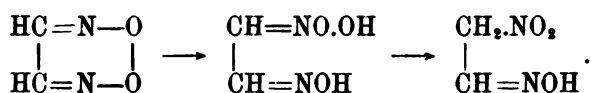
« Per quanto riguarda la costituzione di questa interessante sostanza, oramai probabilmente non c'è da scegliere che fra le due formole:

$$\begin{array}{l} C = N.OH \\ \| \\ C = N.OH \end{array} \qquad \begin{array}{l} HC = N - O \\ \ \ | \qquad\ \ | \\ HC = N - O \end{array} .$$

La prima è quella proposta da Steiner [1] e da Scholl [2], la seconda è quella che preferisce Hollemann [3].

« È però evidente che se anche fossero note le sostanze corrispondenti alle due formole, il loro comportamento dovrebbe avere molta analogia, e molti dei prodotti di decomposizione sarebbero comuni ad entrambe. Per questo motivo Hollemann ammette anche che l'acido fulminico possa, a seconda delle condizioni, reagire secondo l'una o l'altra formola.

« Senza voler ricordare gli argomenti che parlano in favore dell'una o dell'altra ipotesi, mi limiterò ad accennare ad una reazione che si spiega egualmente bene con le formole citate, ed è appunto quella che aveva condotto Kekulé ad ammettere che l'acido fulminico sia il nitroacetonitrile. E noto infatti che per azione del cloro in presenza dell'acqua, dal fulminato di mercurio si ottiene cloruro di cianogeno e cloropicrina. Anche in questo caso si potrebbe supporre che, date le condizioni della reazione, l'anello venga scisso per addizione di una molecola d'acqua, per poi trasformarsi:

$$\begin{array}{l} HC = N - O \\ \ \ | \qquad\ \ | \\ HC = N - O \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} CH = NO.OH \\ | \\ CH = NOH \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} CH_2.NO_2 \\ | \\ CH = NOH \end{array} .$$

Dall'ultimo termine, l'ossima della nitroacetaldeide, per eliminazione di una molecola d'acqua, si arriverebbe al nitroacetonitrile

$$CN.CH_2.NO_2$$

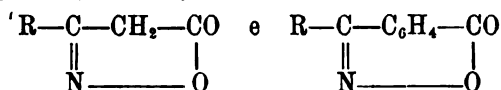
oppure a suoi derivati.

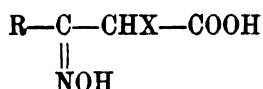
« La stessa trasformazione si può anche spiegare mediante la formola di Steiner, ammettendo che l'acido fulminico, in una prima fase, per azione del cloro in presenza di acqua, assuma la forma del perossido ».

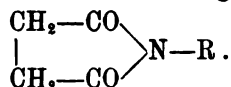
[1] Berl. Berichte XVI, 1484.
[2] Habilitationschrift, München 1893.
[3] Berl. Berichte XXVI, 1403.

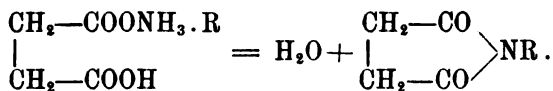
Chimica. — *Sulla stabilità delle immidi succiniche sostituite nell'azoto* (1). Nota di A. Miolati e E. Longo, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Nelle loro ricerche sulla stabilità e sulle condizioni di esistenza delle anidridi interne di acidi ossimmidici A. Hantzsch ed A. Miolati (2) hanno dimostrato che mentre le anidridi

$$\begin{array}{ccc} R-C-CH_2-CO & \text{e} & R-C-C_6H_4-CO \\ \| \qquad\quad | & & \| \qquad\quad | \\ N\text{———}O & & N\text{———}O \end{array}$$

a seconda del radicale R sono più o meno stabili, le anidridi che dovrebbero derivare dagli acidi

$$\begin{array}{l} R-C-CHX-COOH \\ \quad \| \\ \quad NOH \end{array}$$

non esistono almeno nei casi finora noti. L'azione dei radicali alcoolici sulla stabilità dell'anello risultava quindi dipendere non solo dalla loro natura, ma anche dalla posizione che avevano nella molecola. In quella della succinimmide si possono pure introdurre i gruppi alcoolici in due posizioni differenti sostituendo, cioè, con essi o l'idrogeno dell'azoto o quello di un carbonio. Si volle vedere se anche in questo caso la diversa posizione dei gruppi sostituenti avesse una influenza diversa sulla stabilità del nucleo, e si determinò, perciò, col metodo descritto in una Nota precedente, la velocità di decomposizione di una serie di immide della formola generale

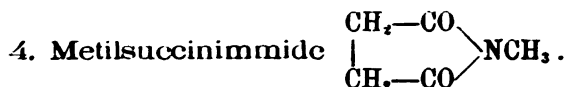
$$\begin{array}{l} CH_2-CO \\ | \\ CH_2-CO \end{array}\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!>\!N-R\,.$$

« I metodi di preparazione di queste immidi potevano essere diversi: o si introduceva il gruppo alcoolico nella succinimmide, per l'azione del joduro alchilico sul sale sodico della succimide stessa, o si distillava il succinato acido dell'ammina

$$\begin{array}{l} CH_2-COONH_3.R \\ | \\ CH_2-COOH \end{array} = H_2O + \begin{array}{l} CH_2-CO \\ | \\ CH_2-CO \end{array}\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!>\!NR\,.$$

A seconda della maggiore o minore opportunità venne adottato o l'uno o l'altro metodo.

« Qui sotto sono riferiti i dati finora ottenuti.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico dell'Università di Roma. 2ª comunicazione di A. Miolati, *Sulla stabilità delle immidi di acidi bibasici*. Vedi questi Rendiconti. Vol. III, 1° sem., pag. 515.

(2) Gazz. chim. Ital. XXIII, 8, 79. Berl. Berichte XXVI, 1689.

4. Metilsuccinimmide $\begin{matrix} CH_2-CO \\ | \\ CH_2-CO \end{matrix} \rangle NCH_3$.

« Preparata da Menschutkin (1) per distillazione del succinato di metilammina, e da Brendt e Boeddingshous (2) destillando l'acido metilsuccinamminico. Venne preparata da noi per azione del joduro di metile sul sale sodico della succinimmide. I cristalli b:anchissimi, purificati per precipitazione frazionata della soluzione in cloroformio con ligroina, fondevano esattamente a 66-66,5°.

1ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
2	3.15	6.00	0.5249	0.2624
3	3.70	5.45	0.6789	0.2263
5	4.75	4.40	1.0790	0.2158
6	5.23	3.92	1.3350	0.2225
7	5.47	3.68	1.4870	0.2124
8	5.75	3.40	1.6910	0.2114

Ac = 0.2251

2ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
2	3.18	5.97	0.5326	0.2663
3	3.80	5.35	0.7003	0.2334
4	4.35	4.80	0.9063	0.2288
5	4.80	4.35	1.1040	0.2208
6	5.06	4.09	1.2620	0.2103
7	5.45	3.70	1.7440	0.2491

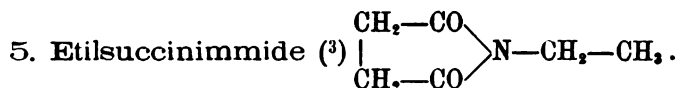
Ac = 0.2366

3ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
2	3.07	6.08	0 5049	0.2525
3	3.75	5.40	0.6944	0.2315
4	4.28	4.87	0.8682	0.2170
5	4.73	4.42	1.0700	0.2140
6	5.15	4.00	1.2870	0.2145
7	5.34	3.81	1.4020	0.2003
8	5.67	3.48	1.6290	0.2036
9	5.91	3.24	1.8240	0.2070

Ac = 0.2170

Media delle 3 Serie: Ac = 0.2263.

5. Etilsuccinimmide (3) $\begin{matrix} CH_2-CO \\ | \\ CH_2-CO \end{matrix} \rangle N-CH_2-CH_3$.

« Preparata come il composto metilico. Bolliva esattamente a 236° e fondeva a 25-26°.

(1) Liebig's Annalen 182. 92. — (2) Idem. 251. 320.

(3) Landsberg, Liebig's Annalen, 215. 212.

1ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
2	1.36	7.77	0.1750	0.08750
3	1.86	7.29	0.2552	0.08506
4	2.28	6.87	0.3318	0.08370
5	2.70	6.45	0.4186	0.08352
6	3.05	6.10	0.5000	0.08333
7	3.30	5.85	0.5640	0.08057
8	3.64	5.51	0.6607	0.08260

Ac = 0.08376

2ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
3	1.87	7.28	0.2568	0.08560
4	2.30	6.85	0.3368	0.08420
5	2.70	6.45	0.4186	0.08352
6	3.05	6.10	0.5000	0.08333
7	3.38	5.77	0.5857	0.08367
8	3.67	5.48	0.6698	0.08372
9	3.90	5.25	0.7602	0.08447

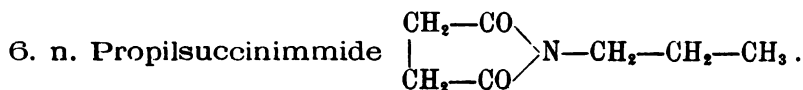
Ac = 0.08407

3ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
2	1.37	7.78	0.1761	0.08805
3	1.86	7.29	0.2552	0.08506
4	2.30	6.85	0.3357	0.08643
5	2.70	6.45	0.4186	0.08352
6	3.05	6.10	0.5000	0.08333
7	3.45	5.70	0.6052	0.08645
8	3.65	5.50	0.6577	0.08221
9	3.90	5.25	0.7602	0.08447

Ac = 0.08494

Media delle 3 Serie: Ac = 0,8426.

6. n. Propilsuccinimmide $\begin{array}{l} CH_2—CO \\ | \\ CH_2—CO \end{array}\!\!>N—CH_2—CH_2—CH_3$.

« Ottenuta da Comstock e Wheeler [1] per distillazione del succinato acido di propilammina Venne preparata da noi come la metil e l'etilsuccinimmide. Bolliva a 244-245° a 760 mm. di pressione.

1ª Serie A = 9.15

t	x	A—x	x:A—x	Ac
2	0.98	8.17	0.1199	0.05995
4	1.70	7.45	0.2281	0.05702
6	2.30	6.85	0.3357	0.05595
8	2.86	6.29	0.4546	0.05682
10	3.35	5.80	0.5776	0.05776
12	3.58	5.57	0.6427	0.05356
14	3.86	5.29	0.7297	0.05212
16	4.10	5.05	0.8119	0.05074
18	4.45	4.70	0.9469	0.05260

Ac = 0.05517

[1] American chemical Journal XIII. 524.

2ª Serie A = 9.15

3	1.25	7.90	0.1582	0.05273
5	2.11	7.04	0.2997	0.05994
7	2.67	6.48	0.4120	0.05885
9	3.10	6.05	0.5124	0.05693
11	3.45	5.70	0.6052	0.05501
13	3.80	5.35	0.7103	0.05463
15	4.05	5.10	0.7941	0.05294
17	4.30	4.85	0.8867	0.05215

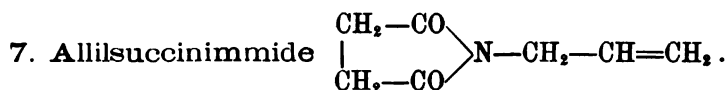
$Ac = 0.05540$

3ª Serie A = 9.15

2	0.95	8.20	0.1158	0.05790
4	1.73	7.42	0.2331	0.05827
6	2.30	6.85	0.3357	0.05595
7	2.65	6.50	0.4077	0.05824
8	2.95	6.20	0.4757	0.05946
9	3.10	6.05	0.5124	0.05693
11	3.15	5.70	0.6052	0.05501
12	3.70	5.45	0.6789	0.05657
14	3.85	5.30	0.7264	0.05188
16	4.20	4.95	0.8484	0.05302
18	4.43	4.72	0.9387	0.05215

$Ac = 0.05594$

Media delle 3 Serie: $Ac = 0.05550$.

7. Allilsuccinimmide $\begin{matrix} CH_2-CO \\ | \\ CH_2-CO \end{matrix}\!\!>N-CH_2-CH=CH_2$.

« Venne preparata per distillazione del succinato acido di allilammina. Distillava 249-250° sotto una pressione di 760 mm.

« Si determinò col metodo ebullioscopico di Beckmann il peso molecolare in soluzione benzolica.

Peso del benzolo	Sostanza	Innalzamento	Peso molecolare
21.99	0.4692	0.402	142.8
»	0.6892	0.574	145.8

« Peso molecolare calcolato = 139.1.

1ª Serie A = 9.15

t	x	$A-x$	$x:A-x$	Ac
5	5.52	3.63	1.521	0.3042
6	5.85	3.30	1.773	0.2955
7	6.14	3.01	2.040	0.2914
8	6.30	2.85	2.211	0.2764
9	6.59	2.56	2.585	0.2872
10	6.75	2.40	2.813	0.2813

11	6.92	2.23	3.103	0.2821
12	6.98	2.17	3.217	0.2681
13	7.09	2.06	3.442	0.2647
14	7.20	1.95	3.693	0.2638
15	7.39	1.76	4.199	0.2800
17	7.49	1.66	4.512	0.2654

$Ac = 0.2800$

2ª Serie $A = 9.15$

6	5.93	3.22	1.842	0.3070
8	6.35	2.80	2.302	0.2900
9	6.65	2.50	2.661	0.2956
10	6.75	2.40	2.813	0.2818
11	6.85	2.30	2.979	0.2708
12	7.00	2.15	3.256	0.2880
13	7.10	2.05	3.466	0.2666
14	7.20	1.95	3.693	0.2638

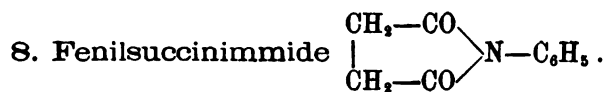
$Ac = 0.2829$

3ª Serie $A = 9.15$

5	5.55	3.60	1.542	0.3084
7	6.10	3.05	2.000	0.2857
9	6.63	2.52	2.631	0.2923
10	6.77	2.38	2.844	0.2844
11	6.90	2.25	3.066	0.2787
13	7.15	2.00	3.575	0.2750
14	7.20	1.95	3.693	0.2638
17	7.50	1.65	4.545	0.2674
19	7.63	1.52	5.020	0.2642

$Ac = 0.2822$

Media delle 3 Serie: $Ac = 0.2817$.

8. Fenilsuccinimmide $\begin{array}{l} CH_2-CO \\ \vert \\ CH_2-CO \end{array} \!\!> N-C_6H_5$.

« Venne preparata secondo il metodo dato da Menschutkin [1].

1ª Serie $A = 9.15$

t	x	$A-x$	$x:A-x$	Ac
3	8.11	1.04	7.798	2.5993
4	8.35	0.80	10.430	2.6075
5	8.36	0.79	10.580	2.1160
6	8.55	0.60	14.170	2.3617
7	8.53	0.62	13.760	1.9657
8	8.58	0.57	15.090	1.8863
9	8.68	0.47	18.470	2.0522

$Ac = 2.1841$

[1] Liebig's Annalen, CLXII, 166.

2ª Serie A = 9.15

3	8.10	1.05	7.714	2.5713
4	8.23	0.92	9.845	2.4612
5	8.35	0.80	10.430	2.0860
6	8.45	0.70	12.070	2.0116
7	8.57	0.58	14.776	2.1109
8	8.64	0.51	16.930	2.1163
9	8.73	0.42	20.895	2.3216
10	8.77	0.38	23.078	2.3078
11	8.80	0.35	25.140	2.2855

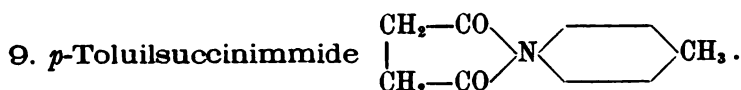
$Ac = 2.2525$

3ª Serie A = 9.15

5	8.35	0.80	10.430	2.0860
6	8.45	0.70	12.070	2.0116
7	8.50	0.65	13.080	1.8686
8	8.60	0.55	15.630	1.9538
10	8.75	0.40	21.870	2.1870
12	8.83	0.32	27.600	2.3000

$Ac = 2.0678$

Media delle 3 Serie: $Ac = 2.2681$.

9. *p*-Toluilsuccinimmide $\begin{matrix} CH_2—CO \\ | \\ CH_2—CO \end{matrix} > N < C_6H_4 > CH_3$.

« Venne preparata seguendo le indicazioni di Bechi [1] e purificata con ripetute cristallizzazioni dall'acqua.

1ª Serie A = 9.15

t	x	$A-x$	$x:A-x$	Ac
4	7.53	1.62	4.648	1.1620
5	7.80	1.35	5.779	1.1558
6	7.99	1.16	6.889	1.1481
7	8.15	1.00	8.150	1.1643
8	8.20	0.95	8.632	1.0790
9	8.34	0.81	10.295	1.1439
10	8.38	0.77	10.880	1.0880
11	8.43	0.72	11.700	1.0636

$Ac = 1.1256$

2ª Serie A = 9.15

4	7.55	1.60	4.719	1.1797
5	7.75	1.40	5.537	1.1074
6	7.93	1.22	6.500	1.0833
7	8.13	1.02	7.971	1.1387
8	8.20	0.95	8.632	1.0790
9	8.32	0.83	10.020	1.1133
10	8.38	0.77	10.880	1.0880
11	8.43	0.72	11.700	1.0636

$Ac = 1.1066$

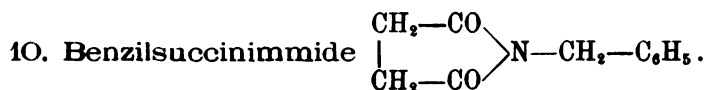
(1) Berl. Ber. XII, 320.

3ª Serie A = 9.15

4	7.55	1.60	4.719	1.1798
5	7.80	1.35	5.779	1.1558
6	7.95	1.20	6.625	1.1042
7	8.13	1.02	7.971	1.1387
8	8.22	0.93	8.839	1.1048
9	8.32	0.83	10.020	1.1133
10	8.40	0.75	11.200	1.1200

Ac = 1.1309

Media delle 3 Serie: *Ac* = 1.1210.

10. Benzilsuccinimmide $\begin{matrix} CH_2—CO \\ | \\ CH_2—CO \end{matrix}\!\!>\!N—CH_2—C_6H_5$.

« Non era stata fino ad ora preparata. Fu ottenuta per l'azione del cloruro di benzile sul sale sodico della succinimmde. Fonde a 103°. La sua preparazione e le sue proprietà verranno descritte in un altra occasione.

« Le determinazioni del peso molecolare col metodo ebullioscopico, in soluzione di benzolo, diedero i seguenti risultati:

Peso del benzolo	Sostanza	Innalzamento	Peso molecolare
21.667	0.2820	0.190	182.8
"	0.5431	0.379	180.3
"	0.7575	0.502	186.0
18.81	0.6014	0.439	194.5

« Il peso molecolare calcolato è 189.

1ª Serie A = 9.15

t	*x*	A—*x*	*x*:A—*x*	Ac
2	3.30	5.85	0.5640	0.2820
3	4.15	5.00	0.8299	0.2766
4	4.85	4.30	1.1280	0.2820
5	5.25	3.90	1.3460	0.2692
6	5.65	3.50	1.6140	0.2690
7	6.00	3.15	1.9050	0.2721
8	6.20	2.95	2.1020	0.2628

Ac = 0.2734

2ª Serie A = 9.15

2	3.30	5.85	0.5640	0.2820
3	4.17	4.98	0.8569	0.2856
4	4.83	4.32	1.1180	0.2795
5	5.27	3.88	1.3580	0.2716
6	5.66	3.49	1.6220	0.2703
7	6.01	3.14	1.9140	0.2734
8	6.25	2.90	2.1550	0.2694
10	6.83	2.32	2.9440	0.2944

Ac = 0.2783

3ª Serie A = 9.15

3	4.18	4.97	0.8410	0.2803
4	4.89	4.26	1.1480	0.2870
5	5.39	3.76	1.4370	0.2874
6	5.71	3.44	1.6600	0.2766
7	5.99	3.16	1.8960	0.2709
8	6.36	2.79	2.2800	0.2850
9	6.45	2.70	2.3390	0.2655
10	6.61	2.54	2.6020	0.2602

$Ac = 0.2761$

Media delle 3 Serie: $Ac = 0.2759$.

« Se si ordinano le costanti ottenute secondo i valori crescenti si ha la serie seguente:

n-Propil-succinimmide		$Ac = 0.055$
Etil-	»	0.085
Metil-	»	0.217
Benzil-	»	0.276
Allil-	»	0.282
p-Toluil-	»	1.12
Fenil-	»	2.27

« Il primo fatto degno di nota è la diminuzione della stabilità della succinimmide prodotta dai residui alchilici e benzenici attaccati all'azoto nella medesima. Avviene dunque anche in questo caso un fatto analogo a quello osservato negli ossazoloni, e accennato in principio di questa Nota. Solamente nel caso presente la stabilità del nucleo diminuisce fortemente, mentre nel caso degli ossazoloni l'anello non si può più nemmeno formare. L'introduzione quindi dei residui alcoolici nella succinimmide, può a seconda della posizione aumentarne o diminuirne la stabilità. Una volta però introdotti nella molecola, anche nella posizione meno favorevole per la stabilità della medesima, e confrontati tra di loro i corpi corrispondenti che ne risultano si osserva anche in questa nuova serie lo stesso fatto che risultò tanto dallo studio delle anidridi interne degli acidi ossimmidici (1), come pure dalle ricerche di E. Hjelt sulla formazione dei lattoni (2) e delle anidridi della serie succinica (3); e cioè la profonda differenza tra il comportamento dei radicali alcoolici $C_n H_{2n+1}$ ed i residui benzenici, agevolando questi ultimi meno la formazione, ed offrendo minor resistenza alla rottura dei complessi ciclici. È un fatto strano questo, perchè dato che fossero esatte le vedute speculative a cui si è accennato in un'altra Nota, si dovrebbe concludere che il residuo fenico occupi minor spazio dello stesso metile. Si potrebbe ammettere che i residui alcoolici occupassero uno spazio maggiore a cagione di una maggiore mobilità degli atomi che li compongono; ma per ora qualsiasi

(1) Loco citato.

(2) Acta Soc. scient. fenn., XVIII e XIX.

(3) Särtryck ur Finska Vet. Soc. Oefversigt, fascicolo XXXV.

ipotesi in un senso o in un altro è certamente prematura. La differenza nel comportamento tra il gruppo fenico e metilico risulta anche dalla stabilità molto inferiore della benzilsuccinimmide in confronto a quella della etilsuccinimmide. L'introduzione di un gruppo metilico nel nucleo fenico in posizione para all'azoto, rende l'immide circa due volte più stabile.

« Dal confronto dei residui alcoolici fra di loro, risulta che anche in questa serie essi aumentano la stabilità dell'anello in ragione del loro peso molecolare. Interessante è il comportamento dell'allilsuccinimmide: la presenza del doppio legame nella catena laterale risulta diminuire la stabilità del nucleo rispetto al composto propilico di circa 50 volte. Potrebbe darsi che questo fatto stesse in qualche rapporto col comportamento dei gruppi benzenici sopra accennato.

« Sono in corso molte altre esperienze per completare le serie delle immidi succiniche sostituite nell'atomo d'azoto, su cui sarà presto riferito ».

Chimica. — *Nuova sintesi del triazolo e dei suoi derivati.* Nota di GUIDO PELLIZZARI, presentata dal Socio PATERNÒ.

Chimica. — *Sui punti di congelamento di miscugli isomorfi.* Nota di F. GARELLI, presentata dal Socio CIAMICIAN.

Queste Note saranno pubblicate in un prossimo fascicolo.

Geologia. — *Ancora sulla origine e sulla età dei tufi vulcanici al nord di Roma.* Nota dell'ing. E. CLERICI, presentata dal Socio CAPELLINI.

« Dopo avere dettagliatamente esaminato la giacitura dei tufi ed i fossili contenuti in essi e nelle rocce sopra e sottostanti ed averne dato succinto ragguaglio [1], impresi la discussione dei fatti osservati per dedurne l'origine e l'età dei detti tufi. In una precedente Nota [2], di cui la presente non è che il complemento, mostrai su quali basi fosse fondata la teoria sottomarina che per tre quarti di secolo si è cercato d'imporre, più per la

(1) *Notizie intorno ai tufi vulcanici della via Flaminia dalla valle del Vescovo a Prima Porta,* Rend. R. Acc. dei Lincei vol. III. 1894, fasc. 2°; *Considerazioni sui tufi vulcanici a nord di Roma fra il fosso della Crescenza e quello della Torraccia,* Id., fasc. 7°.

(2) *Sulla origine dei tufi vulcanici al nord di Roma,* Rend. d. R. Acc. dei Lincei, vol. III, 1894, fasc. 8°.

stima di cui eran circondati i sostenitori di essa che per la esattezza e forza degli argomenti.

« Sarebbe assurdo supporre che io voglia negare l'esistenza di tufi totalmente o parzialmente formatisi in seno alle acque del mare ([1]), nondimeno bisogna convenire che gli argomenti finora addotti in prova della generale o quasi generale origine marina non hanno sufficiente valore neppure se applicati ai tufi in genere, e quindi tanto meno valgono per le località di cui ho già riferito la costituzione geologica.

« Così pure si è spesso parlato di vulcani sottomarini, come se quelli attualmente esistenti e gli effetti di eruzioni sottomarine — da cui bisognerebbe pur prendere qualche esempio — fossero la cosa meglio conosciuta in fatto di vulcanologia.

« Benchè le mie conclusioni riguardino particolarmente i tufi della via Flaminia, esse sono egualmente applicabili a molta altra parte del suolo romano. Così per la parte di territorio compresa nel settore a sud e sud-ovest di Roma ho dimostrato ([2]), in opposizione a quei *tufo-nettunisti* che giunge-

([1]) Affinchè non si esageri nella portata delle mie conclusioni e per mostrare che esistono anche tufi marini, ne riferirò un esempio. Sul littorale fra Nettuno e Torre Astura trovasi un tufo litoide somigliante, per i molti interclusi di aggregati minerali, di pezzi di calcari, di lave ecc., a quello della valle del Vescovo. Questo tufo contiene in abbondanza molluschi marini ben conservati spesso con i colori naturali e di tutte grandezze, assortiti eziandio in specie: il colonnello Verri vi constatò anche l'inclusione di un pezzo di marna indurita con fossili marini. Giace questo tufo su argilla marina con fossili macroscopici, dalla quale ne è separato da uno strato di sabbia di materie vulcaniche o tufo cenerognolo friabile leucitico ricchissimo di conchiglie, spesso colle valve unite, e di altre spoglie marine assortite in grandezza ed in specie della zona littorale. Non riporto per brevità l'elenco delle specie perchè non farei che ripetere presso a poco quello già dato dal prof. Meli (*Ulteriori notizie ed osservazioni sui resti fossili rinvenuti nei tufi vulcanici della provincia di Roma*, Boll. del R. Com. geol. n. 9-10, Roma 1882) a cui si deve la scoperta di tali giacimenti. Non possiedo alcun esemplare di *Cardium edule*, ed il prof. Meli non ne rinvenne che uno o due frammenti. Le apposite ricerche che ho fatto sul luogo per trovare fossili continentali, non mi hanno fruttato che due esemplari di una sola specie di *Helix* (probabilmente una delle varietà dell'*H. cantiana*) nel tufo litoide.

Un esempio di tufi od argille tufacee che « contengono fossili esclusivamente palustri « ed alternativamente fossili marini, particolarmente salmastri, di specie identiche alle « viventi, fra cui abbonda ovunque il *Cardium edule* L. » è dato di constatare, secondo il prof. De Stefani (*I vulcani spenti dell'Apennino settentrionale*, Boll. Soc. geol. it., vol. X. p. 523), per qualche chilometro intorno alla stazione ferroviaria di Montalto. Sotto Corneto il prof. De Stefani trovò un tufo « il quale collega insieme i tufi palustri e quelli « marini » e contiene ghiaiette di rocce sedimentarie (diaspro, calcari cretacei, calcare pliocenico ad *Amphistegina*) insieme a gasteropodi terrestri (*Helix vermiculata* Müll., *H. trochoides* Poiret, *Bulimus obscurus* Müll., *Stenogyra decollata* Lin., *Cyclostoma elegans* Müll.) e frammenti di *Ostrea cochlear* « evidentemente tolta all'argilla pliocenica che si « trova a contatto ».

([2]) Clerici E., *Sopra un giacimento di diatomee al Monte del Finocchio o delle Creta presso Tor di Valle* (Boll. della Soc. geol. it., vol. XII, Roma 1895).

vano all'eccesso di considerare sottomarino tutto il vulcano Laziale fin nelle sue più recenti manifestazioni come la cosidetta formazione del Tavolato, che la formazione continentale (argille e tripoli d'acqua dolce alternati con tufi e pozzolane) sovrapposta alla marina raggiunge perfino la potenza di 80 m.

« La mia Nota: *Sopra un giacimento di diatomee al M. del Finocchio* ecc. e quelle sui tufi della via Flaminia si completano a vicenda, e mi lusingo siano destinate ad abbattere per sempre la teoria sottomarina ed a relegarla alla storia. Chi voglia riflettere che ora si tenta di farla rivivere si tratterrà dal maravigliarsi che io spenda parole e raccolga fatti per dimostrare ciò che al principio del secolo era già relativamente bene interpretato, e per sostenere che la via seguita dai *tufo-nettunisti* non può condurre che ad accumulare errori ed abberrazioni. Nè per questo intendo menomamente gettare il disprezzo sull'opera dei primi sostenitori di essa: le magistrali descrizioni del suolo romano lasciateci dal Brocchi possono fortunatamente scindersi dalle teorie, e restano ottime malgrado il succedersi delle teorie stesse.

« Un suo contemporaneo, egualmente accurato osservatore e scrittore, il Procaccini-Ricci, (che però non estese le sue indagini al suolo romano propriamente detto), tenuto conto dell'epoca, colse nel segno fin da principio, nè la grande estensione dei tufi — ovvia in una regione cosparsa di vulcani — dette a lui imbarazzo, mentre fu la causa che appunto condusse il Brocchi a formulare la teoria sottomarina.

« Il Pareto (¹) fu pure impressionato da questa grande diffusione ma, pur ammettendo un vulcano subacqueo, si accorse che, invece del mare, un grande lago sarebbe stato meglio in armonia coi fatti.

« Anteriormente al Brocchi, anche v. Buch (²) spiegò la grande diffusione dei tufi con l'intervento di una distesa acquea: ma egli non parla di vulcani subacquei. Egli constatò in modo preciso la relazione che passa fra tufi e travertini, quindi le sue conclusioni sono necessariamente differenti da quelle del Brocchi. Non addossamenti e posteriorità del travertino e sedimenti fluviali al tufo, ma alternanza e contemporaneità.

« E qui val la pena di citare testualmente qualche passo caratteristico: (pag. 20) « Jeder Schritt in der Römischen Ebene offenbart die Spuren, welche « dieser grosse *Landsee* zurückliess, und in ihm suche ich vorzüglich die « Bildung des *Travertino* und des, unter so mannigfaltigen Formen erschei- « nenden, *Tuffs* »..... (pag. 44) « Es ist wahrscheinlich, dass dieser Hügel « (Monte Mario) lange als Insel *im See* hervorstand, der einst die Römische

(¹) Pareto L., *Osservazioni geologiche dal Monte Amiata a Roma*, Giornale Arcadico, tomo C, Roma 1844.

(²) Vedi Buch L., *Geognostische Beobachtungen auf Reisen durch Deutschland und Italien*. II Band. Berlin 1809.

« Ebene bedeckte. Gleichzeitig führten dann die Ströme die abgerissenen « Theile von den Höhen des Apennins und des Monte Cavo durch *den See* « bis zur Reihe des Monte Mario herab, und hier, durch den Widerstand « zur grösseren Ruhe genöthigt, setzten sie sie zu neuen, regenerirten Ge- « birgsarten ab, und je nachdem aüssere Umstände die Richtung dieser « Ströme mehr von Frascati oder Tivoli her sollicitirten, bildete sich bald « eine Tuffschicht, bald eine Travertinobedeckung ».

« Egli insiste in modo particolare sulla deposizione dei tufi in seno ad acqua ed adduce ad esempio anche il tufo granulare stratificato del sepolcro di Nerone che contiene ghiaia siliceo-calcarea, per dimostrare che i tufi non sono prodotti paragonabili alle lave.

« Era infatti Breislak (¹) che sosteneva essere il tufo litoide una roccia cristallina e perciò una specie di lava, idea che fu ripresa molto infelicemente dal Terrigi nel 1881. Breislak sosteneva altresì l'esistenza di un vulcano nell'interno di Roma, interpretando malamente la forma dei suoi storici colli. Gli argomenti che egli adduceva tanto per l'una che per l'altra cosa oppugnavano quel che dovevasi dimostrare. Ma altre e più importanti conclusioni sono tuttora di una rimarchevole esattezza. Mentre il mare copriva il suolo romano, egli dice (pag. 281) « le mont Marius devait être un écueil entiè« rement couvert par ses eaux. Les alluvions, en venant du nord, rencontraient « ce mont qui retardait leur mouvement, et donnait lieu aux matières qu'elles « transportaient de se déposer à sa base. Elles commencèrent ainsi à former « le Pincio et le Janicule, qui ont dû n'être qu'une seule montagne avant « que le Tibre se soit ouvert un passage entr'elles..... le sol de Rome, « après avoir été un fond de mer, devint un fond d'eaux stagnantes;... Tandis « que les eaux stagnantes couvraient le sol de Rome, les volcans s'allumèrent, « leurs éruptions soulevèrent le sol en beaucoup d'endroits, forcèrent les eaux « à se retirer dans les lieux les plus bas, et à prendre leur cours vers la mer. « Les endroits tout-à-fait abandonnés par les eaux reçurent les substances « volcaniques qui couvrirent les travertins, dans ceux où la profondeur des « eaux y maintint leur séjour, les matières volcaniques plus pesantes gagnè« rent le fond, et y furent recouvertes de matières déposées par les eaux... ».

« L'origine continentale delle rocce tufacee e peperiniche romane (Patrimonio, Agro romano, Lazio) trovasi dunque già splendidamente affermata al principio del secolo, ed anche un po' prima, per opera di Breislak, di v. Buch, di Procaccini-Ricci, di Gmelin. È già delineata l'intermittenza delle eruzioni, l'azione delle alluvioni e l'aspetto paludoso del territorio, aspetto paludoso che nel piano della città stessa ha perdurato fin nei tempi storici. Seguono a notevole distanza in ordine di tempo Frère Indes e Rusconi,

(¹) Breislak S., *Voyages physiques et lythologiques dans la Campanie, suivis d'un Mémoire sur la constitution physique de Rome* (trad. Pommereuil) tome II, Paris 1801.

non tenuti in quel conto che meritavano dai loro contemporanei e rivali, ed infine il colonnello Verri ed il prof. Meli, per non citare che coloro i quali maggiormente hanno cooperato ad abbattere il quasi dogma *tufo-nettunico.*

« Quanto all'età, essa è presto dedotta quando si pensi che sulle *sabbie classiche* del M. Mario stanno le *sabbie povere* (includendo in questa denominazione anche le ghiaie), e che soltanto dopo queste i materiali vulcanici sono accumulati in tanta quantità da generare rocce tufacee ([1]).

« Manca un completo studio di accurata revisione di tutta la fauna classica di M. Mario; ma i cataloghi redatti da Conti ([2]), da Zuccari ([3]) e da Meli e Ponzi ([4]) mostrano chiaramente che non si tratta del pliocene tipico, bensì di fauna più recente, ed infatti il prof. Meli concluse per la *parte superiore del pliocene recente*. La considerazione che fra i fossili di questa formazione si trova la *Cyprina islandica* indusse il prof. De Stefani ([5]) a dubitare della pliocenicità delle sabbie classiche e gli suggerì di schierarle nel *postpliocene inferiore* a fianco delle altre formazioni littorali di Vallebiaia e di Sciacca ed altresì a fianco del *Forest-bed* e del *Crag* di Weybourne. La divergenza, data la convenzionalità delle classificazioni cronologiche, non sarebbe grande cosa e nel dubbio può adottarsi una via intermedia. Io colloco però senza esitazione nel quaternario le susseguenti sabbie povere. Durante questa formazione si produssero cordoni littorali, dune ed altro presso una terra bassa originandosi distese più o meno tranquille di acque marine molto basse e salmastre, e queste più o meno comunicanti liberamente col mare, talvolta da questo completamente separate in seguito e trasformantisi quindi in paludi e laghetti. Con queste differenze di ambiente si spiegano le lievi differenze nel complesso del limitato numero di specie di fossili che qua e là si raccolgono nelle più o meno estese lenti argillose o sabbioso-argillose racchiuse nelle ghiaie di spiaggia e nelle sabbie povere che quelle comprendono. La fauna di questa formazione è poverissima di specie, ricca d'individui, ed

([1]) In altro scritto mostrai che cosa s'intende per *ghiaie con* e *ghiaie senza elementi vulcanici* e riportai le definizioni date da Lorenzo Pareto nel 1844. Questa distinzione se non dichiarata in modo formale come dal Pareto, era già avvertita dal v. Buch trentacinque anni prima (vedi pag. 18) « Unter den Geschieben, welche diese Sandsteinhöhen « (Monte Mario-Giannicolo) bilden, sucht man vergebens Produkte, die vom Monte Cavo, « von Marino oder Frascati herabkamen; vergebens Stücke von Travertino, von Tuff, « Peperino, Leucit, Basalt und andern Fossilien, die man doch in geringer Entfernung und « auf diesen Hügeln selbst sehr häufig antrifft ».

([2]) Conti A., *Il Monte Mario ed i suoi fossili subappennini*, 1ª ed., 1864, 2ª ed., 1871.

([3]) Zuccari A., *Catalogo dei fossili dei dintorni di Roma*, Roma, tip. Salviucci 1882.

([4]) Ponzi G. e Meli R., *Molluschi fossili del Monte Mario presso Roma*, Mem. R. Acc. dei Lincei, cl. di sc. fis. mat. e nat., serie IV, vol. III, Roma 1887.

([5]) Vedi specialmente, *Les terrains tertiaires supérieurs du bassin de la Méditerranée*, Liége 1891-93, pag. 371 e seg.

assolutamente diversa (¹) da quella del M. Mario e, per distinguerla, proposi di chiamarla *formazione salmastra* (²) il quale aggettivo meglio conviene alle località interne, in cui abbondano anche le *Melanopsis*. Nel mentre che questa formazione cede il posto alla continentale d'acqua dolce si affermano le rocce tufacee. D'allora in poi su gran parte del suolo romano è un'alternativa di tufi e di sedimenti più o meno tranquilli d'acqua dolce, ma ciò non implica che tutti questi tufi si siano deposti allo stesso modo e tutti in seno all'acqua.

« Quando fra la formazione marina o salmastra e la tufacea manca quella d'acqua dolce, vedesi assai spesso che quella era già emersa: è ovvio però che vi debbano essere località in cui i primi rigetti caddero e furono trasportati in un fondo soggetto al mare, ma prossimo ad essergli tolto.

« E siccome anche sul finire della serie compariscono banchi tufacei assai potenti e ben delineati attorno ai vari centri vulcanici e che non possono essere tutti attribuiti al rimaneggiamento di materiali già precedentemente deposti e sistemati, così se ne deduce che i vulcani Sabatino e Laziale devono essersi estinti in epoca recentissima.

« La posizione dei tufi (³) in genere è dunque stabilita nella serie cronologica (⁴). Quanto ai tufi della via Flaminia, chi riassume i fatti esposti nelle mie precedenti Note dovrà concludere che le diverse qualità di tufi sono alternativamente comprese fra sedimenti fossiliferi, alcuni straordinaria-

(¹) Nei cataloghi di Conti e di Zuccari figurano anche alcune specie della formazione salmastra, senza indicazione precisa della località, nè del livello a cui furono raccolte, dal che, chi non ne fosse prevenuto, potrebbe incorrere in errore credendo che tali specie provengano dal giacimento classico. Nel catalogo di Ponzi e Meli è fatta distinzione delle località e si vedrà esser vero quanto ora ho detto, p. e. a proposito del *C. edule* (var. *Lamarcki*) specie non conosciuta per il giacimento classico ma abbondantissima nella successiva formazione.

(²) Clerici E., *La formazione salmastra nei dintorni di Roma*, Rend. della R. Acc. dei Lincei, 1893, vol. II, 1° semestre, fasc. 3°.

(³) Per molto tempo nello studio delle formazioni tufacee si è tenuto conto soltanto della diversità litologica lasciando da parte la cronologia delle varie specie. Dallo studio di dettaglio è risultato che certi tufi e pozzolane in tipi ben marcati occupano una posizione reciproca ben determinata e costante, che permette di orizzontarsi quando non si ha presente o non si è percorsa l'intera serie. Però pochi sono finora i punti in cui si possono direttamente constatare con sicurezza i rapporti fra i prodotti Laziali ed i prodotti Sabatini. Una constatazione importante (in parte già preveduta da Frère Indes) è che il tufo a pomici nere è posteriore a quello litoide laziale (differente da quello pure litoide giallo della via Flaminia).

(⁴) Ora di nuovo si torna a discutere se convenga mantenere il nome di *quaternario* ed a proporre d'incorporare i terreni quaternari romani al pliocene, come se la chiave per risolvere tanti problemi consistesse nell'uso di una parola piuttosto che di un'altra, come se i terreni quaternari anche chiamati pliocene o plioc. sup. o parte sup. del plioc. sup. o con qualunque altra, cessassero di essere posteriori a quelli che generalmente vengono

mente ricchi, ai quali sarebbe assurdo non attribuire origine continentale. Le stesse specie di fossili continentali si trovano nei varî sedimenti e quel che più importa anche nei tufi peperinico, palustre (valle del Vescovo) e litoide giallo. Alcuni di essi, i molluschi d'acqua dolce, vissero nelle acque in cui avvenne od irruppe la miscela che poi formò i detti tufi. Altri esseri furono sepolti dalla pioggia dei detriti eruttati: alberi ed arbusti in *piena vita*, vestiti di foglie come il *Buxus sempervirens*, di foglie e di fiori sul punto di sbocciare come il *Laurus nobilis*, tralci di *Vitis vinifera* ancora senza foglie ma con evidenti tilli nelle radici, rizomi di *Pteris aquilina*, furono sepolti o più spesso investiti dalla miscela, strappati, divelti e trascinati altrove; altri corpi già fossili sono stati spazzati dal suolo di allora, o scalzati, eventualmente con parte della roccia che già li conteneva, conglobati, trascinati e rimescolati, insieme ai ciottoli d'ogni specie, dagli agenti meteorici, dai corsi d'acqua, e dalla miscela stessa. Concludo che questi tufi sono continentali, cioè non marini, e subaeree le bocche eruttive da cui derivano. E credo che in appoggio di ciò possano anche citarsi le pallottole pisolitiche di certi tufi, pallottole che Poulett Scrope vide formarsi durante l'eruzione Vesuviana del 1822 per effetto della pioggia a grosse goccie sulle ceneri e detriti eruttati, pallottole che Lyell ed altri trovarono tanto abbondanti in due strati tufacei intercalati nelle ceneri, pomici, scorie, lapilli, tutte materie nettamente stratificate (senza il concorso di una distesa acquea) che nell'anno 79 seppellirono Pompei.

« Circa l'intimo modo di formazione dei tufi, mi riferisco a quanto ho genericamente esposto in sul principio della Nota precedente.

« Se non mi è possibile per ora dire di più, oltre l'origine continentale e l'età quaternaria, parrebbe che più facile dovesse essere il dire da quale sistema eruttivo i materiali dei tufi provengano. Questa ricerca è però in gran parte connessa coll'altra: posso per ora ritenere che, siccome il tufo giallo ed il tufo a pomici nere non si rinvengono intorno al sistema Laziale, e circondano invece tutto il sistema Sabatino, i detti tufi debbano la loro origine ai vulcani che sono al nord. Quando questo sistema sarà più dettagliatamente studiato, un altro passo si potrà fare nella storia dei tufi della via Flaminia, ma per essi resterà capo saldo inamovibile l'origine continentale ».

P. B.

---

ascritti al pliocene, come se la continuità dovesse essere sospesa per nostro comodo nel passare da un'epoca all'altra. E credo di aver ragione di maravigliarmi quando si vuol sostenere (Portis, op. cit.) che con un cambiamento di nome si possano ritrarre tanti pretesi vantaggi.

INDICE DEL VOLUME III, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1894 — 1° Semestre.

INDICE PER AUTORI

A

B

C

D

E

F

G

O

P

R

S

T

V

Z

INDICE PER MATERIE

E

F

G

M

ERRATA CORRIGE

A pag. 367 formole (1) invece di $\frac{dx}{dz}$ legg. $\frac{dy}{ds}$

" 370 ult. lin. " $\mathfrak{M} \mathfrak{S} \mathfrak{G}$ " $\mathfrak{M}_2 \mathfrak{S} \mathfrak{G}_2$

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

2° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 1 luglio 1894.

Matematica. — *Sopra alcune trasformazioni delle equazioni della dinamica del punto.* Nota del dott. MICHELE LEONCINI, presentata dal Socio BIANCHI.

« Le trasformazioni delle equazioni della dinamica studiate da Appell (1), e dal Dautheville (2) nel caso di un punto mobile su di una superficie, non richiedono nessuna condizione per le forze agenti, oltre quella di dipendere solamente dalle coordinate del mobile.

« Sotto qualche altra ipotesi, di natura molto generale, sulle dette forze, esistono altre trasformazioni che qui mi propongo di considerare.

« Limitandomi al moto di un punto su di una superficie esamino due casi:

1° Quello in cui le forze ammettono un potenziale;

2° Quello in cui esse sono centrali.

« 1. Consideriamo prima il caso particolare di un punto che si muove in un piano, e siano

$$\frac{d^2x}{dt^2} = X \quad \frac{d^2y}{dt^2} = Y \tag{1}$$

(1) American Journal of Mat. Vol. XII, N. 1, Crell' Jour. 1892.

(2) Ann. de l'Éc. norm. sup. T. VII, N. 12, 1890.

le equazioni corrispondenti, con XY funzioni di xy soltanto. Esse, quando vi si operi la trasformazione:

$$x_1 = \varphi(xy) \quad Y_1 = \psi(xy) \quad dt_1 = \lambda(xy)\,dt \tag{2}$$

diventano:

$$\frac{d^2x_1}{dt_1^2} = X_1 \quad \frac{d^2y_1}{dt_1^2} = Y_1 \tag{3}$$

dove

$$X_1 = \frac{1}{\lambda}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\right]\frac{dx}{dt}\frac{dy}{dt} + \tag{4}$$

$$\frac{1}{\lambda}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{\lambda^2}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}X + \frac{\partial\varphi}{\partial y}Y\right]$$

e l'espressione corrispondente per Y_1 si ottiene mutando φ in ψ.

« Volendo che le $X_1\,Y_1$ risultino, qualunque siano le X Y, funzioni delle sole xy, bisogna nelle (4) annullare i coefficienti di $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \ldots$, e questo porta, come ha mostrato Appell, ad una trasformazione omografica.

« Se però ci limitiamo a considerare forze XY a potenziale U, le (1) ammetteranno l'integrale primo:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = 2U$$

(la costante arb. inclusa in U) in forza del quale le (4) si potranno scrivere:

$$X_1 = \frac{1}{\lambda^2}\left\{\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial U}{\partial y}\right\} + \frac{2}{\lambda}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)U +$$

$$\frac{1}{\lambda}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\right\}\frac{dx}{dt}\frac{dy}{dt} + \frac{1}{\lambda}\left\{\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\right\}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

e l'analoga per Y_1. Di qui si vede, che $X_1\,Y_1$ verranno a dipendere solo dalle $x_1 y_1$ quando si prendano $\varphi\,\psi\,\lambda$ in modo che venga:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) = 0$$

e le analoghe per ψ.

« Segue da queste, che si può scrivere:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \lambda u \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \lambda v \quad \frac{\partial\psi}{\partial x} = \lambda u_1 \quad \frac{\partial\psi}{\partial y} = \lambda v_1,$$

se con $u + iv$ $u_1 + iv_1$ si indicano due funzioni monogene della variabile complessa $x + iy$.

« Eliminando φ e ψ si hanno due relazioni in $\frac{\partial\lambda}{\partial x}\frac{\partial\lambda}{\partial y}$, che risolute danno:

$$\frac{1}{2\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x} = \frac{u\frac{\partial v_1}{\partial x} - u_1\frac{\partial v}{\partial x}}{vu_1 - v_1 u} \qquad \frac{1}{2\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial y} = \frac{v_1\frac{\partial u}{\partial y} - v\frac{\partial u_1}{\partial y}}{v u_1 - v_1 u}.$$

« Se in queste facciamo $u_1 = v \quad v_1 = -u$, i secondi membri diventano integrabili, e si ha a meno di un fattore costante:

$$\lambda = \frac{1}{u^2 + v^2} \tag{5}$$

e quindi

$$x_1 = \varphi(xy) = \int \frac{udx + vdy}{u^2 + v^2} \qquad y_1 = \psi(xy) = \int \frac{vdx - udy}{u^2 + v^2} \tag{6}$$

Se 5) 6) ci danno una trasformazione dipendente da una funzione arbitraria. Si verifica facilmente che anche le forze $X_1 Y_1$ ammettono un potenziale U_1 cioè si ha:

$$X_1 = \frac{\partial U_1}{\partial x_1} \quad Y_1 = \frac{\partial U_1}{\partial y_1} \quad U_1 = (x^2 + y^2) U.$$

« 2. Passiamo ora al moto su di una superficie qualunque S. Scelto su di essa un sistema di linee coordinate u, v, sia

$$ds^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2. \tag{1}$$

il quadrato del suo elemento lineare. L'equazioni del moto di un punto su S si possono scrivere:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2u}{dt^2} + \left\{ {11 \atop 1} \right\} \left(\frac{du}{dt}\right)^2 + 2 \left\{ {12 \atop 1} \right\} \frac{du}{dt}\frac{dv}{dt} + \left\{ {22 \atop 1} \right\} \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = R_1 \\ \frac{d^2v}{dt^2} + \left\{ {11 \atop 2} \right\} \left(\frac{du}{dt}\right)^2 + 2 \left\{ {12 \atop 2} \right\} \frac{du}{dt}\frac{dv}{dt} + \left\{ {22 \atop 2} \right\} \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = R_2 \end{aligned}\right. \tag{2}$$

dove $\left\{ {rs \atop t} \right\}$ rappresentano i noti simboli di Christoffel calcolati con E F G, ed

$$R_1 = \frac{GQ_1 - FQ_2}{EG - F^2} \qquad R_2 = \frac{-FQ_1 + EQ_2}{EG - F^2} \tag{3}$$

se $Q_1\,Q_2$ sono le componenti secondo $u\,v$ delle forze agenti nel punto.

« Si voglia ora far corrispondere ad ogni moto del punto di S un moto di un punto su di un'altra superficie S_1. Prese su S_1 le linee corrispondenti alle $u\,v$ di S, e che chiameremo anche $u\,v$, sia (4) $ds_1^2 = E_1\,du^2 + 2F_1\,du\,dv + G_1\,dv^2$ la forma dell'elemento lineare di S_1.

« Mediante la trasformazione $dt_1 = \lambda(uv)\,dt$ (A) le (2) si cambiano nelle altre:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2u}{dt_1^2} + \left(\left\{ {11 \atop 1} \right\} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial u}\right)\left(\frac{du}{dt_1}\right)^2 + 2\left(\left\{ {12 \atop 1} \right\} + \frac{1}{2\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial u}\right)\frac{du}{dt_1}\frac{dv}{dt_1} + \left\{ {22 \atop 1} \right\}\left(\frac{dv}{dt_1}\right)^2 = \frac{R_1}{\lambda^2} \\ \frac{d^2v}{dt_1^2} + \left\{ {11 \atop 2} \right\}\left(\frac{du}{dt_1}\right)^2 + 2\left(\left\{ {12 \atop 2} \right\} + \frac{1}{2\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial v}\right)\frac{du}{dt_1}\frac{dv}{dt_1} + \left(\left\{ {22 \atop 2} \right\} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial v}\right)\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = \frac{R_2}{\lambda^2} \end{aligned}\right.$$

« Interpretiamo queste equazioni come quelle del moto del punto di S_1, e t_1 come rappresentante il tempo. Se si indicano con $\left\{ {rs \atop i} \right\}_1$ i simboli di

Christoffel relativi alla forma (4) e con $T_1\, T_2$ le quantità analoghe ad $R_1\, R_2$ avremo:

$$T_1 = \frac{R_1}{\lambda^2} + \left(\left\{ {11 \atop 1} \right\}_1 - \left\{ {11 \atop 1} \right\} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial u} \right) \left(\frac{du}{dt_1} \right)^2 + 2 \left(\left\{ {12 \atop 1} \right\}_1 - \left\{ {12 \atop 1} \right\} - \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial v} \right) \frac{du}{dt_1} \frac{dv}{dt_1}$$
$$+ \left(\left\{ {22 \atop 1} \right\}_1 - \left\{ {22 \atop 1} \right\} \right) \left(\frac{dv}{dt_1} \right)^2$$

$$T_2 = \frac{R_2}{\lambda^2} + \left(\left\{ {11 \atop 2} \right\}_1 - \left\{ {11 \atop 2} \right\} \right) \left(\frac{du}{dt_1} \right)^2 + 2 \left(\left\{ {12 \atop 2} \right\}_1 - \left\{ {12 \atop 2} \right\} - \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial u} \right) \frac{du}{dt_1} \frac{dv}{dt_1}$$
$$+ \left(\left\{ {22 \atop 2} \right\}_1 - \left\{ {22 \atop 2} \right\} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial v} \right) \left(\frac{dv}{dt_1} \right)^2$$

« Se si vuole, che qualunque siano le forze $Q_1\, Q_2$, purchè funzioni delle sole uv, le forze agenti sul punto di S_1, e quindi anche $T_1\, T_2$, non vengano a dipendere dalle derivate $\frac{du}{dt_1} \frac{dv}{dt_1}$, si hanno i risultati ottenuti dal Dautheville.

« Supponiamo che le forze $Q_1\, Q_2$ ammettano un potenziale P, talchè:

$$Q_1 = \frac{\partial P}{\partial u} \qquad Q_2 = \frac{\partial P}{\partial v}$$

Le equazioni (2) allora ammetteranno l'integrale della forza viva:

$$E \left(\frac{du}{dt} \right)^2 + 2F \frac{du}{dt} \frac{dv}{dt} + G \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 = 2P$$

(intendendo al solito la costante arbitraria inclusa in P), a cui corrisponderà, nel moto trasformato, l'integrale:

$$\text{(B)} \qquad E \left(\frac{du}{dt_1} \right)^2 + 2F \frac{du}{dt_1} \frac{dv}{dt_1} + G \left(\frac{dv}{dt_1} \right)^2 = \frac{2P}{\lambda^2}.$$

« Se ora vogliamo, che qualunque sia P le $T_1\, T_2$ non vengano a dipendere dalle derivate $\frac{du}{dt_1} \frac{dv}{dt_1}$, sarà necessario e sufficiente, in forza dell'integrale trovato, che si abbiano le relazioni:

$$\left\{ {11 \atop 1} \right\}_1 - \left\{ {11 \atop 1} \right\} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial u} = m\, E, \left\{ {12 \atop 1} \right\}_1 - \left\{ {12 \atop 1} \right\} - \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial v} = m\, F, \left\{ {22 \atop 1} \right\}_1 - \left\{ {22 \atop 1} \right\} = mG$$
$$\left\{ {11 \atop 2} \right\}_1 - \left\{ {11 \atop 2} \right\} = n\, E, \left\{ {12 \atop 2} \right\}_1 - \left\{ {12 \atop 2} \right\} - \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial u} = n\, F, \left\{ {22 \atop 2} \right\}_1 - \left\{ {22 \atop 2} \right\} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial v} = nG$$

con $m\, n$ fattori di proporzionalità qualunque.

« Per integrare queste relazioni procediamo nel modo seguente:

« Le due forme $ds^2\, ds_1^2$, essendo definite positive, si potranno mediante un cangiamento simultaneo di variabili ridurre a mancare dei termini in $du\, dv$.

« Supposto che ciò sia stato già fatto, le equazioni precedenti si scrivono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2E_1} \frac{\partial E_1}{\partial u} - \frac{1}{2E} \frac{\partial E}{\partial u} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial u} = mE, \frac{1}{E_1} \frac{\partial E_1}{\partial v} - \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial v} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial v} = 0, - \frac{1}{2E_1} \frac{\partial G_1}{\partial u} + \frac{1}{2E} \frac{\partial G}{\partial u} = mG \\ - \frac{1}{2G_1} \frac{\partial E_1}{\partial v} + \frac{1}{2G} \frac{\partial E}{\partial v} = nE, \frac{1}{G_1} \frac{\partial G_1}{\partial u} - \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial u} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial u} = 0, \frac{1}{2G_1} \frac{\partial G_1}{\partial v} - \frac{1}{2G} \frac{\partial G}{\partial v} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial u} = nG \end{array} \right.$$

La seconda e la quarta si integrano immediatamente, e danno:

(C) $$E_1 = E\lambda U \qquad G_1 = G\lambda V$$

dove UV indicano due funzioni arbitrarie della sola u e v rispettivamente.

« Eliminando le indeterminate $m\,n$ fra le altre quattro equazioni, si hanno le due:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{E_1}\dfrac{\partial E_1}{\partial u} - \dfrac{1}{E}\dfrac{\partial E}{\partial u} - \dfrac{2}{\lambda}\dfrac{\partial \lambda}{\partial u} - \dfrac{1}{G}\dfrac{\partial G}{\partial u} + \dfrac{1}{G}\dfrac{E}{E_1}\dfrac{\partial G_1}{\partial u} = 0 \\ \dfrac{1}{G_1}\dfrac{\partial G_1}{\partial v} - \dfrac{1}{G}\dfrac{\partial G}{\partial v} - \dfrac{2}{\lambda}\dfrac{\partial \lambda}{\partial v} - \dfrac{1}{E}\dfrac{\partial E}{\partial v} + \dfrac{1}{E}\dfrac{G}{G_1}\dfrac{\partial E_1}{\partial v} = 0 \end{cases}$$

le quali, in forza delle precedenti (C) si possono scrivere:

$$\frac{1}{\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial u} + \frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial u} + \frac{U'}{V-U} = 0 \quad \frac{1}{\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial v} + \frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial v} - \frac{V'}{V-U} = 0$$

« Derivando la prima di queste equazioni rispetto a v, la seconda rispetto ad u, e sottraendo si ha:

$$\frac{\partial^2}{\partial u\, \partial v}\log\frac{G}{E} = 0\,,$$

da cui si ricava, che *le linee $u\,v$ formano un sistema isotermo sulla superficie* S. Indicando allora con $U_1\,V_1$ due nuove funzioni qualunque, la prima della sola u, la seconda della sola v, e con μ una funzione qualunque di $u\,v$, potremo porre $E = \mu\, U_1$, $G = \mu\, V_1$, per cui la (1) diviene

(1a) $$ds^2 = \mu\,(U_1\, du^2 + V_1\, dv^2)\,.$$

« Dopo questa posizione, le due equazioni precedenti si integrano immediatamente e danno:

$$\lambda = \frac{V-U}{\mu} \tag{5}$$

Sostituendo questi valori di $E\,G\,\lambda$ nelle espressioni di $E_1\,G_1$, la (4) assumerà la forma

(4a) $$ds_1{}^2 = (V-U)\,(U_1\,U\, du^2 + V_1\,V\, dv^2)\,;$$

cioè « l'elemento lineare della superficie S_2 assumerà la forma di Liouville ». Viceversa è chiaro, che quando gli elementi lineari di S ed S_1 hanno rispettivamente le forme (1a) e (4a) e λ ha la forma data dalla (5), la trasformazione (A) gode della proprietà richiesta.

« Dunque possiamo dire: Se ad ogni movimento su S di un punto soggetto a forze che ammettono un potenziale vogliamo far corrispondere un movimento su S_1 di un punto sotto l'azione di forze dipendenti solo dalla sua posizione, è necessario e sufficiente, che dei due sistemi ortogonali di linee che si corrispondono sulle due superficie, quello della S sia isotermo, quello della S_1 abbia la forma di Liouville, e precisamente siano nella relazione di (1a) e (4a).

« Nel caso particolare che sia $\mu = U_2 - V_2$ e $U = \frac{1}{U_2}$ $V = \frac{1}{V_2}$, le due forme diventano

$$ds^2 = (U_2 - V_2)(U\,du^2 + V\,dv^2) \quad ds_1{}^2 = \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{U_2}\right)\left(\frac{U_1\,du^2}{U_2} + \frac{V_1\,dv^2}{V_2}\right)$$

e le due superficie $S\,S_1$ sono riferite geodeticamente l'una all'altra. Allora è noto (Dautheville), che ad ogni movimento su S sotto l'azione di forze qualunque dipendenti da $u\,v$ soltanto, corrisponde, su S_1 un movimento della medesima natura. Se con K_1 K_2 indichiamo le componenti secondo $u\,v$ della forza agente sul punto mobile di S_1. avremo

$$K_1 = E_1\,T_1 + F_1\,T_2 \;.\; K_2 = F_1\,T_1 + G_1\,T_2\,.$$

« Sostituendo i valori trovati di $E_1\,G_1$ $(F_1 = 0)$ e calcolando $T_1\,T_2$, servendosi della relazione (B) si trova dopo qualche riduzione:

$$K_1 = \frac{\partial}{\partial u}\left(P\mu\frac{U}{V-U}\right) \qquad K_2 = \frac{\partial}{\partial v}\left(P\mu\frac{V}{V-U}\right).$$

« Volendo che anche le forze $K_1\,K_2$ ammettano un potenziale, sarà necessario e sufficiente che $P\mu$ sia della forma $U_3 - V_3$ con U_3 funzione dalla sola u, V_2 della sola v, cioè il potenziale delle forze $Q_1\,Q_2$ sia della forma:

$$P = \frac{U_3 - V_3}{\mu},$$

ed allora il potenziale delle forze $K_1\,K_2$ sarà

$$P_1 = \frac{U_3\,U - V_3\,V}{V - U}\,.$$

« 3. Facciamo ora la seconda delle ipotesi enunciate, cioè passiamo al caso in cui le forze X Y agenti sul punto mobile siano centrali. Riprendiamo le formole (1) (2) (3) (4) del *n.* 1 del moto di un punto in un piano. Nella detta ipotesi, le equazioni (1) ammetteranno l'integrale delle aree:

$$y\frac{dx}{dt} - x\frac{dy}{dt} = \alpha = \text{cost.}$$

e quindi fra le quantità $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2, \frac{dx}{dt}\frac{dy}{dt}, \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$ passerà la relazione:

$$y^2\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - 2xy\frac{dx}{dt}\frac{dy}{dt} + x^2\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \alpha^2\,.$$

« Allora è chiaro, che, affinchè le quantità $X_1\,Y_1$ vengano a dipendere solamente da $x_1\,y_1$, sarà necessario e sufficiente scegliere $\varphi\,\psi\,\lambda$ in modo che sia:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) : \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) : \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) = y^2 : -2\,x\,y : x^2$$

e le analoghe per ψ.

« Una di queste equazioni si può scrivere

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{y^2}\frac{1}{\lambda}\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{x^2}\frac{1}{\lambda}\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)$$

da cui $\frac{1}{\lambda}\frac{\partial \varphi}{\partial x}=y^2\frac{\partial z}{\partial y}\frac{1}{\lambda}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}=x^2\frac{\partial z}{\partial x}$, dove z indica una funzione qualunque di xy.

« Sostituendo questi valori nell'altra equazione, si ha per z la relazione:

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}+2x\frac{\partial z}{\partial x}+2y\frac{\partial z}{\partial y}=0$$

che si integra facilmente col metodo delle caratteristiche (1).

« Il suo integrale generale è: $z=\frac{1}{x}f\left(\frac{y}{x}\right)+f_1\left(\frac{y}{x}\right)$ con $f\,f_1$ funzioni arbitrarie.

« Sostituendo questo valore di z nelle espressioni di $\frac{\partial \varphi}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ si ha

$$(1)\qquad \begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial x}=\lambda\left\{\left(\frac{y}{x}\right)^2 f'\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{y^2}{x}f_1'\left(\frac{y}{x}\right)\right\} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y}=-\lambda\left\{f\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{y}{x}f'\left(\frac{y}{x}\right)+yf_1'\left(\frac{y}{x}\right)\right\} \end{cases}$$

« Facciamo un cangiamento provvisorio di variabili, ponendo:

$$x=\xi \qquad y=\xi\eta;$$

ne viene:

$$(2)\qquad \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}=-\lambda\eta f(\eta) \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}=-\lambda\xi\left\{f(\eta)+\eta f'(\eta)+\eta\xi f_1'(\eta)\right\}$$

da cui eliminando φ per mezzo della relazione: $\frac{\partial}{\partial \eta}\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}=\frac{\partial}{\partial \xi}\frac{\partial \varphi}{\partial \eta}$, si ha:

$$a)\qquad \frac{1}{2\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial \xi}\xi\left\{f+\eta f'+\xi\eta f_1'\right\}-\frac{1}{2\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial \eta}\eta f=-\xi\eta f_1'$$

« Formole perfettamente analoghe si hanno per ψ. Indicando con $p\,p_1$ due funzioni arbitrarie di $\frac{y}{x}$, si può scrivere:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}=\lambda\left\{\left(\frac{y}{x}\right)^2 p'\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{y^2}{x}p'_1\left(\frac{y}{x}\right)\right\}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}=-\lambda\left\{p\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{y}{x}p'\left(\frac{y}{x}\right)+yp'_1\left(\frac{y}{x}\right)\right\}$$

(1) Darboux, *Leçons* ecc. t. III, p. 264.

e nelle variabili $\xi\eta$ si ha la condizione di integrabilità:

$$(b) \qquad \frac{1}{2\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial\xi}\xi\left\{p+\eta p'+\xi\eta p'_1\right\}-\frac{1}{2\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial\eta}\eta p=-\xi\eta p'_1$$

Dalla *a*) *b*) si ricava

$$\frac{\partial\log\sqrt{\lambda}}{\partial\xi}=-\frac{pf_1'-fp'_1}{pf-fp'+\xi(pf_1'-fp'_1)}$$

ed integrando

$$\sqrt{\lambda}=\frac{F(\eta)}{pf'-fp'+\xi(pf_1'-fp_1')}$$

con F funzione incognita.

« Ricavendo da questa espressione il valore di $\frac{1}{2\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial\eta}$ e sostituendolo in (a) e (b) si ha la relazione:

$$\frac{F'(\eta)}{F(\eta)}\left\{pf'-fp'+\xi(pf_1'-fp_1')\right\}\eta-\left\{pf''-fp''+\xi(pf_1'-fp_1')'\right\}\eta=$$
$$=\xi(fp'_1-pf'_1)+\eta\xi(f'p_1'-p'f_1'),$$

la quale è di 1° grado in ξ e si scinde nelle altre:

$$\frac{F'}{F}(pf'-fp')=pf''-fp'', \text{ che dà } F(\eta)=a(pf'-p'f)$$

con a fattore costante e

$$\frac{pf''-fp''}{pf'-fp'}-\frac{pf_1''-fp_1''}{pf_1'-fp_1'}+\frac{1}{\eta}=0.$$

A questa relazione devono soddisfare le 4 funzioni $f\, f_1\, p\, p_1$ di η.

« Se in essa facciamo $p_1'=f_1'$, diviene immediatamente integrabile, e dà:

$$p_1'=f_1'=b\eta(pf'-fp') \text{ con } b \text{ fattore costante.}$$

Fatto questo, si ha subito il valore di λ

$$\lambda=\frac{a^2}{\{1+b\xi\eta(p-f)\}^2}=\frac{a^2}{\{1+by(p-f)\}^2} \tag{3}$$

Allora le (2) diventano integrabili, e danno dopo qualche riduzione;

$$\varphi=\frac{1}{b(p-f)}\left\{\frac{a^2f}{1+by(p-f)}-p\right\} \tag{4}$$

Analogamente

$$\psi=\frac{1}{b(p-f)}\left\{\frac{a^2p}{1+by(p-f)}-f\right\} \tag{5}$$

« Le formole (3) (4) (5) danno una trasformazione, che gode delle proprietà richieste, e che dipende da due funzioni arbitrarie.

« Troviamo ora le componenti $X_1\, Y_1$ della forza agente sul punto nel moto trasformato. Le forze XY sone centrali; supposto il centro nella origine delle coordinate, possiamo porre

$$X=Fx \qquad Y=Fy,$$

e si avrà tenendo conto delle formole trovate

$$X_1 = \frac{1}{a^2}\{1+by(p-f)\}^2\left\{a^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{y}{x}\right)+b\,\frac{y}{x^2}(pf'-p'f)\right)-Fyf\left(\frac{y}{x}\right)\right\}$$

$$Y_1 = \frac{1}{a^2}\{1+by(p-f)\}^2\left\{a^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{x^2}p'\left(\frac{y}{x}\right)+b\,\frac{y}{x^2}(pf'-p'f)\right)-Fyp\left(\frac{y}{x}\right)\right\}$$

« Si potrebbe ancora vedere in qual caso anche queste forze saranno centrali ».

Matematica. — *Sulla superficie del 5° ordine con 5 punti tripli ed una cubica doppia.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio Cremona.

« In questa 3ª Nota sulla superficie del 5° ordine con 5 punti tripli ed una cubica doppia, io mi propongo di aggiungere, a quelle già sviluppate in due Note precedenti (1), altre proprietà. Queste riguardano la costruzione della superficie, in cinque diversi modi, col mezzo di forme proiettive; la formazione di cinque connessi punto-piano (1, 2) di ciascuno dei quali si presenta come superficie fondamentale; la formazione, in due modi diversi, dell'equazione della superficie, e la ricerca degli invarianti assoluti proiettivi. In ultimo indico la costruzione delle omografie che cangiano l'una nell'altra due superficie siffatte, quando è soddisfatta l'uguaglianza fra detti invarianti.

« Siccome, per non fare inutili ripetizioni, mi occorre spesso di citare formule, e risultati, già stabiliti nelle suddette Note, indicherò queste rispettivamente con N I, N II.

§ I.

« 1. I cinque connessi punto-piano (1, 2) a cui ho fatto cenno al principio del § VI (n. 16) della N II, e di ciascuno dei quali la superficie può essere riguardata come fondamentale, si ottengono nel modo seguente, dal quale abbiamo anche altri modi di costruzione della superficie per forme proiettive.

« Fissiamo una qualunque delle 5 distinte reti di quadriche, di cui si è discorso al n. 13, N II, e sia, p. es., la $\lambda f^{(i)}+\mu\varphi^{(i)}+\nu\psi=0$ ivi considerata. Le quadriche polari delle rette m di A_i rispetto al fascio $\lambda f^{(i)}+\mu\varphi^{(i)}=0$ formano una rete particolare, la cui base si compone della polare b_i rispetto a questo fascio, e dei 4 punti A_k, A_l, A_m, A_n. Le quadriche di questa rete, e le rette m, sono fra loro riferite proiettivamente, ed i punti M, M', fuori

(1) Cfr. questi Rend. vol. II, 2° sem., serie 5ª, fasc. 4 e 5.

di A_i, nei quali m incontra ulteriormente la superficie, sono tali che i loro piani polari rispetto a $\psi = 0$ sono tangenti alla quadrica corrispondente della m. Cosicchè, mutando, per polarità rispetto a $\psi = 0$, la rete ora considerata, quella quadrica si muterà in un'altra della rete tangenziale ottenuta dalla trasformazione, la quale avrà comuni con m precisamente i punti M, M'. Fra m e questa quadrica vi sarà frattanto corrispondenza proiettiva, e noi quindi possiamo enunciare il risultato seguente, il quale, come dicevamo, fornisce nuovi modi di costruzione della superficie, cioè:

« Vi sono 5 modi diversi di produrre la superficie come luogo delle intersezioni delle rette di una stella, col centro in un punto triplo, e le quadriche di una rete tangenziale la cui base è formata dalle facce del tetraedro dei rimanenti punti tripli, e della retta b della superficie.

« Fra le quadriche di questa rete vi sono le 4 coppie di punti costituite da un vertice del tetraedro dei piani a cui esse sono tangenti, e dal punto in cui b taglia la faccia opposta. Fra le rette della stella proiettiva, vi sono poi le 4 rette che proiettano i vertici di quel tetraedro, e che corrispondono ordinatamente a quelle quadriche. Siccome una corrispondenza proiettiva fra due forme di 2ª specie, è individuata dal dare 4 coppie di elementi corrispondenti, così si ricava di nuovo i 5 punti tripli e la retta b individuano la superficie (cfr. N I, n. 5).

« 2. Formiamo le equazioni delle 5 corrispondenze proiettive suddette; e, per semplicità, riferiamoci alle (2) e (3) della N I. I punti di una retta per ξ_i saranno dati, quando s'indichino con $\tau_1:\tau_2:\tau_3$ due parametri variabili con la retta, e con σ un parametro variabile con un punto di questa, dalle formule:

$$z_1 = \sigma\xi_1 + \tau_1\,,\quad z_2 = \sigma\xi_2 + \tau_2\,,\quad z_3 = \sigma\xi_3 + \tau_3\,,\quad z_4 = \sigma\xi_4 \tag{1}$$

perciò, il piano polare di ognuno di questi punti, rispetto alla (2) cit., avrà per equazione

$$\lambda\,(\sigma f_{\xi x} + f_{\tau x}) + \mu\,(\sigma\varphi_{\xi x} + \varphi_{\tau x}) = 0\,,$$

avendo posto:

$$g_{\xi x} = \sum_1^4 g_i\,\xi_i\,x_i\,,\quad g_{\tau x} = \sum_1^3 g_i\,\tau_i\,x_i\quad (g \equiv f, \varphi).$$

« Cosicchè dovrà essere, indipendentemente da σ:

$$\sigma f_{\xi x} + f_{\tau x} = 0\,,\quad \sigma\varphi_{\xi x} + \varphi_{\tau x} = 0\,,$$

e ciò richiede che si abbia:

$$f_{\xi x}\,\varphi_{\tau x} - f_{\tau x}\,\varphi_{\xi x} = 0. \tag{2}$$

« Se si osserva che

$$f_1x_1\cdot\varphi_{\xi x} - \varphi_1x_1\cdot f_{\xi x} = (f\varphi)_{12}\cdot\xi_2x_1x_2 + (f\varphi)_{13}\cdot\xi_3x_1x_3 + (f\varphi)_{14}\cdot\xi_4x_1x_4$$
$$f_2x_2\cdot\varphi_{\xi x} - \varphi_2x_2\cdot f_{\xi x} = (f\varphi)_{21}\cdot\xi_1x_1x_2 + (f\varphi)_{23}\cdot\xi_3x_2x_3 + (f\varphi)_{24}\cdot\xi_4x_2x_4$$
$$f_3x_3\cdot\varphi_{\xi x} - \varphi_3x_3\cdot f_{\xi x} = (f\varphi)_{31}\cdot\xi_1x_1x_3 + (f\varphi)_{32}\cdot\xi_2x_2x_3 + (f\varphi)_{34}\cdot\xi_4x_3x_4$$

e si pone $(f\varphi)_{ik} = A_{ik}$ $(ik = 12, \ldots, 34)$ potremo scrivere la (2) nella forma

$$\begin{aligned} &\tau_1 \{ A_{12}\xi_2 . x_1 x_2 - A_{31}\xi_3 . x_1 x_3 + A_{14}\xi_4 . x_1 x_4 \} \\ + &\tau_2 \{ -A_{12}\xi_1 . x_1 x_2 + A_{23}\xi_3 . x_2 x_3 + A_{24}\xi_4 . x_2 x_4 \} \\ + &\tau_3 \{ A_{31}\xi_1 . x_1 x_3 - A_{23}\xi_2 . x_2 x_3 + A_{34}\xi_4 . x_3 x_4 \} = 0 \end{aligned} \qquad (2')$$

da cui segue che, mutando per polarità rispetto alla (3) cit., conformemente a quanto si è detto nel n. precedente, e ponendo:

$$\begin{aligned} &\chi_1 \{ A_{12}\xi'_2 . u_1 u_2 - A_{31}\xi'_3 . u_1 u_3 + A_{14}\xi'_4 . u_1 u_4 \} = \Phi_1 \\ &\chi_2 \{ -A_{12}\xi'_1 . u_1 u_2 + A_{23}\xi'_3 . u_2 u_3 + A_{24}\xi'_4 . u_3 u_4 \} = \Phi_2 \quad (\xi'_i = \chi_i \xi_i,\ i = 1, \ldots, 4) \\ &\chi_3 \{ A_{31}\xi'_1 . u_1 u_3 - A_{23}\xi'_2 . u_2 u_3 + A_{34}\xi'_4 . u_3 u_4 \} = \Phi_3 \end{aligned}$$

si avrà l'equazione:

$$\tau_1 \Phi_1 + \tau_2 \Phi_2 + \tau_3 \Phi_3 = 0 \qquad (3)$$

della rete tangenziale di quadriche che, insieme alla stella di rette (1), e corrispondentemente ai medesimi sistemi di valori dei parametri $\tau_1 : \tau_2 : \tau_3$, produce la superficie.

« 3. Poniamo ora:

$$\tau_1 \chi'_{12} A_{12} \xi_2 - \tau_2 \chi'_{12} A_{12} \xi_1 = B_{12}, \quad -\tau_1 \chi'_{31} A_{31} \xi_3 + \tau_3 \chi'_{31} A_{31} \xi_1 = B_{31},$$
$$\tau_2 \chi'_{23} A_{23} \xi_3 - \tau_3 \chi'_{23} A_{23} \xi_2 = B_{23}$$
$$(\tau_1 \chi'_{14} A_{14},\ \tau_2 \chi'_{24} A_{24},\ \tau_3 \chi'_{34} A_{34}) \xi_4 = B_{14}, B_{24}, B_{34} \ (\chi'_{ik} = \chi_i \chi_k;\ ik = 12, \ldots, 34)$$

avremo la (3) nella forma:

$$B_{12} . u_1 u_2 + B_{23} . u_2 u_3 + B_{31} . u_3 u_1 + B_{14} . u_1 u_4 + B_{24} . u_2 u_4 + B_{34} . u_3 u_4 = 0. \quad (4)$$

« Rimpiazziamo in questa i valori

$$\tau_1 = x_1 \xi_4 - x_4 \xi_1, \quad \tau_2 = x_2 \xi_4 - x_4 \xi_2, \quad \tau_3 = x_3 \xi_4 - x_4 \xi_3 \qquad (\mu)$$

che si cavano dalle (1) dopo di che diciamo B'_{ik} ciò che diventa B_{ik} per tale sostituzione. Avremo l'equazione

$$\Sigma B'_{ik} u_i u_k = 0 \quad (i \neq k;\ i, k = 1, \ldots, 4) \qquad (5)$$

che è quella di un connesso punto-piano (1, 2) di cui la superficie è fondamentale. Noi abbiamo dunque così questo interessante risultato:

« La superficie è fondamentale per 5 diversi connessi punto-piano (1, 2) specializzati, le cui equazioni si possono ridurre tutte al tipo (5).

« Da questo risultato si cava che una forma dell'equazione della superficie è:

$$\begin{vmatrix} 0 & B'_{12} & B'_{31} & B'_{14} & x_1 \\ B'_{12} & 0 & B'_{23} & B'_{24} & x_2 \\ B'_{31} & B'_{23} & 0 & B'_{34} & x_3 \\ B'_{14} & B'_{24} & B'_{34} & 0 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad (6)$$

che può anche essere scritta nella forma

$$\begin{vmatrix} 0 & A_{12}p_{12} & A_{31}p_{31} & A_{14}p_{14} & x_1 \\ A_{12}p_{12} & 0 & A_{23}p_{23} & A_{24}p_{24} & x_2 \\ A_{31}p_{31} & A_{23}p_{23} & 0 & A_{24}p_{24} & x_3 \\ A_{14}p_{14} & A_{24}p_{24} & A_{34}p_{34} & 0 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad (7)$$

dove si è supposto $\chi_i = 1$ $(i = 1, ..., 4)$, il che è lecito (n. 13, N II), si sono indicate con p_{ik} le coordinate della retta che unisce il punto x_i della superficie al punto triplo ξ_i, e dove le costanti A_{ik} soddisfanno alla condizione

$$A_{12}\,A_{34} + A_{23}\,A_{14} + A_{31}\,A_{24} = 0.$$

« 4. È da osservarsi che questa 2ª forma dell'equazione della superficie si può cavare direttamente dalla (2′) scrivendo dapprima tangenzialmente l'equazione del sistema di quadriche da queste rappresentate, poi ponendo al posto delle τ_1, τ_2, τ_3 i valori (μ), con che si cade sull'equazione di un connesso piano retta (2, 3) (¹), e poi facendo le sostituzioni $x_i = u_i$ $(i = 1, ... 4)$, ciò che concorda con quanto dicemmo più in generale nella Nota: « *Altre proprietà* ecc. » (questi Rend, nov. 1892).

§ II.

« 5. Cerchiamo ora gli invarianti assoluti della superficie, rispetto al gruppo lineare. Se dalla retta b proiettiamo i 5 punti tripli $A_1, ..., A_5$, avremo i 5 rapporti anarmonici

$$b\,(A_1\,A_2\,A_3\,A_4), \quad b\,(A_1\,A_2\,A_3\,A_5)\,, ...\,, b\,(A_2\,A_3\,A_4\,A_5)$$

di cui due soltanto sono indipendenti, poichè detti ordinatamente $\lambda_5, \lambda_4, ..., \lambda_1$ si hanno le note relazioni:

$$\lambda_1\,\lambda_2 + \lambda_4 = \lambda_2\,\lambda_3 + \lambda_5 = \lambda_3\,\lambda_4 + \lambda_1 = \lambda_4\,\lambda_5 + \lambda_2 = \lambda_5\,\lambda_1 + \lambda_3 = 1.$$

« Ora, dato il pentagono dei punti tripli, due qualunque di questi rapporti anarmonici non fissano la retta b ma *assicurano* soltanto che questa è fra le corde di una certa cubica φ circoscritta a quel pentagono. Per fissare b occorre dunque dare i suoi punti di appoggio su questa cubica, cioè due altri rapporti anarmonici se la cubica è doppia per la superficie, ed uno soltanto se è cuspidale. Ne concludiamo che la superficie ha 4 o 3 invarianti assoluti secondochè la cubica φ è per essa doppia o cuspidale.

« Possiamo trovare sul piano rappresentativo (cfr. NI, § II) che cosa valgono questi invarianti assoluti. Per i due ultimi rapporti anarmonici sunnominati

(¹) Questo connesso è quello che ci ha condotti alle formule (1) della N I, e quindi anche uno dei 5 di cui è parola ai n.ⁱ 13 e 16 della N II.

si possono prendere quelli che i punti di appoggio della b sulla φ fanno con 3 dei 5 punti tripli. Ora la φ è rappresentata dai punti delle rette e, f e queste, insieme ai lati del pentalatero 12...5 che rappresentano i punti tripli, sono tangenti ad una stessa conica, la Δ. Ne segue che dei rapporti anarmonici sunnominati, due sono quelli, indipendenti, del pentalatero 12...5 e gli altri sono quelli delle rette e, f con 3 dei lati di esso. Si vede così che corrispondentemente alle trasformazioni lineari che mutano il sistema rappresentativo di una superficie S, come quella che stiamo studiando, nel sistema rappresentativo di un'altra tale superficie S′, quando è soddisfatta l'uguaglianza fra il numero ed il valore degli invarianti assoluti, si hanno trasformazioni lineari di S in S′. Cerchiamo ora direttamente queste trastormazioni.

« 6. Diciamo A_i, A'_i $(i=1,\dots,5)$ i rispettivi punti tripli di S, S′; b, b' le rette fuori di essi punti; φ, φ' le cubiche doppie; H_i, H'_i $(i=1,2)$ i punti $b.\varphi$, $b'.\varphi'$. Queste cubiche sono individuate dai primi due degli invarianti assoluti relativi a ciascuna superficie, e di cui si è discorso al n. precedente, perchè ciascuna si presenta come linea focale del sistema di rette (1, 3) ulteriore sezione di due complessi tetraedrali i cui tetraedri fondamentali hanno in comune tre vertici; perciò, in qualunque modo, ma con riguardo alla genesi di φ, φ' omograficamente, si passi dal pentagono $A_1 \dots A_5$ al pentagono $A'_1 \dots A'_5$, allo stesso modo si passerà dalla cubica φ alla cubica φ'. — Ora, si supponga che l'uguaglianza degli invarianti assoluti segua così che si abbia:

$$b\,(A_1\,A_2\,A_3\,A_4\,A_5) \barwedge b'\,(A'_1 A'_2\,A'_3\,A'_4\,A'_5)$$

$$(A_i\,A_k\,A_l\,H_p) = (A'_i\,A'_k\,A'_l\,H'_p) \quad (p = 1, 2)$$

sulle cubiche φ, φ'. si avranno le serie proiettive

$$A_1\,A_2 \dots A_5\,H_1\,H_2 \barwedge A'_1 A'_2 \dots A'_5\,H'_1\,H'_2$$

epperò l'omografia spaziale

$$\Omega \equiv \frac{A_1\;A_2\;A_3\;A_4\;A_5}{A'_1\,A'_2\,A'_3\,A'_4\,A'_5}$$

farà corrispondere al puntô H_p il punto H'_p $(p=1, 2)$; cosicchè muterà anche b in b'. Se ne conclude, in virtù di quanto si disse nel numero 5 della NI, ed in fine del prec. n.° 1, che Ω muta S in S′, e quindi, il risultato seguente:

« L'uguaglianza degli invarianti assoluti indipendenti delle superficie S, S′ porta seco l'esistenza, in generale, di un'omografia che cangia S in S′. Ed in particolare:

« La superficie che stiamo studiando non ammette, in generale, trasformazioni lineari in sè, diverse dall'identità.

« 7. Per giustificare l'*in generale* con cui abbiamo creduto accompagnare gli enunciati precedenti, supponiamo, p. es., che su φ sia H_1 l'armonico di A_3 ed H_2 l'armonico di A_4 rispetto ad $A_1 A_2$; allora evidentemente sarà:

$$\Omega_1 \equiv \frac{A_1\ A_2\ A_3\ A_4\ A_5}{A_2\ A_1\ A_4\ A_3\ A_5}\begin{pmatrix} H_1 & H_2 \\ H_2 & H_1 \end{pmatrix}$$

un'omografia che cangia S in sè stessa; e sarà perciò allora $\Omega_1\ \Omega$ un'altra omografia, diversa dalla Ω, che cangia S in S' ».

Elettricità. — *Sulla determinazione delle costanti dielettriche col mezzo delle oscillazioni rapide* (1). Nota del dott. ADOLFO CAMPETTI, presentata dal Corrispondente NACCARI.

1. Allorquando, adottando la disposizione di Lecher, si siano determinati i nodi delle oscillazioni elettriche che si propagano lungo i fili secondarî, si osserva facilmente che qualunque cambiamento, sia della capacità, sia dell'autoinduzione del primario o del secondario porta con sè un cambiamento nel sistema delle onde, cambiamento che si rende manifesto collo spostamento dei nodi. A questo proposito si hanno, fra le altre, esperienze di Cohn ed Heerwagen (2), Salvioni (3), Ebert e Wiedemann (4).

« Approfittando di tali fenomeni, ho pensato che si potrebbero facilmente determinare o confrontare la capacità di dati condensatori in queste condizioni, ed avere quindi un metodo abbastanza semplice di determinare costanti dielettriche per durate di carica così brevi. Ma prima di occuparmi di tale argomento credo opportuno di far vedere come ci si possa render conto dello spostamento dei nodi prodotto dall' inserire una capacità in un punto qualunque del secondario. A tale scopo basterà, come in caso analogo ha fatto anche il Salvioni, partire dai due postulati richiamati e giustificati dal Cohn ed Heerwagen (l. c.) e cioè: a) *L'energia dei due sistemi* (*fili e condensatore*) *ha una somma indipendente dal tempo*; b) *La differenza di potenziale tra le estremità dei fili attaccati al condensatore è uguale alla differenza di potenziale tra le lastre del condensatore*; ed applicare poi al nostro sistema le espressioni date dagli autori per la differenza di potenziale

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica dell'Università di Torino.
(2) Cohn e Heerwagen, Wied. 43, 1891.
(3) Salvioni, Rendiconti dei Lincei 1892.
(4) Ebert und Wiedemann, Wied. Ann. 48, 1893.

tra due punti affacciati dai fili e per la energia elettrica e magnetica del sistema. Queste sono

$$\Phi = 2B \log \frac{b}{a} \operatorname{sen} nt \operatorname{sen} mz \qquad \text{con } m = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$W = \frac{B^2}{4} \log \frac{b}{a} \operatorname{sen} \frac{2mz}{m} \cos^2 nt + A \qquad n = \frac{2\pi}{T}$$

ove B è costante, A indipendente dal tempo t, z la lunghezza contata sul filo, b la distanza, a il raggio di fili secondari, λ e T la lunghezza d'onda e la durata d'oscillazione (completa). — Nel nostro caso si ponga il condensatore di capacità C alla distanza x dell'ultimo nodo di un sistema, il qual nodo disti di l dall'estremo dei fili; e sia d la distanza (fissa) del condensatore da questo estremo: l'equazione da verificare sarà

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{1}{2} C\Phi^2(x) + W(l)\right\} = 0$$

la quale, poichè in ogni caso $l = n + d$, ci dà

$$(\alpha) \qquad C \log \frac{b}{a} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\lambda}{8\pi} \operatorname{sen} \frac{4\pi(x+d)}{\lambda}$$

che fornisce per ogni valor di C una relazione tra x e λ.

« Questa relazione è assai complicata ; solo quando C sia abbastanza piccolo, λ abbastanza grande e si prenda pure d assai grande, si potrà dire che, aumentando C, il nodo si avvicinerà al condensatore. Ammettendo per semplicità di ragionamento che si tratti di un nodo unico nel secondario, si potrà dire che l' inserire una capacità tra i fili corrisponde ad aumentare la loro lunghezza di guisa che la prima parte del sistema (cioè palline dall'eccitatore, fili adduttori, lastre primarie, lastre secondarie coi fili sino al nodo) che secondo le idee di Cohn, Herwagen e Salvioni è in risonanza colla parte rimanente del secondario, deve, per mantenere questa risonanza, aumentare la sua lunghezza d'onda e quindi ha luogo uno spostamento del nodo, finchè il compenso sia stabilito.

« In modo analogo al precedente si potrebbe esaminare l' influenza di un condensatore sopra un nodo successivo: ma nelle esperienze eseguite non si è fatto uso della formula (α) e si è proceduto un po' diversamente come vedremo poi.

« Prima però diciamo qualche cosa sullo scopo del presente lavoro.

« È noto che la teoria elettromagnetica della luce porta come conseguenza alla relazione $n^2 = d$ fra il quadrato dell'indice di rifrazione e la costante dielettrica di un dato mezzo; e si sa pure che tale relazione non è verificata se non per gli isolanti più perfetti, quando per n si prenda l'indice ottico e per d il valore calcolato coi metodi usuali. Dopo le esperienze di Hertz varî sperimentatori cercarono di determinare l'indice di rifrazione di varie sostanze

per i raggi elettrici: e, senza parlare dei metodi adoperati, ricorderò che così è stato trovato da Ellinger (1) $n = 4,9$ per l'alcool a 96 % e $n = 8,7$ per l'acqua; da Rubens (2) $n = 2,05$ (olio di ricino); $n = 1,71$ (olio di oliva); $n = 1,49$ (petrolio); da Cohn (3) $n = 8,50$ per l'acqua: da U. Yule (4) infine $n = 8,33$ per l'acqua, $n = 5,17$ per l'alcool a 95 %. Ora, è vero che facendo il quadrato dell'indice di rifrazione ottenuto per es. per l'acqua e l'alcool, si ottengono numeri non molto distanti dalla costante dielettrica determinata con lente oscillazioni, ma quando si noti che per es.: Lecher (5) ha trovato che per alcune sostanze, come vetro, petrolio, la costante dielettrica aumenta crescendo il numero delle alternazioni, si vede come una completa verificazione della $n^2 = d$ sia ancora molto dubbia: e per conseguenza non mi è parso inutile di tentare di determinare direttamente, anche per liquidi poco isolanti, la costante dielettrica a mezzo delle oscillazioni Hertziane; tanto più che finora non si hanno che alcune misure di I. I. Thomson per il vetro, lo zolfo e l'ebanite, di Lecher per il vetro e il petrolio, e di Blondot ancora per il vetro. Quanto all'acqua, le esperienze di Lecher devono essere state affette da una causa di errore, perchè egli trova per la costante dielettrica dell'acqua un valore infinito.

« Nelle mie esperienze i liquidi sottoposti ad esperienza sono stati; petrolio comune, benzolo, olio di oliva, alcool iso-butilico, alcool metilico, alcool etilico ed acqua, non che alcune soluzioni di acido cloridrico nell'acqua e negli alcool.

« 2. La disposizione delle mie esperienze per quel che riguarda il primario e il secondario era quella di Lecher: le lastre erano di zinco di 40 centimetri di lato: i fili secondarî del diametro di $1^{mm},4$ partendo dal centro delle lastre secondarie si piegavano fino a raggiungere dopo 30 centimetri la distanza di cent. 31,5 che mantenevauo poi per tutta la lunghezza rimanente (cent. 455). Alle estremità dei fili si trovavano due piccole bottiglie di Leida, costituite da due tubetti di vetro ricoperti di stagnola; l'armatura interna essendo costituita dal filo stesso; le armature esterne erano in comunicazione l'una con una coppia di quadranti, l'altra coll'altra coppia di quadranti e coll'ago di un elettrometro Edelmann situato a qualche metro di distanza. Quando un ponte mobile scorrevole sui fili si trovava in un nodo, si aveva all'elettrometro un massimo di deviazione; e la determinazione di questo massimo si poteva fare con molta esattezza. In tali condizioni e per una distanza delle lastre di 16 centimetri si avevano ben distinti quattro nodi alle distanze 15, 125, 264, 364. Inserendo un condensatore alla distanza 100 (cioè dopo il

(1) Ellinger, Wied. Ann. 45 e 46, 1892.
(2) Arons e Rubens, Wied. Ann. 42, 1891.
(3) Cohn, Wied. Ann. 45, 1892.
(4) U. Yule, Phil. Mag. 1893, e Wied. Ann. 1893.
(5) Lecher, Wied. Ann. 1891, 42.

primo nodo che è isolato nel secondario e cui corrisponderebbe una lunghezza d'onda $\lambda = 1760$) si avevano spostamenti del nodo verso il condensatore e cioè

capacità	nodo
1,83	17
2,60	19

come la teoria faceva prevedere. Nelle misure eseguite si trovò più opportuno di appendere alle estremità dei fili due lastre di zinco di 150 centimetri quadrati: in tal modo il sistema di onde si cambiava (i nodi apparivano a 7, 145, 275, 366) in modo che all'elettrometro si avevano deviazioni maggiori.

« Per eseguire il confronto delle capacità si procedette così. Si inseriva tra due punti opposti dei fili (per es. alla distanza 100) un condensatore formato da due dischi di ottone perfettamente piani, dei quali si poteva variare a piacere la distanza: la capacità di questo condensatore si calcolava colla formula di Kirchhoff (Ges. Abh. pag. 112)

$$C = \frac{r^2}{4e} + \frac{r}{4\pi}\left\{-1 + \log\left[\frac{16\pi(e+d)r}{e^2}\right] + \frac{d}{e}\log\frac{e+d}{d}\right\}$$

ove r è il raggio del disco, d il suo spessore, ed e la distanza dei due dischi. La tavola seguente contiene nella prima linea le capacità calcolate, nella seconda le posizioni del secondo nodo: si scelse questo a preferenza degli altri perchè il massimo appariva più marcato.

0	8,9	15,9	24,9	32,9	39,0	65,2	88,8	119,5
145	138	133	131	128	124	115	110,5	105,5

« Nello stesso punto del secondario si inserisce allora un condensatore costituito da due cilindri di vetro sottile ad assi coincidenti, ricoperti per una certa porzione della loro superficie laterale (esterna per il maggiore, interna per il minore) di stagnola: si determinava poi la posizione del nodo quando lo spazio compreso fra i condensatori era vuoto o ripieno del liquido in esame. Di qui si avevano le capacità nei due casi e quindi la costante dielettrica. Il primo condensatore aveva le seguenti dimensioni:

Diametro del cilindro esterno di stagnola 9,21. Distanza delle armature 1,28.
Diametro del cilindro interno di stagnola 6,65.
Parte occupata dal vetro 0,24. Idem dall'aria 1,04.

« Siccome tra le due armature la parte occupata dal vetro è piccola di fronte alla distanza loro, è facile vedere come si possa introdurre la correzione dovuta alla presenza del vetro tra le armature stesse, prendendo 3 per sua costante dielettrica, ed osservando che una differenza anche notevole nel valore di questa costante non porterebbe nel valore finale della costante dielettrica d del liquido che un errore dell'ordine di quelli dell'esperienze, finchè si tratti di liquidi a costante dielettrica bassa.

« *Petrolio.* Densità a 18°: 0,801. Temperatura di ebollizione tra 165° e 175°.

1ª Esp. Capacità del condensatore vuoto $C_1 = 26,2$ — Capacità del condensatore ripieno di petrolio . . . $C_2 = 49,1$. Di qui si deduce

$$d = 2,03.$$

2ª Esp. $C_1 = 27,4$ $C_2 = 50,7$ onde $d = 1,98$.

« Come media si ha dunque $d = 2,01$.

« *Benzolo.*

1ª Esp. $C_1 = 25$ $C_2 = 53,5$ onde $d = 2,33$.

2ª Esp. $C_1 = 26,2$ $C_2 = 55$ onde $d = 2,29$.

« In media dunque $d = 2,31$.

« *Olio di oliva.* Densità 0,915 a 18°.

1ª Esp. $C_1 = 24,9$ $C_2 = 64$ onde $d = 2,84$

2ª Esp. $C_1 = 24,9$ $C_2 = 65$ onde $d = 2,97$.

« In media quindi $d = 2,91$.

« 3. Per le altre sostanze di costante dielettrica maggiore la capacità di questo condensatore sarebbe troppo grande: ne costruisco per ciò tre altri dello stesso tipo, ma col cilindro interno più piccolo; e, per evitare l'errore dovuto ai bordi delle armature, al disopra e al disotto di queste attacco un'altra striscia di stagnola a poca distanza (3 millimetri). La capacità di questi condensatori vuoti non può dedursi con sufficiente esattezza dello spostamento del nodo; ma si calcola dalla formula data per questo caso da J. J. Thomson [1] e cioè

$$C = \frac{l}{2\log\frac{r_2}{r_1}}\left\{1+\frac{b}{l}\left[1-\frac{2}{\pi}\operatorname{arcotang}\frac{b}{2(r_2-r_1)}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{2(r_2-r_1)}{\pi b}\log\left(1+\frac{b^2}{4(r_2-r_1)^2}\right)+\frac{r_2-r_1}{4r_1}\right]\right\}$$

ove r_1 e r_2 sono i raggi dei cilindri esterno ed interno, l l'altezza per cui sono rivestiti di stagnola, b la distanza dell'armatura dalle striscie superiore e inferiore.

« Le capacità di ciascuno dei tre condensatori che chiamerò I, II, III risultano allora $c_1 = 5,26$ $c_2 = 1,83$ $c_3 = 0,682$. In questi condensatori la distanza delle armature (sempre qualche centimetro) era molto grande rispetto allo spessore totale del vetro (cent. 0,18): perciò la correzione da introdurre nei varî casi è sempre molto piccola.

« *Alcool isobutilico.* Densità a 0° riferita all'acqua a 0°: 0,8200. Lossen trova nelle stesse condizioni la densità compresa fra 0,816 e 0,818.

[1] J. J. Thomson, Philosoph. Trans. 181. 1890.

« Per maggiore sicurezza ed anche come riprova dei risultati precedenti, la determinazione si fa in due modi: 1°. Confrontando la capacità del condensatore pieno di alcool con quella calcolata per il condensatore vuoto. 2°. Confrontando la prima di dette capacità con quella che il condensatore stesso possiede quando sia ripieno di petrolio. Si ha così:

« Esperienze col condensatore I. Si ottiene col primo metodo $d = 20{,}3$: col secondo 19,8; media $d = 20{,}1$.

« Esperienze col condensatore II. Si ottiene col primo metodo $d = 18{,}9$: col secondo $d = 19{,}6$; media $d = 19{,}3$.

« Quindi media definitiva $d = 19{,}7$.

« *Alcool etilico.* Qui le misure si fanno confrontando al solito la capacità del condensatore pieno di alcool etilico con quella del condensatore vuoto o con quella del condensatore stesso pieno di alcool isobutilico. L'alcool adoperato è a 97 %.

« Condensatore II. Si ottengono per la costante dielettrica i due valori $d = 25$; $d = 24{,}4$ in media 25,0.

« Condensatore III. Si ottiene confrontando colla capacità del condensatore vuoto $d = 24{,}6$; quindi come media finale $d = 24{,}8$.

« *Alcool metilico.* Distillato sopra solfato di rame assume la densità 0,800 a 18°; sarebbe dunque a 97,5% circa.

« Condensatore II. Si ottengono per la costante dielettrica i due valori 31,9 e 30,5 onde in media $d = 31{,}2$.

« *Acqua distillata.* Condensatore III. Confrontando la capacità del condensatore pieno di acqua con quella del condensatore vuoto si ottiene come costante dielettrica dell'acqua $d = 69{,}4$; confrontando invece colla capacità del condensatore pieno di alcool metilico si ottengono in due esperienze i valori $d = 73{,}6$ $d = 70{,}8$. In media si ha dunque per l'acqua $d = 71{,}3$.

4°. Dai risultati sopra riferiti apparisce intanto come questo metodo possa servire bene, quando si vogliano determinare costanti dielettriche con durate di carica molto brevi; le differenze, per altro non troppo grandi, fra i valori trovati nelle diverse esperienze per i liquidi di costante dielettrica più elevata, sono in parte da attribuire a imperfetta costruzione dei miei condensatori, per cui da una esperienza all'altra si avevano leggeri spostamenti nella posizione relativa degli assi dei due cilindri.

« Non mi pare si possa parlare di una variazione della costante dielettrica colla durata di carica, salvo forse per l'acqua; basta a tal uopo confrontare i miei valori di d con quelli noti per altra via; ad ogni modo un aumento della costante dielettrica coll'aumentare il numero delle alternative (come apparirebbe dal citato lavoro di Lecher) mi pare si possa escludere. Quanto poi alla relazione $n^2 = d$, si può confrontare la tabella che segue, nella quale n rappresenta l'indice di rifrazione del mezzo per i raggi elettrici, (n^2) la media dei quadrati dei varî valori di n, d il valore della costante dielettrica

secondo le mie esperienze: i nomi degli esperimentatori cui sono dovuti i varî valori di n sono nell'ultima colonna.

	n	(n^2)	d	
Petrolio. . .	1,40	1,96	2.01	Arons e Rubens
Alcool etilico	5,17 4,9	25,4	24,8	Yule-Ellinger
Acqua	8,38 8,53 8,9	72,6	71,3	Yule-Cohn-Ellinger

« 5. Ho anche voluto determinare per alcuni dei liquidi studiati l'influenza che ha sulla costante dielettrica una data quantità di un elettrolito disciolto. Perciò ho disciolto acido cloridrico gassoso e secco negli alcool etilico, metilico, isobutilico e nell'acqua, e ho determinata la costante dielettrica di ciascuna soluzione rispetto a quella del liquido puro; da questa si ottiene poi la costante rispetto all'aria.

	Al. is. 1ª	Al. is. 2ª	Al. et.	Al. met.	Acqua 1ª	Acqua 2ª	Acqua 3ª
Contenuto di HCl per 1000 in peso	1,32	13,2	0,02	0,02	0,006	0,02	0,04
d	31,2	39,2	26,3	32,5	73,5	75,6	79,9

« Come si vede dunque, anche in questo caso una quantità di acido cloridrico che innalza molto la conducibilità del liquido, fa variare di poco la costante dielettrica A questo proposito si vedano i lavori di Bouty (1) e quelli già citati di Cohn e U. Yule che hanno pure riconosciuto come piccole quantità di un elettrolito disciolto nell'acqua (solfato di zinco, cloruro di sodio) aumentino di poco l'indice di rifrazione del liquido pei raggi elettrici.

« Però è ben manifesto che l'influenza dell'elettrolito disciolto è ben diversa da un solvente all'altro; senza voler fare osservazioni quantitative ricordiamo solo che secondo Kablukoff (2) la conducibilità dell' acido cloridrico nell'alcool isobulitico è circa trenta volte più piccola di quella nell'alcool metilico e qualche centinaio di volte minore di quella nell'acqua.

« A questo proposito si confrontino questi risultati colle idee espresse da Nernst (*Dielektricitätskonstante und chemische Gleichgewicht*) (3).

(1) Bouty, Ann. de Ch. et de Phys. 27, 1892.
(2) Kablukoff, Zeit. für phys. Chemie, 1889, IV.
(3) Nernst, Zeit. für phys. Chemie, 1894, XIII.

« In conclusione: 1°. Ho mostrato che col metodo adoperato si possono determinare facilmente costanti dielettriche anche per liquidi poco isolanti e per brevi durate di carica [1].

« 2°. La relazione $n^2 = d$ può ritenersi completamente verificata, quando n e d siano calcolati in condizioni analoghe.

« 3°. Anche per oscillazioni rapide la costante dielettrica di un dato liquido varia poco, quando, coll'aggiunta di una sostanza disciolta si aumenti, anche notevolmente, la sua conducibilità ».

Fisica. — *Ulteriori esperienze sopra un nuovo tipo d'igrometro.* Nota di G. Agamennone e F. Bonetti, presentata dal Socio Blaserna.

« Nel Rendiconto del 18 settembre 1892 [2] fu inserita una nostra Nota, nella quale descrivemmo un nuovo igrometro destinato a campionare gli ordinari igrometri di uso meteorologico. Riportammo nella detta Nota parecchie esperienze fatte da noi sul nostro apparecchio, le quali provavano che l'esattezza dei risultati ottenuti era soddisfacente per lo scopo prefisso. Solamente notammo che in quelle poche esperienze, nelle quali a bella posta ottenevamo per una stessa massa d'aria la precipitazione del vapore a due temperature successivamente più basse, presentavasi una rimarchevole anomalia, consistente in ciò che l'umidità assoluta cercata sembrava dipendere dalla temperatura di raffreddamento, e precisamente diminuiva coll'abbassarsi di questa, invece di risultare presso a poco la medesima, come ci aspettavamo.

« Nel confronto dell'aria umida, da studiare, coll'aria secca del recipiente sinistro R_1 si poteva temere che l'anomalia dipendesse dal non essere quest'aria perfettamente secca. Infatti, finchè la temperatura di raffreddamento è tale che il residuo di vapore in R_1 resta abbastanza lontano dal punto di saturazione, l'aria in esso contenuta si comporta, per quanto riguarda il modo di funzionare del nostro apparecchio, sensibilmente come se fosse perfettamente secca. Quando invece la temperatura si abbassi sotto il punto di saturazione, o vi si avvicini di troppo, si comprende facilmente che deve prodursi un'anomalia precisamente nel senso osservato. Questo sospetto veniva

(1) Il confronto di due capacità colle oscillazioni elettriche potrebbe farsi in molti altri modi; per esempio: in un punto qualunque si divida in due ciascuno dei fili del secondario: si avranno così quattro fili, dei quali quelli provenienti da lastre opposte potranno essere riuniti alle estremità. Fra due punti opposti dei fili dopo la divisione in due non esisterà alcuna differenza di potenziale, sia lasciando le cose come si è detto, sia quando fra le coppie opposte siano inserite capacità uguali ecc.

(2) Rendic. della R. Accademia dei Lincei. Vol. I°, 2° sem. 1892, serie 5ª, fasc. 6°, pag. 216.

però tolto dal riflettere che se l'anomalia fosse stata veramente prodotta dalla causa accennata, non avrebbe dovuto osservarsi nel metodo di controllo, in cui si misurava di nuovo l'umidità della stessa massa d'aria confrontandola non più coll'aria secca, ma coll'aria satura contenuta nel recipiente destro R_3. Ora la suddetta anomalia si osservava di fatto su per giù in egual misura anche con questo metodo di controllo.

« Abbiamo perciò creduto opportuno intraprendere nel R. Istituto fisico di Roma una nuova serie di esperienze col nostro apparecchio allo scopo di gettare, se fosse possibile, un po' di luce su tal fatto, ed avere nel tempo stesso occasione di provare nuovamente la bontà dell'apparecchio.

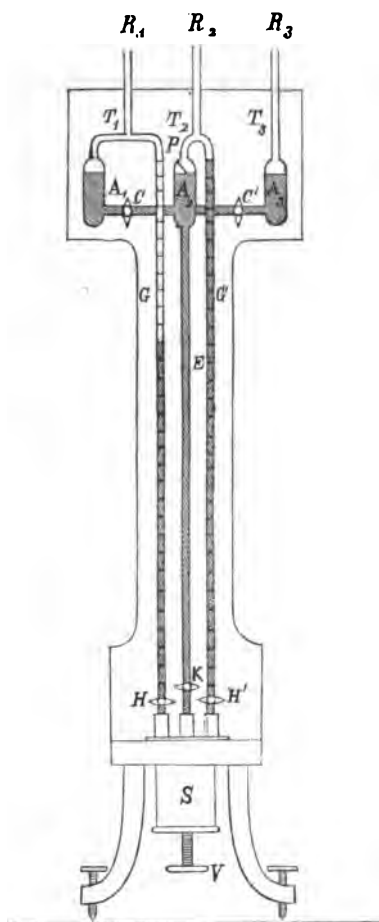
***

« Per questa nuova ricerca abbiamo sperimentato su masse d'aria sempre satura, e ciò tanto per poter fare il paragone tra i valori delle tensioni massime trovati da noi e quelli riportati nelle tavole d'uso, quanto perchè era da ritenersi che in questo caso il fenomeno da studiare sarebbe stato più accentuato. A questo scopo abbiamo saturata l'aria contenuta nei due recipienti sinistro e destro (R_1, R_3) tenendovi dentro permanentemente una piccola quantità d'acqua. Invece il recipiente mediano R_2 nel corso di queste nuove esperienze è stato sempre tenuto pieno di aria secca [1], e per maggior garanzia sempre in comunicazione coll'esterno attraverso un grosso recipiente con anidride fosforica ed un sistema di tubi essiccanti. Al contrario gli altri due recipienti R_1 ed R_3 stavano in comunicazione coll'esterno per mezzo di un recipiente con acqua.

« Con questa nuova disposizione dell' apparecchio il modo di sperimentare è il seguente. Al principio dell'esperienza il mercurio nel tubo graduato G [2] invece che allo zero, come per l'innanzi, si conduce ad un punto della graduazione più basso, tale che quando dopo il massimo raffreddamento si dovrà sollevare il mercurio per ristabilire l'affioramento alla punta, non abbia da oltrepassare lo zero. Il tubo G′ si empie invece, come al solito, di mercurio fino allo zero della graduazione. Fatto questo, si chiudono i robinetti H ed H′, e si aspetta che l'aria contenuta nei tre recipienti, e posta

(1) Nell'esperienze del 1892 era questo il recipiente destinato a racchiudere l'aria da studiare: ma in questa nuova serie d'esperienze non si poteva far lo stesso, perchè la forma speciale di detto recipiente, che si prolunga in basso con uno stretto tubo di comunicazione, non permetteva di lasciarvi dentro dell'acqua per assicurare la saturazione dell'aria.

(2) Queste lettere e le altre delle diverse parti del nostro apparecchio si riferiscono all'annessa figura, la medesima riportata nella Nota del 1892.

nel modo, che si è detto, in comunicazione coll'atmosfera, abbia raggiunto una temperatura costante, sia dovuta all'ambiente, sia prodotta artificialmente mediante un riscaldamento ([1]). Si fa allora affiorare il mercurio alla punta P, e si chiude il robinetto K. Subito dopo si toglie la comunicazione dei tre recipienti coll'aria esterna, e si chiude l'uno o l'altro dei robinetti C e C', secondo che si vuol far prima la misura confrontando il recipiente mediano o col destro o col sinistro.

« Quindi si ottiene un primo raffreddamento del bagno aggiungendovi acqua fredda; e dopo aver raggiunto per un tempo sufficiente la costanza della nuova temperatura, si procede col metodo, già indicato nella Nota precedente, alla misura della differenza di pressione tra l'aria secca del recipiente mediano e quella satura prima di uno, poi dell'altro dei due recipienti laterali. Si hanno così due distinte misure della tensione cercata del vapor acqueo, le quali si controllano a vicenda.

« Si passa in seguito a raffreddare ulteriormente il bagno, e dopo raggiunta una temperatura costante più bassa, si ripetono le misure come sopra.

« Siano:

V_1, V_2, V_3 le rispettive capacità a zero ([2]) dei recipienti R_1, R_2, R_3.

([1]) Questa temperatura vien misurata nel nostro apparecchio da tre termometri uguali che, attraversando il tappo di ciascun recipiente, penetrano nel suo interno, in modo che il bulbo viene a corrispondere a un dipresso al centro. Detti termometri sono a quinti di grado, ed hanno divisioni di tale lunghezza che il loro decimo può essere comodamente apprezzato: la scala va da — 25° a + 30°. Furono confrontati al principio delle esperienze del 1892 con un buon termometro Tonnelot, di cui si aveva il campionamento recentemente fatto all'Ufficio Internazionale di Pesi e Misure a Parigi, e prima di cominciare la nuova serie d'esperimenti ne fu riverificato lo zero. Tanto la temperatura iniziale del bagno, quanto quella dei successivi raffreddamenti, si è ottenuta prendendo la media delle letture sui tre termometri, che del resto sono andati sempre d'accordo fra loro entro pochi centesimi di grado.

([2]) S'intende che nell'assegnare il valore dei volumi V_1 e V_3, si è tenuto conto di quella piccola quantità d'acqua che si è lasciata a bella posta nei due recipienti laterali per assicurare la saturazione dell'aria.

v_1, v_2, v_3 le rispettive capacità, pure a zero, dei piccoli spazi in cui l'aria rimane a temperatura ambiente tanto nei tubetti di comunicazione T_1, T_2, T_3, quanto nella parte superiore dei tre rami A_1, A_2, A_3, del manometro, al di sopra del mercurio. Nelle misure attuali il v_1 comprende anche il tratto di tubo graduato G dallo zero della graduazione, fino in giù alla divisione alla quale si arresta inizialmente il mercurio.

w', w'' i volumi totali delle divisioni di cui si alza o si abbassa rispettivamente il mercurio nei tubi G e G'.

T la temperatura iniziale dei recipienti al momento in cui si toglie la comunicazione coll'aria esterna.

t la temperatura dell'ambiente in questo stesso momento [1].

t', t'' le temperature dell'ambiente nel momento in cui si fa la lettura rispettivamente nei tubi graduati G e G'.

θ', θ'' le temperature di raffreddamento quando si fa la misura col recipiente R_1 o coll'altro R_3.

ψ', ψ'' le tensioni massime del vapore acqueo alle dette temperature θ', θ''.

B la pressione barometrica ridotta a zero, corrispondente al momento in cui si toglie la comunicazione dei recipienti coll'atmosfera.

α il coefficiente di dilatazione dell'aria.

k il coefficiente di dilatazione cubica del vetro.

« La tensione del vapor acqueo, contenuto nell'aria dei due recipienti R_1 ed R_3, sarà rispettivamente [2]:

$$f' = B - B\,\frac{V_1 + \frac{v_1 - w'}{1+k\theta'}\,\frac{1+\alpha\theta'}{1+\alpha t'}}{V_1 + \frac{v_1}{1+kT}\,\frac{1+\alpha T}{1+\alpha t}}\;\frac{V_2 + \frac{v_2}{1+kT}\,\frac{1+\alpha T}{1+\alpha t}}{V_2 + \frac{v_2}{1+k\theta'}\,\frac{1+\alpha\theta'}{1+\alpha t'}} + \psi'\,\frac{V_1 + \frac{v_1 - w'}{1+k\theta'}\,\frac{1+\alpha\theta'}{1+\alpha t'}}{V_1 + \frac{v_1}{1+kT}\,\frac{1+\alpha T}{1+\alpha t}}\;\frac{1+k\theta'}{1+kT}\;\frac{1+\alpha T}{1+\alpha\theta'}$$

$$f'' = B - B\,\frac{V_3 + \frac{v_3}{1+k\theta''}\,\frac{1+\alpha\theta''}{1+\alpha t''}}{V_3 + \frac{v_3}{1+kT}\,\frac{1+\alpha T}{1+\alpha t}}\;\frac{V_2 + \frac{v_2}{1+kT}\,\frac{1+\alpha T}{1+\alpha t}}{V_2 + \frac{v_2 + w''}{1+k\theta''}\,\frac{1+\alpha\theta''}{1+\alpha t''}} + \psi''\,\frac{V_3 + \frac{v_3}{1+k\theta''}\,\frac{1+\alpha\theta''}{1+\alpha t''}}{V_3 + \frac{v_3}{1+kT}\,\frac{1+\alpha T}{1+\alpha t}}\;\frac{1+k\theta''}{1+kT}\;\frac{1+\alpha T}{1+\alpha\theta''}.$$

[1] Nella serie attuale d'esperienze la temperatura iniziale del bagno era il più delle volte superiore di parecchi gradi a quella dell'ambiente: quindi si è dovuto nelle formole tener conto di questa circostanza.

[2] Omettiamo per ristrettezza di spazio lo sviluppo di queste formole, d'altronde facili a stabilirsi, perchè modellate su quelle del termometro ad aria e simili.

« In queste formole ritenendo eguali all'unità alcuni fattori che nel risultato finale influirebbero appena sui centesimi di millimetro, si giunge alle seguenti:

$$f' = B - B\frac{V_1 + (v_1 - w')[1 + \alpha(\theta' - t')]}{V_1 + v_1[1 + \alpha(T - t)]}\,\frac{V_2 + v_2[1 + \alpha(T - t)]}{V_2 + v_2[1 + \alpha(\theta' - t')]}$$

$$+ \psi'\frac{V_1 + (v_1 - w')[1 + \alpha(\theta' - t')]}{V_1 + v_1[1 + \alpha(T - t))}[1 + \alpha(T - \theta')]$$

$$f'' = B - B\frac{V_3 + v_3[1 + \alpha(\theta'' - t'')]}{V_3 + v_3[1 + \alpha(T - t)]}\,\frac{V_2 + v_2[1 + \alpha(T - t)]}{V_2 + (v_2 + w'')[1 + \alpha(\theta'' - t'')]}$$

$$+ \Psi''\frac{V_3 + v_3[1 + \alpha(\theta'' - t'')]}{V_3 + v_3[1 + \alpha(T - t)]}[1 + \alpha(T - \theta'')].$$

« Ponendo in queste

$$p' = \frac{V_1 + (v_1 - w')[1 + \alpha(\theta' - t')]}{V_1 + v_1[1 + \alpha(T - t)]} \qquad q = V_2 + v_2[1 + \alpha(T - t)]$$

$$p'' = \frac{V_3 + v_3[1 + \alpha(\theta'' - t'')]}{V_3 + v_3[1 + \alpha(T - t)]}$$

$$r' = V_2 + v_2[1 + \alpha(\theta' - t')] \qquad s' = 1 + \alpha(T - \theta')$$

$$r'' = V_2 + (v_2 + w'')[1 + \alpha(\theta'' - t'')] \qquad s'' = 1 + \alpha(T - \theta''),$$

si ha

$$f' = B - \frac{Bp'q}{r'} + \psi' p' s' ; \quad f'' = B - \frac{Bp''q}{r''} + \Psi'' p'' s''.$$

« Queste sono le formole di cui ci siamo serviti nei calcoli; ma facciamo notare che il termine p'' potrebbe anch'esso in pratica farsi eguale ad uno, beninteso quando la differenza fra T e θ'' non fosse eccessivamente grande.

« I risultati delle nostre esperienze sono contenuti nella tabella seguente, dove s' indica con Φ la tensione massima del vapor acqueo, corrispondente alla temperatura iniziale T, tratta dalle tavole di Landolt [1].

[1] Landolt e Börnstein, *Physikalisch-chemische Tabellen*. Berlin, 1883.

TABELLA I.

	T	T—θ[1]	Δθ	f'	Δf'	f''	Δf''	f''—f'	Φ—f'	Φ—f''	Φ—$\frac{f'+f''}{2}$
	°	°	°	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1893 luglio 17	22.78	8.96	5.07	20.49	—0.48	20.44	—0.46	—0.05	+0.09	+0.14	+0.12
	»	14.03		20.01		19.98		—0.03	+0.57	+0.60	+0.58
7 dicem.	29.10	6.01	1.76	29.79	0.00	29.93	+0.15	+0.14	+0.13	—0.01	+0.06
	»	7.77		29.79		30.08		+0.29	+0.13	—0.16	—0.01
21 »	24.97	5.46	7.43	23.28	—0.15	23.04	+0.32	—0.24	+0.19	+0.43	+0.31
	»	12.89		23.13		23.36		+0.23	+0.34	+0.11	+0.22
1894 11 genn.	19.63	4.92	4.15	16.74	0.00	16.90	0.00	+0.16	+0.20	+0.04	+0.12
	»	9.07		16.74		16.90		+0.16	+0.20	+0.04	+0.12
25 »	22.49	5.74	5.53	20.06	—0.07	20.12	—0.02	+0.06	+0.16	+0.10	+0.13
	»	11.27		19.99		20.10		+0.11	+0.23	+0.12	+0.17
3 febbr.	19.72	8.44	11.23	16.83	—0.69	16.94	—0.75	+0.11	+0.23	+0.12	+0.17
	»	19.67		16.14		16.19		+0.05	+0.92	+0.87	+0.90
15 »	23.25	11.98	3.12	20.89	0.00	21.07	—0.09	+0.18	+0.28	+0.10	+0.19
	»	15.10		20.89		20.98		+0.09	+0.28	+0.19	+0.23
20 »	20.12	9.05	11.05	17.40	—0.27	17.50	—0.21	+0.10	+0.09	—0.01	+0.04
	»	20.10		17.13		17.29		+0.16	+0.36	+0.20	+0.28
15 marzo	19.81	8.77	11.03	17.06	—0.38	17.10	—0.38	+0.04	+0.10	+0.06	+0.08
	»	19.80		16.68		16.72		+0.04	+0.48	+0.44	+0.46
28 aprile	19.81	8.20	11.58	17.09	—0.76	17.17	—0.65	+0.08	+0.07	—0.01	+0.03
	»	19.78		16.33		16.52		+0.19	+0.83	+0.64	+0.74
							media	+0.09			

« Dalla precedente tabella apparisce in primo luogo come i valori di f' ed f'' siano molto ben concordanti fra loro, tenuto conto, s'intende, delle difficoltà inerenti in genere alle misure igrometriche. Il fatto però che i valori di f'' si mostrano quasi sempre di poco superiori a quelli di f' non sembra accidentale, e parrebbe dovuto a qualche causa di errore costante, sebbene assai piccolo, esistente nell'apparecchio. Ed infatti essendo i valori di f' ed f'' determinati con identico procedimento e calcolati con formole in cui le ψ' e ψ'' hanno sensibilmente lo stesso valore, non si può invocare qui la spiegazione

[1] In pratica tra i valori di θ' e θ'' non si è trovata differenza che da 1 a 3 centesimi di grado: quindi il θ che figura nella tabella è il valore medio dei due.

che si cercò di dare nelle esperienze del 1892 di una differenza analoga riscontrata fra le due serie di valori, ottenuti però con procedimenti e formole diverse.

« In secondo luogo risulta manifesto come in quell'esperienze, nelle quali da un primo raffreddamento si è passato ad un altro notevolmente maggiore, i valori della tensione cercata (tanto f', quanto f''), invece di mantenersi sensibilmente costanti, risultano decisamente minori. Affine di porre meglio in evidenza questo fatto, trascriviamo qui sotto i valori di $\Delta f'$ e $\Delta f''$ tratti dalla procedente tabella, ordinati secondo i valori crescenti di $\Delta\theta$ e poi perequati affine di attenuare l'influenza degli errori accidentali.

TABELLA II.

$\Delta\theta$		$\Delta f'$	$\Delta f''$	$\frac{\Delta f'+\Delta f''}{2}$	
°		mm	mm	mm	mm
1.76		0.00	+0.15	+0.07	
3.12	3°.01	0.00	—0.09	—0.04	+0.01
4.15		0.00	0.00	0 00	
5.07		—0.48	—0.46	—0.47	
5.53	6 01	—0.07	—0.02	—0.04	—0.14
7.43		—0.15	+0.32	+0.08	
11.03		—0 38	—0.38	—0.38	
11.05	11.22	—0.27	—0.21	—0 24	—0.51
11.23		—0.69	—0.75	—0.72	
11.58		—0.76	—0.65	—0.70	

« Quindi le attuali esperienze confermano pienamente il fatto che, come si è detto in principio di questa Nota, fu già intraveduto nelle poche misure del 1892. Per togliere poi definitivamente il sospetto che ciò potesse dipendere dalla causa già indicata, vale a dire dall'influenza dell'umidità residua nel recipiente mediano, abbiamo rivolta speciale attenzione all'essiccamento del medesimo nella serie attuale di esperienze. Infatti, poco prima di ogni esperienza si rinnovava l'aria nel recipiente mediano aspirandola da un grosso serbatoio, dove aveva soggiornato da parecchi giorni in contatto coll'anidride fosforica (¹); di più, per andare fino allo scrupolo, fra un'esperienza e l'altra si è lasciato correre un lungo intervallo di tempo, allo scopo di potere nel frattempo reiteratamente essiccare l'aria (²).

(¹) S'intende che l'aria era introdotta nel serbatoio, dopo averla già fatta passare attraverso una serie dei consueti tubi essiccanti.

(²) Per es. fra l'esperienza del 15 marzo e quella del 28 aprile 1894 si è essiccata l'aria per ben quindici volte, ad intervalli non minori mai di due giorni.

« Anche questo fatto si può connettere, a nostro parere, con quanto fu già detto nella prima Nota che cioè, secondo Regnault, *l'eccesso della tensione massima nel vuoto su quella dell'aria va crescendo sensibilmente colla temperatura.* Infatti il valore di f viene calcolato da noi in base ad una formola in cui entra la tensione massima ψ alla temperatura di raffreddamento, e questo valore di ψ è preso, come si è detto, dalle tavole, le quali ci danno le tensioni nel vuoto e non nell'aria, come si richiederebbe in igrometria. Ora il valore di ψ che s'introduce nella formola per il primo raffreddamento è superiore al vero: quindi anche il valore di f è troppo alto. Invece trattandosi del secondo raffreddamento, il valore di ψ, preso dalle tavole, è ancora superiore al vero ma in minor misura, secondo le osservazioni di Regnault, perchè si riferisce ad una temperatura più bassa; quindi in questo caso il valore di f, sebbene tuttora più alto del vero, gli si avvicina però di più in confronto del primo. Si capisce dunque che il valore di f, calcolato per il secondo raffreddamento, deve risultare minore, come realmente abbiamo trovato con le nostre misure.

« In questo senso va anche la differenza che abbiamo riscontrata tra i valori di f trovati da noi e i corrispondenti valori di Φ assegnati nelle tavole, come può vedersi dall'ultima colonna della tabella I^a. Notiamo però che i valori di f da noi calcolati sono già influenzati dalle tavole, in modo che se noi avessimo potuto introdurre nelle nostre formole le vere tensioni del vapor acqueo nell'aria, la differenza anzidetta si sarebbe accentuata ancora di più. Parrebbe dunque da tutto ciò che restasse confermata da queste recenti esperienze, anche più che dalle prime del 1892, l'anomalia intraveduta dal Regnault.

« Insistiamo pertanto sull'idea, già espressa da noi, che nelle misure igrometriche di precisione sarebbe desiderabile che si facesse uso delle tavole delle tensioni massime del vapor acqueo nell'aria, e non nel vuoto ».

Fisica terrestre. — *Intorno ad alcune obbiezioni relative alla velocità di propagazione delle onde sismiche.* Nota del dott. A. Cancani, presentata dal Corrispondente Tacchini.

« In una Nota presentata a questa R. Accademia nella seduta del 15 aprile scorso, il dott. Agamennone richiamando una mia pubblicazione [1] in cui asserisco che da centri sismici lontani e profondi emanano due specie di ondulazioni di cui le une si propagano colla velocità di 2.2 a 2.5 km., le altre colla velocità di 4.5 a 5 km. a secondo, così si esprime: « Egli riporta « alcuni terremoti tra i più sicuri, nei quali riscontra la velocità propria

[1] *Sulle ondulazioni provenienti da centri sismici lontani,* Ann. dell'Uff. Cent. di Met. e Geod., serie 2ª, vol. XV, parte 1ª, 1893, Roma 1894.

« delle onde trasversali, quando si abbia a fare con distanze per lo meno « al di sopra di 4 o 5 mila chilometri; mentre ottiene velocità notevolmente « più grandi, per una minor lontananza. Stando a ciò, avremmo dovuto aspet- « tarci un'alta velocità nei terremoti di Zante, sia perchè in essi la massima « distanza considerata non ha ecceduto neppure due mila chilometri, sia perchè « in qualche località, come Mineo e Catania, le onde sismiche si resero ve- « ramente sensibili all'uomo. Ma la velocità di km. 2.4 risultata nei miei « calcoli, parrebbe contradire alle viste del Cancani, poichè essa corrisponde « piuttosto a quella delle onde da lui chiamate trasversali. Ciò sembra com- « provato anche dal fatto che le scosse furono indicate dal pendolo orizzon- « tale di Nicolaiew e Strasburgo, strumento questo poco o nulla sensibile alle « onde longitudinali ».

« Or bene, a me sembra che il risultato importante ottenuto dal mio collega nello studio della velocità di propagazione dei terremoti di Zante, studio che egli ha condotto colla più scrupolosa coscienza, non solo non contradica alle mie viste, ma sia invece con esse in perfetta armonia. In fatti è vero che io ho dedotto la velocità di 2.5 km. per le onde trasversali provenienti da centri sismici lontani più di 4 o 5 mila chilometri, ma non ho mai asserito che queste onde trasversali e questa medesima velocità non possano aversi anche per distanze minori, anzi ho chiaramente ammesso che in tal caso si possano avere le une e l'altra; infatti a pag. 10 del lavoro citato così mi sono espresso: « Per gli altri cinque casi le distanze essendo state minori (di 3000 km.) sono giunte sugli apparecchi registratori *anche* le onde longitudinali, e non essendo stati capaci questi apparecchi a sceverare le une (trasversali) dalle altre (longitudinali) la velocità che se ne è ricavata non spetta nè alle onde trasversali nè alle onde longitudinali, ma è un valore intermedio. Negli ultimi quattro esempî della tabella, che si riferiscono al terremoto di Andalusia, e nei quali i dati orari sono eccellenti, si vede chiaramente come col diminuire la distanza, la velocità che si deduce va crescendo, appunto perchè col diminuire la distanza si fa *maggiormente* sentire sugli apparecchi l'effetto delle onde longitudinali ».

« Io ho dedotto la cifra di 2.5 km. dai soli casi di distanze estremamente grandi allo scopo di ottenere un risultato indiscutibile, per evitare cioè l'influenza degli errori nella determinazione del tempo, e per evitare la confusione dovuta alla sovrapposizione, nei diagrammi, delle due specie di onde, confusione che nei moderni apparecchi non ha più luogo.

« La velocità di 2.4 km. trovata dall'Agamennone spetta alle onde che io ho chiamato trasversali che hanno emanato da Zante e che si sono propagate fino nel cuore dell'Europa.

« Non fa punto maraviglia che in qualche località, come Mineo e Catania, le onde sismiche siano state avvertite dall'uomo. L'uomo ha avvertito le onde che io chiamo longitudinali, non quelle che io chiamo trasversali.

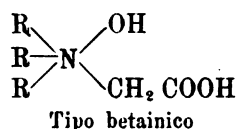
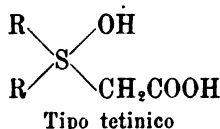
Le prime possono essere benissimo giunte alla distanza di 500 km. mentre le altre sono giunte alla distanza di più di 1700 km. Che la velocità di 2.4 km. calcolata dall'Agamennone corrisponda appunto alle onde che ho chiamato trasversali, è *comprovato anche dal fatto che le scosse furono indicate dal pendolo orizzontale di Nicolaiew e Strasburgo, strumento questo poco o nulla sensibile alle onde longitudinali*, ed i dati orari di queste stazioni furono appunto dall'Agamennone introdotti nel calcolo. Dunque il risultato importante ottenuto dal mio egregio collega non è in disaccordo colle mie viste, ma ne è la più splendida conferma ».

Chimica. — *Sulle Selenetine. Nuova serie di composti del Selenio.* Nota di G. CARRARA, presentata dal Corrispondente R. NASINI [1].

« Le analogie esistenti fra il selenio e lo solfo si fanno palesi non solo nelle forme di combinazione, ma anche nelle proprietà dei composti che ne risultano e perciò riesce di notevole interesse l'osservare sino a qual punto si estenda questa analogia, per dedurne poi con metodi quantitativi quale influenza eserciti il carattere più negativo dell'uno in confronto di quello dell'altro elemento. Tale studio diviene adesso assai importante dopo la scoperta fatta recentemente da V. Meyer delle basi iodoniche analoghe alle solfiniche ecc.

« Nelle combinazioni organiche lo solfo ed il selenio vanno paralleli; solfuri, seleniuri; solfine, selenine, ecc. ecc.; i lavori di Rathke [2], Jackson [3], Pieverling [4] hanno messo ben in chiaro la cosa. Però mancava pel selenio un anello alla catena delle analogie, ed era appunto quello che per i confronti sopra accennati aveva la maggior importanza, cioè una combinazione del tipo delle betaine per l'azoto, delle tetine per lo solfo

$$\begin{matrix} R \\ R \end{matrix} > S < \begin{matrix} OH \\ CH_2COOH \end{matrix} \qquad\qquad \begin{matrix} R \\ R \\ R \end{matrix} > N < \begin{matrix} OH \\ CH_2\,COOH \end{matrix}$$

Tipo tetinico — Tipo betainico

« L'importanza di questo tipo di combinazione era principalmente da considerarsi dal punto di vista del contrasto esistente tra la funzione positiva del gruppo $\left(-Se \begin{matrix} R \\ R \\ OH \end{matrix}\right)$ e quella negativa del gruppo $(-CH_2-COOH)$;

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.
[2] Liebig's Annalen, CLII, pag. 181.
[3] Liebig's Annalen, CLXXIX, pag. 1.
[4] Liebig's Annalen, 185, pag. 331.

per un confronto tra lo solfo ed il selenio interessa vedere se la sostituzione del selenio, elemento più elettropositivo, faccia assumere alla combinazione un carattere basico, mentre invece lo solfo gli dà un carattere neutro o leggermente acido.

« Nella presente Nota mi limito ad esporre gli studi fatti sul primo termine di questo tipo di combinazione, riservandomi in seguito di continuarne lo studio nell'indirizzo accennato.

« Feci reagire molecole eguali di seleniuro di etile e acido bromoacetico fuso; scaldando poi leggermente per pochi istanti, si inizia la reazione, la massa si addensa, e dopo un giorno incomincia a cristallizzare. Lavai i cristalli così avuti con etere, e li purificai sciogliendoli nell'alcool assoluto e precipitandoli con etere anidro e asciugandoli nel vuoto sull'acido solforico. Ebbi così la nuova sostanza sotto forma di cristalli prismatici appuntiti deliquescenti, fusibili a 74°; solubili in acqua e in alcool, insolubili in etere. La soluzione acquosa è nettamente acida quantunque non contenga affatto acido bromoacetico libero, il quale è solubilissimo in etere.

« Asciutto nel vuoto sull'acido solforico all'analisi fornisce i seguenti risultati:

I gr. 0.2564 di sostanza diedero gr. 0.1708 di bromuro d'argento.
II gr. 0.2292 di sostanza diedero gr. 0.1546 di bromurro d'argento.

« Le determinazioni di bromo vennero fatte precipitando direttamente la sostanza come un bromuro inorganico, senza usare il metodo di Carius.

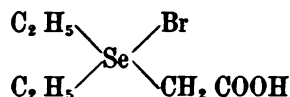
III gr. 0.3594 di sostanza diedero gr. 0.3710 di CO_2 e gr. 0.1626 di acqua.
IV gr. 0.2266 di sostanza diedero gr. 0.0588 di selenio.
V gr. 0.3186 di sostanza diedero gr. 0.0850 di selenio.

« Per 100 dunque si ha

	trovato					calcolato per $C_6H_{13}O_2SeBr$
	I	II	III	IV	V	
C	—	—	26.42	—	—	26.08
H	—	—	4.86	—	—	4.71
Br	28.31	28.70	—	—	—	28.98
(1) Se	—	—	—	25.95	26.67	28.62

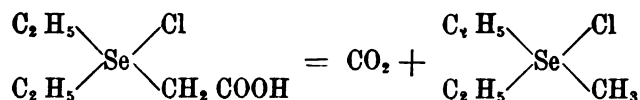
(1) Nei lavori di Rathke e di Jackson già citati si accenna alle difficoltà di avere risultati esatti nella determinazione del selenio nelle sostanze organiche per mancanza di un metodo soddisfacente. Jackson nel lavoro già citato non dà per questa ragione alcuna determinazione di selenio. Rathke poi dopo aver esperimentato con varî metodi trova numeri sempre discosti assai dal calcolato anche più dei miei sopra esposti. Paal (Berichte, 18, pag. 2255) nella determinazione del selenoxene non fa che il riconoscimento qualitativo; così pure Hofmann nel suo lavoro sui Selenociano-e Selenazol-composti (Liebig's Annalen, CCL, pag. 294). Io ho seguito il metodo accennato dal Pieverling (Liebig's Annalen, CLXXXV, pag. 334), cioè trattamento in tubo chiuso con acido nitrico, quindi scomposizione a bagno maria dell'acido nitrico con l'acido cloridrico e evaporazione sino quasi a secco, indi precipitazione con anidride solforosa.

« Questa sostanza è dunque il bromuro di un radicale, che per analogia col nome dato ai corrispondenti composti dello solfo chiamerò dietilselenetina; il bromuro avrebbe la seguente costituzione

$$\begin{matrix} C_2H_5 \diagdown & & \diagup Br \\ & Se & \\ C_2H_5 \diagup & & \diagdown CH_2\,COOH \end{matrix}$$

« Come le corrispondenti combinazioni solforate; anche questo può dare un cloroplatinato ben cristallizzato. Trattando la soluzione di bromuro di dietilselenetina con eccesso di cloruro d'argento fino a totale eliminazione del bromo, indi concentrando a bagno maria la soluzione così avuta riprendendola con alcool e precipitandola con soluzione alcoolico-eterea di cloruro di platino, si ha sotto forma di una sostanza oleosa densa, di color giallo rossastro che rapprende in breve in una massa cristallina costituita da grossi prismi. Questi, lavati con alcool ripetute volte e asciugati nel vuoto, e meglio previa ricristallizzazione dall'acqua mostrano all'analisi di essere di cloroplatinato di dietilselenetina. Dai liquidi alcoolici eterei per aggiunta ulteriore d'etere si depone una seconda porzione di cloroplatinato sotto forma di piccoli aghetti gialloaranciati.

« Le due porzioni prima di essere ricristallizzate dall'acqua fondono decomponendosi a temperatura un po' diversa, una decina di gradi; ma poi dopo ricristallizzazione dall'acqua fondono entrambe a 150°-151° decomponendosi.

« Questo fatto è probabilmente dovuto alla trasformazione in cloroplatinato di selenina durante l'evaporazione della soluzione acquosa del cloruro. Avverrebbe anche qui come per il caso delle tetine, accennato in un mio precedente lavoro [1], secondo l'equazione seguente

$$\begin{matrix} C_2H_5 \diagdown & & \diagup Cl \\ & Se & \\ C_2H_5 \diagup & & \diagdown CH_2\,COOH \end{matrix} = CO_2 + \begin{matrix} C_2H_5 \diagdown & & \diagup Cl \\ & Se & \\ C_2H_5 \diagup & & \diagdown CH_3 \end{matrix}$$

« Ecco i risultati dell'analisi.

« Prima porzione

I gr. 0.2606 di sostanza diedero gr. 0.0624 di platino.

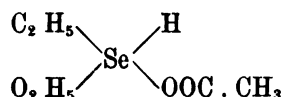
II gr. 0.2376 di sostanza diedero gr. 0,0570 di platino.

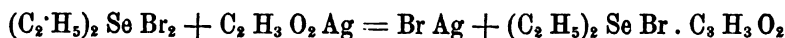
« La stessa ricristallizzata dall'acqua.

« Ho tentato di ottenere un isomero di questa sostanza, il quale per lo

[1] *Su alcune tetine isomere.* Gazzetta Italiana, vol. XXIII, pag. 493.

studio della basicità o acidità dell'aggruppamento avrebbe avuto una grande importanza la cui costituzione avrebbe dovuto essere

$$\begin{matrix} C_2H_5 \searrow & & \nearrow H \\ & Se & \\ O_2H_5 \nearrow & & \searrow OOC.CH_3 \end{matrix}$$

« A questo scopo feci reagire sopra il seleniuro d'etile bibromurato, ottenuto sia per azione dell'acido bromidrico sopra il nitrato corrispondente sia per azione del bromo direttamente sul seleniuro, l'acetato d'argento in quantità tale da eliminare un solo atomo di bromo

$$(C_2H_5)_2\,Se\,Br_2 + C_2H_3O_2Ag = Br\,Ag + (C_2H_5)_2\,Se\,Br\,.\,C_3H_3O_2$$

Evaporata la soluzione acquosa in gran parte a b. m. e poscia nel vuoto sull'acido solforico, rimase una massa cristallina e delle goccie oleose di odore ributtante. Trattai tutto con etere, nel quale l'olio si sciolse, la massa cristallina rimasta la disciolsi in alcool assoluto e la precipitai con etere anidro. Ebbi così, dopo un giorno, dei bellissimi aghetti bianchi deliquescenti.

« Trasformai in cloruro col cloruro d'argento e precipitai in soluzione alcoolico-eterea con cloruro di platino; ebbi, dopo cristallizzazione dell'acqua, un bellissimo cloroplatinato costituito da piccoli cristallini prismatici, con la estremità come di romboedro a faccia terminale piana. Simili a quelli descritti da Pieverling, come cloroplatinato di trietilsolfina [1]. Infatti, anche all'analisi risultarono identici. Gr. 0.0466 di cloroplatinato diedero gr. 0.0122 di platino.

« Per 100 dunque si ha:

trovato	calcolato per $(Se(C_2H_5)_3Cl)_2PtCl_4$
26.18	26.25

« Avendo avuto a mia disposizione una piccola quantità di cloroplatinato, mi poteva forse restar dubbio che invece della trietilselenina si fosse formata la dietilmetil, quantunque ciò sia già escluso dalla forma cristallina e dal percentuale di platino, che per quest'ultimo richiederebbe 27.28 per 100; pure, essendo questo un fatto assai importante per le conseguenze che se ne possono tirare sull'andamento della reazione, ho creduto di risolvere rapidamente la questione preparando il cloroplatinato di dietilmetilselenina che descriverò qui brevemente non essendo stato descritto fino ad ora, e confrontandolo con quello da me sopra descritto. Lo preparai dal seleniuro d'etile e ioduro di metile, e per le solite trasformazioni in cloruro e in cloroplatinato lo ebbi cristallizzato dall'acqua sotto forma di laminette prismatiche triangolari, affatto diverse da quelle di trietilselenina già sopra accennato.

(1) Memoria citata, pag. 337.

« All'analisi fornì i seguenti risultati:

« Da gr. 0.3436 di cloroplatinato ebbi gr. 0.0942 di platino.

« Dunque per 100 si ha:

	trovato	calcolato per $(Se(C_2H_5)_2CH_2Cl)_2PtCl_4$
Pt	27.41	27.28

III gr. 0.0930 di sostanza diedero gr. 0.0226 di platino.

« Seconda porzione

IV gr. 0.2570 di sostanza diedero gr. 0.0630 di platino.

V gr. 0.2786 di sostanza diedero gr. 0.0696 di platino.

« Per 100 si ha

	trovato					calcolato per $(C_6H_{13}O_2ClSe)_2PtCl_4$
	I	II	III	IV	V	
Pt =	23.90	23.99	24.28	24.51	24.98	24.28

« Il bromuro di dietilselenetina venne trasformato nell'idrato corrispondente trattandolo con ossido d'argento sospeso in acqua e di recente precipitato. La soluzione acquosa viene evaporata in parte a bagno maria e poscia nel vuoto sull'acido solforico dove dopo tre o quattro giorni si rapprende in una massa solida cristallina. Però esisteva ancora una piccola quantità di ossido d'argento, per allontanare il quale dovetti ripetutamente trattare con alcool assoluto filtrare, evaporarlo nel vuoto, e in ultimo precipitare la soluzione alcoolica con etere anidro; ebbi così l'idrato sotto forma di un olio incoloro, denso, che cristallizzò dopo tre giorni nel vuoto dall'acido solforico. È una sostanza deliquescente la cui soluzione acquosa ha reazione acida al tornasole.

« Asciugato nel vuoto sull'acido solforico fino a costanza di peso diede all'analisi i seguenti risultati:

I gr. 0.3096 di sostanza danno gr. 0.3798 di anidride carbonica e gr. 0.1616 di acqua.

II gr. 0.3968 di sostanza danno gr. 0.4872 di anidride carbonica e gr. 0,1922 di acqua.

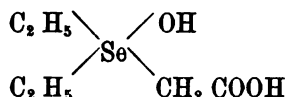
« Per 100 dunque si ha

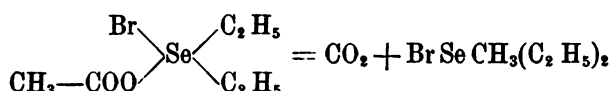
	trovato		calcolato per $C_6H_{14}O_3Se$
	I	II	
C	33.45	33.48	33.80
H	5.97	5.38	6.57

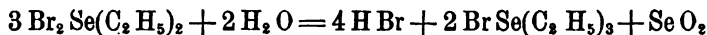
« Evidentemente la sostanza qui è allo stato di idrato e non di anidride quale si ha nei corrispondenti composti solforati. Le differenze che si riscontrano fra il calcolato e il trovato specialmente per l'idrogeno si deb-

bono attribuire a qualche traccia di argento che malgrado tutte le cure non mi riuscì di eliminare.

« Questo composto dunque sarebbe l'idrato della dietilselenetina e avrebbe la costituzione

$$\begin{matrix} C_2H_5 \diagdown & & \diagup OH \\ & Se & \\ C_2H_5 \diagup & & \diagdown CH_2COOH \end{matrix}$$

« Dall'aspetto e da tutti i caratteri, apparve diverso dal cloroplatinato sopra descritto. È dunque indubbiamente la trietilselenina che si forma. Questo fatto è assai importante, perchè se si fosse formata la dietilmetil, si avrebbe avuto indizio che l'isomero cercato si era realmente formato, ma che poi si era scomposto durante la trasformazione in cloroplatinato secondo l'equazione

$$\begin{matrix} Br \diagdown & & \diagup C_2H_5 \\ & Se & \\ CH_3{-}COO \diagup & & \diagdown C_2H_5 \end{matrix} = CO_2 + Br\,Se\,CH_3(C_2H_5)_2$$

mentre con la formazione della trietilselenina si può difficilmente ammettere che detta formazione sia avvenuta, e riesce più credibile concludere che in causa della poca stabilità del seleniuro d'etile bibromurato in soluzione acquosa, questo si sia trasformato nel composto più stabile, cioè nella trietilselenina secondo l'equazione seguente:

$$3\,Br_2\,Se(C_2H_5)_2 + 2\,H_2O = 4\,HBr + 2\,Br\,Se(C_2H_5)_3 + SeO_2$$

« Quest'ultimo modo di vedere sarebbe anche confermato dal fatto che dall'olio che accompagna la massa cristallina si separa dopo qualche tempo del selenio.

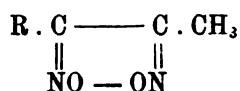
« Mi riserbo di ritentare la preparazione di questo isomero delle selenetine, e di estendere le ricerche anche ai composti solforati ».

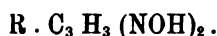
Chimica. — *Sopra la configurazione di alcune gliossime.* Nota di A. Angeli e G. Malagnini, presentata dal Socio Ciamician.

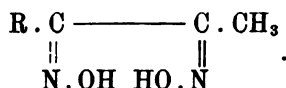
« La natura delle interessanti isomerie che presentano le ossime è stata oggetto in questi ultimi anni di viva discussione fra molti chimici eminenti, e l'ipotesi che oramai meglio di ogni altra la spiega è quella di Hantzsch e Werner, secondo cui tali isomerie dipendono dalla differente configurazione del residuo ossimico.

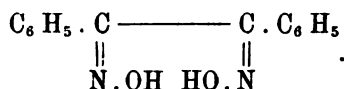
« I prodotti che si ottengono per azione dell'acido nitroso sopra alcuni composti non saturi stanno in stretta relazione con le gliossime, ed il loro studio tocca molto da vicino il problema che riguarda le isomerie che queste possono presentare.

« In alcune precedenti comunicazioni [1] uno di noi ha dimostrato come impiegando un nuovo metodo di riduzione, dai perossidi

$$\begin{array}{ccc} R.C & — & C.CH_3 \\ \| & & \| \\ NO & — & ON \end{array}$$

in cui R rappresenta un residuo aromatico, si possa passare direttamente alle diossime

$$R.C_3H_3(NOH)_2.$$

« Basandosi sopra questa trasformazione si è ammesso che alle glossime che in tal modo si formano, secondo la teoria di Hantzsch e Werner, spetti la configurazione

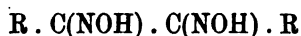
$$\begin{array}{ccc} R.C & — & C.CH_3 \\ \| & & \| \\ N.OH & & HO.N \end{array}.$$

« Questa supposizione è avvalorata dal fatto che il perossido della benzildiossima, sottoposto allo stesso processo di riduzione, dà origine alla γ-benzildiossima, cui Hantzsch e Werner, in base ai fatti scoperti da Victor Meyer, hanno attribuita la struttura

$$\begin{array}{ccc} C_6H_5.C & — & C.C_6H_5 \\ \| & & \| \\ N.OH & & HO.N \end{array}.$$

« Secondo questo modo di vedere gli atomi di ossigeno, nelle diossime che dai perossidi in tal modo si formano, conservano la stessa posizione reciproca che avevano nel perossido primitivo:

$$\begin{array}{ccc} —C & — & C— \\ \| & & \| \\ NO & — & ON \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc} —C & — & C— \\ \| & & \| \\ N.OH & & HO.N \end{array}.$$

« Il passaggio dai perossidi alle glossime è stato effettuato in un grandissimo numero di casi e le esperienze eseguite in questo proposito si trovano descritte in una serie di Memorie pubblicate in questi ultimi anni nella Gazzetta chimica.

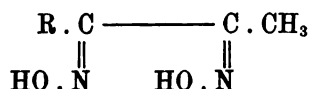
« Le diossime che si ottengono dai perossidi si trasformano per riscaldamento in composti isomeri e che sono sempre diossime. È noto che la teoria di Hantzsch e Werner per le diossime

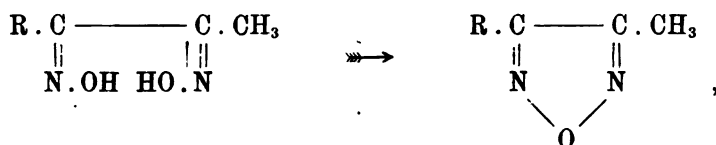
$$R.C(NOH).C(NOH).R$$

fa prevedere l'esistenza di tre isomeri che in alcuni casi si sono anche potuti preparare, come p. e. le tre benzildiossime. Dalle ricerche di Hantzsch e dei suoi allievi, si sa che la natura del radicale R esercita una influenza notevole di attrazione o di ripulsione sopra i due ossidrili ossimici, e che fra tutti

[1] Gazzetta Chimica XXII, 2, pag. 450 e seg.

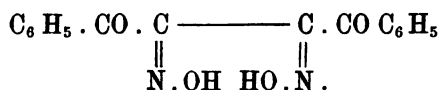
i radicali, il metile CH_3, esercita la maggior azione ripulsiva sopra questo ossidrile.

« In base a questi risultati, uno di noi ha attribuita la struttura

$$\begin{array}{ccc} R\,.\,C & \text{———} & C\,.\,CH_3 \\ \| & & \| \\ HO\,.\,N & & HO\,.\,N \end{array}$$

alle diossime isomere (β) che dalle prime (α) si ottengono per azione del calore. Questa supposizione trova un appoggio nel fatto che i derivati acetilici delle α-diossime, con tutta facilità, perdono una molecola d'acqua per dare le anidridi (azossazoli):

$$\begin{array}{ccc} R\,.\,C & \text{———} & C\,.\,CH_3 \\ \| & & \| \\ N\,.\,OH & & HO\,.\,N \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{ccc} R\,.\,C & \text{——} & C\,.\,CH_3 \\ \| & & \| \\ N & & N \\ & \diagdown\;O\;\diagup & \end{array} \; ,$$

mentre i derivati acetilici delle β-diossime, sottoposti ad analogo trattamento rigenerano le diossime primitive.

« Tale comportamento dimostra che nelle β-diossime la tendenza ad anidrificarsi è di gran lunga minore, e perciò è giusto ammettere che in questo caso sia maggiore la distanza fra i due ossidrili. Che alle diossime le quali si ottengono per riduzione dei perossidi, spetti la accennata configurazione, è stato confermato in seguito da un'altra reazione scoperta da uno di noi. Riducendo il perossido della dibenzoilgliossima, si perviene ad una diossima in cui la tendenza ad anidrificarsi è maggiore ancora. Basta infatti bollirla con alcool, trattarla a temperatura ordinaria con anidride acetica, oppure semplicemente fonderla, perchè perda una molecola d'acqua e si trasformi nel dibenzoilazossazolo. Anche a questa diossima spetterà quindi la configurazione

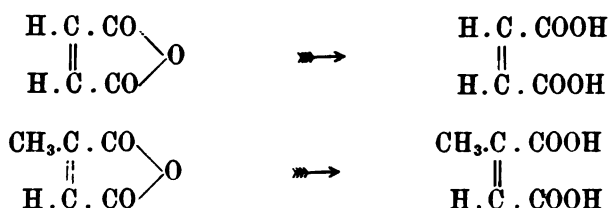
$$\begin{array}{ccc} C_6H_5\,.\,CO\,.\,C & \text{———} & C\,.\,CO\,C_6H_5 \\ \| & & \| \\ N\,.\,OH & & HO\,.\,N\,. \end{array}$$

« Questo sta in buona armonia coi fatti trovati da Hantzsch, per cui il benzoile esercita sull'ossidrile ossimico un'azione ripulsiva maggiore di quella del fenile.

« Il processo di riduzione, per il quale dai perossidi si passa alle gliossime, presenta quindi una certa analogia con la trasformazione delle anidridi di alcuni acidi non saturi negli acidi corrispondenti

$$\begin{array}{c} R\,.\,C\,.\,CO \\ \| \\ R_1.C\,.\,CO \end{array}\!\!\Big\rangle O \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{c} R\,.\,C\,.\,CO\,.\,OH \\ \| \\ R_1.C\,.\,CO\,.\,OH. \end{array}$$

« Così p. e. dalle anidridi maleica e citraconica si passa agli acidi maleico e citraconico

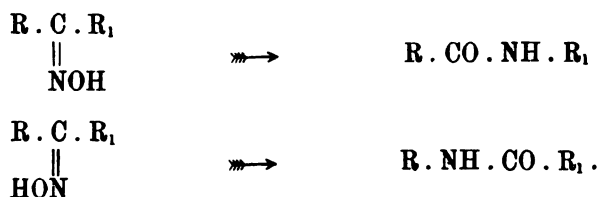
$$\begin{matrix} H.C.CO \\ \| \\ H.C.CO \end{matrix}\!\!>\!O \;\longrightarrow\; \begin{matrix} H.C.COOH \\ \| \\ H.C.COOH \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} CH_3.C.CO \\ \| \\ H.C.CO \end{matrix}\!\!>\!O \;\longrightarrow\; \begin{matrix} CH_3.C.COOH \\ \| \\ H.C.COOH \end{matrix}$$

e non già agli acidi fumarico e mesaconico. E reciprocamente, come dalle differenti glossime isomere si ottiene sempre lo stesso perossido, così anche negli acidi accennati i due diversi isomeri danno origine ad una sola anidride.

« Questi erano i fatti da noi trovati e che stanno in buona armonia con la teoria di Hantzsch e Werner, allorchè comparve una Memoria di Beckmann e Köster [1] sulle benzilossime, in cui questi autori arrivarono a risultati, che apparentemente stanno in disaccordo con le vedute ora esposte.

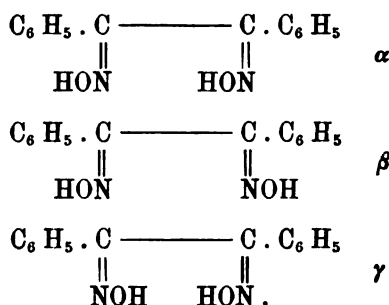
« Beckmann si basa principalmente sopra i prodotti che egli ottiene per mezzo delle due sue interessanti trasformazioni, operate dai composti alogenati del fosforo e dall'acido solforico. È noto che diverse forme isomere delle ossime si possono trasformare per azione di questi reattivi, in composti amidati, quali possono essere diversi a seconda dell'ossima da cui derivano, e che queste metamorfosi possono servire a determinare la loro configurazione:

$$\begin{matrix} R.C.R_1 \\ \| \\ \;\;NOH \end{matrix} \;\longrightarrow\; R.CO.NH.R_1$$

$$\begin{matrix} R.C.R_1 \\ \| \\ HON\;\; \end{matrix} \;\longrightarrow\; R.NH.CO.R_1 .$$

« Basandosi sopra le esperienze di Victor Meyer, Hantzsch e Werner hanno attribuito alle tre diossime del benzile la configurazione:

$$\begin{matrix} C_6H_5.C & \text{———} & C.C_6H_5 \\ \| & & \| \\ HON & & HON \end{matrix} \quad \alpha$$

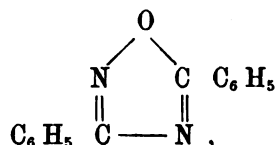
$$\begin{matrix} C_6H_5.C & \text{———} & C.C_6H_5 \\ \| & & \| \\ HON & & NOH \end{matrix} \quad \beta$$

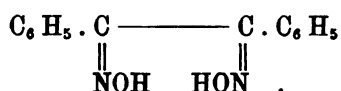
$$\begin{matrix} C_6H_5.C & \text{———} & C.C_6H_5 \\ \| & & \| \\ NOH & & HON . \end{matrix} \quad \gamma$$

(1) Liebig's Annalen 274, 1.

« Dalla β-benzildiossima, Beckmann e Köster col loro processo di trasformazione ottennero ossanilide

$$C_6H_5 . NH . CO . CO . NH . C_6H_5 ,$$

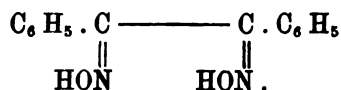
e questo risultato è in buona armonia con le vedute di Hantzsch e Werner. Dalla α-benzildiossima Beckmann ottenne la dibenzenilazossima,

$$\begin{array}{ccccc} & & O & & \\ & \diagup & & \diagdown & \\ & N & & C & C_6H_5 \\ & \| & & \| & \\ C_6H_5 & C & — & N & , \end{array}$$

per spiegare la formazione della quale egli attribuisce all'α-diossima la formola:

$$\begin{array}{ccc} C_6H_5 . C & ——— & C . C_6H_5 \\ \| & & \| \\ NOH & & HON \ . \end{array}$$

« Per analogo trattamento dalla γ-benzildiossima Beckmann ottenne del pari dibenzenilazossima. Operando però invece che a —20°, alla temperatura d'ebollizione dell'etere, dalla γ-diossima ottenne la fenilbenzoilurea

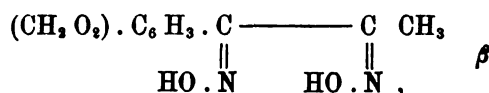
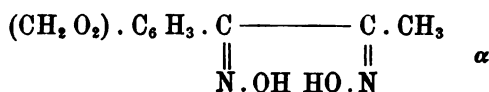
$$C_6H_5 . NH . CO . NH . CO . C_6H_5$$

« Beckmann interpreta la formazione di questa sostanza ammettendo che alla γ-diossima spetti la configurazione:

$$\begin{array}{ccc} C_6H_5 . C & ——— & C . C_6H_5 \\ \| & & \| \\ HON & & HON . \end{array}$$

« A noi sembra che dalle esperienze di Beckmann, malgrado la loro eleganza, non si possano trarre le conclusioni a cui pervenne questo chiaro autore, perchè sta il fatto che partendo da due ossime diverse la α e la γ del benzile si ottiene la stessa sostanza, la dibenzenilazossima.

« Per questo motivo abbiamo ritenuto opportuno di estendere le esperienze di Beckmann alle due diossime:

$$\begin{array}{cccc} (CH_2O_2) . C_6H_3 . C & ——— & C . CH_3 & \\ \| & & \| & \alpha \\ N . OH & & HO . N & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} (CH_2O_2) . C_6H_3 . C & ——— & C \ CH_3 & \\ \| & & \| & \beta \\ HO . N & & HO . N \ , & \end{array}$$

che uno di noi ha descritto due anni or sono.

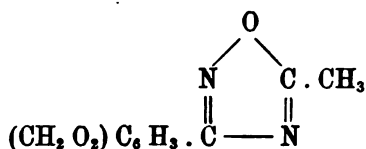
« Queste diossime corrispondono rispettivamente alla γ-diossima ed alla α-diossima del benzile.

« Noi abbiamo operato con pentacloruro di fosforo, in soluzione eterea, raffreddando con ghiaccio e sale.

« Dall'α-diossima ottenemmo due sostanze cui con tutta probabilità spetta la struttura

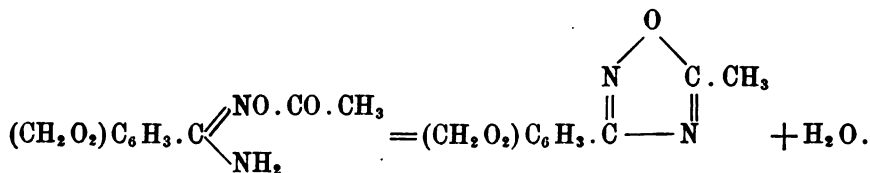
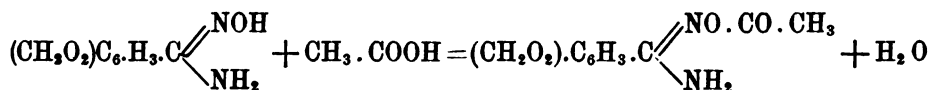
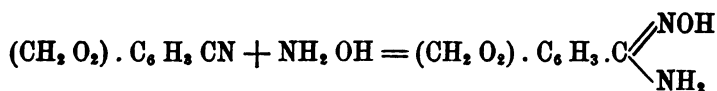
$$(CH_2O_2)C_6H_3.\overset{\displaystyle N \;\diagup\!\!\overset{O}{}\!\!\diagdown\; C.CH_3}{\underset{}{C \text{———} N}}$$

e

$$CH_3.CO.NH.CO.NH.C_6H_3(O_2CH_2).$$

« La prima abbiamo potuto anche prepararla sinteticamente, seguendo il metodo di Tiemann, per successiva azione dell'idrossilammina e dell'anidride acetica sopra il nitrile piperonilico:

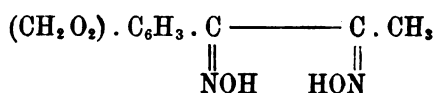
$$(CH_2O_2).C_6H_3CN + NH_2OH = (CH_2O_2).C_6H_3.C\begin{matrix}\diagup\!\!\!\diagup NOH \\ \diagdown NH_2\end{matrix}$$

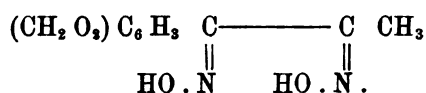
$$(CH_2O_2)C_6.H_3.C\begin{matrix}\diagup\!\!\!\diagup NOH \\ \diagdown NH_2\end{matrix} + CH_3.COOH = (CH_2O_2).C_6H_3.C\begin{matrix}\diagup\!\!\!\diagup NO.CO.CH_3 \\ \diagdown NH_2\end{matrix} + H_2O$$

$$(CH_2O_2)C_6H_3.C\begin{matrix}\diagup\!\!\!\diagup NO.CO.CH_3 \\ \diagdown NH_2\end{matrix} = (CH_2O_2)C_6H_3.\overset{\displaystyle N \;\diagup\!\!\overset{O}{}\!\!\diagdown\; C.CH_3}{C \text{———} N} + H_2O.$$

« Per analogo trattamento, dalla nostra β-diossima ottenemmo soltanto l'azossima sopra accennata. In entrambe le reazioni si nota sempre anche la formazione di piccole quantità di nitrile piperonilico.

« Anche in questo caso, dalle due differenti ossime si arriva ad una stessa sostanza, tranne per la β-diossima, dove assieme all'azossima si forma l'acetilpiperilurea.

« Questo risultato, se dimostra ancora un'altra volta la stretta analogia che passa fra le γ- ed α-diossime del benzile con quelle da noi studiate, non ci permette di stabilire in modo sicuro la configurazione di queste ultime. Entrambe, per identico trattamento, danno l'azossima, e perciò la formazione di questa sostanza non si può utilizzare per il nostro scopo. Volendo poi spiegare come dalla nostra α-diossima

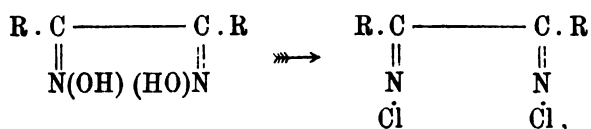
$$(CH_2O_2).C_6H_3.\underset{\displaystyle NOH}{\underset{\|}{C}} \text{————} \underset{\displaystyle HON}{\underset{\|}{C}}.CH_3$$

possa formarsi l'acetilpiperilurea, secondo le vedute del Beckmann bisognerebbe attribuirle la configurazione:

$$\begin{array}{ccc} (CH_2O_2)C_6H_3\ C & \text{———} & C\ CH_3 \\ \| & & \| \\ HO.N & & HO.N. \end{array}$$

Le due reazioni adunque, quella di Beckmann e la nostra, in questo caso conducono a risultati opposti.

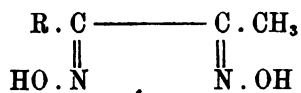
« Noi però diamo la preferenza ai risultati delle nostre reazioni, e su questo insistiamo principalmente per due motivi.

« In primo luogo, perchè non è da ammettersi che nelle diossime che dai perossidi si ottengono mediante un processo di riduzione che avviene a bassa temperatura ed in modo netto e quantitativo, possa effettuarsi un notevole mutamento nella posizione reciproca dei due atomi di ossigeno.

« Secondariamente poi, perchè nelle trasformazioni di Beckmann, in una prima fase i gruppi ossidrilici vengono rimpiazzati da due atomi di cloro

$$\begin{array}{ccc} R.C & \text{———} & C.R \\ \| & & \| \\ N(OH) & & (HO)N \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc} R.C & \text{———} & C.R \\ \| & & \| \\ N & & N \\ \dot{C}l & & \dot{C}l, \end{array}$$

talchè i prodotti finali che si ottengono, piuttosto che dalle ossime, derivano dalle cloroimmidi che prima si formano e la configurazione delle quali potrebbe essere anche diversa delle ossime primitive. Su questo secondo punto pare convenga anche lo stesso Beckmann, giacchè in una Memoria ultimamente comparsa (1) non esclude la possibilità che nelle sue trasformazioni, in una prima fase, possa avvenire, talvolta il passaggio più o meno completo di un'ossima nell'altra.

« Diremo infine che riguardo al processo di anidrificazione delle benzildiossime, Beckmann fa notare che l'anidride finora non è stata ottenuta direttamente nè dalla γ-diossima nè dall'α-diossima libere, e che entrambe prima di perdere una molecola d'acqua passano nella β-diossima, in cui la distanza fra gli ossidrili è massima. Questo, nel caso nostro, non si può ammettere, giacchè non ci è stato possibile di preparare l'ossima

$$\begin{array}{ccc} R.C & \text{———} & C.CH_3 \\ \| & & \| \\ HO.N & , & N.OH \end{array}$$

corrispondente alla β-diossima del benzile. L'esistenza di tale ossima, per quanto abbiamo detto prima, è molto improbabile ».

(1) Berl. Berichte XXVII, 312.

CONCORSI A PREMIO

Elenco dei lavori presentati al Concorso *Santoro*
(scaduto il 30 Giugno 1894).

1. GATTI MARIO — *Soluzione del problema delle rotative, del problema della motrice ad aria compressa calda, invenzione applicabile alla filatura, alla tessitura* ecc. (ms.).
2. NOTARI PIETRO — *Filatura meccanica ed automatica della lana di legno* (ms.).

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia danese di scienze e lettere di Kobenhau; la Società di scienze naturali di Emden; la Società geologica di Manchester; la Scuola politecnica di Delft; il R. Osservatorio di Edimburgo.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Museo Teyler di Harlem; l'Università di Kasan.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

dal 4 giugno al 1° luglio 1894.

Arnoux G. — Arithmétique graphique. — Les espèces arithmétiques hypermagiques. Paris, 1894. 8°.
Boccardo E. — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 37. Torino, 1894. 8°.
Boldi M. A. — Per la sistemazione di Piazza Colonna in Roma. Roma, 1894. 8°.
Busiri-Vici A. — La musica dei colori. Roma, 1894. 4°.
Casanova E. — Carta nautica del Reinel di proprietà del Barone Giovanni Ricasoli Firidolfi. Roma, 1894. 8°.
Cerboni G. — La ragioneria scientifica e le sue relazioni con le discipline amministrative e sociali. Vol. II. Il metodo. Roma, 1894. 8°.
Guide des thermes et bains d'Italie. Turin, 1894. 8°.

Helmholtz H. v. — Handbuch der physiologischen Optik. VIII Lief. Leipzig, 1894. 8°.

Legislation (La) et l'administration sanitaire en Italie et les Institutions scientifiques annexées à la Direction de la Santé publique. Rome, 1894. 8°.

Martini E. — Di alcuni fenomeni di elettrolisi e di polarizzazione. Venezia, 1894. 8°.

Meli R. — Sulla presenza dell'Iberus Signatus Fer. nei Monti Ernici e nei dintorni di Terracina. Siena, 1894. 8°.

Noriega Ruiz E. — Bateria electrica universal. Mexico, 1889. 8°.

Id. — Caja telefonica automatica. Mexico, s. a. 4°.

Id. — El microfono y el microtelefono. Mexico, s. a. 4°.

Id. — Manual pratico de la preparacion e hilado de Algodon. Mexico, 1889. 8°.

Id. — Reformas introducidas en el sistema de telefonos. Mexico, s. a. 4°.

Id. — Reformas o perfeccionamentos introducidos en el sistema de microfonos. Mexico, s. a. 4°.

Observations faites au Cap Thordsen, Spitzberg par l'expédition Suédoise. T. I, II. Stockholm, 1894. 4°.

Pagliani L. — Relazione intorno all'epidemia di Colera in Italia nel 1893. Roma, 1894. 8°.

Piette Ed. — L'époque éburnéenne et les races humaines de la période glyptique. Saint-Quentin, 1894. 8°.

Poincaré H. — Les oscillations électriques. Paris, 1894. 8°.

Ricotti G. — La pazzia e la sua influenza nel secolo XIX. Chieti, 1894. 4°.

Scheeles C. W. — Bref och Anteckninger. Stockholm, 1892. 8°.

Sclavo A. — Della cultura del Diplococco di Fränkel, nelle uova. Roma, 1894. 8°.

Sirena S. e *Scagliosi E.* — Analogie e differenze dei vibrioni colerigeni isolati nell'ultima epidemia 1893. Napoli, 1894. 8°.

Id. id. — Durata in vita del bacillo del Carbonchio nel terreno, nell'acqua potabile, in quella di mare e nel materiale di fogna. Napoli, 1894. 8°.

Thomopoulos J. — La présence d'infusoires dans le sang des palustres. Athènes, 1894. 8°.

Veronese G. — Grundzüge der Geometrie von mehreren Dimensionen und mehreren Arten gradliniger Einheiten in elementarer Form entwickelt. Ueb. von A. Schepp. Leipzig, 1894. 8°.

Id. — Osservazioni sui principî della geometria. Padova, 1894. 8°.

Wilde G. — Sur l'origine des corps simples et sur l'existence de relations nouvelles entre leurs poids atomiques. London, 1892. 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 15 luglio 1894.

Meccanica. — *Sui corpi di massima attrazione.* Nota di Alfonso Sella, presentata dal Socio Blaserna.

« Prima di venire all'argomento della presente ricerca premetterò alcuni teoremi, che legano tra di loro attrazioni di solidi con attrazioni di superficie materiali.

« I. L'attrazione di un cono qualsiasi (e quindi anche di una piramide) sul vertice, è eguale all'attrazione della base, su cui sia uniformemente distribuita una massa tripla della massa del cono.

« Di questa proprietà nota si dà una dimostrazione semplicissima, osservando che il cono può venire decomposto in piani materiali paralleli alla base, ciascuno dei quali esercita sul vertice la medesima attrazione. Se quindi α indica l'attrazione della base, sulla quale sia uniformemente distribuita la massa uno, l'attrazione A del cono sul vertice varrà αh, se h è l'altezza del cono, e la massa M del cono varrà $h/3$, da cui segue:

$$A = 3M\alpha.$$

« II. L'attrazione di un poliedro circoscritto ad una sfera sopra il centro della sfera, è eguale all'attrazione di una massa tripla della massa del poliedro uniformemente

distribuita sulla superficie del poliedro. Questo teorema segue immediatamente dal precedente, giacchè le masse di ciascuna delle piramidi parziali, aventi il vertice nel centro della sfera, in cui può venire decomposto il poliedro, sono proporzionali alle basi.

« L'attrazione di un cilindro circolare retto sul centro di una base, è eguale all'attrazione di una massa tripla della massa del cilindro uniformemente distribuita sul mantello e sulla base opposta, se l'altezza ed il raggio del cerchio base sono eguali. Infatti in questo caso unendo a questo cilindro un altro identico e in posizione coassiale, dall'altra parte del punto attratto si cade nel caso di un poliedro circoscritto ad una sfera con punto attratto nel centro; all'attrazione del poliedro si sostituisce l'attrazione di una distribuzione uniforme sulla superficie e poi si staccano i due cilindri, con che si ha la proprietà enunciata.

« III. L'attrazione di un cono qualsiasi avente per base una superficie sferica con centro nel vertice, su questo vertice è eguale all'attrazione di una massa tripla di quella del cono uniformemente distribuita sulla superficie sferica base. Questo teorema puossi derivare dal teorema I o da II, o dimostrare direttamente in modo del tutto analogo a quello tenuto in I.

« IV. L'attrazione di un anello cilindroconico, ossia del solido compreso fra un cilindro circolare ed un cono avente per vertice il centro di una base e per base la base opposta del cilindro, sul vertice di questo cono è eguale all'attrazione di una massa tripla di quella dell'anello uniformemente distribuita sul mantello del cilindro. Questo risulta decomponendo l'anello in piramidi elementari per mezzo di piani passanti per il vertice e per le generatrici del cilindro. Se il vertice del cono non fosse nel centro di una base, allora la distribuzione non sarebbe più uniforme, ma lungo ogni generatrice la densità superficiale dovrebbe essere proporzionale alla distanza di essa dal punto attratto, ossia dovrebbe venire conservata la similitudine rispetto al punto attratto.

« I risultati sin qui esposti possono venire dedotti da un unico principio, che segue subito dal teorema I [1]: Dato un solido ed un punto attratto si può sostituire al solido una distribuzione superficiale di materia, uniforme su ciascuna delle porzioni piane (finite od infinitesime) della superficie del solido e proporzionale dall'una all'altra alle altezze delle piramidi che le proiettano dal punto attratto; e considerando come positive quelle piramidi che racchiudono una parte del corpo, negative invece quelle interamente vuote.

« V. L'attrazione di un cono qualsiasi avente per base una superficie di attrazione costante lungo una data dire-

[1] Confronta F. Keller, *Ricerche sull'attrazione delle montagne*. Roma, Loescher, 1872. Parte prima, pag. 4-5.

zione, sul vertice e lungo questa direzione è eguale all'attrazione di una massa tripla di quella del cono uniformemente distribuita sulla base. Infatti decomponendo il cono in coni elementari e portando sulle basi una massa tripla di quella di ciascuno dei coni elementari, si avrebbe da prima una distribuzione superficiale non uniforme, che può immediatamente venire resa tale dal momento che la superficie è di attrazione costante. In questo caso la distribuzione della massa tripla del cono sulla base è del resto assolutamente arbitraria.

« Veniamo ora al problema dei corpi di massima attrazione che si può formulare così: Data una certa massa, determinare quale forma si debba dare a questa massa, affinchè l'attrazione di essa su di un dato punto e lungo una data direzione sia massima. Se i punti attratti sono due, dovrà essere massima la somma delle attrazioni su di essi. La forma potrà non essere ovvero essere soggetta a condizioni ristrettive, come sarebbe l'assegnazione di un dato tipo di forma.

« Supposta costante la densità, il problema si riduce a rendere massima l'attrazione A di un certo corpo, essendo costante il suo volume V. Ora le dimensioni di un'attrazione e di un volume sono date da:

$$[A] = [L], \qquad [V] = [L^3],$$

quindi sarà necessariamente

$$A = \lambda V^{\frac{1}{3}},$$

in cui λ è una funzione *numerica* dei parametri (lunghezze) che definiscono il corpo. Il nostro problema si riduce allora a rendere massima la funzione $\lambda = A/V^{1}/_{3}$. Dunque dovrà essere $\delta\lambda = 0$ ossia:

$$\frac{\delta A}{\delta V} = \frac{A}{3V}. \qquad (1)$$

Questa relazione, come condizione del massimo, è affatto generale. Se ci limitiamo a corpi, la cui forma dipende da *due* parametri, come sarebbero certe due lunghezze l_1 ed l_2, avremo:

$$\lambda = f\left(\frac{l_1}{l_2}\right),$$

dovendo λ avere dimensione nulla. Quindi λ acquisterà tutti i valori possibili tenendo fisso un parametro e facendo variare l'altro. Allora i valori di δA e di δV, che compaiono nella formola (1), potranno essere riferiti alle variazioni dell'attrazione e del volume prodotte dalle variazioni di *un solo* parametro.

Corpo di massima attrazione a due punti.

« Si tratta di rendere massima la somma delle attrazioni di una massa su due punti lungo la retta che li congiunge; questa retta sarà asse di rivoluzione del corpo. La superficie del corpo sarà tale che la somma delle attrazioni di un punto materiale posto su di essa sui due punti attratti sia costante, perchè altrimenti converrebbe deformarla per portare della massa da luoghi in cui la somma delle attrazioni è minore, in luoghi in cui essa è maggiore. Ora la distanza dei due punti non è data ed abbiamo così un parametro; per il secondo possiamo prendere il valore μ di quella somma costante di attrazioni di un punto materiale alla superficie, in cui sia concentrata l'unità di massa.

« Tengo ora fisso, secondo il principio svolto sopra, il primo parametro, ossia la distanza di due punti e suppongo variabile μ. Allora a causa della costanza di μ per tutti i punti della superficie avrò:

$$\delta A = \mu \delta V.$$

Sostituendo questa relazione nella condizione del massimo data dalla formola (1) avremo:

$$A = 3\mu V .$$

« Dunque tra le infinite superficie, per cui è costante la somma delle attrazioni di un punto su due punti dati, *corrisponde ad un massimo di attrazione quella determinata dal valore* $\mu = A/3V$. Il problema è così interamente risolto, giacchè la distanza dei due punti, ovvero le dimensioni del corpo, sono date dalla massa disponibile. Abbiamo così ritrovato in modo semplicissimo un risultato già noto per una via laboriosa e poco trasparente (1).

Corpi di dato tipo di forma.

« 1. Sia un cilindro retto con base qualsiasi ed il punto attratto si trovi in un punto della base. Il problema di rendere massima l'attrazione del cilindro su questo punto dipenderà da due soli parametri, se io stabilisco che la base debba mantenersi simile e similmente posta rispetto al punto attratto; ed i due parametri saranno una linea della base e l'altezza del cilindro. Suppongo fissa la base e variabile quest'ultima; allora δA e δV saranno pure le variazioni dell'attrazione A_1 e del volume V_1 della piramide, che proietta la base opposta dal punto attratto. Ora dal teorema I segue:

$$\frac{\delta A_1}{\delta V_1} = \frac{A_1}{3V_1}$$

(1) Vedi A. Sella, *Ancora sulla forma del corpo attraente nella misura della densità media della terra e sul corpo di massima attrazione di due punti.* Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. III, 1° sem., p. 439, 1894.

e quindi la condizione del massimo (1) fornirà:

$$\frac{A}{V} = \frac{A_1}{V_1}, \tag{2}$$

ossia l'attrazione sarà massima quando le attrazioni ed i volumi del cilindro e del cono sulla base opposta saranno proporzionali. (Allo stesso risultato si arriverebbe, e nello stesso modo, coll'aiuto del teorema IV supponendo variabile la base invece che l'altezza).

« Questo teorema trovato dal Keller per altra via, viene ora posto sotto una luce che ne permette un'ampia generalizzazione. Per il ragionamento di sopra non è affatto necessario che il cilindro sia retto, nè che le due faccie piane limitanti il cilindro sieno parallele. Quindi la condizione di massimo (2) varrà pure per il seguente problema: Dato un angolo solido qualsiasi, porre una data massa entro quest'angolo limitata da due piani di inclinazione determinata, in modo che sia massima l'attrazione su di un punto situato su una di queste basi e su di una data retta passante per il vertice dell'angolo.

« La condizione (2) presuppone solo che la forma del corpo dipenda da due parametri e che la variazione di un parametro produca una variazione di attrazione di un cono sul suo vertice, ottenuta distribuendo della massa in modo uniforme sulla sua base. Dunque la stessa relazione varrà anche per la calotta sferica [1] o paraboloidica con punto attratto nel vertice; così la curva meridiana potrà essere anche un'ellisse di eccentricità data od un'altra curva dipendente da un solo parametro; ed il punto attratto non dovrà nemmeno stare necessariamente sul vertice. Così in tutti questi casi si potrà sostituire al piano opposto al punto attratto una superficie sferica avente centro nel punto attratto, ovvero, se si tratta di massimo di attrazione lungo una determinata direzione, una superficie di attrazione costante lungo questa direzione.

« Si ha a questo modo la condizione del massimo di attrazione espresso dalla (2) per un grande numero di forme diverse; purchè la forma dipenda da due parametri e che la variazione di uno dei parametri permetta l'applicazione di uno dei nostri teoremi preliminari.

[1] Se h e ϱ sono altezza e raggio del cerchio base avremo:

$$A = 2\pi\left(h - \frac{2}{3}\frac{h^2}{\sqrt{h^2+\varrho^2}}\right), \qquad V = \frac{\pi}{2.3} h (h^2 + 3\varrho^2),$$

$$A_1 = 2\pi\left(h - \frac{h^2}{\sqrt{h^2+\varrho^2}}\right), \qquad V_1 = \frac{\pi\varrho^2 h}{3},$$

onde la condizione (2) mi fornirà immediatamente:

$$3(h^2+\varrho^2)^{3/2} - 3h^3 - 5h\varrho^2 = 0;$$

relazione che coincide con quella trovata nella Nota sopracitata col solito metodo dei massimi. Lo stesso potrebbe farsi colla calotta paraboloidica.

« 2. Passiamo ora a trattare col nostro metodo un'altra classe di corpi che ci condurrà a considerare delle attrazioni di linee materiali.

« Cominciamo colla piramide retta avente per base un poligono regolare con punto attratto nel vertice. In questo caso i parametri sono ancora due, cioè p. e., altezza della piramide e raggio del cerchio circoscritto al poligono base. Tengo fissa l'altezza h e suppongo variabile il raggio ϱ del cerchio circoscritto. Allora δA e δV rappresentano la somma delle attrazioni di n piramidi elementari ottenute proiettando dal vertice l'anello poligonale compreso fra il poligono corrispondente a ϱ ed il poligono corrispondente a $\varrho + \delta\varrho$. Ora l'attrazione, lungo l'asse della piramide principale, di ciascuna di queste piramidi parziali è la stessa come se tre volte il volume di essa fosse uniformemente distribuita sul corrispondente lato del poligono; quindi, per la simmetria del corpo, se μ è l'attrazione della massa uno uniformemente distribuita sul perimetro del poligono, sarà:

$$\delta A = 3\mu\delta V$$

e sostituendo nella (1) troveremo

$$A = 9\mu V. \tag{3}$$

Siamo così giunti al risultato semplicissimo: L'attrazione di una piramide a base regolare sul suo vertice sarà massima, quando sarà eguale all'attrazione di una massa 9 volte quella della piramide uniformemente distribuita sul perimetro del poligono base [1].

« E si vede che la stessa condizione vale pel cono pel settore sferico [2] e per l'anello cilindroconico. Non insisterò sulla generalizzazione di

[1] Se h è l'altezza, l lo spigolo che parte dal vertice ed a la distanza del lato del poligono dal vertice sarà:

$$\mu = \frac{h}{a^2 l}$$

ovvero introducendo il raggio ϱ del cerchio circoscritto e l'angolo $\varphi = \pi | n$, essendo n il numero dei lati del poligono:

$$\mu = \frac{h}{\varrho^2 \cos^2\varphi + h^2} \frac{1}{\sqrt{h^2 + \varrho^2}}.$$

Ora si ha:

$$A = 2\pi h \left(\pi - n \operatorname{arc tg} \frac{h \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{h^2 + \varrho^2}}\right), \quad V = \frac{1}{3} n h \varrho^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi;$$

dunque la condizione (3) mi fornirà:

$$2\pi - 2n \operatorname{arc tg} \frac{h \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{h^2 + \varrho^2}} - 3n \frac{h\varrho}{\varrho^2 \cos^2\varphi + h^2} \frac{\varrho \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{\sqrt{h^2 + \varrho^2}} = 0,$$

ossia la condizione trovata dal dott. Pierpaoli operando col metodo ordinario (Rend. dell'Acc. dei Lincei, vol. II, 1° sem., p. 136, 1893).

[2] Traducendo in formole nei rispettivi casi la (3), si cade immediatamente nelle formole date da Playfair Lampe pel cono e dal Keller pel settore sferico.

cui sono suscettibili questi tipi di corpi; l'essenziale è solo che la loro forma dipenda da due parametri e che la variazione di un parametro conduca all'attrazione di una massa distribuita lungo un certo contorno.

« L'applicazione della formola (1) ci ha condotto così ad una quantità di risultati suscettibili di una interpretazione molto semplice, e la sua fecondità nello studio dei corpi di massima attrazione ci pare dimostrata ».

Fisica terrestre. — *Origine del magnetismo nelle roccie vulcaniche del Lazio.* Nota del dott. GIUSEPPE FOLGHERAITER, presentata dal Socio BLASERNA.

« Le ricerche fatte specialmente negli ultimi tempi sopra il magnetismo delle roccie hanno una grande importanza sotto il punto di vista, che mostrano quanta influenza esso possa avere sui risultati delle misure magnetotelluriche, e quanto esso sia estesamente sviluppato nelle roccie, tanto che in molte contrade è più facile il trovare una roccia più o meno magnetica, che una la quale non lo sia affatto.

« Alcuni studiosi hanno anche cercato di investigare, quale sia stata la forza magnetizzante delle roccie, e fra le varie ipotesi emesse in questo riguardo ha dell'attendibilità quella del Melloni (1), quantunque anch'essa sia insufficiente talvolta a spiegare l'attuale orientazione del magnetismo in alcune roccie. Secondo il Melloni, il magnetismo delle lave del Vesuvio è dovuto all'azione induttrice della Terra durante il periodo del loro consolidamento e raffreddamento: tale ipotesi fu stabilita in base all'orientazione del magnetismo nei pezzi di lava staccati dal masso vivo, e sul fatto che quando tali pezzi comunque disposti venivano smagnetizzati coll'arroventarli, essi si calamitavano nel raffreddarsi corrispondentemente all'azione induttrice del magnetismo terrestre.

« I risultati delle esperienze di Melloni furono confermati dal Förstemann (2), che ha operato sopra roccie non vulcaniche; ed i sigg. Oddone e Franchi (3) ed O. E. Meyer (4) hanno trovato che la distribuzione del magnetismo di monte è come se fosse prodotta dall'induzione della Terra.

(1) *Ricerche intorno al magnetismo delle roccie.* Due Memorie. R. Acc. delle Scienze di Napoli, vol. I, 1853, pag. 121 e 141.

(2) Pogg. Ann. vol. 106, 1859, pag. 106.

(3) Annali dell'Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica, vol. XII, parte 1ª, 1890.

(4) Jahresber. d. Schles. Ges. 1888, pag. 10; Sitzungsber. d. Münch. Akad. vol. 19, 1889, pag. 167, e Wied. Ann. vol. 40, 1890, pag. 489.

« Anche J. Locke (1) che ha fatto numerose osservazioni e misure sul magnetismo terrestre nell'America del Nord dal 1838 al 1843, ha spiegato le anomalie trovate presso le famose colonne dioritiche dell'Hudson coll'ammettere, che esse erano divenute calamite per l'azione induttrice della Terra.

« L'ipotesi di Melloni però è insufficiente a spiegare la magnetizzazione delle roccie, quando si considerino i così detti *punti distinti*, che furono trovati con tanta frequenza dal prof. Keller (2) nella lava basaltina del Lazio, e dai dott. Oddone e Sella (3) nelle roccie magnetiche delle Alpi centrali e da molti altri autori in altre località.

« Le roccie con *punti distinti* hanno il loro magnetismo orientato colla massima irregolarità e capriccio. Ora in esse si trovano due punti fortemente magnetici, con polarità opposte, la cui posizione relativa non segue mai alcuna legge; ora i due punti hanno la stessa polarità: talvolta si ritrova un punto distinto solo, e attorno ad esso la roccia sembra quasi inerte sopra l'ago calamitato. In molti casi i punti distinti sono alla superficie e nella parte superiore della roccia, ma talvolta, sebbene raramente, trovansi anche nell'interno della massa rocciosa, e sono venuti alla luce soltanto, perchè a caso l'uomo per i proprî bisogni ha levato la roccia soprastante.

« Da osservazioni sopra centinaia di punti distinti i dott. Oddone e Sella hanno tirato la conclusione, che la distribuzione del magnetismo non è mai in relazione alcuna colla direzione del campo terrestre: non è quindi la stessa causa che ha prodotto la magnetizzazione delle lave del Vesuvio ed i punti distinti.

« In simil guisa se si esaminano i risultati ottenuti dài varî autori e specialmente dal Keller (4) desunti da numerose osservazioni fatte sul magnetismo delle roccie vulcaniche del Lazio, non si scorge, anche omettendo i punti distinti, che esista una causa unica alla quale si possa attribuire tutto quel magnetismo agente in vario senso e con diversa intensità anche in luoghi relativamente vicini: è però da notare, che le ricerche del Keller non hanno avuto l'obbiettivo di cercare la forza magnetizzante, ma solo la presenza del magnetismo e la sua intensità nelle varie specie di roccie.

« Da tutto ciò si rimane incerti se l'ipotesi di Melloni sia applicabile solo al caso isolato delle lave del Vesuvio, oppure se essa valga anche per

(1) Transact. Am. Phil. Soc. Philadelphia, vol. 9, 1846, pag. 283; *Smithson Contributions*, vol. III, 1852, pag. 1.

(2) *Sulle roccie magnetiche di Rocca di Papa*. Rend. della R. Acc. dei Lincei, vol. II, 1886, pag. 428, e *Guida itineraria delle principali roccie magnetiche del Lazio*, id., vol. VI, 1890, pag. 17.

(3) *Contributo allo studio delle roccie magnetiche nelle Alpi centrali*. Rend. della R. Acc. dei Lincei, vol. VII. 1° sem., 1891, pag. 100 e 145.

(4) *Contributo allo studio delle roccie magnetiche dei dintorni di Roma*. Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. IV, 1° sem., 1888, pag. 38 e 325; e vol. V, 1° sem., 1889, pag. 519.

altre roccie che hanno avuto una origine analoga, o se essa sia generale; mi sono proposto di studiare la distribuzione del magnetismo nelle roccie vulcaniche del Lazio, appunto sotto il punto di vista di potere decidere se anche in questo caso sia stata l'induzione della Terra la causa magnetizzante di esse. Prima però di accingermi a determinare l'orientazione del magnetismo direttamente sui giacimenti di roccie vulcaniche, ho cercato di conoscere l'influenza, che su tali ricerche esercitano le cause, che possono mascherare o lasciare qualche incertezza sul vero stato magnetico di quelli. È noto in fatti che la forza colla quale una sostanza magnetica attira o respinge un ago calamitato è sempre la risultante delle tre seguenti azioni:

« 1° di quella dovuta al magnetismo permanente della sostanza;

« 2° di quella dovuta al magnetismo indotto dalla Terra;

« 3° di quella dovuta alla reciproca induzione tra l'ago calamitato e la sostanza.

« Ora nell'esame del magnetismo delle roccie dobbiamo considerare unicamente l'effetto dovuto alla risultante delle due prime specie di magnetismo (perchè non ci è possibile dividere l'azione del magnetismo permanente da quello indottovi dalla Terra, fino a che le roccie stanno al loro posto), ma dobbiamo assolutamente togliere o diminuire il più che sia possibile l'effetto prodotto dalla reciproca induzione tra l'ago e la roccia, perchè il magnetismo così prodotto non è inerente nella roccia, ma vi si sviluppa solo per la presenza dell'ago calamitato, e la sua intensità dipende dalle dimensioni e dall'intensità magnetica di questo, dalla distanza alla quale esso è posto dalla roccia da esaminare, e forse anche dall'intensità magnetica e dalla forza coercitiva della roccia stessa. L'azione di questo magnetismo indotto è sempre attrattiva, ed è noto che talvolta può essere così forte da mascherare completamente il vero stato magnetico della roccia.

« Per procedere con ordine, ho diviso le mie indagini in 3 parti distinte. In questa Nota espongo i risultati ottenuti dall'esame dell'influenza prodotta dalla reciproca induzione tra ago e roccia: in Note successive esporrò la distribuzione del magnetismo nelle roccie, ed esaminerò se nelle roccie esista magnetismo permanente, in quale misura e come esso sia orientato.

Intensità del magnetismo indotto nelle roccie dall'ago dell'istrumento di misura.

« Su questo interessante argomento il Melloni [1] ha fatto molte e svariate esperienze dalle quali risulta, che il magnetismo indotto dall'ago su campioni di roccie non distrugge il magnetismo permamente di queste, ma si so-

[1] Memoria II citata e *Du magnétisme des roches*, lettre à M. Regnault, C. R. vol. XXXVII, 1853, pag. 966.

vrappone, precisamente come succede nelle calamite artificiali, e cessa al cessare dell'azione induttrice, e che in alcuni casi può esercitare tanta influenza, che mentre una roccia respinge per il magnetismo proprio un ago calamitato liberamente sospeso, essa per effetto del magnetismo indotto dalla presenza dell'ago, lo può attirare quando sia avvicinata a piccolissima distanza.

« È chiaro da ciò che si deve essere assai guardinghi nello stabilire la polarità magnetica delle roccie, per non trarre da misure mal fatte conseguenze contrarie alla realtà delle cose: faccio subito osservare però, che nelle condizioni nelle quali io era obbligato a sperimentare, era ben lungi dall'ottenere effetti così marcati come ebbe il Melloni; il centro dell'ago del mio istrumento si trovava sempre a circa 30 cm. dalla roccia: il Melloni invece per ottenere il rovesciamento dell'azione magnetica doveva avvicinare i suoi campioni a 5 o 6 mm. dall'ago del suo apparecchio, mentre già a 30 mm. la prevalenza del magnetismo indotto era quasi sempre cessata.

« Il metodo sperimentale da me seguito per determinare l'intensità del magnetismo indotto dall'ago sulla roccia è il seguente: aveva a mia disposizione due aghi di momento magnetico assai diverso, che si potevano adattare alla stessa bussola di declinazione. Questa veniva collocata in vicinanza ad un giacimento di roccia magnetica (punto A). Si puntava il cannocchiale su d'una mira lontana, e si faceva la lettura della posizione dell'ago calamitato sul cerchio graduato. Si cambiava ago, avendo cura di non spostare l'istrumento (ciò che si otteneva colla massima facilità fissandolo con mezzi meccanici sulla sua cassetta che serviva da montante) e si faceva nuovamente la lettura. Si trasportava la bussola a qualche diecina di metri dalla roccia (punto B) sull'allineamento A — mira, e si ripetevano qui le stesse operazioni di prima.

« È chiaro che l'induzione dei due aghi sulla roccia, e quindi anche la reazione di questa, deve essere diversa; il fatto che la roccia possiede del magnetismo dimostra da per sè che essa ha subito un'induzione; perchè dunque non dovrebbe subire l'induzione più o meno forte dei due aghi? Perciò l'ago che ha maggior momento magnetico deve subire per effetto del magnetismo da esso indotto nella roccia un'attrazione maggiore di quello di minor momento magnetico, indipendentemente dall'azione attrattiva o ripulsiva, che ha luogo tra la roccia e l'ago per il loro magnetismo proprio. Se dunque l'azione della roccia sull'ago è ripulsiva, si avrà una ripulsione minore per l'ago di maggior momento magnetico; se l'azione è attrattiva, l'ago di maggior momento magnetico subirà un'attrazione maggiore che l'altro.

« Le differenze d'azimut determinate nelle due stazioni A e B per ciascuno dei due aghi saranno in generale diverse, e la loro differenza rappresenta l'effetto dovuto alla diversità di azione induttrice dei due aghi sulla roccia; per conoscere però completamente l'effetto prodotto dall'induzione di un ago, si dovrebbe scegliere il secondo tanto piccolo e debole da potere ri-

tenere eguale a zero, o almeno trascurabile, il magnetismo che esso induce nella roccia. Sperimentalmente ciò non è possibile, e del resto non torna neppur conto a rendere il magnetismo di quest'ago assai debole, perchè diminuendo la forza direttrice, cresce l'errore prodotto dall'attrito sul perno, e le indicazioni della bussola verrebbero affette da un errore forse più forte di quello prodotto dal magnetismo indotto dall'ago nella roccia.

« Per rendere più sensibile la differenza di attrazione che subiscono i due aghi, ho scelto roccie orientate in modo che gli aghi non avessero a disporsi nè parallelamente nè normalmente ad esse, ma in un azimut intermedio. E ne è chiara la ragione: nel 1° caso l'induzione dei due poli sulla roccia sarebbe eguale, e non produrrebbe per conto suo alcuna perturbazione; nel 2° caso il campo magnetico potrebbe avere la stessa direzione dell'azione perturbatrice provocata nella roccia dall'ago, e la declinazione magnetica non ne sentirebbe alcun effetto: scegliendo invece una roccia orientata in modo che l'ago acquisti una direzione rispetto ad essa intermedia tra la parallela e la normale, il polo più vicino esercita un'azione induttrice più forte che l'altro, e la perturbazione in tal modo prodotta non è mascherata dalla direzione del campo.

« L'istrumento adoperato nelle misure è una bussola di declinazione, munita di cannocchiale, di eccellente costruzione, appartenente all'Istituto fisico dell'Università romana. L'ago calamitato pesa gr. 16.09, è lungo cm. 16.29, ed il suo momento magnetico è 538.1 unità C. G. S. A ciascuna estremità è fissata una punta corta e finissima di ottone, la quale si muove sopra le divisioni del cerchio graduato. Il cappelletto è di agata e poggia sopra un perno acutissimo di acciajo temperato, che si può colla massima facilità togliere e cambiare. La graduazione in terzi di grado molto fine è fatta su d'uno specchio per potere evitare l'errore di paralasse, e le letture fatte coll'aiuto di un microscopio semplice sono esatte a 2'. L'ago di ricambio è lungo solo cm. 6.0 e pesa gr. 9.417; ma ai suoi estremi sono aggiunte due solide appendici di alluminio, che lo rendono dello stesso peso, forma e lunghezza del primo; il suo momento magnetico è 94.2 un. C. G. S., ed è quindi 5.71 volte minore di quello dell'ago normale della bussola.

« Per stabilire il grado di fiducia che meritano le misure, ho determinato l'errore proveniente dall'attrito dell'ago sulla punta, in conseguenza del quale esso non ritorna esattamente alla sua posizione d'equilibrio, quando venga spostato. A tale scopo adattai all'ago un piccolo specchietto, e lo collocai sul suo perno entro una scatola a pareti di vetro. Le posizioni d'equilibrio prese dall'ago dopo essere stato smosso venivano determinate coll'aiuto di canocchiale e scala. Essa era posta a tale distanza dallo specchio, che un millimetro rappresentasse uno spostamento angolare di 1'. È inutile dire che gli spostamenti ottenuti venivano corretti per le variazioni della decli-

nazione, sicchè essi rappresentano esclusivamente l'errore di accomodamento sul perno.

« Le varie serie di misure fatte mostrano un rilevante accordo tra le successive posizioni d'equilibrio prese dall'ago, qualora si abbia cura volta per volta di dare alla cassetta dei leggerissimi urti, prima che l'ago si fermi definitivamente: quando non si usi tale precauzione, si possono avere fra una lettura e la successiva delle differenze, che salgono anche sopra i 4′.

« Riporto nella seguente tabella gli scartamenti dal medio aritmetico ottenuti in tre serie di confronti in condizioni diverse: la 1ª colonna dà gli scartamenti (espressi in minuti primi) dal medio quando l'ago era posto sopra una punta di acciaio e la cassetta non veniva scossa; la 2ª colonna dà gli scartamenti ottenuti quando l'ago era posto sulla stessa punta, ma la cassetta veniva assai leggermente scossa; la 3ª colonna dà gli scartamenti ottenuti quando l'ago era posto sopra una punta di platino-iridio e la cassetta veniva scossa.

Tabella I.

I	II	III
— 0′.71	+ 0′.24	+ 0′.07
+ 0 .39	+ .34	+ .23
— 2 .01	+ .04	— .43
+ 0 .19	— .06	+ .63
— 2 .41	+ .14	— .13
+ 1 .69	— .16	+ .13
+ 0 .49	— .06	— .07
+ 1 .79	— .06	+ .03
+ 0 .59	— .16	— .27
—	— .26	— .17

« Gli errori medî di una osservazione sono nei tre diversi casi rispettivamente

± 1′.46 ± 0′.17 ± 0′.29

« Si scorge quindi, che quando si ha la precauzione di dare dei leggerissimi urti alla bussola, l'errore che si commette per l'accomodamento dell'ago sul perno è affatto trascurabile, siano i perni d'acciaio o di platino-iridio. Del resto ad un risultato quasi eguale sono arrivati Schmidt (¹) e Breithaupt (²)

(¹) *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, vol. VIII, 1888, p. 311 e vol. IX, 1889, p. 71.
(²) *Idem*. vol. VIII, p. 358.

che hanno misurato l'effetto nocivo dell'attrito di aghi sopra perni di varî metalli. Hellmann [1] ha invece ottenuto delle differenze molto più marcate.

« Conosciuto così il metodo seguito nelle misure e la sensibilità dell'istrumento adoperato, riassumo nella Tabella II i risultati ottenuti in varie località sulla differenza di azione dei due aghi su roccie di diversa natura e forza magnetica. La 1ª colonna contiene il nome della località, la 2ª colonna dà la natura della roccia esplorata, la 3ª colonna l'azione (attrazione o ripulsione) della roccia sul polo dell'ago calamitato vicino ad essa, la 4ª e 5ª colonna contengono rispettivamente le differenze di azimut avute per l'ago grande e per il piccolo, la 6ª colonna dà le differenze tra i valori della 4ª e 5ª colonna: esse rappresentano la differenza tra la perturbazione dovuta all'induzione dell'ago di maggior momento magnetico e quella dovuta al secondo ago.

Tabella II.

I	II	III	IV	V	VI
Ponte Nomentano	tufo litoide	Attraz	0° 17′.2	0° 16′.1	+ 1′.1
Valle di Pietralata	"	"	4 25 .0	4 26 .1	— 1 .1
Valle d'Egeria	"	Ripuls.	6 22 .4	6 22 .7	+ 0 .3
"	"	"	6 29 .4	6 30 .2	+ 0 .8
Valle della Caffarella	pozzolana	Attraz.	7 4 .5	7 4 .9	— 0 .4
III Kilom. dell'Ardeatina	"	"	7 0 .0	6 59 .8	+ 0 .2
Arco di Nerola (Poli)	tufo	"	7 28 .5	7 27 .5	+ 1 .0
Valle di Pietralata	"	"	7 55 .7	7 45 .7	+ 10 .0
Ponte della Foce	pozzolana	"	9 34 .3	9 21 .0	+ 13 .3
Ponte Buttero	lava basalt.	"	43 41 .9	42 58 .5	+ 43 .4

« Dall'esame di questa tabella risulta, che le differenze di azimut trovate per i due aghi, sono press'a poco eguali fino a che la perturbazione prodotta dalla presenza della roccia non supera 7°; ma al disopra di questo limite i due aghi subiscono evidentemente una sensibile differenza di azione magnetica: l'attrazione esercitata dalla roccia sull'ago di maggior momento magnetico è più grande di quella esercitata sull'ago piccolo. E tale differenza di azione è tanto più marcata, quanto maggiore è la perturbazione dovuta alla roccia, ossia quanto maggiore è l'intensità magnetica di questa. Faccio notare che in tutte le diverse località la bussola veniva sempre collocata a circa 30 cm. dalla roccia, e che quindi le differenze trovate non dipendono

[1] Carl, *Repertorium*, vol. XVI, 1880, p. 188.

da variazione della distanza. Quindi la maggior attrazione subita dall'ago di maggior momento magnetico non dipende unicamente dal magnetismo da esso indotto nella roccia, ma anche dalle condizioni magnetiche della roccia e del terreno circostante.

« Un esempio assai caratteristico, che due aghi di diverso momento magnetico sotto l'azione attrattiva o ripulsiva di una roccia risentono in diversa misura l'effetto dovuto alla reciproca induzione fra ago e roccia, è dato da misure che feci presso il blocco di lava basaltina con punto distinto nella vicinanza di Ponte Buttero, descritto dal prof. Keller nella sua *Guida itineraria delle principali roccie magnetiche del Lazio*. Collocai la bussola a varie distanze dal blocco, determinando sempre in ogni stazione col solito metodo dei tre punti la differenza d'azimut per ciascuno dei due aghi. Il polo sud di essi era spiccatamente più vicino di quello nord e veniva attratto.

« Nella seguente tabella sono riassunti i risultati avuti: la 1ª colonna contiene le varie distanze del blocco dal centro d'oscillazione degli aghi nelle varie stazioni. La 2ª e 3ª colonna contengono le differenze d'azimut trovate nelle varie stazioni rispettivamente per l'ago grande, e per quello piccolo; la 4ª colonna contiene in fine le differenze tra la perturbazione prodotta nelle varie stazioni dal magnetismo indotto dall'ago grande, e quella prodotta dal piccolo e sono eguali alle differenze tra i valori della 2ª e 3ª colonna.

TABELLA III.

I	II	III	IV
m. 0.36	43°41′.9	42°58′.5	+ 0°43′.4
» 0.55	33 1 .4	32 23 .8	+ 37 .6
» 0.76	24 26 .2	24 1 .5	+ 24 .7
» 1.065	14 9 .9	13 55 .5	+ 14 .4
» 1.50	7 15 .7	7 15 .8	— 0 .1

« Anche dall'esame di questa tabella risulta che l'ago grande subisce un'attrazione molto maggiore del piccolo, ma questa differenza di attrazione va successivamente diminuendo colla distanza fino ad annullarsi quando la perturbazione prodotta dal blocco è di 7°15′.

« *Conclusione*. — Da quanto di sopra ho esposto risulta che nelle ricerche sul magnetismo delle roccie il magnetismo indotto dall'ago dell'istrumento di misura, quale si adopera comunemente, non influisce sensibilmente sulle misure, fino a che l'azione perturbatrice delle roccie non è molto grande, ma oltrepassato un certo limite l'effetto dell'induzione tra l'ago e la roccia non è più trascurabile e con aghi di diverso momento magnetico si hanno deviazioni diverse.

« Nel caso particolare delle roccie vulcaniche del Lazio, se si ommettono i punti distinti, si può essere in generale certi, che i valori ottenuti, collocando l'istrumento di misura a distanza sufficiente ma presso a poco sempre eguale, rappresentano effettivamente il magnetismo proprio delle roccie, non essendo molto frequenti i punti in cui la perturbazione superi 7°. Perciò nelle mie ricerche successive non terrò di regola conto del magnetismo indotto dall'ago, ma ogni qualvolta però mi sarà possibile, esaminerò roccie orientate in modo che l'induzione tra ago e roccia sia minima ».

Fisica terrestre. — *Sulle indicazioni strumentali del terremoto giapponese del 22 marzo 1894.* Nota di Giulio Grablovitz, presentata dal Corrispondente Tacchini.

« Dall'anno 1886, cioè da quando le ricerche geodinamiche, sotto il nuovo indirizzo dato dal Governo agli studî sismici, vennero dirette in modo speciale all'analisi dettagliata dei vari movimenti del suolo che costituiscono il terremoto (1), la sismologia andò acquistando nuove cognizioni e conquistando nuovi orizzonti, cui invano aspiravano i mezzi primitivi od i metodi non appropriati del tempo addietro.

« Vero si è peraltro che non mancano osservazioni anteriori in cui l'odierno sismologo deve apprezzare l'oculatezza di singoli osservatori che, inconsci delle nuove teorie e dei metodi moderni, diedero tuttavia importanza a fatti misteriosi, attribuendoli già allora a disturbi d'indole tellurica; e così dicendo voglio alludere ad oscillazioni relativamente ampie sorprese in pendoli di varia lunghezza (da cui sorse il tromometro), nelle livelle astronomiche ecc. senza palese perturbazione della quiete del suolo.

« Ciononpertanto i mezzi d'osservazione in oggi esistenti sono ancora ben lungi dal dare il giusto peso a qualsiasi forma di movimento del suolo; gli strumenti esistenti hanno semplicemente apportato nuova luce nell'argomento, ed ora conviene aspettare da future ricerche la soluzione del problema meccanico, il quale è senza dubbio complesso.

« In oggi infatti è accertata la produzione di oscillazioni di svariatissimi periodi ed ampiezze. Da quelle rapidissime e minute, ma rovinosissime, che costituiscono i terremoti vibratori nell'epicentro, a quelle lentissime ed ampie che passano inavvertite ai nostri sensi, ma sono le più grandiose e son dovute alla propagazione da centri lontani, il divario è tanto grande che invano si aspetterebbe da uno solo degli strumenti esistenti la registrazione di ogni qualità di moti.

(1) Vegganai gli Annali 1886 dell'Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica: *Prefazione* del prof. P. Tacchini, *Relazione* dello scrivente e *Memoria* del meccanico Brassart.

« Il principio della massa stazionaria certo costituisce in oggi il cardine dell'analisi dei moti del suolo; ma allorchè le oscillazioni sismiche sono di una certa lentezza (specialmente da un minuto secondo in più), non abbiamo strumento in cui la massa raggiunga in pratica la stazionarietà effettiva, la quale viene turbata dalle condizioni strumentali e principalmente dalla tendenza alla posizione di riposo, da resistenze e da attriti impossibili a togliersi completamente. Quando, all'opposto, i moti sono minutissimi e rapidissimi, in guisa da dare l'impressione d'un suono (rombo) la necessità della amplificazione meccanica per la registrazione viene contrariata dall'inerzia delle leve impiegate a tale scopo, le quali certamente non possono seguire nella sua immensa rapidità il moto che dovrebbero registrare amplificato.

« Per tali motivi la massa stazionaria non è valsa finora a registrare soddisfacentemente che le oscillazioni avvicendantisi con la frequenza di 2, 3 o 4 per secondo o poco al di fuori di questi limiti.

« Soddisfacenti risultati si hanno in oggi dai pendoli lunghi (da 5 a 10 metri) con masse di parecchi miriagrammi e perfino d'un quintale, mediante i quali si ottiene la registrazione di oscillazioni aventi periodi completi di 10, 20 e più minuti secondi. Ma giova considerare che dessi non fungono più quali masse stazionarie, ma quali gravi pendolari che mantengono la verticale alla presenza di vere ondulazioni della superficie terrestre; si tratta insomma, non più di movimenti *lineari*, ma di movimenti *angolari*.

« E che tali movimenti sieno angolari non v'ha alcun dubbio; vero si è che a stretto rigore anche questa qualità di moto si può scindere nelle tre componenti lineari, ma nello stato presente dei mezzi di osservazione non si può encora aspirare alla diretta registrazione di tali componenti, perchè per ottenerla converrebbe avere il modo di librare la massa in modo da renderla perfettamente astatica in qualunque senso, od almeno tanto vicina all'astaticità, che la durata delle sue oscillazioni in qualunque direzione dello spazio corrispondesse almeno al triplo delle più lunghe onde sismiche; la risoluzione di tale problema in pratica è resa oltremodo difficile dalla necessità di ridurre gli attriti e le resistenze al di là di quanto siasi finora ottenuto pei più delicati apparecchi d'altro genere, perchè in caso diverso la massa seguirebbe senz'altro i lentissimi movimenti dell'ambiente, anzichè mantenersi inerte.

« I sistemi meccanici che in oggi ci forniscono la prova della realtà di queste grandi onde, si possono concretare in due generi, cioè nei pendoli e nelle livelle; i pendoli si possono suddividere in tre specie, cioè:

« 1) Pendoli lunghi (da 5 a 10 metri) con oscillazioni complete di cinque secondi in più;

« 2) Pendoli comuni (di un metro, come nei sismometrografi o di m. 1,50 come nei tromometri) che battono il secondo o poco più;

« 3) Pendoli orizzontali o conici, e pendoli astatici di varie forme, il

cui periodo oscillatorio può venire regolato a piacimento entro limiti larghissimi.

« Nei pendoli lunghi il movimento angolare si traduce in un movimento lineare, che amplificato coi sistemi registratori ordinari è abbastanza apprezzabile; senonchè il loro periodo d'oscillazione è già tanto lungo da equivalere in qualche caso a quello del suolo, talchè i moti sono suscettibili all'amplificazione derivante dal sincronismo. È certo peraltro che al passaggio di onde alquanto più lunghe, essi si dispongono sulla verticale senz'acquistare oscillazioni proprie, se non in grado trascurabile.

« I pendoli che battono il secondo all'incirca hanno il vantaggio di disporsi sulla verticale quasi immediatamente al passaggio di onde di lunga durata, ma il moto angolare si traduce in un moto lineare troppo piccolo per riuscire registrabile nelle attuali condizieni dei registratori meccanici.

« I pendoli orizzontali ed astatici, avendo in generale le proprietà dei pendoli lunghi, hanno per la piccola dimensione il vantaggio d'andare esenti da perturbazioni inevitabili nei pendoli lunghi, ma in cambio l'analisi dei loro moti (specialmente nei pendoli orizzontali con lieve inclinazione) riesce molto complessa, senza considerare che un movimento alquanto ampio potrebbe anche invertire meccanicamente le condizioni della loro posizione di quiete.

« In tutti i sistemi pendolari poi, l'inerzia delle masse è causa di movimenti strumentali più o meno pregiudizievoli alla fedeltà delle registrazioni.

« La livella al contrario è pressochè completamente scevra d'inerzia; del resto ha la proprietà del pendolo di lunghezza pari al suo raggio di curvatura assiale, talchè quando la durata dell'oscillazione del suolo è alquanto minore dell'oscillazione strumentale, la bolla non giunge ad acquistare la sua nuova posizione d'equilibrio durante l'intervallo stesso; perciò l'angolo dato dalla livella può essere inferiore al vero, e l'osservatore può trarre un criterio di tale inferiorità dal periodo delle ondulazioni.

« Da tutto ciò si comprende che la sismografia ha ancora un ideale da raggiungere, cioè quello della massa assolutamente stazionaria, altrimenti detta punto fermo o neutro; ma intanto conviene trarre profitto dai mezzi esistenti.

« Il servizio nell'isola d'Ischia essendo stato fondato col concetto di studiare le manifestazioni locali, io ebbi nella scelta e nell'impianto degli strumenti questa e non altra mira nei primordi; perciò anche nei sismometrografi a tre componenti mantenni il principio di tollerare lievi attriti, condizione convenientissima per lo studio dei movimenti bruschi del suolo, allo scopo di smorzare i moti residui dipendenti dall'inerzia ed altri moti strumentali capaci talvolta di disordinare le registrazioni in modo da renderle indecifrabili.

« Tuttavia essendo utilissima pure l'osservazione di terremoti lontani, eliminai per quanto possibile gli attriti nel sismometrografo a registrazione continua, ed ora mi occupo pure dell'impianto d'un pendolo di 4 metri con una massa di 90 chilogrammi. Ho inoltre impiantato una coppia di pendoli

conici destinati, per le ragioni anzidette, a dare il solo allarme mediante il contatto elettrico, talchè al primo giungere d'una ondulazione lontana l'osservatore può ispezionare tosto le livelle, che a mio giudizio costituiscono il mezzo più adatto a tal genere d'osservazione. E di ciò mi convinsi viemmaggiormente in occasione del terremoto del 22 marzo a. c.

« Come ebbi a comunicare al sig. direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, il mio assistente, incaricato di osservare le livelle quanto più spesso è possibile, le sorprese alle $12^h 22^m$ di quel giorno in ampia oscillazione. Tali livelle, impiantate nell'osservatorio della Grande Sentinella in Casamicciola, mi furono fornite dall'Istituto ottico meccanico Salmoiraghi di Milano; la scala è divisa in 90 parti equidistanti di 3 mm.; nella livella situata nel senso del meridiano una parte corrisponde ad 1″52; in quella situata nel senso del parallelo una parte equivale ad 1″55. Tutte e due sono solidamente fissate al pilastro sismico ed ora, dopo un periodo di adattamento, si mantengono pressochè immobili o subiscono lente e piccole variazioni, talvolta in coincidenza con fenomeni sismici lontani.

« All'ora indicata del 22 marzo la bolla della livella Sud-Nord oscillava di 4 parti (corrispondenti a 6″08) e quella Ovest-Est oscillava di 2 in 3 divisioni (3″10 a 4″65 = in media 3″875); ogni oscillazione completa durava circa 6 minuti secondi; le oscillazioni verso Nord della prima coincidevano con quelle verso Est della seconda, talchè ne risulta la direzione di N. 32°30′39″ E. a S. 32°30′39″ W. e l'ampiezza di 7″21, certamente inferiore alla vera per le ragioni anzidette. L'estremità meridionale della bolla Nord-Sud che in istato di quiete prima e poi segnava 13′9, nelle sue escursioni verso Sud toccava appena 13, mentre in quelle verso Nord arriva a 17; da questa circostanza che non ammetteva incertezza, mi parve poter dedurre che, a somiglianza delle onde liquide, la maggiore inclinazione ne accusasse la provenienza, nel qual caso il radiante si sarebbe trovato dal lato di N.-E.

« Avvisato del fenomeno mi recai sul posto con la speranza di sorprendere l'arrivo dell'onda dalla parte opposta, ma in tre ore d'attenta osservazione nulla più avvenne.

« Calcolato il circolo massimo terrestre coincidente con la direzione osservata (trascurando lo schiacciamento), ne ottengo i seguenti elementi:

Longitudine del nodo ascendente coll'equatore = 22° 35′ W. Casamicciola
ossia 9° 0′ W. Greenwich
Inclinazione sull'equatore = 65° 58′

« Questo circolo massimo, da Casamicciola verso N-E, dopo la nostra penisola incontra l'Ungheria, la Russia e la Siberia e passando al Nord del Giappone prosegue in pieno Oceano Pacifico. Esclusi i paesi vicini stante la lunga durata delle ondulazioni, non mi parve dover ricercare l'epicentro nella Russia o nella Siberia, regioni di poca o niuna attività sismica, ma mi sof-

fermai al Giappone, ed ecco alcune coordinate corrispondenti in quei paraggi al circolo massimo indicato, con le distanze da Casamicciola, da cui si scorge che la linea calcolata passa pel Nord dell'isola Yeso, cioè:

Longitudine Est Greenwich	Latitudine Nord	Distanza da Casamicciola
135°	52° 49′	Km. 8185
140°	49° 7′	» 8725
145°	44° 30′	» 9362

« L'apprezzamento della distanza dell'epicentro, pure quando si faccia a base matematica, anzichè sui concetti qui sopra esposti, è sempre vago, essendo variabile il cardine principale a ciò necessario, vale a dire la velocità di propagazione. Questa può essere costante tra un centro sismico ed una determinata stazione, perchè in tal caso i terreni attraversati sono sempre gli stessi, ma l'osservazione ci rivela che la velocità di propagazione varia a seconda del mezzo.

« L'istante del primo urto dell'epicentro, ancorchè non se ne conosca la posizione, può venire fornito con grande approssimazione dal ritardo in cui vediamo giungere le onde trasversali rispetto alle longitudinali, perchè sappiamo che la velocità delle prime è la metà di quella delle seconde; occorre peraltro che le une e le altre arrivino, e con insufficiente intervallo, nel nostro punto d'osservazione, mentre quando l'epicentro è vicino facilmente si sovrappongono e confondono, e quando esso è molto distante possono arrivare le onde trasversali e non le longitudinali. Quest'ultimo caso è forse il più frequente nell'isola d'Ischia che in base a qualche fatto credo essere poco sensibile alle scosse longitudinali di centri esteriori; talvolta le scosse del continente arrivano estremamente indebolite fino alla parte orientale dell'isola senza estendervisi.

« Nel ter.emoto del 22 marzo non vi fu traccia di onde longitudinali in questi strumenti, ma questa non è ancora una prova assolutamente negativa. A stabilirla varrà l'impianto, che sto facendo, d'un pendolo lungo, destinato appunto allo studio dei terremoti lontani, mentre per eventuali fenomeni locali è opportuno mantenere nelle loro presenti condizioni gli strumenti già impiantati.

« Pertanto, a calcolare la probabile distanza dell'epicentro mi valgo dei dati del supplemento geodinamico N. 103 del R. Ufficio Centrale, secondo cui il primo urto arrivò a Rocca di Papa, a Siena ed a Roma ad $11^h 37^m$ istante che senza dubbio si riferisce alle onde longitudinali. A $12^h 8^m$ appaiono a Rocca di Papa le lunghe oscillazioni ed a ciò s'accordano le altre relazioni; a Casamicciola le livelle trovate ancora in quiete *poco prima* dei confronti cronometrici che si fanno al mezzodì vero ($12^h 11^m 18^s$ t. m. MEC) vengono

sorprese nella massima agitazione a $12^h 22^m$, talchè nulla contraddice quella esplicita indicazione delle $12^h 8^m$. Ritenuta la velocità di propagazione delle onde longitudinali = 300 chilometri al minuto primo e quelle delle trasversali = 150 km., l'istante t del terremoto all'epicentro e la distanza di questo d, si ricavano dalle seguenti equazioni:

$$t + 300\,d = 11^h 37^m = 697^m$$
$$t + 150\,d = 12^h\ 8^m = 728^m$$

da cui:

$$t = 666^m = 11^h 6^m ;\quad d = 9300\ \text{km}.$$

Questi risultati erano già stati da me ottenuti e comunicati senza pretesa ad altri studiosi; quando venni a conoscenza del terremoto avvenuto nella parte settentrionale del Giappone a $7^h 28^m$ pom. di tempo medio locale, pari ad $11^h 8^m$ M E C del 22 marzo.

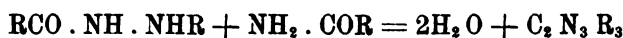
« A dissipare i dubbi che ancora si muovono sulla realtà della forma geometrica sottintesa dall'espressione di *onda trasversale*, credo che bastino le osservazioni alle livelle ed ai pendoli lunghi, non potendosi immaginare altra forma verosimile che giustifichi completamente quegli spostamenti evidentemente *angolari* a periodo così lento. Per ottenerne una prova più diretta converrebbe fissare due cannocchiali ad angolo retto fra di loro, rivolti verso due punti bene individuati, allo scopo d'osservare le oscillazioni non appena gli strumenti sismici dessero l'allarme. In base a calcoli eseguiti posso asserire che la massima escursione angolare della mira si otterrebbe qualora la distanza tra questa ed il cannocchiale fosse = 0′65 della lunghezza dell'onda completa; questa peraltro è variabile; pure se la lunghezza delle grandi onde si aggira intorno a 50 chilometri, la distanza più conveniente delle mire dal cannocchiale sarebbe di circa 30 km.

« Questo mezzo peraltro è sempre subordinato alla visibilità della mira ed alla fermezza e chiarezza dell'immagine, per cui resta a desiderarsi l'invenzione della massa astatica per la componente verticale che nel moto ondoso è la più ampia. Il poter conquistare direttamente questa componente con mezzi meccanici, fornirebbe la prova più sicura della sua realtà ed a ciò tendono in oggi le mie esperienze ».

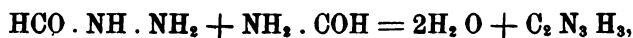
Chimica. — *Nuova sintesi del triazolo e dei suoi derivati* (¹). Nota di GUIDO PELLIZZARI, presentata dal Socio PATERNÒ.

« Dopo le ricerche di Bladin sulla dicianfenilidrazina (²) che condussero alla scoperta dei composti triazolici e dopo gli studî di Andreocci sui derivati del pirrodiazolo (³) che portarono un largo contributo alla conoscenza di questa serie di sostanze, pochi altri lavori furono fatti su questo argomento. Soltanto nell'ultimo anno Bamberger e Guyter (⁴); Widman (⁵); E. Fischer e Müller (⁶) ottennero con nuove reazioni dei composti triazolici. Io (⁷) ho ottenuto i guanazoli, e in collaborazione col dott. Cuneo (⁸), l'urazolo; sostanze che devono considerarsi come derivati del triazolo. Fra tutte le reazioni studiate nessuna ha però fin qui condotto direttamente alla sintesi del triazolo o dei suoi derivati alchilici, e, se alcuni di essi furono preparati, non fu che in seguito a molteplici reazioni sopra i prodotti ottenuti coi diversi citati procedimenti.

« Un metodo diretto di sintesi del triazolo e dei suoi derivati e nello stesso tempo facile e speditivo, è dato dalla reazione che espongo in questa Nota e che consiste nell'azione delle idrazidi sopra le amidi

$$RCO . NH . NHR + NH_2 . COR = 2H_2O + C_2N_3R_3$$

« Per ora non l'ho applicato che alla sintesi del *triazolo* e dell'*1-feniltriazolo*; ma questi due esempi mi sembrano sufficienti per prevedere la estensione del metodo e per discutere il modo col quale la reazione si compie.

« Il triazolo si ottiene per azione della monoformilidrazide sulla formamide

$$HCO . NH . NH_2 + NH_2 . COH = 2H_2O + C_2N_3H_3,$$

e il feniltriazolo per l'azione della formilfenilidrazina sulla formamide

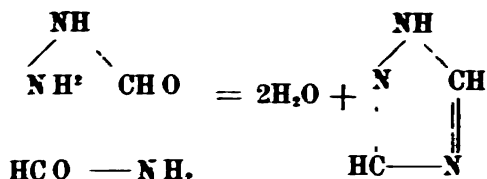
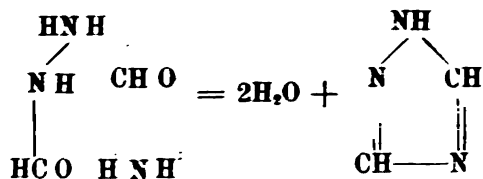
$$HCO . NH . NHC_6H_5 + NH_2 . COH = 2H_2O + C_2N_3H_2 . C_6H_5.$$

(¹) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Genova.
(²) Ber. 1885, p. 1549 e 2907; 1886, p. 2598 e seguenti annate.
(³) Ricerche eseguite nell'Istituto chimico di Roma nell'anno 1891-1892.
(⁴) Ber. 1893, p. 2385.
(⁵) Ber. 1893, p. 2612.
(⁶) Ber. 1894, p. 185.
(⁷) Gazz. chim. it. 1891, p. 141 e 1894, fasc. VI.
(⁸) Annali di Chim. e Farmacologia 1894, fascicolo di maggio.

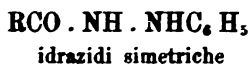
« La formazione del triazolo in questa reazione può essere interpretata secondo i due seguenti schemi:

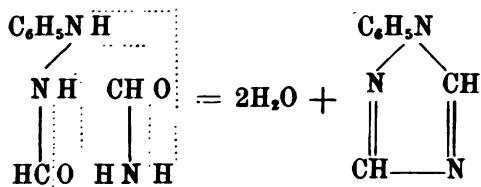
```
          NH                          NH
         /  \                        /  \
      N H²   CHO   = 2H₂O +         N    CH
                                    .    ||
                                    HC——N
    HCO ——N H₂
```

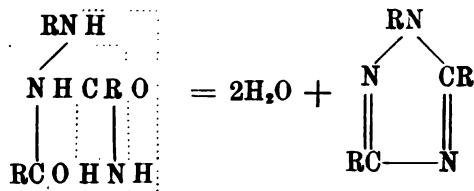
oppure

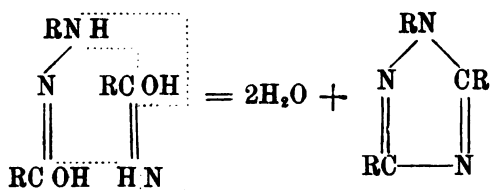
```
      HN H                            NH
      /                              /  \
     N H   CH O   = 2H₂O +          N    CH
     |                              |    ||
    HCO   H N H                     CH——N
```

« La formazione dei C derivati, che spero si otterranno colle idrazidi e colle amidi derivanti dagli omologhi dell'acido formico, non potrebbe servire a risolvere la questione, ma quella degli N derivati per mezzo delle idrazine primarie, può subito far conoscere quale è l'andamento della reazione.

« Infatti le idrazine primarie, ad esempio la fenilidrazina, danno due specie di derivati coi radicali acidi

$RCO . NH . NHC_6H_5$	$NH_2 . N(C_6H_5)COR$
idrazidi simetriche	idrazidi asimetriche

« Le prime che sono quelle ordinarie e che si ottengono cogli stessi metodi coi quali si formano le anilidi, possono reagire soltanto nel modo indicato nel secondo schema, mentre le asimetriche, che si ottengono dai clorari dei radicali acidi sopra la sodio fenilidrazina, potrebbero solo reagire secondo il primo schema. La formazione quindi dell'1-feniltriazolo colla formilfenilidrazina ordinaria non può interpretarsi che in questo modo:

```
     C₆H₅N H                          C₆H₅N
        /                              /  \
     N H   CH O   = 2H₂O +            N    CH
     |     |                          ||   ||
    HC O  H N H                       CH——N
```

e perciò la reazione generale viene espressa così:

```
      RN H                             RN
      /                               /  \
     N H C R O    = 2H₂O +            N    CR
     |   |                            ||   ||
    RC O H N H                        RC——N
```

« Se per le amidi e per le idrazidi si vuole ammettere che possano agire anche secondo la forma tautomera ossidrilica, allora la reazione potrà esprimersi così

$$\begin{array}{ccc} RN\,H & & \\ / & & \\ N & RC\,OH & \\ \| & \| & \\ RC\,OH & H\,N & \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{ccc} & RN & \\ / & & \backslash \\ N & & CR \\ \| & & \| \\ RC & — & N \end{array}$$

Azione della formilidrazide sulla formamide.

« La monoformilidrazide fu preparata secondo quelle brevi indicazioni date dal prof. Curtius [1] e che riassumono diversi lavori eseguiti dai suoi allievi sopra l'idrazina. La formilidrazide fu preparata dal sig. Schöfer e fonde a 54°. Ho aggiunto quindi a piccole porzioni, ed evitando il riscaldamento, l'etere formico alla quantità equimolecolare di idrato d'idrazina, e lasciata la miscela in riposo per un giorno, fu poi concentrata nel vuoto sull'acido solforico. Si ebbe così il prodotto in cristalli bianchi fusibili a 54° e per meglio assicurarmi che veramente era monoformilidrazide, fu fatto il seguente dosamento d'azoto.

gr. 0,1006 di sostanza fornirono 40,1 cc. d'Azoto a 21° e 750^{mm} corrispondenti a gr. 0,0467 di Azoto

	trovato per cento	calcolato per $HCONH\,.\,NH_2$
N	46,69	46,60

« Quantità equimolecolari di formilidrazide e formamide, poste in un palloncino a distillazione frazionata, furono scaldate a bagno di rena. A leggero calore la sostanza solida si scioglie completamente e si ottiene un liquido omogeneo leggermente paglierino. Ben presto comincia a reagire e si ha sviluppo di vapor d'acqua e di ammoniaca.

« Non aumentando la temperatura, la reazione procede regolarmente e il termometro immerso nei vapori si mantiene verso 100°. Dopo una mezz'ora circa si aumenta la temperatura e la distillazione si compie, mentre il termometro segna temperature più elevate ed arriva a 260°. Allora si raccoglie separatamente il triazolo quasi puro che distilla, e bisogna anzi riscaldare il tubetto del matraccio, altrimenti solidificandosi l'ostruisce e si va incontro ad una rottura. Per ovviare a ciò si può fare la reazione in una stortina, ma allora le indicazioni del termometro non sono così giuste come con un palloncino. Durante la distillazione il liquido bollente acquista una tinta sempre più scura, e alla fine si separa un po' di sostanza solida color marrone che rimane nel matraccio e produce qualche sussulto. Il liquido che distilla avanti 260°

[1] Ber. 1893, p. 403.

ha dapprima reazione alcalina per l'ammoniaca che si forma, poi acquista reazione acida, probabilmente per un po' di acido formico, e quindi nuovamente ritorna alcalina per nuova quantità d'ammoniaca, contiene anche una certa quantità di triazolo che si può in parte ricuperare con una seconda distillazione. Da 15 grammi di formilidrazide ottenni gr. 8, 7 di triazolo, che corrisponde al 50 % della quantità teoretica. Esso è quasi puro e per sublimazione si può avere purissimo. Così l'ottenni in lunghi aghi bianchi fs. a 120-121°. La sua identificazione risulta dal punto di fusione, dal punto di ebullizione, dalla proprietà di sublimarsi a bassa temperatura, dalla grande solubilità nell'acqua e nell'alcool da cui però cristallizza in lunghi aghi; anche dall'acqua si può ottenere in grossi prismi lunghi circa un centimetro.

« La soluzione acquosa dà i noti precipitati col nitrato d'argento, col cloruro mercurico e col solfato di rame:

gr. 0,930 di sostanza dettero 49,4 cc. d'Azoto a 25°,5 e 750^{mm} corrispondenti a gr. 0,0568 d'Azoto

e su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_2N_3H_3$
N	61,07	60,87

« In questa azione della formilidrazide sulla formamide avvengono certamente delle reazioni secondarie, e a ciò è dovuta la produzione di ammoniaca che si nota fin da principio della reazione. Già per se stessa ciascuna di queste due sostanze scaldata si decompone; ma è ancora probabile che possano reagire in un altro senso, e cioè dare diformilidrazide eliminando appunto ammoniaca. Ho tralasciato di fare delle ricerche in proposito per non entrare nel campo di studio del prof. Curtius e dei suoi allievi. Benchè il rendimento ottenuto sia molto soddisfacente, ho speranza che possa aumentare modificando le condizioni dello esperimento. Stabilita così la reazione s'intende come si ottenga del triazolo anche partendo da altre sostanze, che reagendo fra loro si trasformino in formilidrazide e formamide. Così ad esempio l'ho ottenuto coll'idrato o col monocloridrato di idrazina e formamide (2 mol.), oppure col formiato ammonico (2 mol.). Si ottiene anche col monocloridrato di idrazina (1 mol.), cloruro ammonico (1 mol.) e formiato sodico (2 mol.).

« Però in tali modi le reazioni secondarie hanno un più ampio sviluppo e quindi il rendimento del triazolo è minore.

Azione della formilfenilidrazide sulla formamide.

« La formilfenilidrazide fu ottenuta la prima volta da me per azione della fenilidrazina sulla formamide [1], ma dovendone preparare una certa quantità, ho preferito di fare agire l'etere formico sulla fenilidrazina, giacchè si ha subito un prodotto puro ben cristallizzato fusibile a 145°.

« Per la preparazione del feniltriazolo è utile prendere un eccesso di for-

[1] Gazz. chim. it. 1886, pag. 200.

mamide, giacchè poi si separa facilmente e il rendimento del prodotto è maggiore che colle quantità calcolate.

« Parti eguali di formilfenilidrazide e formamide furono scaldate a bagno di rena in un palloncino a distillazione frazionata.

« A leggero calore si forma un liquido omogeneo un po' colorato in rossastro che presto entra in reazione sviluppando vapor d'acqua e ammoniaca. Si lascia compiere la reazione in modo che essa non sia troppo vivace, ed il termometro immerso nel vapore si mantiene così a 100° per circa mezz'ora, poi si aumenta la temperatura e si completa la distillazione, mentre nel palloncino non rimane che un po' di materia pastosa e scura. Benchè si possa subito separare fra 260 a 270° una gran parte di feniltriazolo, ho trovato più conveniente non tener conto delle varie porzioni che distillano alle diverse temperature, ma raccogliere invece tutto insieme il distillato e quindi in un imbuto a rubinetto sbatterlo con acqua ed etere. Si separa il liquido acquoso che contiene ammoniaca, formiato ammonico e formamide, e nell'etere rimane il feniltriazolo e un po' d'anilina. Si dissecca la soluzione eterea con qualche pezzetto di cloruro di calcio, e quindi si distilla in un palloncino a distillazione frazionata.

« Dopo che l'etere è passato il termometro, si arresta per un po' di tempo fra 180-190° ed allora distilla l'anilina; quindi sale a 266° circa ed allora passa il feniltriazolo puro che dopo poco si rapprende in una massa cristallina. La porzione che distilla avanti 266° si rettifica un'altra volta, e così si ricava un altro poco di prodotto. Da 20 grammi di formilfenilidrazina ottenni 14 grammi di feniltriazolo ossia circa il 70 per °/₀. Una certa quantità di feniltriazolo però passa sempre coi vapori di anilina e quindi il rendimento è certamente superiore a quello surriferito.

« Il feniltriazolo ottenuto mostra tutte le caratteristiche descritte dall'Andreocci. Fonde a 47°, distilla col vapor d'acqua, è solubilissimo nei comuni solventi fuori che nell'acqua. Sciolto nell'acido cloridrico dà col cloruro di platino un cloroplatinato che ha le proprietà già conosciute.

« *Cloroplatinato di feniltriazolo* $(C_8 H_7 N_3 HCl)_2 Pl Cl_4$ cristallizzato dall'acido cloridrico concentrato e fumante si ottenne in aghi color rosso-arancio contenenti due molecole di acqua di cristallizzazione che perde a 100°. Tenuto a 180° fino a peso costante si trasforma in una polvere gialla e la perdita di peso corrisponde a 2 molecole di acido cloridrico.

gr. 0,5319 di cloroplatinato seccato all'aria persero a 100° gr. 0,0259 di acqua e a 180° la perdita di peso fu di gr. 0,0787. Calcinato dette gr. 0,1400 di Platino:

	trovato per cento	calcolato per $(C_8 H_7 N_3 . H Cl)_2 PtCl_4 , 2H_2 O$
$2H_2O =$	4,86	4,90
$2H_2O + 2HCl =$	14,79	14,80
$Pt =$	27,66	27,85

« Questo cloroplatinato bollito per poco tempo coll'acqua, come già descrisse l'Andreocci, si trasforma in una polvere gialla voluminosa insolubile, la quale corrisponde alla formula $(C_8 H_7 N_3)_2 Pt Cl_4$ e nel liquido acquoso fu riscontrato l'acido cloridrico col nitrato d'argento.

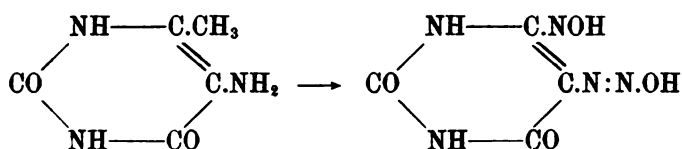
gr. 0,3064 di sostanza seccata a 100° dettero gr. 0,095 di Platino

	trovato	calcolato per $(C_8 H_7 N_3)_2 Pt Cl_4$
Pt	31,00	31,07

« Intendo proseguire lo studio dell'azione delle idrazidi sulle amidi onde ottenere altri derivati del triazolo, ed ho anche intraprese delle reazioni fra le idrazidi per ottenere in un modo analogo dei composti tetrazinici ».

Chimica. — *Azione dell'acido nitroso sopra l'amminouracile e sopra l'amminoacetone.* Nota di Angelo Angeli, presentata dal Socio G. Ciamician.

« In un lavoro pubblicato lo scorso anno ([1]) ha accennato al fatto scoperto da Behrend ([2]) che l'amminometiluracile, per azione dell'acido nitroso dà un composto diazoico

```
      NH——C.CH3               NH——C.NOH
     /       \\              /       \\
   CO         C.NH2  ——>   CO         C.N:N.OH
     \       /              \       /
      NH——CO                 NH——CO
```

ed ho fatto rilevare come probabilmente questo comportamento del gruppo amminico dipenda dalla presenza della catena

$$—CO.C.NH_2$$

contenuta nella molecola di questa sostanza ([3]).

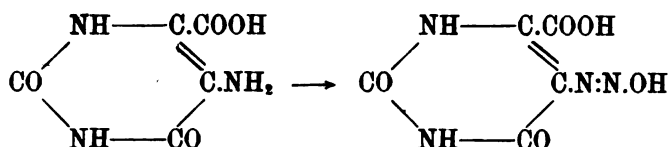
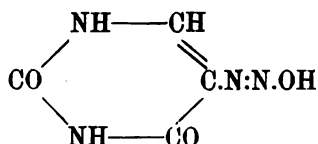
([1]) Gazzetta chimica, 23 II, 345.

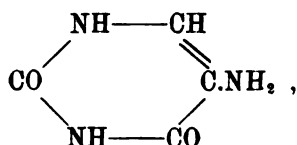
([2]) Liebig's Annalen, 245, 213.

([3]) Recentemente Philipps (Chem. Zeit. 1894, 642) e Marckwald (Ber. Berichte 27, 1317) hanno studiata l'azione dell'acido nitroso sopra alcune amminopiridine da essi preparate.

Dai risultati delle sue ricerche Philipps conclude che « le amminopiridine ed i derivati delle stesse, al pari delle ammine della serie alifatica, non sono in grado di dare diazocomposti stabili ».

Questo fatto interessante porta un nuovo appoggio alle mie vedute; il residuo piridico infatti è sprovvisto di carattere negativo.

« Anche l'acido amminouracilcarbonico si comporta in modo analogo, e per azione dell'acido nitroso dà il corrispondente diazocomposto

Questo acido, nelle opportune condizioni, può perdere una molecola di anidride carbonica per dare il diazouracile [1]

Siccome però nell'acido amminouracilcarbonico c'è la presenza di un carbossile e dal metilamminouracile si ottiene l'ossima di un diazo composto, così la trasformazione in questi casi non è netta e diretta, e la reazione si potrebbe interpretare in vario modo.

« Era quindi da vedersi se la mia ipotesi era vera, se anche *l'amminouracile* stesso, per il solito trattamento, potesse venir trasformato nel derivato diazoico corrispondente. Anche questo composto contiene infatti il gruppo caratteristico —CO.C.NH_2— :

e perciò era da aspettarsi che da questa sostanza si dovesse ottenere lo stesso diazocomposto che si può avere dall'acido diazouracilcarbonico, per eliminazione di anidride carbonica.

« Io sono partito, secondo le indicazioni date da Behrend, dall'etere urammidocrotonico, che si ottiene condensando l'urea con l'etere acetacetico. Questo etere venne trasformato nel metiluracile dal quale, per trattamento con acido nitrico e solforico concentrati, ebbi il nitrouracile. Il nitroderivato venne in seguito trasformato nell'amminoderivato per riduzione con stagno ed acido cloridrico.

« L'amminouracile in tal modo ottenuto venne disciolto nella voluta quantità di acido cloridrico diluito, e la soluzione neutra venne trattata con soluzione acquosa e concentrata di nitrito sodico, avendo cura di raffreddare.

(1) Liebig's Annalen, 258, 358

Dopo qualche istante si separa un precipitato rossastro cristallino, che viene purificato ricristallizzandolo con precauzione dall'acqua bollente.

« Il composto in tal modo ottenuto presenta tutti i caratteri del diazouracile preparato da Behrend ed Ernert (1) dall'acido amminouracilcarbonico.

« La sua identità viene inoltre confermata dalla seguente determinazione di azoto.

gr. 0,1770 diedero c. c. 53 di azoto a 15° e 760^{mm}.

« In 100 parti :

	trovato	calcolato per $C_4H_4N_4O_2$
N	35,64	35,89.

« Questo risultato prova perciò in modo non dubbio che la presenza del gruppo carbonilico, anche in questo caso, è sufficiente ad imprimere al residuo amminico la facoltà di trasformarsi nel residuo diazoico. Questo esempio presenta inoltre uno speciale interesse, giacchè dimostra che nel caso in cui il carbonio, cui è unito al gruppo amminico, sia sprovvisto di atomi d' idrogeno, il gruppo diazoico esiste a catena aperta

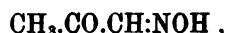
$$R.C.NH_2 \longrightarrow R.C.N:N.OH \ (2).$$

Per dare alle mie vedute un carattere di maggior generalità ho intrapreso lo studio del comportamento di altre chetoammine rispetto all'azione dell'acido nitroso. Sebbene queste ricerche sieno appena incominciate, tuttavia accennerò brevemente ad alcuni risultati i quali non lasciano dubbio veruno sulla natura dei prodotti da me ottenuti.

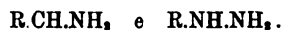
« Una chetoammina semplice ed interessante è l'*amminoacetone*

$$CH_3.CO.CH_2.NH_2 ,$$

che io ho preparato per riduzione dell' isonitrosoacetone

$$CH_3.CO.CH:NOH ,$$

(1) Liebig's Annalen, 258, 358,

(2) Si comprende però facilmente che si potranno ottenere diazocomposti a catena aperta anche da taluni amminoderivati della forma

$$R.CH.NH_2 \quad e \quad R.NH.NH_2 .$$

Per gli amminoderivati delia prima forma, ancora non sono conosciuti esempi di questo genere. È noto però, dalle belle ricerche di Thiele, che l'amminoguanidina $\begin{matrix}NH_2\\NH\end{matrix}\!\!>\!\!C.NH.NH_2$ per azione dell' acido nitroso, in soluzione nitrica, dà il nitrato di diazoguanidina $\begin{matrix}NH_2\\NH\end{matrix}\!\!>\!\!C.NH.N:N.NO_3$, in cui il gruppo diazoico è a catena aperta. Ma quando si tratta il nitrato di diazoguanidina con i sali di acidi deboli (carbonati o acetati), oppure con soda, allora la catena si chiude per formare composti anidrici (acido azotidrico ed acido amminotetrazotico). Lo stesso vale probabilmente per tutti quei derivati diazoici (a catena aperta) che conservano ancora sufficienti proprietà basiche per poter venir salificati dagli acidi forti. Questo comportamento si potrebbe anche spiegare in altro modo. Ricordando

seguendo il metodo da me proposto lo scorso anno. Il cloridrato in tal modó ottenuto è identico a quello descritto da Gabriel e Pinkus (¹).

« Il cloridrato dell'amminoacetone venne lasciato per molto tempo nel vuoto sopra la calce, affine di eliminare quasi completamente l'eccesso di acido cloridrico, che esso perde con grande lentezza in causa della sua forma sciropposa. La straordinaria igroscopicità infatti di questa sostanza e la difficoltà, o per meglio dire la quasi impossibilità di averla pura (finora non si è potuta analizzare) rendono difficile lo studio di queste reazioni.

« Alla soluzione del cloridrato dell'amminoacetone nella minor possibile quantità d'acqua, in un imbuto a chiavetta, venne aggiunto etere ed alcuni pezzetti di ghiaccio e quindi trattata con soluzione concentrata di nitrito sodico. Si agita allora sollecitamente dopo aver aggiunto qualche goccia di acido solforico diluito. L'etere viene quindi lavato con carbonato sodico, e quindi, dopo averlo seccato, si evapora nel vuoto.

« Rimane nn olio giallo, dotato di odore speciale, e che per azione dell'acido cloridrico si decompone con viva effervescenza. Per azione dell'acido bromidrico si decompone del pari con sviluppo d'azoto, cessato il quale si nota l'odore pungente e caratteristico del bromoacetone.

« In causa della piccola quantità di sostanza di cui io potevo disporre, non ho potuto studiare ulteriormente queste reazioni nè i prodotti che in tal modo si formano. Tale comportamento però dimostra che con tutta probabilità anche in questo caso si ottiene un composto diazoico, che altro non potrà essere che il *diazoacetilmetano* (monochetazometilgliossal):

$$CH_3.CO.CH\langle\begin{matrix}N\\ \|\\ N\end{matrix}.$$

il parallelismo, da me rilevato l'anno scorso, fra i derivati dell'acido nitroso e quelli del diazobenzolo, è chiaro che la stessa analogia sussiste anche fra le ossime ed il diazobenzolo:

$$R.CH{:}N.OH \qquad C_6H_5.N{:}N.OH\,.$$

E siccome le ossime possono esistere nelle due forme stereoisomere

$$\begin{matrix}R.CH\\ \|\\ N.OH\end{matrix} \qquad \begin{matrix}R\,.\,CH\\ \|\\ HO.N\end{matrix}\ ,$$

si potrebbe ammettere che lo stesso valga anche per i derivati dei diazocomposti:

$$\begin{matrix}R.N\\ \|\\ N.R_1\end{matrix} \qquad \begin{matrix}R\,.\,N\\ \|\\ R_1.N\end{matrix}\ .$$

Nei composti diazoici della seconda forma dovrebbe essere maggiore la tendenza di anidrificarsi fra il gruppo R ed il residuo R_1.

Sopra queste considerazioni ritornerò a suo tempo.

(¹) Berl. Berichte, 27, 2197.

Come era prevedibile, la reazione procede diversamente quando si sottoponga ad analogo trattamento il cloridrato del *diamminoacetone*

$$NH_2.CH_2.CO.CH_2.NH_2:$$

Questa sostanza è stata preparata la prima volta da Rügheimer; io però l'ho ottenuta seguendo le indicazioni di Gabriel e Posner per riduzione del diisonitrosoacetone.

« Trattando il cloridrato del diamminoacetone con nitrito sodico e quindi acidificando con una goccia di acido acetico diluito, improvvisamente avviene un copiosissimo sviluppo di azoto. In questo caso, finora, non mi è stato possibile di avere un composto diazoico. Questo fatto, come ho accennato, si poteva prevedere. Nel diamminoacetone infatti vi sono due gruppi amminici, disposti simmetricamente rispetto al carbonile. L'azione positiva dell'uno compensa il carattere negativo del gruppo carbonilico, e perciò questa sostanza si comporta rispetto all'acido nitroso come le ammine a residui positivi od indifferenti.

« In un'altra communicazione descriverò dettagliatamente i prodotti che si ottengono dall'amminoacetone ».

ELEZIONI DI SOCI

Colle norme stabilite dallo Statuto e dal Regolamento, si procedette alle elezioni di Socî e Corrispondenti dell'Accademia. Le elezioni dettero i risultati seguenti per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Fu eletto Socio nazionale:

Nella Categoria I, per l'*Astronomia*: TACCHINI PIETRO.

Fu eletto Corrispondente:

Nella Categoria II, per la *Chimica*: PICCINI AUGUSTO.

Furono inoltre eletti Socî stranieri:

Nella Categoria II, per la *Fisica*: ROWLAND ENRICO; per la *Chimica*: VON BAEYER ADOLFO.

Nella Categoria III, per la *Geologia* e *Paleontologia*: PRESTWICH GIUSEPPE e HALL GIACOMO.

L'esito delle votazioni venne proclamato dal Presidente con Circolare del 17 luglio 1894; le nomine del Socio nazionale e dei Socî stranieri furono sottoposte all'approvazione di S. M. il Re.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 5 agosto 1894.

Matematica. — *Sulle superficie i cui piani principali hanno costante il rapporto delle distanze da un punto fisso.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

« Il sig. Guichard in una Nota inserita nel T. CXVI, pag. 483 dei Comptes Rendus de l'Académie des sciences di Parigi (1893) ha studiato le superficie i cui due piani principali (cioè i piani condotti per la normale tangenzialmente alle linee di curvatura) sono equidistanti da un punto fisso. Ora queste superficie, come le più generali indicate nel titolo della presente Nota, non sono che un caso particolare delle superficie considerate alla fine della mia Memoria nel T. XVIII, serie 4ª (1890) degli Annali di matematica e caratterizzate dalla proprietà che: il doppio sistema di traiettorie isogonali sotto un certo angolo costante delle linee di curvatura, le divide in parallelogrammi infinitesimi equivalenti.

« Nel caso particolare di Guichard, il detto angolo è di 45°, cioè il sistema di curve bisettrici delle linee di curvatura divide la superficie in rettangoli equivalenti.

§ 1.

« Indichiamo per abbreviare con Φ le superficie dotate della proprietà enunciata nel titolo ed occupiamoci della loro determinazione in coordinate tangenziali.

« Facciamo della superficie supposta Φ l'immagine di Gauss sulla sfera di raggio $=1$ col centro nel punto fisso O e sia

$$ds'^2 = e\,du^2 + g\,dv^2 \tag{1}$$

l'elemento lineare sferico riferito alle immagini u, v delle linee di curvatura di Φ. Se con W indichiamo la distanza (algebrica) del piano tangente a Φ dall'origine O, per le formole di Weingarten relative alle coordinate tangenziali ([1]), dovrà essere W una soluzione dell'equazione di Laplace

$$\frac{\partial^2 W}{\partial u\,\partial v} = \frac{\partial \log\sqrt{e}}{\partial v}\frac{\partial W}{\partial u} + \frac{\partial \log\sqrt{g}}{\partial u}\frac{\partial W}{\partial v} \tag{2}$$

e le coordinate x, y, z del punto di Φ corrispondente al punto (X, Y, Z) della sfera rappresentativa saranno date da

$$\left\{\begin{aligned} x &= WX + \frac{1}{e}\frac{\partial X}{\partial u}\frac{\partial W}{\partial u} + \frac{1}{g}\frac{\partial X}{\partial v}\frac{\partial W}{\partial v} \\ y &= WY + \frac{1}{e}\frac{\partial Y}{\partial u}\frac{\partial W}{\partial u} + \frac{1}{g}\frac{\partial Y}{\partial v}\frac{\partial W}{\partial v} \\ z &= WZ + \frac{1}{e}\frac{\partial Z}{\partial u}\frac{\partial W}{\partial u} + \frac{1}{g}\frac{\partial Z}{\partial v}\frac{\partial W}{\partial v}. \end{aligned}\right. \tag{3}$$

« Indichiamo poi con W_1, W_2 le distanze del punto fisso O dai due piani principali di Φ; avremo:

$$W_1 = \Sigma x \frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial X}{\partial u}, \quad W_2 = \Sigma x \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial X}{\partial v},$$

cioè per le (3)

$$W_1 = \frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial W}{\partial u}, \qquad W_2 = \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial W}{\partial v}. \tag{4}$$

« Dalla (2) seguono quindi le formole

$$\frac{\partial W_2}{\partial u} = \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}W_1, \quad \frac{\partial W_1}{\partial v} = \frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}W_2. \tag{5}$$

« Ma si ha per ipotesi

$$W_2 = kW_1$$

([1]) Vedi il Cap. V. delle mie *Lezioni di Geometria differenziale* (Pisa-Spoerri 1894).

con k costante e però

$$(5^*) \qquad \frac{\partial W_1}{\partial u}=\frac{1}{k}\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}W_1,\quad \frac{\partial W_1}{\partial v}=k\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}W_1,$$

onde la relazione

$$(6) \qquad \frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}\right)=k\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}\right).$$

« Ponendo

$$k=\cot\left(\frac{\sigma}{2}\right),$$

la (6), ovvero l'altra

$$(6^*) \qquad \mathrm{tg}\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}\right)=\cot\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}\right),$$

esprime che il doppio sistema di traiettorie sotto l'angolo $\frac{\sigma}{2}$ delle linee v divide la sfera in parallelogrammi infinitesimi equivalenti. E infatti, riproducendo le considerazioni della mia Memoria citata, abbiamo che le equazioni differenziali di queste traiettorie sono rispettivamente:

$$(7) \qquad \sqrt{e}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\sigma}{2}\right)du+\sqrt{g}\cos\left(\frac{\sigma}{2}\right)dv=0$$

$$(7^*) \qquad \sqrt{e}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\sigma}{2}\right)du-\sqrt{g}\cos\left(\frac{\sigma}{2}\right)dv=0.$$

« Ora, posto

$$\tau=\int\left\{\mathrm{tg}\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}du+\cot\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}dv\right\},$$

i primi membri delle (7), (7*) ammettono i rispettivi fattori integranti e^{τ}, $e^{-\tau}$; se si pone:

$$\alpha=\frac{1}{\mathrm{sen}\,\sigma}\int e^{\tau}\left\{\sqrt{e}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\sigma}{2}\right)du+\sqrt{g}\cos\left(\frac{\sigma}{2}\right)dv\right\}$$

$$\beta=\frac{1}{\mathrm{sen}\,\sigma}\int e^{-\tau}\left\{\sqrt{e}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\sigma}{2}\right)du-\sqrt{g}\cos\left(\frac{\sigma}{2}\right)dv\right\},$$

per l'elemento lineare sferico, espresso in coordinate α, β si ha la formola

$$ds'^2=e^{-2\tau}d\alpha^2+2\cos\sigma\,d\alpha\,d\beta+e^{2\tau}d\beta^2,$$

che dimostra appunto la proprietà enunciata.

§ 2.

« Se l'elemento lineare sferico (1) soddisfa alla condizione (6*), ogni superficie che abbia per immagini delle linee di curvatura le linee u, v godrà di una proprietà affatto analoga, cioè il doppio sistema di traiettorie sotto l'angolo $\frac{\sigma}{2}$ delle linee di curvatura v dividerà la superficie in parallelogrammi infinitesimi equivalenti. E infatti se

$$ds^2 = \mathrm{E}du^2 + \mathrm{G}dv^2$$

è l'elemento lineare della superficie e r_1, r_2 ne sono i raggi principali di curvatura si ha

$$\sqrt{\mathrm{E}} = \sqrt{e}\,.\,r_2 \qquad \sqrt{\mathrm{G}} = \sqrt{g}\,.\,r_1\,.$$

« Le note formole (*Lezioni* pag. 132)

$$\frac{\partial r_2}{\partial v} = (r_1 - r_2)\frac{\partial \log\sqrt{e}}{\partial v}\,, \quad \frac{\partial r_1}{\partial u} = (r_2 - r_1)\frac{\partial \log\sqrt{g}}{\partial u}$$

dimostrano che si ha

$$\frac{1}{\sqrt{\mathrm{G}}}\frac{\partial\sqrt{\mathrm{E}}}{\partial v} = \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\mathrm{E}}}\frac{\partial\sqrt{\mathrm{G}}}{\partial u} = \frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}$$

e però la (6*) è perfettamente equivalente all'altra

$$\text{(8)} \qquad \operatorname{tg}\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{G}}}\frac{\partial\sqrt{\mathrm{E}}}{\partial v}\right) = \cot\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{E}}}\frac{\partial\sqrt{\mathrm{G}}}{\partial u}\right),$$

onde segue la proprietà sopra enunciata.

« In particolare vediamo che le superficie Φ indicate nel titolo apparterranno alla classe di superficie studiate al § 7 della mia Memoria citata.

« Supponiamo dapprima noto il sistema sferico (u, v) e vediamo come si determineranno le corrispondenti superficie Φ. Basterà per ciò determinare W_1 dalle (5), indi W dalle (4), ciò che si fa con due quadrature mediante le formole

$$\text{(9)} \qquad \log \mathrm{W}_1 = \int\left\{\operatorname{tg}\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}\,du + \cot\left(\frac{\sigma}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}\,dv\right\}$$

$$\text{(10)} \qquad \mathrm{W} = \int \mathrm{W}_1\left\{\sqrt{e}\,du + \cot\left(\frac{\sigma}{2}\right)\sqrt{g}\,dv\right\},$$

dopo di che la (2) risulta identica. Osserviamo che la superficie Φ così ottenuta è determinata a meno di un'omotetia (dipendente dalla costante mol-

tiplicativa in W_1) e di una trasformazione parallela (dipendente dalla costante additiva in W). Ma, poichè la (6*) non muta cangiando σ in $-\sigma$, ne risulta: Ad ogni sistema ortogonale sferico (u, v), che soddisfi la (6*), appartengono due superficie Φ essenzialmente distinte, determinate ciascuna a meno di un'omotetia e di una trasformazione parallela, che si ottengono con quadrature.

§ 3.

« Resta ora che determiniamo i sistemi sferici ortogonali (u, v) pei quali la (6*) è soddisfatta. Questo problema trovasi già risoluto nella mia Memoria citata, ma qui ne darò una risoluzione più diretta procedendo nel modo seguente [1]. Combinando l'equazione (6*) coll'altra:

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}\right)=-\sqrt{eg}\,,$$

la quale esprime che l'elemento lineare (1) appartiene alla sfera, ricaviamo:

$$\left\{\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}\right)&=-\sqrt{eg}\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)\\ \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}\right)&=-\sqrt{eg}\cos^2\left(\frac{\sigma}{2}\right),\end{aligned}\right.$$

onde seguono le altre

$$\frac{\partial}{\partial u}\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}\right)^2+g\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)\right\}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial v}\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}\right)^2+e\cos^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)\right\}=0$$

e però integrando

$$\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}\right)^2+g\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)=\mathrm{V}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}\right)^2+e\cos^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)=\mathrm{U}\,,$$

dove V è funzione di v soltanto ed U di u.

« Ma, cangiando convenientemente i parametri u, v, possiamo fare

$$\mathrm{U}=1\qquad \mathrm{V}=1$$

[1] Lo stesso metodo conduce a determinare i sistemi analoghi (u, v) sulla *pseudosfera*.

e quindi, indicando con φ, ψ due angoli ausiliarii, potremo porre

$$\sqrt{e}.\cos\left(\frac{\sigma}{2}\right)=\operatorname{sen}\varphi\,,\quad \sqrt{g}\operatorname{sen}\left(\frac{\sigma}{2}\right)=\operatorname{sen}\psi$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v}=\cos\varphi\,,\qquad \frac{1}{\sqrt{e}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}=\cos\psi.$$

« Dopo di ciò gli angoli φ, ψ risulteranno legati dalle relazioni

$$(11)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial v}=\cot\left(\dfrac{\sigma}{2}\right)\operatorname{sen}\psi\,, \\ \dfrac{\partial\psi}{\partial u}=\operatorname{tg}\left(\dfrac{\sigma}{2}\right)\operatorname{sen}\varphi\,. \end{cases}$$

« Viceversa, se φ, ψ soddisfano queste duė equazioni, l'elemento lineare

$$ds'^2=\frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{\cos^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)}du^2+\frac{\operatorname{sen}^2\psi}{\operatorname{sen}^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)}dv^2$$

appartiene alla sfera di raggio $=1$ e soddisfa alla (6^*).

« Le (11) possono interpretarsi geometricamente, ricorrendo alla teoria delle congruenze pseudosferiche (v. *Lezioni* pag. 426 ss.). E infatti, ove si ponga

$$\varphi=\omega_1+\omega\,,\qquad \psi=\omega_1-\omega\,,$$

esse si mutano nelle formole per la trasformazione di Bäcklund. Tenendo conto delle formole date al luogo citato, si vede facilmente che la dipendenza geometrica dei sistemi sferici cercati (u, v) dalle congruenze pseudosferiche è data dal seguente teorema:

« Si consideri una qualunque congruenza pseudosferica e se ne faccia l'immagine sferica; alle assintotiche u, v delle due falde pseudosferiche della superficie focale corrisponderà sulla sfera un sistema ortogonale (u, v) della specie richiesta [1].

§ 4.

« Prendiamo ora una qualunque superficie Φ i cui piani principali abbiano costante il rapporto delle distanze del punto fisso O. Col centro in O descriviamo una sfera S di raggio arbitrario e costruiamo il sistema ∞^2 di circoli ortogonali contemporaneamente alla sfera S ed alla superficie Φ. Questi

[1] Cf. la mia Memoria citata nel t. XVIII degli Annali (1890). Qui enuncierò ancora il teorema: Perchè nella immagine sferica di una congruenza W alle linee assintotiche delle due falde focali corrisponda un sistema ortogonale sulla sfera, è necessario e sufficiente che le due falde abbiano in punti corrispondenti eguale curvatura. (Cf. *Lezioni* pag. 313 s. s.).

circoli ammettono una serie ∞^1 di superficie ortogonali (*Lezioni* pag. 325), le quali tutte, come ora dimostreremo, appartengono alla classe di Φ. E infatti i piani di questi circoli passano per il centro O della sfera e, per la proprietà supposta a Φ, hanno quindi inclinazione costante sui piani principali di Φ. Per le proprietà generali dei sistemi tripli ortogonali ne segue che i piani stessi hanno la medesima inclinazione costante sopra i piani principali di una qualunque superficie Φ' ortogonale ai circoli [1].

« Ne risulta che, nota una superficie Φ, possiamo dedurne infinite altre nuove e propriamente una doppia infinità colla costruzione seguente:

« Col centro in O si descriva una sfera S di raggio arbitrario e si conducano i circoli normali contemporaneamente alla sfera S ed alla superficie Φ. Tutte le superficie Φ' ortogonali ai circoli appartengono alla classe stessa di Φ.

« Conformemente ai teoremi generali sui sistemi ciclici, queste nuove superficie Φ' si ottengono senza alcun calcolo d' integrazione, giacchè una di esse, la superficie Φ, è già nota e la sfera S è doppiamente normale ai circoli. Si può anche osservare che trasformando per raggi vettori reciproci la Φ rispetto alla sfera S si ottiene una superficie Φ' dalla serie e però:

« Ogni superficie Φ per un' inversione di centro O si cangia in una superficie della classe stessa.

« Pel caso particolare $\sigma = \frac{\pi}{2}$ quest'ultimo teorema è dato anche da Guichard (l. c.). In fine è da notarsi che possiamo ridurre la sfera S al suo centro O, nel qual caso i circoli considerati sono condotti pel punto fisso O normalmente alla superficie Φ.

§ 5.

« Le semplici formole date al § 1 si prestano ad altre applicazioni, e noi qui ci proponiamo di risolvere con esse un problema analogo a quello trattato superiormente e cioè: Trovare le superficie per le quali un punto fisso O dello spazio ha costante il rapporto delle distanze dal piano tangente e da uno dei piani principali.

« Supponiamo p. e. nelle formole del § 1

$$W_1 = kW \quad (k \text{ costante}),$$

e però

$$\frac{\partial W}{\partial u} = k\sqrt{e}\, W. \tag{12}$$

[1] Ciò risulta subito dalle formole a pag. 464 delle *Lezioni*. E infatti, essendo le traiettorie ortogonali delle superficie Φ' ($\varrho_3 = \text{cost}^{\text{te}}$.) curve piane, si ha

$$\frac{1}{T} = 0$$

quindi ω_3 è indipendente da ϱ_3 e però una costante assoluta, tale essendo pel particolare valore di ϱ_3 che corrisponde alla Φ.

« Introducendo questo valore di $\frac{\partial W}{\partial u}$ nella (2), troviamo subito

$$\frac{1}{\sqrt{eg}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u}=k; \tag{13}$$

questa esprime che la curvatura geodetica delle linee sferiche u è costante, cioè che queste linee sono circoli minori di egual raggio. Ne segue che le superficie cercate hanno le linee di curvatura u piane e i loro piani tagliano sotto il medesimo angolo la superficie.

« Inversamente, preso sulla sfera un sistema ortogonale (u, v) di cui le u siano circoli minori di egual raggio, basterà secondo le (12), (13) porre

$$W=V\sqrt{g},$$

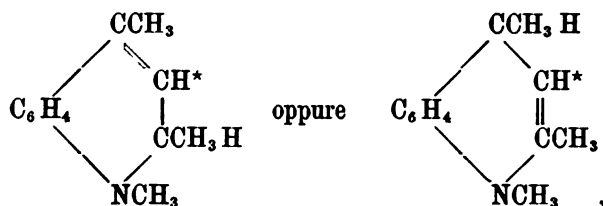
dove V è funzione arbitraria di v, e la superficie così definita in coordinate tangenziali godrà della proprietà richiesta.

« Le superficie ora considerate stanno in una notevole relazione colle superficie Φ e si presentano insieme ad esse nella teoria dei sistemi tripli ortogonali. Presa infatti una superficie Φ, se si fa uscire da un suo punto P, normalmente a Φ, una curva C nel piano condotto per O e per la normale in P alla superficie, ne risulta individuato un sistema triplo ortogonale in cui le superficie di una serie sono altrettante superficie Φ aventi per traiettorie ortogonali delle curve piane, i cui piani passano pel punto fisso O [1].

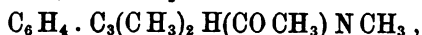
« Le superficie delle altre due serie appartengono allora alla classe considerata nel presente paragrafo ».

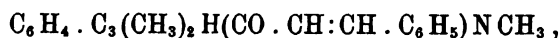
Chimica. — *Sulla costituzione delle idrochinoline, considerazioni ed esperienze intorno alla struttura dei nuclei azotati.* Nota del Socio G. Ciamician e di G. Boeris.

« Le ricerche eseguite in questi ultimi anni dal dott. Ferratini hanno dimostrato in modo non dubbio, che la base ottenuta da E. Fischer nella metilazione degli indoli è realmente una diidrochinolina trimetilata. Il Ferratini ha provato inoltre, che questo interessante composto, cui spetta una delle due seguenti formole:

```
          CCH3                         CCH3 H
         /   \\                        /   \
        /     CH*                     /     CH*
   C6H4       |        oppure    C6H4       ||
        \     CCH3H                   \     CCH3
         \   /                         \   /
          NCH3                          NCH3   ,
```

(1) Cf. *Lezioni* pag. 477.

in virtù dell'atomo d'idrogeno indicato coll'asterisco, possiede ancora proprietà indoliche, perchè dà alcune delle reazioni che E. Fischer ha eseguito col α-metilindolo. Queste analogie di comportamento si manifestano chiaramente quando si fa agire sulla diidrotrimetilchinolina il cloruro di diazobenzolo, l'aldeide benzoica e sopratutto l'anidride acetica. In quest'ultimo caso si produce un derivato acetilico, che non può avere altra costituzione che la seguente

$$C_6H_4 . C_3(CH_3)_2 H(CO\,CH_3) N\,CH_3 ,$$

il quale corrisponde per modo di formazione e caratteri ai chetoni provenienti dagli indoli e dai pirroli. Coll'idrossilammina veramente e colla fenilidrazina non reagisce, ma dà però il prodotto di condensazione coll'aldeide benzoica, una *cinnamildiidrotrimetilchinolina*:

$$C_6H_4 . C_3(CH_3)_2 H(CO . CH{:}CH . C_6H_5) N\,CH_3 ,$$

ciò che ugualmente prova la sua natura chetonica [1].

« Per ottenere questo corpo è necessario impiegare potassa molto concentrata. Noi abbiamo bollito per circa un'ora 2 gr. del derivato acetilico con 2 gr. di aldeide benzoica e 25 c. c. di potassa della densità 1,27. L'olio giallo bruno, che galleggia sul liquido alcalino durante la ebollizione, si solidifica col raffreddamento e costituisce il prodotto cercato. Per purificarlo lo si fa cristallizzare prima dall'alcool e poi dall'acetone. Così s'ottengono bellissime tavole quadrangolari, d'un colore giallo ranciato, che si rammolliscono verso i 150° e fondono a 152-153°. All'analisi si ebbero numeri conformi alla suindicata formola.

gr. 0,2160 di sostanza dettero gr. 0,6572 di CO_2 e gr. 0,1406 di H_2O.

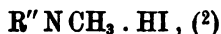
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{21}H_{21}NO$
C	82,98	83,17
H	7,23	6,93

« La cinnamildiidrotrimetilchinolina è solubile nell'alcool e nell'acetone, solubilissima nell'etere acetico e nel benzolo, nell'etere si scioglie meno facilmente ed è pochissimo solubile nell'etere petrolico.

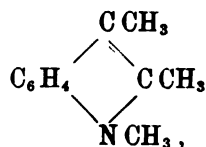
« Prima di passare alla discussione sui caratteri delle diidrochinoline, che, come si vedrà, presentano un notevole interesse dal punto di vista di alcune questioni, che oggi si agitano in chimica organica, diremo di un'esperienza, che abbiamo eseguito col *jodidrato della diidrotrimetilchinolina*.

« È noto che i jodidrati delle basi terziarie della forma ad es.

$$R'' N\,CH_3 . HI , \text{ (}^2\text{)}$$

[1] Il dott. Adolfo Ferratini, che con tanto buon successo s'era occupato fin'ora di questi studi, ha dovuto in quest'anno, nell'interesse della sua carriera, abbandonare il mio laboratorio. Perciò ho ripreso, assieme al dott. Boeris, il lavoro lasciato interrotto dal Ferratini. G. Ciamician.

[2] Ved. Herzig e Meyer, Berichte, 27, 319.

perdono col riscaldamento joduro metilico e diventano secondarie. Se si riscalda il jodidrato suindicato oltre al suo punto di fusione, si elimina del pari joduro di metile, ma non si ottiene, come si avrebbe potuto credere, la diidrodimetilchinolina secondaria, ma bensì il *trimetilindolo*;

$$C_6H_4 \begin{cases} C\,CH_3 \\ \quad \| \; C\,CH_3 \\ N\,CH_3 \end{cases},$$

di Degen ([1]).

« L'esperienza venne eseguita nel seguente modo: 50 gr. del jodidrato vennero distillati a bagno di lega in porzioni di 10 gr. per volta in un palloncino in una corrente di anidride carbonica. Da principio passa il joduro metilico e poi un olio giallo, denso, che all'aria arrossa; da questo si deposita poi, in quantità non molto rilevante, una materia cristallina priva di colore, che si ritrova pure sulle pareti del collettore. Trattando tutto con acqua i cristalli si sciolgono, e distillando in corrente di vapore acqueo, passa il joduro metilico; l'olio è troppo poco volatile e rimane perciò indietro. Per separarlo dall'acqua si estrae con etere, si secca la soluzione con potassa deacquificata e si distilla. Passa fra 275° e 290°, ma la maggior parte (13 gr.) distilla fra 275° e 283°. Questa frazione ridistillata, dette il punto di ebollizione fra 278°-279°, che corrisponde a quello indicato dai citati autori.

« L'analisi dette numeri concordanti colla formola del trimetilindolo:

$$C_{11}H_{13}N\,.$$

gr. 0,1976 di sostanza dettero gr. 0,6010 di CO_2 e gr. 0,1488 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
C	82,95	83,02
H	8,37	8,18

« Per stabilire con maggior sicurezza l'identità del composto da noi ottenuto, col trimetilindolo, abbiamo preparato anche il *picrato*, trattandolo con una soluzione benzolica satura a caldo di acido picrico. Del liquido intensamente colorato in rosso bruno, si separano aghi d'un rosso granata, che ricristallizzati ripetutamente dal benzolo, fondevano a 150°, conformemente al punto di fusione indicato dal Degen.

« Una determinazione d'azoto ne confermò la formola:

$$C_{11}H_{13}N\,.\,C_6H_2(NO_2)_3O\,.$$

gr. 0,2030 di materia svolsero c. c. 25,6 d'azoto, misurati a 23°,4 ed a 754 mm.

([1]) Liebig's, Annalen 236, 160.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
N	14,18	14,44

« Restava ancora a determinare la natura della sostanza cristallina, che si forma assieme al trimetilindolo. Essa rimane sciolta nel liquido acquoso, da cui quest'ultimo venne estratto con etere. Trattando la soluzione con potassa e distillando con vapore passa un'olio, che ha la proprietà della diidrotrimetilchinolina. Tutto quindi faceva supporre che i detti cristalli non fossero altro che il jodidrato inalterato di questa base e realmente le ulteriori ricerche confermarono in fine questa supposizione. Però c'è un fatto che da principio la rendeva inverosimile e faceva credere, che la base così riottenuta fosse diversa dalla ordinaria: mentre la base preparata direttamente dagli indoli arrossa all'aria colla massima facilità, quella riottenuta nel modo indicato, anche stando esposta a lungo all'aria non arrossa sensibilmente. Noi l'abbiamo trasformata nuovamente nel jodidrato, ma questo, cristallizzato dall'alcool, mostrò il punto di fusione 253° e la composizione dell'ordinario jodidrato di diidrotrimetilchinolina.

gr. 0,1878 di materia dettero gr. 0,3266 di CO_2 e gr. 0,0962 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{12}H_{15}N . HI$
C	47,43	47,84
H	5,69	5,31

« Anche il picrato aveva il punto di fusione 148° ed i caratteri di quello della base ordinaria.

« In fine per eliminare ogni dubbio sull'identità dei due prodotti abbiamo pregato il prof. G. B. Negri di Genova a voler comparare la forma cristallina dei rispettivi jodidrati, che egli trovò essere anche cristallograficamente identici. Sembra dunque che la diidrotrimetilchinolina possa perdere la proprietà di arrossare all'aria, oppure che l'arrossamento sia alle volte impedito dalla presenza di qualche sostanza, che a noi potrebbe essere sfuggita.

« Ecco i risultati delle misure, che il prof. Negri gentilmente ci ha comunicato. Pel jodidrato della diidrotrimetilchinolina, riottenuto nella distillazione egli trovò:

sistema cristallino: trimetrico

$$a : b : c = 1,3558 : 1 : 0,5984$$

« Forme osservate: (210), (110), (101), (111), (121).

« Combinazioni: (210), (111)
(210), (110), (111)
(210), (110), (111), (121), (101):

angoli	misurati		calcolati	n
	limiti	medie		
210:2̄10	68°,10′ — 68°,21′	68°,16′	*	6
111:1̄1̄1	73, 7 — 73, 21	73, 16	*	4
210:111	55, 38 — 55, 51	55, 44	55°,46′	3
210:11̄1	88, 36 — 88, 44	88, 40	88, 38	3
111:11̄1		57, 22	57, 24	1
111:1̄11		41, 28	41, 29	1
110:111		53, 22	53, 22	1
210:110	19, 15 — 19, 43	19, 33	19, 27	6
110:1̄10		72, 44	72, 49	1
121:1̄11		40, 56	41, 08	1
121:210		49, 45	50, 14	1
121:111		18, 31	18, 54	1

« I cristalli ottenuti da soluzioni alcooliche mostrano costantemente la prima combinazione di frequente con abito prismatico e con le faccie di (111) di estensione assai variabile anche nello stesso cristallo. Talvolta sono laminari secondo una faccia di (210). I cristalli avuti da soluzioni acquose, allungati secondo [001], e laminari per la predominanza di 2 faccie parallele di (210), presentano frequente il prisma (110) e rarissime volte le forme (121), (101) subordinate. L'ultima forma fu determinata dalla zona [111:11̄1] e da misure approssimate con (111). In generale le faccie sono liscie, piane, di rado poliedriche e riflettono al goniometro immagini perfette.

« I cristalli sono trasparenti brillanti. Sfaldatura quasi perfetta secondo (100).

« Il piano degli assi ottici e parallelo a (001); la bisettrice acuta negativa parallela a [100], quindi la formula ottica è: $\mathfrak{a}$ $\mathfrak{c}$ $\mathfrak{b}$; dispersione energica $\rho < v$. — Con una lamina di sfaldatura (100) determinai:

$$2\Sigma_a = 57°,16' \text{ (rosso)} \quad ; \quad 2\Sigma_a = 64°,12' \text{ (verde)}$$

« In un cristallo col prisma 210:2̄10 = 68°,22′, misurai:

$$\delta_\beta = 67°,18' \text{ (rosso)} \quad ; \quad \delta_\gamma = 68°,02' \text{ (rosso)}$$

dai quali dati si calcola:

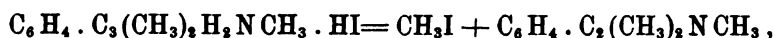
$$\beta = 1,6483 \quad ; \quad \gamma = 1,6526$$

Dai valori di β e di $2\Sigma_a$ si ha: $2V_a = 33°,48'$ (rosso).
La temperatura durante le osservazioni si mantenne fra 20 e 22°.

« Il jodidrato della base ottenuta direttamente dal metilchetolo dette i seguenti valori, da cui risulta evidente l'identità dei due prodotti:

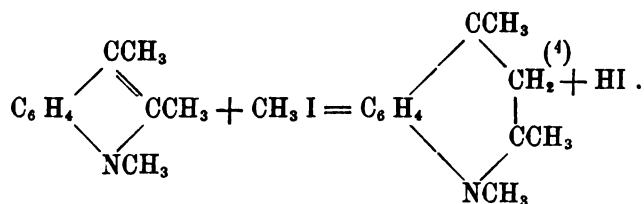
angoli	misurati limiti		misurati medie	calcolati (1)	n
[210:2̄10]:[210:1̄1̄1]	125°,43′	— 126°,42′	126°,20′	126°,37′	4
[210:110]:[210:111]	103, 30	— 104, 52	103, 50	103, 54	8
210:111			55, 29	55, 46	1

« La reazione che avviene riscaldando il jodoidrato di diidrotrimetilchinolina è dunque inversa a quella per cui questa base prende origine dagli indoli:

$$C_6H_4 . C_3(CH_3)_2 H_2 N CH_3 . HI = CH_3I + C_6H_4 . C_2(CH_3)_2 N CH_3 ,$$

ed è senza dubbio lo stesso atomo di carbonio, che era entrato nel nucleo pirrolico per trasformarlo in piridico, quello che, nel processo di scissione, esce nuovamente allo stato di joduro di metile.

« Questa reazione presenta un certo interesse, perchè in nessun caso s'era osservato fin'ora una così completa trasformazione di un derivato della chinolina in un composto indolico. Il rendimento di trimetilindolo è così soddisfacente, che questo è forse il miglior mezzo per prepararlo. Dobbiamo però osservare che il prodotto, sebbene abbia l'esatto punto di ebollizione, arrossa intensamente il fuscello d'abete intriso d'acido cloridrico. Siccome il trimetilindolo sintetico (2) non dà questa reazione, è probabile che essa derivi dalla presenza di qualche altro derivato indolico, che si formerebbe in piccolissima quantità.

« Il trimetilindolo si combina, naturalmente, col joduro di metile per rigenerare il jodidrato di diidrotrimetilchinolina. Fischer e Meyer (3) hanno dimostrato, che questa base si origina ugualmente, partendo dai diversi indoli monometilati e bimetilati; nel caso presente la trasformazione chinolinica si manifesta nella sua maggiore semplicità, tanto che essa simula perfettamente l'ordinario passaggio di un'ammina terziaria al corrispondente jodometilato:

$$C_6H_4 \left\langle \begin{array}{c} CCH_3 \\ \diagup \quad \diagdown\!\!\diagdown \\ \quad\quad CCH_3 \\ \diagdown \quad \diagup \\ NCH_3 \end{array} \right. + CH_3I = C_6H_4 \left\langle \begin{array}{c} CCH_3 \\ \diagup \quad \diagdown \\ \quad CH_2 \;^{(4)} \\ \quad | \\ \quad CCH_3 \\ \diagdown \quad \diagup \\ NCH_3 \end{array} \right. + HI .$$

(1) In funzione delle costanti suindicate.

(2) Liebig's. Annalen 236, 161.

(3) Berichte, XXIII, 2628.

(4) Essendo ancora incerta la posizione del doppio legame, in questa formola s'è lasciato il gruppo CH_2, invece di mettere $= CH - CHCH_3 -$.

Si può anzi ammettere, che il joduro metilico si unisca al trimetilindolo salificandolo, ma che poi, per la speciale natura del residuo pirrolico, avvenga subito la trasformazione in diidrochinolina. — Il senso in cui la reazione si compie dipende unicamente dalla temperatura, in modo che si potrebbe parlare anche qui di un processo di dissociazione analogo a quello dei jodometilati delle basi terziarie. Anzi a questo proposito giova notare, che se si riscalda il jodidrato di diidrotrimetilchinolina in tubo chiuso, impedendo così la eliminazione del joduro metilico, non si forma il trimetilindolo.

« Per seguire sperimentalmente la rigenerazione del jodidrato di diidrotrimetilchinolina, abbiamo chiuso in un tubo 2 gr. di trimetilindolo con un eccesso di joduro di metile. A freddo la reazione avviene a stento però sembra incominciare, del tutto non si compie che a 100°. Dopo alcune ore di riscaldamento si trova nel tubo un ammasso di minuti cristalli, che liberati dal joduro di metile e purificati dall'alcool ed etere, fondevano a 253°.

« All'analisi dettero i numeri richiesti della formola:

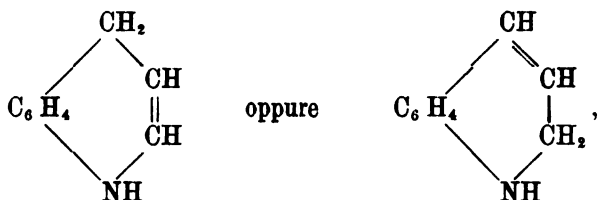
$$C_{12}H_{15}N . HI.$$

0,2090 gr. di sostanza dettero 0,3684 gr. di CO_2 e 0,1065 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
C	48,07	47,84
H	5,66	5,31

« La base messa in libertà arrossava all'aria normalmente.

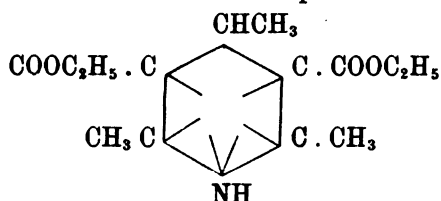
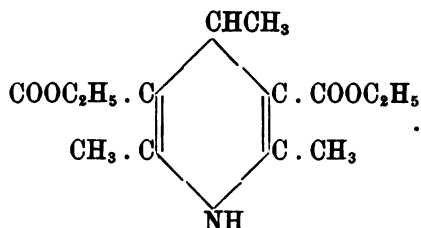
« Se si chiede quale sia la ragione del rimarchevole comportamento chimico delle diidrochinoline, le quali, benchè di costituzione chinolinica, hanno caratteri comuni agli indoli, la risposta, secondo noi, può essere semplicemente questa: le diidrochinoline della forma [1]:

sono da considerarsi quali *omologhi nel nucleo* dell'indolo e perciò possiedono in parte le proprietà di quest'ultimo.

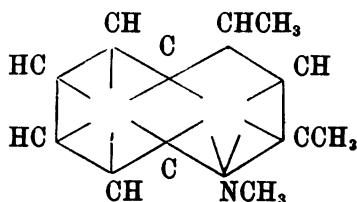
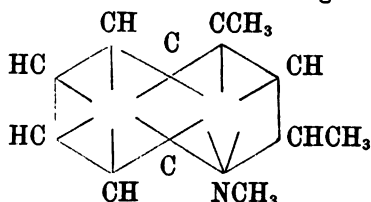
« Il concetto di *omologia del nucleo* venne, per quanto è a nostra conoscenza, sviluppato per la prima volta da uno di noi nel 1885 [2], per definire le relazioni, allora scoverte, che passano fra la pirrolidina e la piperi-

[1] Le diidrochinoline fondamentali non sono note, si conosce soltanto un polimero di costituzione ancora dubbia.

[2] Gazzetta chimica 15, pag. 253.

dina; la stessa idea fu poi, molto più tardi, espressa col nome di *omologia aliciclica* dal Bamberger (1), per indicare relazioni, perfettamente analoghe, ch'egli dimostrò esistere fra i diidroindoli e le tetraidrochinoline.

« L'omologia nel nucleo può, fino ad un certo punto, essere, come s'è detto, invocata anche per spiegare le proprietà indoliche della diidrotrimetilchinolina e già nella citata memoria del 1885, uno di noi, suppose, che le diidropiridine potessero avere caratteri simili a quelli del pirrolo. L'identico concetto è, a nostro avviso, contenuto, senza esprimerlo con un nome, nella osservazione del Bamberger, secondo cui l'*etere diidrocollidindicarbonico* di Hantzsch sarebbe da considerarsi come un composto di indole pirrolica. Bamberger (2) trae partito di questo ravvicinamento per mettere in rilievo i vantaggi delle sue formole centriche coll'azoto pentavalente:

noi crediamo invece, che le proprietà di questo corpo, quale omologo nel nucleo d'un derivato pirrolico, trovino sufficiente spiegazione anche nella formula ordinaria:

« Considerando le diidrochinoline quali omologhi nel nucleo degli indoli e, per restare al caso speciale da noi esaminato, considerando segnatamente le proprietà della diidrotrimetilchinolina, sorgono nuovi argomenti atti a combattere l'ipotesi di Bamberger sulla pentavalenza dell'azoto nei nuclei pirrolici ed indolici.

« Secondo questa ipotesi la diidrotrimetilchinolina sarebbe da rappresentarsi con una delle due seguenti formole:

(1) Berichte, 24. 1897.
(2) Berichte, 24, 1763.

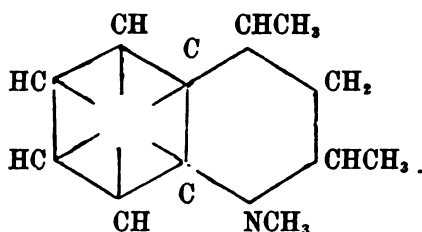
le quali rendono conto delle proprietà indoliche del composto, ma stanno in aperta contraddizione col suo carattere *decisamente basico*, perchè qui non si tratta, come nei pirroli e negli indoli, di una funzione debolmente alcalina, che si manifesta a stento, ma di un'alcaloide vero e proprio come qualunque altro. È ciò non è tutto: la grande differenza di alcalinità, che si riscontra fra pirrolo e pirrolina ed indolo e diidroindolo, alla quale il Bamberger (1) attribuisce tanta importanza da considerarla, come sembra, quale fatto principale in sostegno delle sue vedute, non si ritrova più fra la diidrotrimetilchinolina ed il suo derivato biidrogenato:

CH C $CHCH_3$

HC CH_2

HC $CHCH_3$.

C

CH NCH_3

« La tetraidrotrimetilchinolina proveniente dagli indoli, che ha tutti i caratteri delle chinoline tetraidrogenate, sarà certamente base più energica del composto bidrogenato, ma non c'è nessun salto nel grado della alcalinità, mentre le formole centriche, coll'immino tetravalente, lo farebbero supporre uguale a quello che si osserva fra gli indoli ed i loro derivati biidrogenati. A nostro avviso, l'alcalinità pronunciata della diidrotrimetilchinolina, rispetto a quella debolissima degli indoli, dipende dalla presenza del radicale $—CH CH_3—$, il quale compensa in gran parte il carattere negativo del nucleo indolico.

« Con le precedenti considerazioni io (Ciamician) credo di avere risposto anche all'ultima obbiezione sostenuta dal Bamberger contro di me, in appoggio della sua ipotesi, perchè egli stesso ammette, che la difficoltà di ottenere sali coi derivati del pirrolo e dell'indolo non è un'argomento decisivo in suo favore (2). Molto meno lo è, naturalmente, quello che si riferisce al contegno di questi corpi coi joduri alcoolici (3). Le esperienze descritte in questa Nota danno la necessaria spiegazione in proposito.

« Io credo del resto, che non era mestieri di nuove esperienze per togliere alla tesi sostenuta dal Bamberger ogni ragione d'esistenza. Il fatto che nel pirrolo si accresce, e dico s'accresce e non comparisce, l'alcalinità colla idrogenazione è perfettamente parallelo a quelli che generalmente si osservano nell'idrogenazione dei nuclei aromatici. Fra l'anilina ed una ammina ali-

(1) Berichte, 26, pag. 1946.
(2) Ibid.
(3) Liebigs, Annalen, 273, pg. 377-378.

fatica c'è una differenza di caratteri, che nessuna formola di struttura può *spiegare*; sarebbe veramente tempo, che i chimici si persuadessero, che con le sole formole di struttura non si può dare ragione della funzione chimica dei composti, perchè da esse non si deve pretendere di più di quello che possono dare. Io accetto perciò assai volentieri le vedute di W. Marckwald (1), il quale con buon successo si adopera a combattere le formole centriche e diagonali, che non hanno fatto progredire d'un passo la questione intorno all'intima struttura del benzolo e dei composti fenociclici in genere. Anche dalle recenti pubblicazioni di Brühl (2) risulta, che la formola di Kekulé è quella che meno artificiosamente rende ragione dei fatti: è necessario però persuadersi una volta per sempre, che i doppi legami possono avere in differenti composti caratteri diversi ».

Geometria. — *Della equazione di condizione pei parametri dei sistemi di superficie, che appartengono ad un sistema triplo ortogonale.* Nota del prof. G. Ricci, presentata dal Corrispondente E. Padova.

« Il signor Lilienthal, nel fascicolo 4°, ultimamente pubblicato del volume 44° dei *Mathematische Annalen*, partendo dalla teoria generale delle congruenze di linee, ha dato sotto nuova forma la equazione, che esprime la condizione necessaria e sufficiente perchè un sistema di superficie di parametro dato ϱ faccia parte di un sistema triplo ortogonale. Come quella data dal sig. Weingarten nel volume LXXXIII del *Journal für die reine und angewandte Matkematik*, questa nuova forma ha il vantaggio che per essa scomparisce dalla equazione, di cui si tratta, la irrazionalità, che si presenta naturalmente quando la equazione stessa non è che la espressione diretta della condizione necessaria e sufficiente perchè uno dei due sistemi di linee di curvatura delle superficie ϱ risulti delle traiettorie ortogonali di un altro sistema di superficie.

« La ricordata pubblicazione del sig. Lilienthal mi induce a far conoscere alcuni risultati, a cui sono giunto da molto tempo proseguendo, pel caso speciale di tre variabili, le ricerche generali, che formano l'oggetto della Memoria da me inserita nel Tomo XII della Serie 2ª degli *Annali di Matematica pura ed applicata*.

« Questi risultati non sono che l'estensione di quello citato, dovuto al sig. Weingarten, al problema degli integrali ortogonali di una equazione li-

(1) Liebigs Annalen 274, pag. 331 e 279, pag. 1.
(2) Berichte, 27, pag. 1065.

neare ed omogenea a derivate parziali di 1° ordine associata ad una forma fondamentale ternaria qualunque. Essi comprendono quindi come caso speciale la trasformazione in coordinate generali della equazione del geometra tedesco: della quale però darò anche una dimostrazione diretta semplicissima fondata sui metodi di calcolo differenziale assoluto. Le convenzioni e notazioni, di cui qui farò uso, sono quelle da me stabilite nel Riassunto di alcuni miei lavori pubblicato nel fascicolo del giugno 1892 del *Bulletin des sciences mathématiques*. Di più ricorderò la convenzione, di cui mi sono valso altre volte e secondo la quale si considerano come identici due indici, che differiscono per un multiplo di tre.

« 1. Se ϱ è una funzione qualunque delle coordinate cartesiane ortogonali x_1, x_2, x_3 dello spazio e si pone

$$1)\qquad \frac{1}{H^2}=\sum_1^3{}_s\left(\frac{d\varrho}{dx_s}\right)^2$$

$$2)\qquad X_r=H\frac{d\varrho}{dx_r}$$

$$3)\qquad u_s=\sum_1^3{}_r\frac{dH}{dx_r}\frac{dX_r}{dx_s},$$

la equazione

$$W)\qquad \Sigma_s\frac{d\varrho}{dx_s}\left(\frac{du_{s+2}}{dx_{s+1}}-\frac{du_{s+1}}{dx_{s+2}}\right)=0$$

è quella che esprime, sotto la forma data dal sig. Weingarten, la condizione necessaria e sufficiente perchè il sistema di superficie di parametro ϱ appartenga ad un sistema triplo ortogonale.

« Se in vece si considerano $x_1\ x_2\ x_3$ come coordinate generali dei punti dello spazio ed, assunta come forma fondamentale la espressione corrispondente

$$\varphi=\Sigma_{rs}\,a_{rs}\,dx_r\,dx_s=d_s^2$$

del quadrato dell'elemento lineare dello spazio, si pone

$$1')\qquad H=\frac{1}{\Delta_1\varrho};$$

se, ritenendo per le X_r le espressioni date dalle (2), si fanno ancora le posizioni

$$X_{rs}\equiv D_\varphi(X_r),\qquad H^{(r)}\equiv R^{(\varphi)}\left(\frac{dH}{dx_r}\right)$$

$$3')\qquad u_s=\Sigma_r\,H^{(r)}\,X_{rs}$$

$$u_{st}\equiv D_\varphi(u_s)$$

e si osserva che le espressioni

$$\alpha^{(s)}=\frac{1}{\sqrt{a}}(u_{s+2\ s+1}-u_{s+1\ s+2})=\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{du_{s+2}}{dx_{s+1}}-\frac{du_{s+1}}{dx_{s+2}}\right)$$

sono gli elementi di un sistema semplice controvariante, è facile concludere che la funzione

$$\text{4)} \qquad J = \frac{1}{\sqrt{a}} \Sigma_s X_s \left(\frac{du_{s+2}}{dx_{s+1}} - \frac{du_{s+1}}{dx_{s+2}} \right)$$

è un invariante. E poichè, nella ipotesi che le coordinate generali coincidano colle cartesiane ortogonali, le espressioni (3′) delle u_s coincidono colle (3) ed J non è che il primo membro della equazione (W) moltiplicato per H, se ne conclude che questa equazione, se per le u_s vi si intendono poste le espressioni (3′), è la trasformata in coordinate generali della equazione di Weingarten.

« 2. In secondo luogo, mantenendo ferme le altre convenzioni e notazioni del § 1, si supponga la forma fondamentale ternaria φ di natura qualunque e si designi con $\alpha^{(pq)}$ (1) il sistema doppio controvariante, il cui annullarsi identicamente rappresenta le condizioni necessarie e sufficienti perchè la forma φ sia trasformabile in altra a coefficienti costanti. Posto

$$\xi_q = HX_q = H^2 \varrho_q$$

$$J_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \Sigma_{qrs} \alpha^{(qr)} a_{rs} (X_{s+1} \xi_{qs+2} - X_{s+2} \xi_{qs+1}),$$

è facile riconoscere che la espressione J_1 è un invariante. La equazione di condizione perchè il sistema di superficie di parametro ϱ considerato come appartenente allo spazio di elemento lineare $\sqrt{\varphi}$ appartenga ad un sistema triplo ortogonale è espressa dalla equazione

$$\text{W}') \qquad J + J_1 = 0.$$

È da notarsi che J_1 si annulla identicamente e quindi questa equazione si riduce a quella di Weingarten non soltanto nel caso, in cui il sistema $\alpha^{(rs)}$ è identicamente nullo, ma anche quando i suoi elementi assumono la forma

$$\alpha^{(rs)} = \mu a^{(rs)} + \nu X^{(r)} X^{(s)},$$

i coefficienti μ e ν essendo qualunque. Questo caso si verifica, per esempio, se $\sqrt{\varphi}$ è l'espressione del quadrato dell'elemento lineare di uno spazio a curvatura costante.

« 3. In fine, assumendo sempre come fondamentale una forma ternaria φ di natura qualunque, si consideri una equazione qualsivoglia della forma

$$\alpha) \qquad \Sigma_r X^{(r)} \frac{df}{dx_r} = 0.$$

I suoi coefficienti costituiscono un sistema controvariante e, come è permesso, noi supporremo scelto il coefficiente arbitrario, che essi contengono, in modo che si abbia

$$\Sigma_{rs} a_{rs} X^{(r)} X^{(s)} = 1.$$

(1) Si veda il Riassunto citato (§ 2, formola (4)).

« Posto

$$X_s \equiv R_\varphi (X^{(s)})$$

manterremo le notazioni dei §§ 2 e 3 e porremo di più

$$2c_{rs} = X_{rs} + X_{sr}$$

$$a \,.\, M = \begin{vmatrix} 0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ X_1 & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ X_2 & c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ X_3 & c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{a}} \Sigma_r \frac{d(\sqrt{a}\, X^{(r)})}{dx_r}$$

$$2\sqrt{a}\, Y^{(s)} = X_{s+1\, s+2} - X_{s+2\, s+1}$$

$$Q = \Sigma_s X_s Y^{(s)}$$

$$2P_r = \Sigma_s X^{(s)} X_{rs}, \qquad P^{(r)} \equiv R^{(\varphi)} (P_r)$$

$$v_r = -2\Sigma_q P^{(q)} X_{qr}.$$

Sarà facile riconoscere che le funzioni $Y^{(s)}$ sono gli elementi di un sistema controvariante, e le P_r e v_r quelli di due sistemi covarianti; mentre M, N, Q sono invarianti, e l'ultimo di essi eguagliato a zero rappresenta la condizione necessaria e sufficiente perchè, come nei §§ 1 e 2, le X_r siano proporzionali alle derivate di una funzione ϱ rispetto alle x_r.

« Poniamo ancora

$$v_{rs} \equiv D_\varphi (v_r), \qquad Q_s \equiv \frac{dQ}{dx_s}, \quad P_{rs} \equiv D_\varphi (P_r),$$

$$\sqrt{a}\, J' = \Sigma_s X_s (v_{s+2\, s+1} - v_{s+1\, s+2}) + 2\Sigma_s P_s (v_{s+2} X_{s+1} - v_{s+1} X_{s+2}),$$

$$\sqrt{a}\, J'_1 = \Sigma_{qr}\, a_{rs}\, a^{(qr)} \{ X_{s+1} (X_{qs+2} - 2X_q P_{s+2}) - X_{s+2} (X_{qs+1} - 2X_q P_{s+1}),$$

$$J_2 = \Sigma_s X^{(s)} Q_s, \qquad J_3 = \Sigma_{rs} a^{(rs)} P_{rs}, \qquad J_4 = \Sigma_{rs} a^{(rs)} (a_{rs} - X_r X_s).$$

La condizione necessaria e sufficiente perchè la equazione (α) ammetta due integrali ortogonali nella varietà di elemento lineare $\sqrt{\varphi}$ sarà rappresentata dalla equazione

$$W'') \qquad J' + J'_1 - NJ_2 + Q(4M + 2J_3 + J_4) = 0.$$

Se si suppone di nuovo che le X_r siano proporzionali alle derivate di una funzione ϱ rispetto alle x_r e che valgano per esso le espressioni (2) del § 1, si hanno le

$$Q = 0, \qquad J_2 = 0,$$

$$HJ' = J, \qquad J'_1 = HJ_1,$$

e la equazione (W'') coincide colla (W') del § 2 ».

Chimica. — *Sui punti di congelamento di miscugli isomorfi.* Nota di Felice Garelli, presentata dal Socio Ciamician.

« Küster ha scoperto, che le miscele fuse formate da sostanze fra di loro isomorfe hanno dei punti di congelamento, che sono una funzione continua delle temperature di fusione delle due sostanze costituenti le mescolanze e della composizione quantitativa di queste.

« D'altra parte è noto, che quando da una soluzione non si separa all'atto del congelamento il puro solvente, ma cristallizza assieme a questo parte del corpo disciolto per formare una soluzione solida, devesi sempre, secondo la teoria di van't Hoff, ottenere un abbassamento nel punto di fusione del solvente minore di quello, che richiederebbe la legge di Raoult.

« Ora se da una soluzione costituita da due sostanze aventi strette analogie cristallografiche, si separa all'atto del congelamento una mescolanza isomorfa delle due, è logico considerare questa, più d'ogni altra, come una soluzione solida, se stiamo alla definizione, che di tale soluzione diede il van't Hoff. Egli di fatto citò in prima linea i casi d'isomorfismo come esempi dell'attitudine, che hanno i corpi a sciogliersi allo stato solido. Io non ritengo quindi giustificata la distinzione, che il Küster, come appare da due suoi recenti lavori [1] sembra voler fare tra le mescolanze di corpi completamente isomorfi e le soluzioni solide, e d'altra parte egli stesso non enumera alcuna delle ragioni, che lo inducono a stabilire tale differenza.

« Ciò ammesso è facile rilevare che la legge sopra enunciata, trovata dal Küster, contraddice alla teoria di van't Hoff: dacchè è facilmente prevedibile il caso in cui la mescolanza isomorfa sia costituita di sostanze tanto diverse nei loro punti di fusione, che la depressione, prodotta nella temperatura di congelamento del solvente dalla sostanza che fonde più basso, potrà raggiungere o anche superare quella richiesta dalla legge generale del congelamento delle soluzioni, abbenchè questo non avvenga in quelle condizioni teoriche richieste perchè si verifichi la legge di Raoult.

« È ben vero, che se le temperature alle quali fondono le due sostanze isomorfe, sono fra di loro molto distanti avverrà, come ha già constatato Küster, un congelamento non uniforme della miscela fusa: ma la sostanza, che fonde più alto tenderà a predominare nelle prime cristallizzazioni. Tuttavia se si fa funzionare come solvente la sostanza, che fonde a temperatura più elevata, il suo punto di congelamento verrà abbassato per l'aggiunta della sostanza, che fonde prima, e l'abbassamento sarà tanto maggiore quanta più sostanza sciolta si separerà col solvente nelle prime cristallizzazioni.

[1] Zeitschr. für phys. Chemie, XII Band, 508, e XIII, 446.

La teoria di van't Hoff conduce invece ad una conclusione opposta poichè ci dice, che l'aumento verificantesi nel punto di fusione di un solvente in contatto con una soluzione solida è proporzionale direttamente alla concentrazione di questa.

« Fra le numerose anomalie alla legge generale del congelamento, che furono trovate in questo laboratorio studiando il comportamento crioscopico di sostanze aventi costituzione analoga al solvente, ve ne sono di quelle, che debbono entrare nella categoria delle mescolanze isomorfe, poichè sussistono fra le sostanze, che le presentano ed i solventi, delle importanti relazioni cristallografiche. Küster non ha sperimentato, finora, che sopra miscele isomorfe formate di sostanze assai somiglianti chimicamente (come p. es. *m-cloronitrobenzolo* e *m-bromonitrobenzolo*) (1) e aventi temperature di fusione non molto diverse, e per queste evidentemente la eccezione alla legge generale del congelamento si verifica sempre. Io ho voluto invece fare lo studio completo di altre mescolanze isomorfe con le quali fosse possibile di realizzare sperimentalmente il caso speciale ora supposto di una miscela, che abbia un comportamento contrario a quello richiesto dalla teoria di van't Hoff.

« Mi occorrevano per tanto delle sostanze isomorfe con punti di fusione assai distanti fra di loro; soddisfanno a questa condizione l'antracene ed il carbazolo, comparati col fenantrene. Essi, disciolti in quest'ultimo idrocarburo, ne innalzano notevolmente il punto di fusione. Quando verificai questo fatto (2), ignorando ancora le relazioni cristallografiche, trovate dipoi, che passano fra le sostanze accennate, non diedi al fenomeno altra spiegazione all'infuori di quella, che si deduce dalla teoria di van't Hoff. Ammisi pertanto, che nel congelamento di tali soluzioni si separasse una soluzione solida più concentrata di quella liquida, che si faceva congelare; e di fatto analizzando i primi cristalli, opportunamente separati da una miscela fusa lasciata raffreddare, contenente per cento parti di fenantrene, 7,50 di carbazolo, constatai in essi una percentuale pari all'11,42 di quest'ultimo. Ma se tale fatto è vero nel caso speciale ora citato, non è giusto trarne la conclusione, alla quale condurrebbe la teoria di van't Hoff, ch'esso cioè si debba effettuare sempre tutte le volte, che una sostanza innalza, invece d'abbassare, il punto di fusione di un solvente.

« Le esperienze di Küster dimostrano invece, che una sostanza con punto di fusione più elevato ed isomorfa col solvente, innalzerà sempre il punto di fusione di questo, anche se la parte di mescolanza, che solidifica ha la stessa composizione di quella che rimane liquida. Potrà darsi anzi che questa sia molto meno concentrata di quella liquida e che si abbia ciò non ostante ugualmente un innalzamento nel punto di fusione del solvente. Ciò si verifica di fatto, come vedremo, per le soluzioni di carbazolo in antracene.

(1) Zeitschrift für phys. Chemie. VIII, 584.

(2) Gazz. chim. italiana XXIII, pag. 448.

« Ho quindi determinato le temperature di congelamento delle mescolanze di antracene e fenantrene, carbazolo e fenantrene, carbazolo e antracene, partendo dalle sostanze di punto di fusione più elevato ed aumentando man mano la quantità di quelle, che fondono a temperature più basse, per modo di giungere fin quasi al punto di fusione di queste. Era poi sopratutto interessante il confrontare gli abbassamenti termometrici prodotti dal fenantrene sciolto nell'antracene e nel carbazolo con quelli causati in questi solventi da sostanze, che per la niuna analogia di costituzione con essi davano affidamento di presentare un comportamento crioscopico normale. Ho scelto come tali la difenilammina e l'acetanilide e dagli abbassamenti termometrici, da esse prodotte, ho calcolato il valore della depressione molecolare del carbazolo e dell'antracene. Le letture furono eseguite col mezzo di un termometro di Beckmann a scala arbitraria, diviso in decimi di grado, a bulbo piuttosto piccolo, immergendolo nella miscela fusa contenuta in un tubo d'assaggio di conveniente dimensione. Quale bagno esterno per fondere la miscela e lasciarla poi raffreddare lentamente servì la paraffina fusa.

I. *Antracene e Fenantrene.*

	Sostanza impiegata		Molecole in 100		Punto di congelamento		Differenze
	Antracene gr.	Fenantrene gr.	Antracene	Fenantrene	osservato	calcolato secondo Küster	
1	5.11	—	100.00	—	213°.00	°	°
2	»	0.9900	98.10	1.90	211.80	210.88	+ 1.02
3	7.13	0.1755	97.60	2.40	211.35	210.20	+ 1.15
4	»	0.3738	95.02	4.98	209.65	207.18	+ 2.47
5	»	0.5558	92.87	7.13	208.10	205.66	+ 2.44
6	4.60	0.400	92.00	8.00	207.00	203.64	+ 3.36
7	4.843	0.7862	86.04	13.96	202.35	196.67	+ 5.68
8	»	1.2582	79.38	20.62	197.60	188.88	+ 8.72
9	5.748	2.5130	69.16	30.84	185.33	176.91	+ 8.42
10	4.937	»	65.82	34 18	182.43	172.97	+ 9.46
11	4.226	»	62.20	37.80	179.33	168.77	+ 10 56
12	3.630	»	58.53	41.47	177.07	164.87	+ 12.59
13	3.124	»	54.81	45.19	174.04	160.12	+ 13.95
14	2.547	»	49.66	50.34	168.47	154.10	+ 14.37
15	3.8829	5.00	43.75	56.25	162.57	147.18	+ 15.39
16	3.2859	»	39.65	60.35	156.37	142.39	+ 13.98
17	2.6955	»	35.02	64.98	151.57	136 97	+ 14.60
18	2.0725	»	29.30	70.70	143.67	130.28	+ 13.39
19	1.4475	»	22.45	77.55	132.67	122.26	+ 10.41
20	0.8455	»	14.46	85.54	118.17	112.91	+ 6.26
21	0.3530	»	6.59	93.41	103.37	103.71	— 0.34
22	0.3850	11.58	3.24	96.76	98.54	99.79	— 1.25
23	0.2526	»	2.11	97.89	97.56	98.46	— 0.90
24	0.1078	»	0.90	99.10	96.62	96.72	— 0.10
25	—	»	—	100.00	96.00	—	—

II. *Carbazolo e Fenantrene.*

	Sostanza impiegata		Molecole in 100		Punto di congelamento		Differenze
	Carbazolo gr.	Fenantrene gr.	Carbazolo	Fenantrene	osservato	calcolato secondo Küster	
1	5.33	—	100.00	—	236°.10		
2	»	0.1390	97.11	2.89	234.57	232°.06	+ 2°.51
3	»	0.2990	95.00	5.00	232.57	229.10	+ 3.47
4	»	0.4705	92.36	7.64	231.17	225.41	+ 6.76
5	»	0.8049	87.59	12.41	227.40	218.63	+ 8.77
6	»	2.5659	68.89	31.11	212.57	192.55	+ 20.02
7	»	3.6272	60.90	39.10	206.55	181.36	+ 25.19
8	»	4.6472	55.00	45.00	200.10	173.10	+ 27.00
9	2.665	3.1825	47.15	52.85	190 50	162.11	+ 28.39
10	3.818	6.020	40.33	59.67	176.30	152.56	+ 23.74
11	3.353	»	37.25	62.75	172.00	148 25	+ 23.75
12	2.843	»	33.48	66.52	166.80	142.87	+ 23.93
13	2.403	»	29.84	70.16	162 60	137.87	+ 24.73
14	2.090	»	27.01	72.99	158.10	133.91	+ 24.19
15	1.770	»	20.27	79.73	145.30	124.47	+ 20.93
16	1.219	»	17.75	82.25	140.60	120.95	+ 19.65
17	0.818	»	12.65	87.35	126.60	113.81	+ 12 79
18	0.6037	»	9.65	90.35	119.10	109.61	+ 9.49
19	0.3625	»	6.03	93.97	108.10	104.54	— 3.56
20	0.1940	»	3.32	96 68	102.10	100.74	+ 1.36
21	0.1749	11.87	1.54	98.46	98.61	98.16	+ 0.45
22	0.1339	12.33	1.14	98.86	98 00	97.69	+ 0.31
23	0.0429	11.87	0.38	99 62	96.66	96.63	+ 0.03
24	—	11.87	—	100.00	96.10	—	—

III. *Carbazolo e Antracene.*

	Sostanza impiegata		Molecole in 100		Punto di congelamento		Differenze
	Carbazolo gr.	Antracene gr.	Carbazolo	Antracene	osservato	calcolato secondo Küster	
1	6.72	—	100.00	—	236°.00		
2	»	0.1831	97.51	2.49	234.80	235°.42	— 0°.63
3	»	0.3661	95.14	4.86	233.70	234.89	— 1.19
4	»	0.5731	92 60	7.40	232.45	234 30	— 1.85
5	»	1.0037	87.72	12.28	230.30	233.18	— 2.88
6	3.95	1.2700	76.83	23.17	226.10	230.68	— 4.58
7	»	1.7655	70.47	29.53	223.60	229.21	— 5.61
8	»	2.3097	64.42	35.42	221.10	227.86	— 6.76
9	»	2.9121	59.12	40.88	218.95	226.60	— 6.65
10	»	4.1121	50.60	49.40	218.80	224.64	— 5 84
11	»	4.7025	47.24	52.76	218.20	223.87	— 5.67
12	»	5.3385	44.10	55.90	217.70	223.15	— 5.45
13	3.1670	5.21	39.32	60.68	218.30	221.04	— 2.74
14	2.5420	»	34.21	65.79	218.00	220.86	— 2.86
15	1.9600	»	28.62	71.38	216.70	219.58	— 2.88
16	1.3720	»	21.91	78.09	216.20	218.03	— 1.83
17	0.7458	»	13.22	86.78	214.40	216.04	— 1.64
18	0.3510	»	6.70	93.30	213.90	214.54	— 0.64
19	0.1590	»	3.15	96.85	213.20	213.72	— 0.52
20	—	»	—	100.00	213.00	—	—

IV. Solvente: *Antracene*, fonde a 213°.

	Difenilammina $C_{12}H_{11}N = 169$				Acetanilide $C_8H_9ON = 135$			
	concentraz. riferite a 100 parti in peso di solvente	abbassamenti termometrici	depressione molecolare	media	concentrazioni	abbassamenti termometrici	depressione molecolare	media
1	2.807	2°.00	120.32	116.79	2.413	2°.25	125.87	116.53
2	5.491	3.75	116.33		4.851	4.20	116.91	
3	8.540	5.75	113.73		7.620	6.00	106.29	

V. Solvente: *Carbazolo*, fonde a 236°,10.

	Difenilammina $C_{12}H_{11}N = 169$				Acetanilide $C_8H_9ON = 135$			
	concentrazioni	abassamenti termometrici	depressione molecolare	meida	concentrazioni	abbassamenti termometrici	depressione molecolare	media
1	2.5010	1°.90	128.00	124.20	2.602	2°.45	127.10	123.00
2	5.1210	3.76	124.10		5.278	4.80	122.70	
3	7.5522	5.38	120.30		8.492	7.50	119.20	

« Questi risultati mostrano, che effettivamente le soluzioni di fenantrene in antracene e in carbazolo, e di antracene in carbazolo, si comportano nel congelare come vere mescolanze isomorfe, le quali però, come si prevedeva, non congelano uniformemente. Il carbazolo e l'antracene pel loro punto di fusione notevolmente più alto di quello del fenantrene tendono a solidificarsi prima di esso. Perciò, se si rappresenta graficamente il fenomeno [1], le temperature di congelamento delle singole miscele invece di trovarsi sulla linea retta, che unisce i punti di fusione delle due sostanze costituenti la mescolanza, cadono quasi tutte al disopra di essa e la linea, che li congiunge, risulta essere una curva, che volge la sua concavità verso la retta medesima. Anche il termometro indica, che la soluzione congela in modo irregolare dacchè, quando si è ottenuto un lieve sovraraffreddamento della soluzione, esso sale di poco, resta un istante stazionario e poi continua a discendere finchè quasi tutta la massa è solidificata. Per tale motivo le letture delle temperature di congelamento, specialmente a concentrazioni forti, non sono facili a farsi, nè si hanno sempre valori costanti: io ho sempre notato le temperature più alte osservate, cioè quelle segnate dal termometro quando, il

[1] Prendendo come ascisse il numero di molecole di una delle sostanze contenute in 100 molecole di miscela e come ordinate le temperature di congelamento.

che non è sempre agevole, riescivo ad ottenere un piccolo sovraraffreddamento della miscela fusa.

« Le mescolanze di carbazolo ed antracene, costituite di corpi, che fondono a temperature non molto diverse, danno origine nel congelare a separazioni di miscele solide nelle quali prevale sempre l'antracene, benchè fonda più basso, probabilmente in causa di una maggiore attitudine a cristallizzare. Perciò le temperature di congelamento osservate sono sempre minori di quelle calcolate secondo le regole di mescolanza e si trovano su una curva la quale è al disotto della retta, che unisce le temperature di fusione dei due corpi. Considerando frattanto la miscela di queste due sostanze, vediamo, che già alla concentrazione del 3 per cento circa, il carbazolo innalza il punto di fusione dell'antracene, abbenchè nella prima separazione solida questo prevalga e conseguentemente sia assai poco concentrata la soluzione solida, che si separa.

« Prendendo le depressioni termometriche causate dal fenantrene sciolto in antracene, osservate nelle prime quattro miscele, si ottiene per questo solvente una depressione molecolare, che ha rispettivamente i seguenti valori:

	I	II	III	IV
Concentr.ni riferite a 100 p. di antracene	1.9374	2.4614	5.242	7.793
Depressioni molecolari	110.36	119.31	113.72	111.96
Valore medio	114.99			

« Gli abbassamenti termometrici osservati con l'acetanilide e la difenilammina a concentrazioni corrispondenti a quelle ora notate, conducono rispettivamente ad un valore medio uguale a 116,53 e 116,79 (1). La differenza tra questi numeri e quelli trovati col fenantrene è, come si vede, assai piccola e cade quasi entro il limite di quelle, che solitamente si osservano impiegando diverse sostanze per determinare la costante di un solvente. Perciò se si esaminassero soltanto gli abbassamenti termometrici causati dal fenantrene sciolto in antracene alle concentrazioni sopra notate si potrebbe crederlo sostanza a comportamento crioscopico normale.

« Il solo fatto, che potrebbe fino ad un certo punto indicare l'esistenza di un'anomalia sarebbe l'aumento abbastanza rilevante nella depressione termometrica, che si verifica passando dalla prima concentrazione alla seconda

(1) Dalle determinazioni delle temperature di congelamento di mescolanze di naftalina con antracene, eseguite da Miolati (Zeitschrift für phys. Chemie 9, pag. 649), si deduce per l'antracene una depressione molecolare uguale appena alla metà di quella da me trovata con la difenilammina e l'acetanilide. Ho creduto però di non tener conto delle determinazioni di Miolati, le quali non possono essere molto esatte, come già fa osservare l'autore, perchè l'antracene fonde ad una temperatura assai prossima a quella a cui bolle la naftalina.

e la conseguente diminuzione nel valore del peso molecolare, che pel fenantrene si troverebbe calcolandolo con la costante teorica. È presumibile, che a concentrazioni assai basse, alle quali non mi fu possibile di operare, l'anomalia del fenantrene sciolto in antracene sia molto più sensibile, mentre il comportamento suo diventa sempre più prossimo al normale con l'aumentare della concentrazione e già quasi lo è alla concentrazione del 2,43 per cento.

« Ricorderò qui d'aver quasi sempre verificato, nei casi di comportamento crioscopico anormale dei quali mi sono occupato, che quando la sostanza sciolta aveva punto di fusione più basso del solvente e specialmente se era liquida, si ottenevano per essa dei pesi molecolari decrescenti assai rapidamente con le prime concentrazioni.

« Ciò rende assai probabile, che in tutti questi casi le soluzioni sfuggendo alla legge generale del congelamento, tendano ad uniformarsi alla legge, che vale per le mescolanze isomorfe. Con la teoria delle soluzioni solide di van't Hoff per spiegare la osservata diminuzione del peso molecolare, bisognerebbe ammettere, che nelle successive concentrazioni si separasse allo stato solido una proporzione minore di sostanza disciolta con il solvente. Invece se tali soluzioni ubbidiscono alla legge, che regola il congelamento delle mescolanze isomorfe, l'aumento delle depressioni ci indica indubbiamente, che cresce la concentrazione della soluzione solida separantesi, quando però in questa la sostanza sciolta ha un punto di fusione più basso del solvente. È evidente infatti, nel caso del fenantrene sciolto in antracene, che tanto maggiore è la quantità del primo che congela col secondo, tanto più grande diventa l'abbassamento termometrico che si osserva: e se le mescolanze di fenantrene e antracene congelassero in modo uniforme, se cioè la parte solidificata avesse la stessa composizione di quella, che rimane liquida, allora l'abbassamento termometrico, che si osserverebbe (dovendo essere di gradi 1,17 per una soluzione contenente in 100 parti in peso, una di fenantrene) sarebbe assai maggiore di quella richiesta dalla legge di Raoult.

« Infine calcolando la costante di depressione del carbazolo, considerando il fenantrene come corpo sciolto in esso, si deducono dagli abbassamenti termometrici osservati per le prime tre mescolanze di questi due composti, i valori:

	I	II	III
Concentrazioni in 100 parti di solvente . . .	2.607	5.60	8.80
Depressioni molecolari	104.48	112.14	99.68
Valore medio		102.10	

« In questo caso i numeri trovati si scostano di più dalla costante normale e i pesi molecolari, che si calcolerebbero pel fenantrene sciolto in carbazolo sarebbero abbastanza discosti dai teorici. Ciò è perchè il punto di

fusione ancor più elevato del carbazolo promuove, specialmente a deboli concentrazioni, in gran preponderanza il congelamento di quest'ultimo, mentre invece di fenantrene ne cristallizza assai poco. Se esso si separasse in proporzione più notevole, la depressione raggiungerebbe il valore teorico e potrebbe sorpassarlo.

« Le esperienze ora comunicate e le considerazioni, che se ne deducono sembrano provare che la teoria di van't Hoff sulle soluzioni solide non dà sempre ragione del perchè si debba ottenere una depressione molecolare minore della teorica in tutti quei casi in cui nel congelamento di una soluzione non vi ha separazione di puro solvente. La contraddizione coi risultati sperimentali si manifesta all'evidenza quando si vuole con essa spiegare il comportamento crioscopico delle mescolanze isomorfe, che pure sono, nel più stretto senso della parola, i migliori esempi di soluzioni solide. E la dimostrazione ideata dal van't Hoff non dà altresì una spiegazione soddisfacente di altre anomalie osservate in questi casi, quali per esempio quella del decrescere o dell'andamento irregolare dei pesi molecolari col variare delle concentrazioni, che si verifica sempre, quando la sostanza sciolta fonde più basso del solvente ed anche meglio quando è liquida (p. es. indene in naftalina).

« Io ritengo invece, che ogni qualvolta nel congelamento di una soluzione cristallizza col solvente parte della sostanza sciolta, la soluzione medesima tende ad uniformarsi alle leggi che regolano le mescolanze isomorfe. Questa tendenza è la causa che produce l'eccezione alla legge generale del congelamento, la quale si manifesterà più o meno spiccatamente nei diversi casi, e sulla quale influirà principalmente il punto di fusione delle sostanze sciolte ».

Chimica. — *Sul carbonato acido di tallio* (¹). Nota di G. Giorgis, presentata dal Socio Paternò.

« Lamy e Des Cloizeaux in una loro Memoria (²) riflettente lo studio chimico, ottico e cristallografico dei sali di tallio, che essi preparano abbandonando all'azione dell'acido carbonico dell'aria una soluzione di ossido talloso, soggiungono:

« Nous ajouterons au point de vue chimique, qu'en faisant passer long-
« temps à froid comme à chaud, un courant d'anidride carbonique dans une
« dissolution saturée de carbonate de thallium, et laissant ensuite évaporer
« spontanément les dissolutions il ne nous à pas été possible de produire de
« sesquioxide ou de bicarbonate ».

(¹) Lavoro eseguito nel Laboratorio dell'Istituto Chimico della R. Università di Roma.

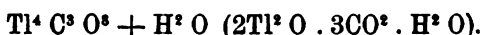
(²) Lamy et Des Cloizeaux, *Études chimiques, optiques et cristallographiques sur les sels de thallium*. Ann. de Chim. et de Phys. XVII [4], pag. 310.

« Questa asserzione è confermata dal Werther (1) il quale, non negando che il carbonato acido possa fomarsi in soluzione, dice di mai averlo potuto separare; inquantochè una soluzione di ossido talloso, soprasatura di anidride carbonica col lento evaporamento o colla precipitazione con alcole dà sempre cristalli aciculari o tabulari di carbonato neutro.

« Carstanjen (2) invece asserisce che l'ossido talloso è precipitato da una soluzione soprasatura di acido carbonico mediante l'alcole in aghi cristallini facilmente solubili nell'acqua, la cui composizione sarebbe

$$Tl^2 C^2 O^5 (Tl^2 O . 2CO^2).$$

« S. M. Iörgensen (3) finalmente ammette l'esistenza del carbonato acido di tallio e gli attribuisce la composizione della formola seguente:

$$Tl^4 C^3 O^8 + H^2 O \ (2Tl^2 O . 3CO^2 . H^2 O).$$

« Parve a me che Lamy e Des Cloizeaux nel loro tentativo di preparazione del carbonato acido di tallio non si erano messi in condizioni favorevoli alla sua formazione, anzitutto perchè avendo presa una soluzione satura di ossido talloso, troppo facilmente poteva separarsi per azione dell'anidride carbonica, del carbonato neutro che ha una solubilità relativamente piccola alla temperatura ordinaria [4,15 °/₀ a 15° (Crookes) — 5,25 °/₀ a 18° (Lamy)].

« È vero che gli autori hanno operato anche a caldo, ed allora la solubilità del carbonato neutro aumenta considerevolmente [12,85 °/₀ a 62° (Lamy) — 22,4 °/₀ a 100° (Lamy)]; ma bisogna in tal caso tener conto dell'azione del calore, che è tutt'altro che favorevole alla formazione del carbonato acido.

« D'altra parte poi anche il Carstanjen ed il Iörgensen, pur ammettendone l'esistenza, sono però discordi sulla composizione non solo, ma mentre il primo lo dice anidro, il secondo no. Volli pertanto tentarne anch'io la preparazione; fin da principio però lasciai da parte il metodo proposto dal Carstanjen nella tema che l'azione disidratante dell'alcole potesse manifestarsi in qualche modo sul composto formatosi.

« Mi servii invece del metodo accennato dal Lamy e Des Cloizeaux, modificandolo però a seconda delle osservazioni surriferite, ossia impiegando delle soluzioni relativamente poco sature.

« Io partii da 20 grammi di un miscuglio di ossido talloso ed ossido tallico che misi in digestione nell'acqua scaldando all'ebullizione. Filtravo, e la parte indisciolta raccolta sul filtro ed essiccata la portavo al rosso in un

(1) G. Werther, *Thallium sulat, thallium carbonat,* ecc. ecc. Journ. f. Prakt. Chem. XCII, 132.

(2) Carstanjen, *Thallium carbonat und thallium bicarbonat* ecc. Journ. f. Prakt. Chem. CII. 65.

(3) Gmelin-Krant, *Handbuch der Anorganischen Chemie*. Band. III. 173.

crogiuolo di ferro, ciò allo scopo di favorire la formazione di ossido talloso; inquantochè si sa che il perossido di tallio al rosso dà ossido talloso.

« Polverizzavo il tutto finamente e trattavo di nuovo con acqua all'ebullizione, rifiltravo unendo il filtrato al primo ottenuto.

« Ripetevo questo trattamento diverse volte e la soluzione così avuta evaporavo alcun poco a bagno maria, e poi la sottoponevo all'azione dell'anidride carbonica in una capsula d'argento.

« Mi parve poi essenziale il mantenere la soluzione continuamente satura di anidride carbonica non solo, ma anche in un'atmosfera dello stesso gaz, parendomi tali condizioni molto favorevoli alla formazione del carbonato acido.

« A tale scopo ponevo la capsula contenente la soluzione sotto una campana di vetro ad acido solforico e vi facevo gorgogliare una corrente d'anidride carbonica, che, sia all'entrata che all'uscita della campana, era obbligata ad attraversare dell'acido solforico bollito; per cui la campana non poteva avere comunicazione coll'aria esterna.

« Continuai così a far passare lentamente la corrente di anidride carbonica, finchè mi avvidi che la concentrazione della soluzione era tale che acnava a cristallizzare.

« Ritrassi allora il tubo da cui arrivava l'anidride carbonica finchè non pescava più nel liquido, per non disturbare la cristallizzazione, non interrompendo però la corrente.

« Ottenni in questo modo dei cristalli aghiformi che raccolsi su un filtro e potei analizzare.

« La preparazione era cominciata verso il principio di gennaio e non era finita che verso la metà di marzo.

« Nel prodotto raccolto determinai anzitutto il tallio a solfato, trattandone una certa quantità con acido solforico diluito, tirando a secco ed eliminando l'acido solforico, prima direttamente e poi coll'aiuto del carbonato ammonico.

« Determinai poi l'acido carbonico per perdita di peso coll'apparecchio descritto da Fresenius [1] avendo cura per eccesso di precauzione di unire al tubo da cui si sviluppava la CO^2 un tubo a cloruro di calcio preventivamente pesato e che ripesavo dopo, onde eliminare il dubbio delle possibili perdite di peso, per non essere l'anidride carbonica ben secca.

« Ecco i risultati ottenuti:

gr. 0,6789 di sostanza diedero gr. 0,6420 di solfato di tallio ossia gr. 0,5401 di Tl^2O;

gr. 0,6690 di sostanza trattati con acido solforico perdettero di peso per CO^2 eliminata gr. 0,1116.

[1] R. Fresenius, *Traité d'analyse chimique quantitative*, pag. 361. Paris 1867.

« Per cui si ha:

	trovato	calcolato per $Tl HCO^3$
Tl^2O %	79,50	79,96
CO^2 »	16,69	16,63
H^2O per differenza	3,81	3,41
	100,00	100,00

« Non avendo potuto per mancanza di prodotto determinare l'acqua, che avevo però constatata qualitativamente, mi accinsi ad un'altra preparazione, tanto più che essendo il percentuale di essa molto piccolo, era necessario operare su una quantità di sostanza piuttosto rilevante.

« Ripetei la preparazione nel modo sovraindicato. Questa volta, quando incominciò la cristallizzazione, si formarono sul fondo della capsula in seno al liquido due grossi cristalli; ma sfortunatamente qualche giorno dopo la campana fu invasa dal sole per qualche ora; per cui essendo aumentata l'evaporazione venne affrettata la cristallizzazione; cosicchè dovetti raccogliere il prodotto dopo poche ore.

« Di questo i due cristalli grossi sopraccennati stavano sempre in seno al poco liquido rimasto, separati dall'altra parte del prodotto che erasi invece deposto alla periferia e di cui una parte anche era fuori del liqudo; onde credetti bene di raccoglierli separatamente.

« Su di essi feci una determinazione di anidride carbonica col seguente risultato:

gr. 0,8395 di sostanza trattati con acido solforico perdettero di peso per CO^2 eliminata gr. 0,1393.

« Ossia:

	trovato	calcolato per $Tl HCO^3$
CO^2 %	16,59	16,63

« Mi trovavo dunque in presenza dello stesso prodotto analizzato precedentemente; ma quando volli determinare il tallio nell'altra porzione raccolta separatamente, e che come dissi sopra si era deposta verso i bordi del liquido, ecco i risultati che ebbi:

gr. 1,0898 di sostanza diedero gr. 1,0758 di solfato di tallio ossia gr. 0,90476 di Tl^2O.

« Per cui:

	trovato	calcolato per $Tl HCO^3$
Tl^2O %	83,02	79,96

« Si trattava adunque di un miscuglio, oppure il composto aveva perduto anidride carbonica e forse acqua (aumentando così il percentuale in tallio)

per azione forse del calor solare; ciò che non era avvenuto pei grossi cristalli separatisi prima e che erano rimasti in seno al liquido

« A queste conclusioni mi condusse l'osservazione della composizione centesimale del carbonato neutro, dell'acido rispondente alla formola

$$Tl\,HCO^3\,(Tl^2O\,.\,2CO^2\,.\,H^2O)$$

e di quello di Iörgensen ([1]), nonchè degli altri che possibilmente si possono formare.

« Per confermare meglio la cosa, tentai di determinare l'anidride carbonica nella sostanza che mi rimaneva, ma per cause accidentali la determinazione non potè essere finita.

« Per la terza volta ripetei la preparazione sempre colle stesse precauzioni; la temperatura si era però notevolmente alzata; inquantochè si era arrivati al mese di maggio ed ottenni perciò il prodotto cristallizzato molto più presto, cioè in una quindicina di giorni, mentre la prima volta vi avevo impiegati due mesi.

« Le analisi fatte su due porzioni (raccolte separatamente coi soliti criteri) difatti mi resero manifesto che mi trovavo in presenza di miscugli, per cui credo inutile qui riportarle; giova però notare che il percentuale dell'anidride carbonica si mantenne sempre di molto superiore a quello del carbonato neutro.

« Io sono pertanto convinto che influisca assai sulla formazione del carbonato o dei carbonati acidi, se sono in più, la lenta concentrazione della soluzione, ciò che si ottiene molto meglio nella stagione invernale.

« Concludendo mi pare provato:

« 1.° Che il tallio può dare almeno un carbonato acido; inquantochè il

([1])

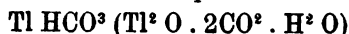
Tl^2CO^3	$(Tl^2O\,.\,CO^2)$
Tl^2O	90,58
CO^2	9,42
	100,00

$Tl\,HCO^3$	$(Tl^2O\,.\,2CO^2\,.\,H^2O)$
Tl^2O	79,96
CO^2	16,63
H^2O	3,41
	100,00

$Tl^4C^3O^8 + H^2O$	$(2Tl^2.O.3CO^2.H^2O)$ Iörgensen
Tl^2O	84,91
CO^2	13,25
H^2O	1,84
	100,00

percentuale della CO^2 è stato sempre di gran lunga superiore a quello del carbonato neutro che è uguale a 9,42.

« 2.° Il carbonato acido da me ottenuto nella prima preparazione, e che si riprodusse in parte nella seconda, è quello della formula

$$Tl\,HCO^3\ (Tl^2\,O\,.\,2CO^2\,.\,H^2\,O)$$

che corrisponde a quello di Carstanjen quando ad esso si aggiunga una molecola d'acqua ».

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

dal 4 luglio al 5 agosto 1894.

Ador E. — Jean-Charles Galissard de Marignac. Notice biographique. Genève, 1894. 8°.

Agües Léonce. — Miscellanées mathématiques. Barcelona, 1894. 8°.

Arrigoni degli Oddi E. — Materiali per la Fauna padovana degli animali vertebrati. I. II. Milano, 1894. 8°.

Id. — Note ornitologiche. Siena, 1894. 4°.

Id. — Il Turdus fuscatus Pallas, nel Bergamasco. Siena, 1893. 8°.

Id. — Un ibrido naturale di Anas Boscas (Linnaeus), e Penelope Mareca (Linnaeus) preso nel Veneto. Padova, 1893. 8°.

Birkeland K. — Ueber die Strahlung electromagnetischer Energie im Raume. Leipzig, 1894. 8°.

Branzoli G. — Dell'udito. — Schediasmi musicali. Roma, 1894. 8°.

Bugge Sophus. — Norges Indskrifter med de aeldre Runer. I, II. Christiania, 1894. 4°.

Carazzi D. — Sulle condizioni dell'Ostricultura nel Mare piccolo di Taranto. Milano, 1894. 8°.

Catalogo di carte e libri pubblicato dal R. Istituto geografico militare. Luglio, 1894. 4°.

Cerboni G. — Dizionario pratico ad uso dei commercianti industriali etc. Fascicoli 51-56. Lett. M. Milano, 8°.

Clerici E. — Sulle spugne fossili del suolo di Roma (Potamospongie). Roma, 1894. 8°.

D'Ovidio E. — Per Giuseppe Battaglini, parole commemorative. Torino, 1894. 8°.

Id. — Sulle funzioni Thetafuchsiane. Torino, 1894. 8°.

Fermat. — Oeuvres publiées par les soins de M. M. Paul Tannery et Charles Henry etc. Tome deuxième. Paris, 1894. 4°.

Giazzi F. — Intorno alla natura e all'uso dei tubi di comunicazione colla pompa-tromba a mercurio Alvergniat, tipo Sprengel, e proposta di modificazioni. Perugia, 1894. 8°.

Hertz H. — Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt. Leipzig. 1894. 8°.

Keeler J. E. — On the Spectra of the Orion Nebula and the Orion Stars. Reprint from Astronomy and Astro-Physics. S. a. e l. 8°.

Kjerulf Th. — Beskrivelse af en Raekke norske Bergarter. Christiania. 1892. 4°.

Laboratorio chimico-comunale (di Firenze). — Relazione del 1° esercizio (16 agosto 1892. 31 decembre 1893). Firenze. 1894. 8°.

Le Jolis A. — Remarques sur la nomenclature hépaticologique. Paris. 1894. 8°.

Lémoine E. — Application au tétraèdre de la transformation continue. Paris. 1893. 8°.

Id. — Compléments de géométrographie. Paris. 1893. 8°.

Id. — Notes de géométrie. Paris, 1893. 8°.

Id. — Nuevo medio de obtener fórmulas en la Geometria del triangulo. S. a. e l. 8°.

Meli R. — Sopra la natura geologica dei terreni rinvenuti nella fondazione del sifone che passa sotto il nuovo canale diversivo per depositare le torbide dell'Amaseno sulla bassa campagna a destra del canale portatore nelle Paludi Pontine. Roma, 1894. 8°.

Id. — Sopra una zanna elefantina a doppia curvatura rinvenuta nelle ghiaie d'alluvione dell'Aniene alla Batteria Nomentana presso Roma. Roma, 1894. 8°.

Mestorf J. — Vierzigster Bericht des Schleswig-Holsteinischen Museums vaterländischer Alterthümer bei der Universität Kiel. Kiel, 1894. 8°.

Moleschott Jacopo. — (in memoria di . . .). Roma, 1894. 8°.

Mouret M. G. — Démonstration du principe de l'équivalence. Niort, 1894. 8°.

Nyrén M. — Publication de l'Observatoire central Nicolas. Vol. I. Observations faites au cercle vertical. S. Pétersbourg, 1893. 4°.

Orlandi S. — Note anatomiche sul Macroscincus Coctei (Barb. du Boc.) Genova, 1894. 8°.

Pitzorno M. — Sulle fratture della base del cranio. Sassari. 1894. 8°.

Sarasin E. et *Birkeland K.* — Sur la réflexion des ondes électriques au bout d'un fil conducteur qui se termine dans une plaque. Genève, 1894. 8°.

Struve O. — Observations de Poulkovo publiées par . . . . Vol. X. Mesures micrométriques des étoiles doubles. S. Pétersbourg, 1893. 4°.

Tommasi A. — La fauna del calcare conchigliare (Muschelkalk) di Lombardia. Pavia, 1894. 8°.

Trabucco G. — Sulla posizione del calcare di Mosciano e degli alti terreni eocenici del bacino di Firenze. Firenze, 1894. 8°.

Virchow R. — Morgagni und der anatomische Gedanke. Berlin, 1894. 8°.

Wittram Th. — Russische Expeditionen der Beobachtung des Venusdurchgangs 1894. Abth. I. S. Pétersbourg, 1894. 4°.

Id. — Tables auxiliaires pour la détermination de l'heure par des hauteurs correspondantes de différentes étoiles. S. Pétersbourg, 1894. 8°.

P. B.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI
pervenute all'Accademia prima del 19 agosto 1894.

Matematica. — *Sulle assintotiche delle rigate contenute in una congruenza lineare.* Nota del prof. GIULIO PITTARELLI, presentata dal Socio CREMONA.

« Nelle mie due Note, *Sulle linee assintotiche di una classe di superficie gobbe di genere zero — Sulle linee assintotiche delle superficie gobbe razionali di Cayley*, pubblicate nelle sedute del 10 e del 17 maggio 1891 di cotesta illustre Accademia, trattai di alcune proprietà delle rigate contenute in una congruenza lineare (a direttrici distinte o coincidenti) ma razionali. Per altro quelle proprietà che non traggono la loro ragion d'essere nè dall'algebricità nè dalle razionalità della superficie sussistono per superficie qualunque, algebriche o trascendenti, purchè contenute nella congruenza.

« Ciò mi propongo far vedere in questa e nella Nota seguente.

« In un'altra Nota poi, completando il soggetto di quelle del 1891, parlerò delle rigate algebriche, ma di genere qualunque.

Rigate qualunque.

Congruenza a direttrici distinte.

Se con a_i, b_i indichiamo delle funzioni qualunque di v finite e continue insieme alle loro derivate prime seconde e terze, le eq.[i] di una rigata in coordinate curvilinee u, v sono, com'è notissimo:

1) $x_1 = a_1 u + b_1\,,\ x_2 = a_2 u + b_2\,,\ x_3 = a_3 u + b_3\,,\ x_4 = a_4 u + b_4$

« Tracciando su d'un piano arbitrario due assi coordinati u, v, le rette $v = \text{cost.}$ rappresentano le generatrici, e le rette $u = \text{cost.}$ rappresentano una curva gobba della famiglia delle curve di riferimento sulla superficie

$$x'_1 : x'_2 : x'_3 : x'_4 = a_1 : a_2 : a_3 : a_4$$
$$x''_1 : x''_2 : x''_3 : x''_4 = b_1 : b_2 : b_3 : b_4$$

corrispondenti ai valori $u = \infty$ ed $u = 0$.

« Le coordinate-raggi z_{ij} della generatrice $x'x''$ sono i determinanti della matrice

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{vmatrix};$$

e se essa appartiene ad un complesso qualunque del fascio

2) $$z_{12} - k z_{34} = 0$$

cioè alla congruenza lineare che ha per direttrici le rette $z_{12} = 0$ $z_{34} = 0$, dovrà aversi identicamente qualunque sia v e k

$$z_{12} \equiv a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0, \; z_{34} \equiv a_3 b_4 - a_4 b_3 = 0.$$

« L'annullarsi di questi due determinanti, risultanti delle due coppie di forme $x_1 x_2$, $x_3 x_4$, lineari in u, date dalle 1), prova che possiamo porre

$$a_1 = \varphi_1 a, \; b_1 = \varphi_1 b, \; a_2 = \varphi_2 a, \; b_2 = \varphi_2 b$$
$$a_3 = \varphi_3 c, \; b_3 = \varphi_3 d, \; a_4 = \varphi_4 c, \; b_4 = \varphi_4 d$$

dove a, b, c, d e φ_i sono funzioni di v.

« Segue da ciò che alle 1) dobbiamo dar la forma:

3) $$x_1 = \varphi_1(au + b), x_2 = \varphi_2(au + b), x_3 = \varphi_3(cu + d), x_4 = \varphi_4(cu + d).$$

« È da notare che il determinante $ad - bc$ non può esser identicamente zero; perchè altrimenti le due forme $au + b$, $cu + d$ differirebbero per un fattore λ (costante o funzione di v) e le 2) diverrebbero, includendo l'unico binomio $au + b$ nel fattore di proporzionalità delle coordinate,

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \varphi_1 : \varphi_2 : \lambda\varphi_3 : \lambda\varphi_4 :$$

e queste eq.[i] rappresentano una curva, non una superficie.

« Dalle 2) possiamo trarre, eliminando i binomî in u,

4) $$\varphi_2 x_1 - \varphi_1 \varphi_2 = 0, \; \varphi_4 x_3 - \varphi_3 x_4 = 0,$$

che rappresentano piani passanti per una generatrice $v = \text{cost.}$ e per le direttrici $x_1, x_2 = 0$, $x_3, x_4 = 0$ della congruenza. L'eliminazione di v tra le 3) conduce all'eq.[e] della superficie

$$\mathrm{U}(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0;$$

possiamo anzi dire che le forma dell'eq.[e] dev'essere la

$$\mathrm{V}\left(\frac{x_1}{x_2}, \frac{x_3}{x_4}\right) = 0,$$

del tipo conoidale.

« La natura della superficie dipende soltanto dalle funzioni φ_i o, meglio, da' rapporti $\frac{\varphi_2}{\varphi_1}$, $\frac{\varphi_4}{\varphi_3}$ che, in sostanza, sono le coordinate binarie dei piani mobili con v nei due fasci 4). Perciò non può essere nè contemporaneamente, nè separatamente:

$$\frac{d}{dv}\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right)=0\ ,\ \frac{d}{dv}\left(\frac{\varphi_3}{\varphi_4}\right)=0$$

identicamente. Infatti, se avesse luogo per es. la prima identità, il rapporto $\frac{\varphi_2}{\varphi_1}$ sarebbe indipendente da v; onde il primo dei piani 3) sarebbe fisso, e la rigata si ridurrebbe al fascio di rette segnate su quel piano fisso dal secondo piano (mobile) 4)· E nè anche può essere

$$\varphi_1\,\varphi_4-\varphi_2\,\varphi_3\equiv 0:$$

altrimenti la superficie diverrebbe l'iperboloide

$$x_1\,x_4-x_2\,x_3=0\,,$$

che vogliamo escludere dai nostri ragionamenti. (I fasci 4) sarebbero projettivi).

« Ritenendo definite le coordinale ξ_i di un piano ξ dall'eq.^{e}

$$\xi_x=\xi_1\,x_1+\xi_2\,x_2+\xi_3\,x_3+\xi_4\,x_4=0\,,$$

l'eq.^{e} del punto 3) della superficie è

$$(\varphi_1\,\xi_1+\varphi_2\,\xi_2)\,(au+b)+(\varphi_3\,\xi_3+\varphi_4\,\xi_4)\,(cu+d)=0\,.$$

« Essa è l'eq.^{e} di un punto sulla retta che unisce i due corrispondenti ad $u=0$ $u=\infty$

$$(\varphi_1\,\xi_1+\varphi_2\,\xi_2)\,a+(\varphi_3\,\xi_3+\varphi_4\,\xi_4)\,b=0$$
$$(\varphi_1\,\xi_1+\varphi_2\,\xi_2)\,c+(\varphi_3\,\xi_3+\varphi_4\,\xi_4)\,d=0$$

o anche, poichè $ad-bc\lesseqgtr 0$, sulla retta che unisce i punti

5) $$\varphi_1\,\xi_1+\varphi_2\,\xi_2=0\ ,\ \varphi_3\,\xi_3+\varphi_4\,\xi_4=0\,,$$

il primo dei quali è situato sulla retta $x_3\,,x_4=0$, il secondo sulla retta $x_1\,,x_2=0$ direttrici della congruenza.

« Le 5) hanno la stessa forma (duale) delle 4). Si trae da ciò che l'eq.^{e} della sup. in coordinate di piani si ottiene dalle $U=0\,,V=0$ ponendo in queste, al posto di $x_1\,,x_2\,,x_3\,,x_4$ rispettivamente $\xi_2\,,-\xi_1\,,\xi_4\,,-\xi_3$; e si ha dunque

$$U\,(\xi_2\,,-\xi_1\,,\xi_4\,,-\xi_3)=0\,,\ \text{ovvero}\ V\left(-\frac{\xi_2}{\xi_1}\,,-\frac{\xi_4}{\xi_3}\right)=0\,.$$

« L'eq.^{e} del piano tangente nel punto x, dinotando con y_i le coordinate correnti e con accenti le derivate rispetto a v, è:

$$(cu+d)(\varphi_4\varphi'_3-\varphi_3\varphi'_4)(\varphi_2y_1-\varphi_1y_2)-(au+b)(\varphi_2\varphi'_1-\varphi_1\varphi'_2)(\varphi_4y_3-\varphi_3y_4)=0.$$

« Ponendo per brevità

6) $$au+b=f\ ,\ cu+d=g$$
$$\varphi_2\,\varphi'_1-\varphi_1\varphi'_2=F\ ,\ \varphi_4\,\varphi'_3-\varphi_3\,\varphi'_4=G$$

scriveremo la precedente eq.° così:

$$7)\qquad g\,\mathrm{G}\,(\varphi_2 y_1 - \varphi_1 y_2) - f\,\mathrm{F}\,(\varphi_4 y_3 - \varphi_3 y_4) = 0\,.$$

« Scriviamo adesso l'eq°. del piano polare dello stesso punto x rispetto al complesso 2)

$$8)\qquad f\,(\varphi_2 y_1 - \varphi_1 y_2) - kg\,(\varphi_4 y_3 - \varphi_3 y_4) = 0\,.$$

Identificando questa all'eq.° precedente, il punto di contatto x sarà un punto di quell'assintotica che corrisponde al dato valor di k (costante d'integrazione); e ciò per il ben noto teorema di Lie ch'io richiamai nella prima delle mie Note ricordate.

« Per questa identificazione si avrà:

$$9)\qquad \mathrm{F}f^2 - k\,\mathrm{G}\,g^2 = 0\,,$$

ch'è l'eq.° in coordinate curvilinee u, v dell'assintotica A_k, corrispondente a k.

« Le espressioni parametriche in funzione di v delle coordinate dei punti della curva A_k si ottengono eliminando tra le 3) e la 9) il parametro u, e, cioè, il rapporto $f:g$. Si trova così:

$$9^{bis})\qquad x_1 : x_2 : x_4 : x_5 = \varphi_1 \sqrt{k\mathrm{G}} : \varphi_2 \sqrt{k\mathrm{G}} : \varphi_3 \sqrt{\mathrm{F}} : \varphi_4 \sqrt{\mathrm{F}}$$

dove ad uno dei due radicali si deve dare il doppio segno $\pm$. Ma anche le 9^{bis}) si possono far dipendere da' soli rapporti

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \mu\,(v) = \mu\ ,\quad \frac{\varphi_3}{\varphi_4} = \nu\,(v) = \nu\ ,$$

dovendo essere $\mu - \nu = \dfrac{\varphi_1\varphi_4 - \varphi_2\varphi_3}{\varphi_2\varphi_4} \gtrless 0$, come fu osservato.

« Infatti dalle espressioni 6) di F e G si trae

$$10)\qquad \mathrm{F} = \varphi_2^2 \frac{d\mu}{dv} = \varphi_2^2\,\mu'\ ,\quad \mathrm{G} = \varphi_4^2 \frac{d\nu}{dv} = \varphi_4^2\,\nu'.$$

donde poi, sostituendo in 9^{bis}), si ha subito:

$$11)\qquad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \mu \sqrt{k\nu'} : \sqrt{k\nu'} : \nu \sqrt{\mu'} : \sqrt{\mu'}\,.$$

« Se μ è una funzione algebrica di ν, cioè se tra μ e ν esiste una relazione della forma

$$\Phi\left(\overset{m}{\mu}\,,\overset{n}{\nu}\right) = 0$$

di grado m in μ e di grado n in ν, allora, poichè le derivazioni non introducono trascendenti. le curve 11) saranno algebriche. Questo caso sarà trattato nella Nota in cui parlerò delle rigate algebriche.

« Il fatto che la 9) sia di 2° grado in u e che, perciò, l'assintotica A_k incontri in due punti una generatrice qualunque v delle superficie, trova la spiegazione geometrica in ciò che, come osservò Klein, ad un piano ξ per la generatrice v della superficie corrispondono projettivamente due punti, l'uno x di contatto con le superficie, l'altro x_1 come polo del piano stesso

rispetto al complesso 2). I punti x ed i punti x_1 formano due punteggiate projettive su v, i cui punti uniti, appartengono all'assintotica, pel teorema di Lie. E dualmente.

« La forma delle 9) e 9^{bis}) mostra che le funzioni F e G si annullano per quei valori di v i quali danno generatrici toccate dalle A_k, ed i punti di contatto sono sull'una o sull'altra delle direttrici rettilinee. Si trae pure, dal doppio segno di uno dei due $\sqrt{\ }$, che sopra una generatrice qualunque v i due punti comuni ad essa ed all'assintotica A_k ed i due ne' quali essa incontra le direttrici rettilinee formano un gruppo armonico; e variando k la prima coppia forma un involuzione i cui elementi doppî sono quelli della seconda coppia: l'eq.^{e} dell'involuzione è

$$(\varphi_1 \xi_1 + \varphi_2 \xi_2)^2 k \mathrm{G} - (\varphi_3 \xi_3 + \varphi_4 \xi_4)^2 \mathrm{F} = 0 ,$$

ed ai valori $k = 0$ o $k = \infty$ corrispondono l'uno o l'altro dei due punti $\varphi_3 \xi_3 + \varphi_4 \xi_4 = 0$, $\varphi_1 \xi_1 + \varphi_2 \xi_2 = 0$ delle direttrici rettilinee. La 9) mostra allora che, poichè v è data, le assintotiche corrispondenti sono fornite dalle eq.^{i} $f^2 = 0$, $g^2 = 0$ che danno precisamente le due direttrici rettilinee, ciascuna contata due volte. Le generatrici, per contrario, toccate da una A_k nei punti situati sulle predette direttrici sono le generatrici *singolari* delle superficie, per le quali appunto F e G si annullano. Ed infatti per queste generatrici singolari varrano le eq.^{i} 4) insieme alle loro derivate rispetto a v

$$\varphi'_2 x_1 - \varphi'_1 x_2 = 0 \ , \ \varphi'_4 x_3 - \varphi'_3 x_4 = 0 ,$$

« Le quattro eq^i. devono coesistere, onde

$$0 = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & 0 & 0 \\ \varphi'_1 & \varphi'_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3 & \varphi_4 \\ 0 & 0 & \varphi'_3 & \varphi'_4 \end{vmatrix} = \mathrm{FG} .$$

« Data sempre la generatrice v, consideriamo sovra di essa i due punti comuni coll'assintotica A_k, i cui parametri u_k, u'_k saranno le radici dell'eq^e. 9) quadratica in u, ed una coppia di punti di parametri uu_1 coniugati armonici con quelli della prima. I parametri u ed u_1 saranno legati tra loro dall'eq.^{e} prima polare di 9), cioè dalla

$$\text{12)} \qquad \mathrm{F} f_1 f - k \mathrm{G} g_1 g = 0$$

dove $f = au + b$, $f_1 = au_1 + b$ ecc.

« La 12) permette di scrivere l'eq.^{e} 7) del piano tangente nel punto di parametri u , v co' parametri u_1 , v; basta per questo eliminare tra le due il rapporto $\mathrm{F}f : \mathrm{G}g$: e si ha

$$\text{13)} \qquad f_1 (\varphi_2 y_1 - \varphi_1 y_2) - k g_1 (\varphi_4 y_3 - \varphi_3 y_4) = 0 .$$

« Or questa è la 8) scritta co' parametri u_1 , v : essa dunque rappresenta il piano polare del punto u_1 , v rispetto al complesso 2). Con l'aiuto di questa eq.^{e} noi possiamo scrivere le espressioni delle coordinate del piano

tangente nel punto u, v sotto forma molto più semplice di quella che si avrebbe dalla 7): esse sono

$$\xi_1 = \varphi_2 f_1 , \xi_2 = -\varphi_1 f_1 , \xi_3 = -k \varphi_4 g_1 , \xi_4 = k \varphi_3 g_1 ,$$

e, come si vede, hanno la stessa struttura delle coordinate x_i del punto di contatto x; salvo che nelle espressioni f e g figura non già il parametro u ma quello u_1 coniugato armonico di esso rispetto ad $u_k u'_k$ (il parametro v è lo stesso, perchè la generatrice non muta in questo discorso). Segue che se noi scriviamo (col parametro u)

14) $$\eta_1 = \varphi_2 f , \eta_2 = -\varphi_1 f , \eta_3 = -k \varphi_4 g , \eta_4 = k \varphi_3 g$$

saranno queste le coordinate del piano polare del punto u, v rispetto al complesso, ma anche del piano tangente alla superficie nel punto coniugato armonico di uv rispetto ai due $u_k, v ; u'_k, v$. Dalle 14) e dalle 3) noi tragghiamo

14^{bis}) $$x_1 = -\eta_2 , x_2 = \eta_1 , x_3 = -\frac{1}{k} \eta_4 , x_4 = \frac{1}{k} \eta_3$$

che stabiliscono la giù generale reciprocità rispetto al complesso che muta la rigata e l'assintotica A_k in se stessa ([1]).

« Possiam dunque concludere:

« Nel piano (uv) la 12) definisce una trasformazione involutoria di 2° ordine, le cui coppie di punti sono sulle rette del fascio $v = \text{cost.}$: la curva unita dell'involuzione è la curva 9), immagine dell'assintotica arbitraria A_k. Ad un punto u, v del piano corrisponderà sulla superficie un punto u, v ed un piano u, v polare del complesso 2) che la toccherà nel punto u_1, v coniugato armonico di u, v rispetto ai punti nei quali la generatrice v è tagliata dall'assintotica A_k.

« Per ogni assintotica si ha una trasformazione involutoria nel piano ed una trasformazione reciproca della superficie in se stessa, per la quale l'assintotica non muta. Vi sono ∞^1 di tali trasformazioni.

« Reggono dunque le conclusioni di questa mia Nota; soltanto quì non si può parlare di rappresentazione nel senso stretto (di Clebsch) cioè di rappresentazione biunivoca; e la trasformazione involutoria non si può dire di Jonquières, perchè la curva 9) non è algebrica ».

([1]) Una particolare fu trovata esaminando le eq.[e] 4) e 5); essa corrisponde a $k = 1$.

Fisica terrestre. — *Distribuzione del magnetismo nelle roccie vulcaniche del Lazio* (1). Nota del dott. GIUSEPPE FOLGHERAITER, presentata dal Socio BLASERNA.

« In una Nota precedente ho determinato l'influenza, che nelle ricerche sul magnetismo delle roccie può esercitare il magnetismo indotto dall'ago dell'istrumento di misura sui risultati ottenuti, ed ho trovato, che quando si lascino da parte i punti distinti, e si collochi l'istrumento a conveniente distanza tale influenza è in generale trascurabile, e si può essere quindi certi, che i valori che si ottengono, rappresentano realmente il magnetismo proprio delle roccie.

« È scopo di questa Nota di indagare se nei giacimenti vulcanici del Lazio esista o no una sistematica distribuzione del magnetismo, e se la forza magnetizzante di essi possa essere stata l'induzione della Terra, corrispondentemente a quanto il Melloni (2) ha constatato per le lave del Vesuvio: nelle misure che a tale scopo si fanno, viene determinata la risultante dell'azione del magnetismo permanente e di quello temporaneo indottovi dalla Terra. Quest'ultimo ha una distribuzione analoga a quella nel ferro dolce; invece del magnetismo permanente non si può dire a priori affatto nulla; può darsi il caso che esso mascheri il magnetismo temporaneo, oppure anche che da questo sia mascherato, e finchè la roccia non venga smossa e non si determini mediante cambiamento di orientazione l'intensità del magnetismo indotto dalla Terra, bisogna contentarsi di esaminare l'effetto prodotto dalla risultante dei due magnetismi riuniti.

« Le mie ricerche hanno per guida il fatto che se prevalesse nelle roccie il magnetismo temporaneo indottovi dalla Terra, esse dovrebbero essere calamitate tutte nel medesimo senso; dovrebbero presentare cioè un polo (3) Sud all'estremo superiore del giacimento, quindi, seguendo una direzione parallela all'ago d'inclinazione, l'intensità magnetica dovrebbe successivamente diminuire fino a diventare zero, poi crescere nuovamente con segno contrario, ed all'estremo inferiore raggiungere un secondo massimo d'intensità, il polo Nord. Per tali ricerche il metodo più semplice e più naturale, che si affaccia alla mente è quello di esaminare i giacimenti lungo una tale linea, oppure

(1) Vedi nota pag. 53.

(2) Memorie della R. Accad. delle Scienze di Napoli, vol. I, 1853, pag. 121.

(3) L'espressione polo non si deve prendere in senso assoluto, ma come semplice modo di dire, atto a rendere più spedito il discorso: così per polo *Nord* si deve intendere la regione del corpo magnetizzato ove il magnetismo nord trovasi sviluppato con maggior intensità.

anche lungo una verticale [1] mediante una bussola onde constatare per mezzo delle attrazioni e ripulsioni, che il suo ago subisce, quale sia la polarità ed intensità del magnetismo nei suoi varî punti. A tal uopo nei singoli punti da esaminare si dirige il cannocchiale della bussola su un'unica mira assai lontana e si leggono i corrispondenti azimut magnetici: poi sull'allineamento stesso si sceglie un punto non pertubato, si dirige il cannocchiale sulla stessa mira e vi si determina l'azimut magnetico, dal valore del quale si può stabilire quali dei punti esaminati sulla roccia avevano polarità Nord e quali la polarità Sud. È come si vede il metodo adottato dal Keller [2] a tre punti coll'unica differenza, che qui si tiene conto dell'azione attrattiva o ripulsiva della roccia.

« Disgraziatamente nella Campagna romana rari sono i luoghi che si prestano bene a tal metodo di misura, sia perchè difficilmente si incontrano dei giacimenti di roccie vulcaniche di grande spessore, che siano denudate fino alla loro base e siano accessibili a varie altezze del loro spessore, sia perchè raramente questi giacimenti si trovano vicini a terreno non magnetico, nel quale si possa scegliere un punto di confronto non pertubato. Perciò ho adoperato questo metodo solo nei pochi casi in cui esisteva in vicinanza del banco un punto di riferimento privo di azione magnetica, o di azione tanto debole da avere la sicurezza, che le differenze d'azimut trovate tra i punti della roccia vulcanica ed il punto ritenuto neutro, erano realmente dovute alla azione magnetica della roccia esaminata.

« In alcuni casi mi sono servito di questo metodo anche quando un giacimento si trovava circondato da terreno magnetico. Si comprende, che le misure ottenute non sono che relative e non decidono della polarità magnetica dei punti esaminati, ma mostrano soltanto la differenza di intensità del magnetismo a diverse altezze dello stesso giacimento di roccia vulcanica.

« Nella maggior parte dei casi ho dovuto contentarmi di determinare la polarità di punti singoli, che scelsi preferibilmente all'estremo superiore od inferiore dei giacimenti. Essa venne stabilita con uno dei seguenti tre metodi secondo le esigenze e condizioni del luogo:

« 1° Col metodo a due punti, quando la mira scelta era in un terreno non magnetico, ed era un punto accessibile. Questo metodo fu adottato specialmente nelle misure fatte alla riva sinistra dell'Aniene tra i ponti Nomentano e Mammolo. La mira era un alto palo da pagliaio posto sul vertice

(1) Coulomb ha esaminato in questo modo la distribuzione del magnetismo nelle calamite comuni; sarà qui superfluo il ricordare che il metodo non è esatto con tutto il rigore, perchè la bussola non sente unicamente l'azione del punto più prossimo, ma anche quella dei punti che trovansi a qualche distanza: l'inesattezza risultante non ha nel caso mio alcuna importanza.

(2) Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. IV, 1° sem., 1888, pag. 42.

del monte Sacro, località certamente assai poco magnetica, come è risultato da misure di scandaglio che vi feci.

« 2° Col metodo dell'intensimetro ad oscillazione venne esaminata la polarità di molti punti situati in luogo, ove non eranvi buone mire. I punti da esaminare dovevano essere orientati in modo che venisse a presentarsi loro decisamente o il polo Nord o il polo Sud dell'intensimetro. Così nei diversi casi dall'aumento o diminuzione nella durata d'oscillazione della sbarra si poteva senza alcun dubbio stabilire, in che senso veniva influenzato il campo magnetico dalla presenza della roccia e quindi determinare la sua polarità. Fu presa per durata d'oscillazione normale quella ottenuta sul Colle della Farnesina, in un punto definito dal Keller [1], alla temperatura di 21,1.

« Con questo metodo ho determinato la polarità magnetica di molti punti situati alla base di diversi giacimenti di roccie vulcaniche. Fra questi i più notevoli, sia per la loro estensione, sia per la loro potenza sono:

« La grande colata di lava sulla quale è tracciata la via Appia antica; in parecchi luoghi in seguito all'estrazione del materiale è stata messa a nudo la base del giacimento, ed è visibile il terreno, sul quale esso riposa;

« Il grande giacimento di tufo vulcanico che si stende tra i ponti Nomentano e Mammolo alla sinistra dell'Aniene: in alcuni siti sia per l'azione delle acque sia per le escavazioni fatte dall'uomo la parte di roccia denudata arriva perfino alla potenza di 12 metri. I punti esplorati ai piedi di quelle alte pareti sono con tutta probabilità assai vicini alla base del giacimento;

« Il potentissimo giacimento di pozzolana situato nella tenuta delle Tre Fontane: per le escavazioni fatte sono accessibili dei punti posti molto profondamente, ed al giudicare dagli scoli d'acqua, molto vicini alla base del giacimento.

« 3° Finalmente talvolta si determinava, se l'azione della roccia sopra uno dei poli dell'ago era attrattiva o ripulsiva, dalla differenza di azimut, che si otteneva collocando la bussola successivamente a destra ed a sinistra, oppure avanti e di dietro al punto da esplorare. In questi casi si puntava il cannocchiale su d'una mira tanto distante, che l'angolo formato dalla direzione delle due visuali alla mira fosse trascurabile, e che quindi l'errore prodotto dallo spostamento della bussola non potesse influire sui risultati. Se le condizioni topografiche non permettevano di avere una mira assai lontana, si teneva conto nella lettura fatta nella seconda posizione della bussola dell'errore angolare prodotto dallo spostamento di questa. Dove mi fu possibile, cercai di scegliere roccie orientate in maniera, che l'ago avesse a disporsi a press'a poco parallelamente ad esse: in tal modo veniva evitata con tutta sicurezza l'azione prodotta dalla reciproca induzione tra ago e roccia, e l'attrazione o repulsione che subiva l'ago, era molto più marcata.

[1] *Misure relative dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre lungo il parallelo di Roma.* Roma, 1894, pag. 5.

« Adottai questo metodo specialmente per determinare la polarità magnetica delle sporgenze ed ondulazioni esistenti alla sommità dei giacimenti: quasi tutte le ricerche sullo sperone del Tuscolo, molte ricerche su sporgenze della grande colata di lava della via Appia Antica, dei banchi di tufo vicino al Forte di Pietralata e della località *Vigne nuove* alla sinistra della via Nomentana furono fatte con questo metodo.

« I punti esaminati superano il centinaio. Di questi 48 si trovano decisamente più vicini all'estremo superiore dei giacimenti di roccie, ossia ad una altezza tale dello spessore, che la parte sottostante era di gran lunga più potente: tutti questi punti sono compresi tra i limiti 0 ed 1 metro dalla superficie superiore del giacimento. Altri 39 punti sono decisamente più vicini alla base delle roccie: naturalmente qui è più difficile lo stabilire con precisione, qual era la distanza dei punti esaminati dalla base dei giacimenti, ma dalle cose esposte nella descrizione dei metodi di misura, e se si considera che mi limitai ad esaminare solo i punti in luoghi ove la natura geologica del terreno su cui poggiavano i giacimenti, era ben determinata, e riconosciuta non magnetica od assai debolmente, risulta chiaro che in nessuno di questi punti può sorgere il dubbio, che lo strato magnetico posto al di sopra non sia di gran lunga più potente, che il rimanente posto di sotto.

« Gli altri punti esaminati in numero di 17 variano di posizione nella parte mediana dei banchi, ma non ho avuto dati sufficienti per stabilire se erano più vicini all'estremo superiore od inferiore dei giacimenti.

« Nella scelta dei luoghi per le misure ho usato sempre queste due restrizioni: 1° Non ho mai esaminato le sporgenze agli estremi Nord e Sud di giacimenti, perchè potrebbe esservi una distribuzione sistematica longitudinale del magnetismo nelle roccie, della quale non ho voluto per ora occuparmi, essendo scopo delle mie ricerche quello di determinare la distribuzione del magnetismo nella direzione dall'alto in basso (per questo motivo ho cercato giacimenti di roccie vulcaniche molto potenti). 2° Ho sempre evitato i punti distinti, che si trovano nella lava basaltina, e che furono ultimamente rinvenuti dal dott. A. Cancani ([1]) anche nello sperone, perchè come già esposi altrove, in essi l'orientazione del magnetismo è affatto irregolare: così mi sono allontanato dal pericolo, che i risultati ottenuti per le roccie magnetiche in genere possano essere svisati dalle anomalie dei punti distinti.

« I risultati ottenuti nelle mie ricerche possono essere brevemente riassunti come segue:

« In tutti i punti posti alla parte superiore di giacimenti di roccie vulcaniche, siano esse tufo, pozzolana, lava basaltina, sperone ecc., ho trovato sempre un polo Sud *senza avere mai avuto un'eccezione*.

([1]) Rend. della R. Accad. dei Lincei, ser. 5ª, vol. III, 1° sem., 1894, pag. 390.

« In tutti i punti posti all' estremo inferiore di giacimenti ho constantemente trovato un polo Nord *senza alcuna eccezione.*

« Nei punti intermedî furono trovati dei poli Sud e Nord ora deboli ora forti: in alcuni casi ho avuto dei poli Nord a soli 2 metri dall'estremo superiore: talvolta ho avuto dei poli Sud anche a profondità di 7 metri: ma questi due casi citati non si possono considerare come eccezione alla regola generale, fino a che non si conosca la profondità del giacimento al di sotto del piano visibile: può darsi benissimo, che la parte sepolta e non escavata del giacimento sia nel 2° caso molto più alta di quella messa alla luce, e nel 1° caso molto più bassa.

« Nei casi in cui ho esaminato in che modo varia l'azimut magnetico segnato dalla bussola, quando questa venga collocata ad altezze diverse dello spessore di un giacimento, ho trovato che, a seconda che mi allontanava dall'estremo superiore, l'ago si spostava nel senso da dovere ritenere che veniva diminuita l'attrazione della roccia sul polo Nord, e similmente quando mi allontanava dalla base e metteva la bussola in posizioni successivamente più alte, dagli spostamenti dell'ago doveva concludere, che veniva diminuita l'attrazione della roccia sul polo Sud.

« Riporto qui ad esempio i risultati delle misure fatte nella grande cava di pozzolana al III kilometro dell'Ardeatina: qui in seguito all' escavazione del materiale vi sono due pareti verticali, alle quali per l'azione dell'acqua trovasi addossato una specie di cono di deiezione formato da terreno vegetale mescolato a pozzolana. Ho collocato la bussola accanto alle pareti, sempre ad ugual distanza, a varie altezze seguendo una generatrice del cono.

« Riassumo nella tabella i risultati:

I	II	III
m. 0.2	0° 0'0	0° 0'0
1.2	1.20.0	—
2.5	1.25.0	1.50.5
3.5	2. 8.0	2.24.0
5.0	—	3.50.4

« Nella 1ª colonna sono segnate le altezze alle quali trovavasi la bussola, partendo dall'estremo superiore del banco; nella 2ª e 3ª colonna sono segnate le differenze d'azimut tra la prima stazione e le successive dovute rispettivamente all'azione magnetica della 1ª e 2ª parete: il polo Nord andava successivamente allontanandosi; segno che diminuiva l'attrazione su di esso. Se fosse lecito riferire i risultati ad un punto distante dalla parete ma posto entro la cava stessa, si avrebbe in alto un polo Sud, a circa 3 m. la linea neutra

ed al di sotto un polo Nord, giacchè la differenza d'azimut fra la 1ª stazione e questo punto sarebbe rispettivamente per le due pareti 1°.34′ e 1°.52′.

« *Conclusione.* — Dall'esame dei risultati ottenuti si trova che esiste realmente una distribuzione sistematica del magnetismo nelle roccie vulcaniche esaminate: ogni giacimento di roccia vulcanica si può considerare come una grande calamita col suo polo Nord in basso col polo Sud in alto, come se fosse stato magnetizzato per effetto dell'azione induttrice del magnetismo terrestre. Con ciò non è escluso però, che esistano delle anomalie più o meno forti, sia perchè la costituzione mineralogica della roccia nei varî punti d'uno stesso giacimento può essere alquanto diversa, sia perchè lo spessore dei giacimenti varia molto da sito a sito secondo le ondulazioni del sottosuolo, sia forse per cause a noi affatto ignote.

« La sistematica distribuzione del magnetismo nelle roccie spiega anche la grande divergenza tra i risultati ottenuti sull'azione magnetica di roccie di egual natura. Talvolta si rimane sorpresi nel trovare appena delle traccie di azione magnetica accanto a colossali masse di roccie vulcaniche che per solito hanno un'intensità magnetica grande. È naturale che se quei giacimenti si protendono ancora nel sottosuolo, e noi abbiamo messo quindi il nostro istrumento di misura vicino alla linea neutra di quella grande calamita, il risultato non può essere che negativo. Da ciò si vede pure che le misure finora fatte, che mostrano tanta irregolarità nell'intensità magnetica nei varî punti di una stessa roccia o di roccie affini, non sono in contraddizione col fatto, che esista una distribuzione sistematica del magnetismo nelle roccie vulcaniche, ma forse in alcuni casi ne sono una conferma ».

Fisica. — *Sull'attrito interno del nichel* (¹). Nota del dott. M. Cantone, presentata dal Socio Blaserna.

« In alcune precedenti Note (²) ho esposto i risultati di varie ricerche *sulla flessione dell'ottone* eseguite da me allo scopo di assodare l'analogia tra i fenomeni di elasticità e quelli studiati dal Warburg e dall'Ewing nel magnetismo, ed ho trovato una grande somiglianza fra le leggi che li governano. Il fatto che maggiormente ha attirato la mia attenzione si è l'aversi, dopo un numero pari di alternazioni, col ritorno alla forza da cui si è partiti la chiusura del cappio rappresentante l'andamento del ciclo, il che porta senz'altro alla conseguenza di un lavoro delle forze esterne necessario alla produzione dei cicli coi processi statici, lavoro che va trasformato in calore.

« Seguendo quest'ordine d'idee nell'ultima di quelle Note mettevo avanti l'ipotesi che lo smozzamento delle oscillazioni non fosse un fenomeno di na-

(¹) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo.

(²) V. Rend. Acc. dei Lincei, vol. II, 2° sem., p. 246, 295, 339, 385, 1893; vol. III, 1° sem., p. 27, 62.

tura dinamica, ma dipendente da quella medesima causa che produce i fenomeni d'*isteresi elastica*, in quanto l'energia potenziale del corpo abbandonato a sè, per la legge che esso segue nel deformarsi, deve a poco a poco convertirsi in calore; ed avvaloravo tale opinione appoggiandomi a ricerche di altri sperimentatori sull'attrito interno: mi riserbavo però un più attento esame della questione mediante lo studio delle proprietà elastiche coi metodi statico e dinamico.

« Ricerche in proposito sono state da me intraprese in questi ultimi tempi per la torsione del nichel, e poichè i risultati cui sono giunto mi sembrano di un certo interesse, mi permetto di pubblicarli prima ancora che fosse esteso lo studio ad altri metalli.

« L'apparecchio adoperato è abbastanza semplice. Il filo che si cimenta, è saldato agli estremi a due cilindretti di ottone i quali mediante viti si fermano in due cavità praticate l'una in un pezzo di ottone che collega stabilmente il filo dalla parte superiore ad una robusta mensola di legno, e l'altra in un grosso cilindro metallico. Questo pezzo porta la puleggia che serve ad esercitare gli sforzi di torsione, e nella parte più bassa una ruota con sei raggi destinata a sorreggere due anelli, che danno al tempo stesso il carico necessario per tenere diritto il filo, ed un momento d'inerzia sufficientemente grande per rendere possibili le letture delle ampiezze nello studio dello smorzamento delle oscillazioni. La puleggia di cui sopra è fatto cenno è munita di due gole nelle quali sono avvolti in senso opposto i fili che portano i piattelli per i pesi torcenti, e che restano nei primi tratti distesi orizzontalmente mercè due piccole carrucole laterali.

« Una seconda mensola sporgente dalla parete tiene all'altezza dell'estremo inferiore del filo di nichel due lastrine rettangolari, che si possono portare a contatto secondo lo spessore lasciando un foro circolare smussato verso le facce più estese e destinato, per essere il suo diametro un poco superiore a quello del filo che vi passa attraverso, ad impedirne le flessioni provocate dalle forze torcenti. La regolarità dell'esperienza col metodo statico ci assicura che l'attrito inevitabile del filo contro il bordo del foro non costituisce una causa disturbatrice rilevante. D'altra parte deve ritenersi che la presenza delle due lastrine nello studio delle oscillazioni non riesca a produrre notevoli disturbi; infatti, avendo potuto constatare che per diverse serie di esperienze col metodo dinamico le letture delle successive escursioni presentano in generale un accordo assai marcato, e che quelle di ciascuna serie rivelano un andamento del tutto normale, non può ammettersi che il filo, abbandonato a sè, non resti perfettamente libero.

« Per la misura degli angoli di torsione adoperavo un cannocchiale munito di scala, ed uno specchietto legato al filo a conveniente altezza mediante una sospensione che permetteva di precisare il punto di attacco. Note la di-

« Noterò prima di venire ai risultati sperimentali che il metallo in esame, tanto nel caso dei cicli che nel caso delle oscillazioni, si discosta nel suo modo di comportarsi dalla legge di Hooke, specialmente nello stato ricotto; e se col diminuire di ampiezza dei cicli esso accenna a rientrare nei limiti di perfetta elasticità, realmente ne resta sempre discosto sin dove i nostri mezzi di misura ci han permesso di apprezzarlo. Questo fatto ha confermato in me il convincimento che a rendersi conto della natura dei corpi sottoposti a forze deformatrici fosse necessario di provocare spostamenti delle particelle piuttosto grandi, e di tenere in considerazione speciale i corpi molto plastici, i quali mostrano in modo evidente proprietà dei solidi che pur esistendo nei corpi ritenuti perfettamente elastici, per i piccoli effetti con cui si manifestano, possono restare occulte. Da ciò la preferenza da dare ai metalli ricotti, che per le ricerche fatte sinora ho riconosciuto più regolari nelle loro deformazioni, ad onta delle apparenti anomalie che ne hanno sconsigliato l'uso in molte ricerche d'indole teorica; e questa preferenza è anche giustificata dalla circostanza che il ricuocimento tende a ridare al metallo quella isotropia che i processi del laminatoio o della filiera gli hanno tolto.

« Nel caso mio poi riusciva indispensabile l'uso del metallo ricotto, poiché il genere di sospensione adottato, a causa delle saldature agli estremi, doveva alterare in modo non uniforme la struttura del filo crudo, laddove nel metallo ricotto non poteva produrre alterazioni notevoli.

« I risultati dell'esperienze definitive fatte col filo N_9 *ricotto* trovansi riportati nella tabella seguente. La prima colonna contiene i giorni di esperienze, la seconda i valori medî delle temperature lette su un termometro collocato in vicinanza del filo, e la terza il numero degli anelli formanti parte del peso tensore. L'indicazione che trovasi in testa delle cinque colonne seguenti denota il carico massimo torcente per ciascuno dei cinque cicli bilaterali che si compivano giornalmente col metodo statico, ed in corrispondenza sono per ogni giorno segnati i valori di α_1 (media degli spostamenti massimi a destra ed a sinistra avuti col ciclo ed espressi in divisioni della scala), di A (lavoro consumato per l'area d'isteresi, diviso per la costante $\varrho\gamma g$) [1], e di A' (decremento di energia per la diminuzione di ampiezza, diviso anch'esso per quel prodotto).

« I valori di A' si ottennero tracciando la curva che dava la diminuzione di ampiezza in funzione delle medie di due ampiezze successive dalla stessa parte, e misurando poi le ordinate che corrispondevano alle ascisse α_1. Quelli per $P_1 = 300$ si ebbero per estrapolazione, però, siccome l'andamento degli ultimi rami delle curve tracciate è sensibilmente rettilineo ed i punti estremi segnati hanno ascisse che differiscono poco dalle α_1 relative a $P_1 = 300$, si è autorizzati a tenerne conto assieme agli altri avuti per oscillazioni di più piccola ampiezza.

[1] Noterò che per le misure fatte di ϱ e di γ si ebbe $\varrho\gamma g = 26560$.

Giorni di esp.	Tempor.	Numero di anelli	P_1	100	150	200	250	300
12 Giugno	23°,9	2	a_1	33,5	50,3	68,0	86,0	106,1
			A	0,0016	0,0060	0,0157	0,0381	0,0905
			A'	0,0014	0,0038	0,0098	0,0310	0,0782
13 »	23,2	»	a_1	33,6	50,8	68,0	85,6	105,7
			A	0,0024	0,0060	0,0127	0,0302	0,0784
			A'	0,0014	0,0039	0,0101	0,0285	0,0714
14 »	23,7	»	a_1	33,7	50.9	68,1	85.7	105,5
			A	0,0018	0,0054	0.0126	0,0290	0,0733
			A'	0,0016	0,0042	0,0096	0,0269	0,0733
15 »	23,7	»	a_1	33,8	51,2	68,3	86,2	105,1
			A	0,0024	0,0065	0,0132	0,0298	0,0693
			A'	0,0016	0,0043	0,0098	0,0265	0,0694
16 »	23,7	1	a_1	34,4	51,1	68,4	85,4	104,4
			A	0,0030	0,0067	0,0148	0,0300	0,0679
			A'	0,0022	0,0049	0,0104	0,0257	0,0665
18 »	23,3	»	a_1	34,4	51,1	68,0	85,8	104,3
			A	0,0030	0,0073	0,0129	0,0296	0,0679
			A'	0,0021	0.0049	0,0101	0,0246	0,0640
19 »	23,4	»	a_1	34,2	51,4	68,4	86,1	104,1
			A	0,0030	0,0070	0,0133	0,0286	0,0651
			A'	0,0020	0,0050	0,0106	0,0248	0,0650
20 »	23,5	2	a_1	34,2	51,3	68,2	86,2	105,1
			A	0,0024	0,0060	0,0122	0,0274	0,0650
			A'	0,0016	0,0043	0,0096	0,0230	0,0611
21 »	23,6	»	a_1	34,2	51,3	68,9	87,4	107,9
			A	0,0026	0,0078	0,0171	0,0391	0,0974
			A'	0,0024	0,0063	0,0147	0,0407	0,1075
22 »	23,8	»	a_1	35,0	51,4	68,9	86,5	106,6
			A	0,0027	0.0074	0,0165	0,0348	0,0841
			A'	0,0022	0,0057	0,0132	0,0330	0,0933
23 »	24,0	»	a_1	34,1	51,4	69,0	87,5	107,7
			A	0,0027	0,0082	0,0189	0,0417	0,0998
			A'	0,0024	0,0068	0,0153	0,0383	0,1041
25 »	24,8	»	a_1	34,7	52,5	70,8	90,5	117,2
			A	0,0032	0,0109	0,0234	0,0541	—
			A'	0,0029	0,0084	0,0209	0,0586	—

« Rileverò anzitutto che in generale i valori di A sono superiori a quelli di A', mentre a causa dell'attrito dell'aria dovrebbe aversi il contrario; tuttavia l'accordo è sensibile, il che prova come lo smorzamento delle oscillazioni dipenda in gran parte dai fenomeni d'isteresi elastica. A maggior conferma del nostro asserto noteremo che tutte le cause le quali determinano una variazione dell'area dei cappi, modificano nel medesimo senso e quasi nella stessa misura il decremento di energia potenziale che si considera nel fenomeno dinamico.

« Ed invero un'accomodazione si riscontra per le aree d'isteresi col procedere dell'esperienze di giorno in giorno, nel senso di aversi per una data forza estrema P_1 valori sempre più piccoli di A, specialmente per i cicli di grande estensione, e vanno decrescendo del pari le A' delle singole colonne, ed in modo tanto più accentuato quanto più ci avviciniamo all'ultima di queste. Inoltre la soppressione di un anello porta aumento nelle aree *solo* per i cicli di piccola ampiezza (forse perchè sugli altri l'effetto è mascherato dall'accomodazione non ancora ultimata); ed alterazioni concomitanti si palesano nei valori di A' per i risultati delle prime colonne, mentre rimettendo l'anello soppresso si ha un ritorno alle condizioni primitive e col metodo statico e col dinamico (1).

« Nè mi sono arrestato a queste prove. Ho voluto anche vedere l'influenza che esercita sui cicli di determinata ampiezza il lavorio precedente fra limiti più estesi di deformazione. Per questo, dopo aver fatto compiere al filo il 21 giugno un ciclo fra $+ 400$ e $- 400$ ed averne prodotta la scarica alternata, si ripresero le serie ordinarie di esperienze, che fornirono i valori segnati al di sotto della prima linea punteggiata. Anche qui troviamo andamento conforme dei risultati ottenuti coi due metodi, ed accennanti ad un aumento di plasticità, il quale però tende a sparire per effetto di una nuova accomodazione.

« Questa venne arrestata il 23 giugno con quattro serie di oscillazioni fatte compiere al corpo a partire per ciascuna serie dal carico di 400 gr., e poichè si ebbe un maggior lavorio con grandi deformazioni, si manifestò nelle successive esperienze coi due metodi una più accentuata dissipazione di energia, come attestano i risultati al di sotto della seconda linea punteggiata.

« Finalmente il 25 giugno si provocò con un carico di 500 gr. una deformazione grandissima, che fu arrestata solo per l'urto del piatto sul tavolo di marmo su cui poggiano i sostegni della carrucola; ed in seguito tornando alle solite esperienze si pervenne ai valori di A e A' delle ultime righe, i quali indicano un nuovo e più forte aumento del lavoro consumato dal corpo nel deformarsi (2).

(1) Questi ultimi fatti proverebbero che la plasticità del nichel, quale si rivela colla torsione, diminuisce col crescere del peso tensore.

(2) Mancano per questa serie i valori A' e A dell'ultima colonna, poichè, stante la grande diminuzione di ampiezza che si ebbe in quel giorno alla prima oscillazione e te-

« Questi i risultati dell'esperienze che costituiscono un primo passo nello studio delle proprietà elastiche dei metalli basato sull'uso contemporaneo dei due metodi di analisi. Vero si è che il materiale impiegato per tali ricerche preliminari è assai scarso, ma l'accordo fra i valori di $\varDelta$ e $\varDelta'$ in tutte le fasi del processo è assai sensibile perchè lo si possa attribuire a causa fortuite, anzi siamo indotti a ritenere che l'attuale studio riveli un fatto d'indole generale, non essendovi ragione di credere che lo smorzamento delle oscillazioni venga nel nichel provocato da una causa diversa da quella che varrebbe per altri metalli.

« Si noti ancora che la elasticità susseguente, alla quale si è voluto da molti attribuire l'attrito interno dei solidi, è nel nichel, dentro i limiti delle nostre ricerche, di così piccola entità, da escludere per essa ogni influenza che non sia di carattere secondario, essendosi avuti spostamenti residui solo a partire da $P = 250$, ed in nessun caso superiori ad una divisione della scala, cioè a circa $\frac{1}{20}$ di quella prodotta da un peso torcente di 50 gr.

« Se il nostro studio esteso ad altri metalli avrà uguale successo, verrà altresì a cadere quella interpretazione per cui lo smorzamento delle oscillazioni si attribuisce ad una resistenza proporzionale alla velocità delle particelle, in quanto l'esame delle proprietà elastiche rivela, come sembra, fatti sufficienti ad accertare la natura del fenomeno senza avere ricorso ad una proprietà dei solidi puramente ipotetica ».

Fisica. — *Sulla dilatazione termica dei bronzi di Alluminio* [1]. Nota del dott. A. Fontana, presentata dal Socio Blaserna.

« 1. Il rame e l'alluminio si legano tra loro in qualunque proporzione, e costituiscono due classi di leghe, le pesanti, nelle quali predomina il primo, e le leggiere nelle quali predomina il secondo metallo. Tali leghe sono conosciute col nome di bronzi di alluminio, ed io mi sono proposto di studiare il coefficiente di dilatazione delle leghe pesanti; per ciò ho fusi insieme in crogiuoli di grafite questi due metalli in tali proporzioni da ottenere all'incirca i bronzi seguenti:

	Rame	Alluminio
A	99	1
B	95	5
C	90	10
D	85	15
E	80	20

---

nuto conto del fatto che il ciclo compiuto col metodo statico da $P_1 = 300$ a $P = -300$ si presentava aperto, viene meno quasi del tutto la base della nostra verifica per questo caso.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Roma.

« Mi sono poi voluto assicurare mediante un'analisi elettrolitica, eseguita su alcuni saggi di esse, che rispondevano assai prossimamente al titolo suddetto.

« La lega A è di color rosso di rame; ha struttura fibrosa; peso specifico 8,771 a 25°6; è duttile e malleabile ed assai resistentente al ferro quando si tornisce.

La seconda lega B è di colore giallo d'oro, ha struttura granulare; è ancora duttile e malleabile; si lavora agevolmente ed ha il peso specifico 8,294.

La lega C è assai più dura delle altre; ha pure essa colore d'oro; è duttile a caldo; ha tessitura analoga alla precedente ed il suo peso specifico è 7,819.

« La lega D che ha peso specifico 7,509 è di colore giallo tendente a quello dell'ottone; ha struttura finamente granulare e come l'ottone si lavora benissimo al tornio. Tutte queste leghe si portano a pulimento e non si ossidano in modo sensibile all'aria se non quando sono portate ripetutamente ad alte temperature.

« In fine la lega E ha l'aspetto dell'antimonio con dei riflessi rossastri. Ha frattura concoide e si rompe sotto leggieri colpi di martello. Il suo peso specifico è 7,252, e la sua durezza è tale da resistere alla sega ed al bulino. Per questa ragione ho dovuto escluderla dalle misure di dilatazione.

« 2. Per istudiare la dilatazione termica di queste leghe ho seguito il metodo di Fizeau (1) colle modificazioni arrecatevi da Abbe, usando del Dilatometro di Abbe-Fizeau costruito dalla casa Zeiss di Jena. E poichè questo ingegnoso metodo è ancora poco noto, ne riferirò il principio succintamente, rimandando chi volesse aver maggiori dettagli alla Memoria del dott. Pulfrich *Ueber das Abbe-Fizeau'sche Dilatometer* pubblicata nella « Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1893, p. 401 e seg. ». Le modificazioni di Abbe al metodo di Fizeau consistono nell'avere introdotto l'uso di luci di diversi colori e delle misure micrometriche che semplificano assai il processo di osservazione. Con tali varianti riesce praticamente possibile di determinare i mutamenti avvenuti nella sostanza sperimentata, colla sola osservazione dello stato iniziale e dello stato finale del sistema delle frangie di interferenza, e di dedurre mediante il calcolo il numero intiero delle striscie passate nel campo per una certa variazione di temperature dell'oggetto.

« L'istrumento uscito dalla officina di Zeiss contiene il solito tavolinetto di Fizeau in acciajo, col suo vetro a superficie piane (ma leggermente inclinate), marcato nel centro della faccia inferiore con un dischetto esilissimo di argento; ha poi un apparecchio di osservazione costituito da un cannocchiale con micrometro che riceve anche lateralmente la luce proveniente da un tubo di Geissler, luce destinata ad illuminare il tavolinetto; inoltre ha un canoc-

(1) Ann. de Ch. et de Physique; IV série, t. II, 1864, p. 143; e id., IV série, t. VIII, 1866 p. 335.

chiale ausiliario che serve a predisporre le esperienze, ed una stufa col termostato di Arsonvall [1], per portarlo e mantenerlo a diverse temperature.

« Il tubo di Geissler che contiene idrogeno e mercurio metallico è foggiato ad H, e per avere una illuminazione assai intensa si usa la luce prodotta nel tratto trasversale. Da questo tubo sono prodotte luci di colore rosso, giallo, verde e violetto, corrispondenti alle seguenti lunghezze d'onda:

H_α (C)	mm. 0,0006562	
H_g (giallo)	0,0005788 0,0005768	0,0005778
H_g (verde)	0,0005460	
H_β (F)	0,0004862	

le quali producono i diversi sistemi di frangie di interferenza nello strato di aria compreso tra l'oggetto ed il vetro posti sul tavolinetto di Fizeau.

« Una volta che l'apparecchio sia aggiustato convenientemente, si vede il campo del cannocchiale occupato da tante righe nere verticali, alternate con righe colorate e in mezzo ad esse spicca l'immagine del dischetto di argento

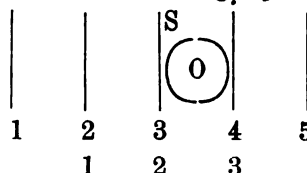
« Indicheremo con 1, 2, 3, 4, 5 e 1, 2, 3, il numero d'ordine delle righe prossime al dischetto O, e con $l_1\, l_2\, l_3\, l_4\, l_5\, l_6$ oppure $l_1\, l_2\, l_3\, l_0$ le posizioni di esse e del disco indicate dal micrometro.

S

O

1 2 3 4 5

1 2 3

La larghezza b di una striscia sarà a seconda dei casi:

$$b = \frac{1}{2}(l_3 - l_1)$$

$$b = \frac{1}{6}\left\{ l_5 + l_4 - (l_2 + l_1) \right\}$$

e la posizione l_s del punto di mezzo S del sistema sarà:

$$l_s = \frac{1}{3}(l_1 + l_2 + l_3)$$

$$l_s = \frac{2}{10}(l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5).$$

La distanza tra S e il centro pel disco O verrà ad essere:

$$SO = l_0 - l_s$$

Il segno di SO sarà + se la riga più vicina ad O è alla sua sinistra, e — se è alla sua destra. Il quoziente:

$$\delta = \frac{SO}{b}$$

[1] Vedi, Zeitschrift für Instrumentenkunde X p. 28.

che ha per limiti $+\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$ indica di quale frazione di mezza lunghezza d'onda differisce lo spessore dello strato di aria sotto il dischetto di argento da quello che è sotto il mezzo della più prossima riga di interferenza. Questi dati ci forniscono il modo per trovare esattamente lo spessore dello strato d'aria sottoposto al segnale di argento. Se si indica con M l'ordine numerico della riga più vicina al dischetto, lo strato d'aria sotto a questo avrà lo spessore

$$d = (M + \delta)\frac{\lambda}{2}$$

ove λ indica la lunghezza d'onda della luce adoperata. Per trovare M si ricorre all'uso accennato dei due colori. Si osserva la posizione del sistema di frangie alla stessa temperatura ed in due colori, e si avrà:

$$(M_0 + \delta_0)\frac{\lambda_0}{2} = (M + \delta)\frac{\lambda}{2}$$

$$M_0\frac{\lambda_0}{\lambda} = M + \delta - \delta_0\frac{\lambda_0}{\lambda}$$

e più semplicemente

$$M_0\,\mu = M + r$$

« Converremo ora di undicare coll'indice zero tutte le quantità che si riferiscono alle osservazioni fatte sul colore verde, e senza indice quelle che si riferiscono all'altro colore osservato. Per trovare M dovremo costruirci la tabella seguente, in una colonna della quale, intestata con M_0, segneremo la serie naturale dei numeri 0, 1, 2, 3, 4 ...., in altre due porremo a fianco dei precedenti i numeri $M_0\,\mu$ ove il μ si riferisce al rosso ed al violetto. A fianco di queste poi segneremo l'approssimativo valore in millimetri dello spessore dello strato d'aria.

Tabella per $M_0\,\mu = M + \delta - \delta_0\,\mu = M + r$.

Spessore dello strato d'aria mm.	Hg (verde)	C $\mu = 0{,}83206$	F $\mu = 1{,}12300$
	M_0	$M_0\,\mu$	$M_0\,\mu$
0	0	0	0
	1	0,83	1,12
	2	1,66	2,25

« Dalle letture fatte nelle esperienze si deducono i valori δ, e con questi si formano le r relative al rosso ed al violetto. Poi si va nella tabella in prossimità del numero della prima colonna che indica lo spessore approssimativo dello strato di aria misurata preventivamente collo sferometro, e si

cercano nelle colonne C ed F tutti i numeri che hanno gli stessi decimali delle r calcolate. Quella M_0 che è a capo della linea nella quale vengono a coincidere quei valori di r, è quella che soddisfa il problema.

« Se dalle misure risulta r negativa, coll'aggiunta di unità si rende positiva senza che questa trasformazione alteri i calcoli.

« Se indichiamo con L lo spessore dell'oggetto di cui cerchiamo il coefficiente di dilazione α, e con E e β la lunghezza e il coefficiente di dilatazione delle viti del tavolinetto, e si conosce il numero f_0 delle righe verdi passate nel riscaldamento da t^0_1 a t^0_2, sappiamo che

$$\alpha = \frac{E}{L}\beta - \frac{f_0 \frac{\lambda_0}{2}}{L(t_2 - t_1)}$$

« Con M avevamo già inteso il numero ordinativo della riga più prossima al disco, alla temperatura iniziale t_1; ora con $M + m$ (ove m è intero e diverso da zero) indicheremo il numero ordinativo di quell'altra riga che è più prossima al dischetto alla temperatura finale t_2. Il numero delle righe passate sarà quindi:

$$f = M + m + \delta_{t_2} - (M + \delta_{t_1})$$
$$f = m + \delta_{t_2} - \delta_{t_1}$$

Osservando al solito con due colori si potrà dire che la variazione Δd dello strato d'aria è

$$\Delta d = (m + \delta_{t_2} - \delta_{t_1})\frac{\lambda}{2} = (m_0 + \delta_{0t_2} - \delta_{0t_1})\frac{\lambda_0}{2}$$
$$m_0 \frac{\lambda_0}{\lambda} = m + \delta_{t_2} - \delta_{t_1} - (\delta_{0t_2} - \delta_{0t_1})\frac{\lambda_0}{\lambda}$$

e più brevemente

$$m_0 \mu = m + \varrho.$$

« Per trovare m_0 bisogna costruire un'altra tabella nella cui prima colonna intitolata m_0 (relativa al verde) si pongano i numeri della serie naturale

.... — 5 — 4 — 3 — 2 — 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 — ....

« Nelle successive colonne si porranno separatamente i numeri $m + \varrho$ che hanno lo stesso valore di $m_0 \mu$ relativi alle linee C ed F.

Tabella per $m_0 \mu = m + \delta_{t_2} - \delta_{t_1} - (\delta_{0t_2} - \delta_{0t_2})\mu$.

Hg (verde)	C		F	
m_0	m	ϱ	m	ϱ
— 26	— 22	0,37	— 30	0,80
— 25	— 21	0,20	— 29	0,92
— 24	— 20	0,03	— 27	0,04
— 23	— 20	0,86	— 26	0,17

« Il calcolo si limita alla ricerca di quella m_0 che è a capo della linea ove coincidono le ϱ ricavate dai dati della esperienza.

« Anche in questo caso se ϱ risultasse negativa, la si rende positiva e minore d'uno coll'aggiunta della unità positiva. Con questo m si calcola il numero f delle righe passate durante la variazione della temperatura.

« Onde ottenere di fermare l'attenzione su quella coincidenza che risolve realmente il problema, occorre avere un grossolano concetto della grandezza della dilatazione che si cerca.

3. Io ho adoperata, per ottenere la riflessione della luce, una lastrina ausiliaria di quarzo tagliata perpendicolarmente all'asse ottico. I diversi pezzi di lega di rame ed alluminio li ho tagliati in forma di cilindro, del diametro di 2 cm. e dell'altezza di quasi un centimetro; la faccia inferiore l'ho resa levigata, e nella superiore ho intagliato un rialzo circolare, sottilissimo, il quale serviva di appoggio alla lastrina di quarzo.

« Posso assicurare che le diverse misure di spessori le ho ottenute colla precisione di mm. 0,002.

« L'aggiunta della lastrina di quarzo modifica così la formola:

$$\alpha = \frac{E}{L}\beta - \frac{f_0 \lambda_0}{2L(t_2 - t_1)} - \frac{e}{L}\gamma$$

ove e e γ sono lo spessore del quarzo e il suo coefficiente di dilatazione. I valori di β e di γ da me adottati sono quelli stessi assegnati da Pulfrich all'acciaio di cui sono fatte le viti, ed al quarzo perpendicolarmente all'asse.

$$\beta = 0,0000107$$
$$\gamma = 0,0000138.$$

4. Per determinare la temperatura delle esperienze ho fatto uso di due termometri di Alvergniat a scala intera, calibrati e divisi in quinti di grado. L'uno era messo nel recipiente esterno del regolatore delle temperature che era pieno d'acqua; e l'altro nel recipiente interno che invece ho empito di limatura metallica. In questa era immersa la camera contenente il tavolinetto di Fizeau. Con una esperienza preliminare mi sono assicurato che il tavolinetto, dopo circa 6 ore di riscaldamento, ha raggiunto la temperatura indicata dal termometro esterno.

« Ho poi sempre avuto cura di conservare l'apparecchio dopo il riscaldamento per due o tre ore allo stato stazionario, avanti di procedere alle misure. Un altro buon criterio per riconoscere la stabilità della temperatura, è di fare alla fine di ogni serie di osservazioni, una misura di controllo delle righe che furono osservate per prime.

« Ed ora esporrò i risultati delle ricerche fatte sulla dilatazione dei bronzi di alluminio.

Coefficiente di dilatazione della lega A.

I. misura $L = mm.\ 10{,}041$ $d = mm.\ 0{,}1403$ $e = mm.\ 2{,}058$

Riscaldamento			Raffreddamento	
$t_1 = 23^\circ{,}0$	$t_2 = 91^\circ{,}0$	Temperatura	$t_1 = 24^\circ{,}6$	$t_2 = 91^\circ{,}0$
$h_1 = 760$	$h_2 = 762$	Pressione	$h_1 = 761$	$h_2 = 762$
$\delta_{t_1} = 0{,}162$	$\delta_{t_2} = 0{,}686$	(C)	$\delta_{t_1} = 0{,}687$	$\delta_{t_2} = 0{,}686$
$\delta_{0t_1} = 0{,}697$	$\delta_{0t_2} = 0{,}403$	(Hg verde)	$\delta_{0t_2} = 0{,}267$	$\delta_{0t_2} = 0{,}403$
$\delta_{t_1} = 0{,}081$	$\delta_{t_2} = 0{,}556$	(F)	$\delta_{t_1} = 0{,}817$	$\delta_{t_2} = 0{,}556$
$\rho = 0{,}769$		(C)	$\rho = -0{,}114$	$\rho + 1 = 0{,}886$
$\rho = 0{,}805$		(F)	$\rho = -0{,}414$	$\rho + 1 = 0{,}586$
$m_0 = -10$ $m_C = -9$ $m_F = -12$			$m_0 = -11$ $m_C = -10$ $m_F = -13$	
$f_0 = -10{,}267$			$f_0 = -11{,}489$	
$\alpha = 0{,}0001447$			$\alpha = 0{,}00001491$	

II. misura

Riscaldamento			Raffreddamento	
$t_1 = 24^\circ{,}6$	$t_2 = 90^\circ{,}6$	Temperatura	$t_1 = 25^\circ{,}8$	$t_2 = 90^\circ{,}6$
$h_1 = 761$	$h_2 = 761$	Pressione	$h_1 = 762$	$h_2 = 761$
$\delta_{t_1} = 0{,}687$	$\delta_{t_2} = 0{,}446$	(C)	$\delta_{t_1} = 0{,}687$	$\delta_{t_2} = 0{,}446$
$\delta_{0t_1} = 0{,}267$	$\delta_{0t_2} = 0{,}211$	(Hg verde)	$\delta_{0t_1} = 0{,}267$	$\delta_{0t_2} = 0{,}211$
$\delta_{t_1} = 0{,}817$	$\delta_{t_2} = 0{,}333$	(F)	$\delta_{t_1} = 0{,}817$	$\delta_{t_2} = 0{,}333$
$\rho = -0{,}195$	$\rho + 1 = 0{,}804$	(C)	$\rho = -0{,}167$	$\rho + 1 = 0{,}833$
$\rho = -0{,}422$	$\rho + 1 = 0{,}578$	(F)	$\rho = -0{,}374$	$\rho - 1 = 0{,}626$
$m_0 = -11$ $m_C = -10$ $m_F = -13$			$m_0 = -11$ $m_C = -10$ $m_F = -13$	
$f_0 = -11{,}790$			$f_0 = -11{,}802$	
$\alpha = 0{,}00001505$			$\alpha = 0{,}00001501$	

Coefficiente di dilatazione della lega B.

I. misura $L = mm.\ 10{,}160$ $d = mm.\ 0{,}0656$ $e = mm.\ 2{,}058$

Riscaldamento			Raffreddamento	
$t_1 = 20^\circ{,}6$	$t_2 = 93^\circ{,}9$	Temperatura	$t_1 = 22^\circ{,}2$	$t_2 = 93^\circ{,}9$
$h_1 = 762$	$h_2 = 763$	Pressione	$h_1 = 761$	$h_2 = 763$
$\delta_{t_1} = 0{,}022$	$\delta_{t_2} = 0{,}367$	(C)	$\delta_{t_1} = 0{,}311$	$\delta_{t_2} = 0{,}367$
$\delta_{0t_1} = 0{,}539$	$\delta_{0t_2} = 0{,}318$	(Hg verde)	$\delta_{0t_1} = 0{,}848$	$\delta_{0t_2} = 0{,}318$
$\delta_{t_1} = 0{,}265$	$\delta_{t_2} = 0{,}861$	(F)	$\delta_{t_1} = 0{,}648$	$\delta_{t_2} = 0{,}861$
$\rho = 0{,}527$		(C)	$\rho = 0{,}497$	
$\rho = 0{,}841$		(F)	$\rho = 0{,}808$	
$m_0 = -9$ $m_C = -8$ $m_F = -11$			$m_0 = -9$ $m_C = -8$ $m_F = -11$	
$f_0 = -9{,}228$			$f_0 = -0{,}560$	
$\alpha = 0{,}00001382$			$\alpha = 0{,}00001390$	

II. misura

Riscaldamento			Raffreddamento	
$t_1 = 22^\circ{,}2$	$t_2 = 91^\circ{,}3$	Temperatura	$t_1 = 25^\circ{,}1$	$t_2 = 91^\circ{,}3$
$h_1 = 761$	$h_2 = 760$	Pressione	$h_1 = 760$	$h_2 = 760$
$\delta_{t_1} = 0{,}311$	$\delta_{t_2} = 0{,}767$	(C)	$\delta_{t_1} = 0{,}912$	$\delta_{t_2} = 0{,}676$
$\delta_{0t_1} = 0{,}848$	$\delta_{0t_2} = 0{,}502$	(Hg verde)	$\delta_{0t_1} = 0{,}607$	$\delta_{0t_2} = 0{,}502$
$\delta_{t_1} = 0{,}648$	$\delta_{t_2} = -0{,}016$	(F)	$\delta_{t_1} = 0{,}446$	$\delta_{t_2} = -0{,}016$
$\rho = 0{,}653$		(C)	$\rho = -0{,}149$	$\rho + 1 = 0{,}851$
$\rho = -0{,}276$	$\rho + 1 = 0{,}724$	(F)	$\rho = -0{,}344$	$\rho + 1 = 0{,}656$
$m_0 = -10$ $m_C = -9$ $m_F = -12$			$m_0 = -11$ $m_C = -10$ $m_F = -13$	
$f_0 = -10{,}657$			$f_0 = -11{,}788$	
$\alpha = 0{,}00001436$			$\alpha = 0{,}00001480$	

Coefficiente di dilatazione della lega C.

I. misura — L = mm. 8,259 d = mm. 0,2621 e = mm. 2,058

Riscaldamento			Raffreddamento	
$t_1 = 20°,0$	$t_2 = 90°,8$	Temperatura	$t_1 = 22°,1$	$t_2 = 90°,8$
$h_1 = 763$	$h_2 = 763$	Pressione	$h_1 = 761$	$h_2 = 763$
$\delta_{t_1} = 0,608$	$\delta_{t_2} = 0,988$	(C)	$\delta_{t_1} = 0,288$	$\delta_{t_2} = 0,988$
$\delta_{0t_1} = 0,693$	$\delta_{0t_2} = 0,196$	(Hg. verde)	$\delta_{0t_1} = 0,389$	$\delta_{0t_2} = 0,196$
$\delta_{t_1} = 0,908$	$\delta_{t_2} = 0,038$	(F)	$\delta_{t_1} = 0,609$	$\delta_{t_2} = 0,038$
$\rho = 0,793$		(C)	$\rho = 0,860$	
$\rho = -0,312$	$\rho + 1 = 0,688$	(F)	$\rho = -0,355$	$\rho + 1 = 0,645$
$m_0 = -11$ $m_c = -10$ $m_r = -13$			$m_0 = -11$ $m_c = -10$ $m_r = -13$	
$f_0 = -11,533$			$f_0 = -11,511$	
$\alpha = 0,00001555$			$\alpha = 0,00001580$	

II. misura

Riscaldamnto			Raffreddamento	
$t_1 = 19°,4$	$t_2 = 86°,0$	Temperatura	$t_1 = 22°,1$	$t_2 = 86°,0$
$h_1 = 759$	$h_2 = 760$	Pressione	$h_1 = 762$	$h_2 = 760$
$\delta_{t_1} = 0,666$	$\delta_{t_2} = 0,735$	(C)	$\delta_{t_1} = 0,310$	$\delta_{t_2} = 0,735$
$\delta_{0t_1} = 0,784$	$\delta_{0t_2} = 0,135$	(Hg verde)	$\delta_{0t_1} = 0,408$	$\delta_{0t_2} = 0,135$
$\delta_{t_1} = 0,124$	$\delta_{t_2} = 0,082$	(F)	$\delta_{t_1} = 0,635$	$\delta_{t_2} = 0,082$
$\rho = 0,609$		(C)	$\rho = 0,752$	
$\rho = 0,687$		(F)	$\rho = -0.247$	$\rho + 1 = 0,753$
$m_0 = -10$ $m_c = -9$ $m_r = -12$			$m_0 = -10$ $m_c = -9$ $m_r = -12$	
$f_0 = 10,732$			$f_0 = -10,612$	
$\alpha = 0,00001553$			$\alpha = 0,00001576$	

Coefficiente di dilatazione della lega. D.

I. misura — L = mm. 10,615 d = mm. 0,2052 e = mm. 2,058

Riscaldamento			Raffreddamento	
$t_1 = 26,°0$	$t_2 = 91°,2$	Temperatura	$t_1 = 27°,5$	$t_2 = 91°,2$
$h_1 = 758$	$h_2 = 760$	Pressione	$h_1 = 761$	$h_2 = 760$
$\delta_{t_1} = 0,587$	$\delta_{t_2} = 0,308$	(C)	$\delta_{t_1} = 0,958$	$\delta_{t_2} = 0,308$
$\delta_{0t_1} = 0,845$	$\delta_{0t_2} = 0,732$	(Hg verde)	$\delta_{0t_1} = 0,032$	$\delta_{0t_2} = 0,732$
$\delta_{t_1} = 0,278$	$\delta_{t_2} = 0,824$	(F)	$\delta_{t_1} = 0,401$	$\delta_{t_2} = 0,824$
$\rho = -0,185$	$\rho + 1 = 0,815$	(C)	$\rho = 0,015$	
$\rho = 0,672$		(F)	$\rho = -0,484$	$\rho + 2 = 0,566$
$m_0 = -11$ $m_c = -10$ $m_r = -13$			$m_0 = -12$ $m_c = -10$ $m_r = -14$	
$f_0 = -11,522$			$f_0 = -12,741$	
$\alpha = 0,00001612$			$\alpha = 0,00001651$	

II. misura

Riscaldamento			Raffreddamento	
$t_1 = 27°,5$	$t_2 = 91°,3$	Temperatura	$t_1 = 26°,6$	$t_2 = 91°,3$
$h_1 = 761$	$h_2 = 760$	Pressione	$h_1 = 261$	$h_2 = 760$
$\delta_{t_1} = 0,958$	$\delta_{t_2} = 0,028$	(C)	$\delta_{t_1} = 0,887$	$\delta_{t_2} = 0,028$
$\delta_{0t_1} = 0,032$	$\delta_{0t_2} = 0,317$	(Hg verde)	$\delta_{0t_1} = 0,919$	$\delta_{0t_2} = 0,317$
$\delta_{t_1} = 0,401$	$\delta_{t_2} = 0,358$	(F)	$\delta_{t_1} = 0,335$	$\delta_{t_2} = 0,358$
$\rho = 0,832$		(C)	$\rho = -0,358$	$\rho + 1 = 0,642$
$\rho = -0,364$	$\rho + 1 = 0,636$	(F)	$\rho = 0,703$	
$m_0 = -11$ $m_c = -10$ $m_r = -13$			$m_0 = -10$ $m_c = -9$ $m_r = -12$	
$f_0 = -11,466$			$f_0 = -11,027$	
$\alpha = 0,00001618$			$\alpha = 0,00001595$	

« Questi risultati dovrebbero ora essere corretti se si volesse tener conto anche della variazione dell'indice di rifrazione dello strato d'aria in cui avviene la interferenza, sia per la temperatura, sia anche per la pressione.

« Queste correzioni sono contenute nella seguente tabella:

Spessore dello strato d'aria in mm.	CORREZIONI	
	per la temperatura $t_2-t_1=75°$ C	per la pressione $(b_1-b_2)<40$ mm. $(\pm)$
$d<0{,}1$	$k_t<-0{,}02$	$k_b<\pm 0{,}005$
$d=10$	$k_t=-2{,}00$	$k_b<\pm 0{,}50$

« Ma tali correzioni sono per lo più trascurabili di fronte alle incertezze che presentano le esperienze.

« Le quantità da misurare, per ordine crescente di importanza, si seguono così:

$$t_1 \; t_2 \; f_0 \; E \; e \; L$$

e noi potremo ritenere che i coefficienti di dilatazione dei bronzi di alluminio studiati siano:

Bronzo con 1 % di alluminio $\alpha = 0{,}000014_9$
" 5 % " $\alpha = 0{,}000014_2$
" 10 % " $\alpha = 0{,}000015_7$
" 15 % " $\alpha = 0{,}000016_2$

« A fianco di questi valori sarà utile presentare i coefficienti di dilatazione del rame e dell'alluminio puro che sono:

Alluminio $\alpha = 0{,}000023_1$ (Pulfrich)
Rame $\alpha = 0{,}000016_8$ (Matthiessen) ».

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 2 settembre 1894.

Chimica. — *Sulle variazioni di volume nei miscugli dei liquidi, in relazione al comportamento crioscopico* (1). Nota del Socio E. Paternò e del dott. C. Montemartini.

« Nella Memoria *Sull'impiego della benzina nelle ricerche crioscopiche* (2), uno di noi volendo spiegare il vario comportamento delle sostanze di diversa funzione chimica in tale solvente, conchiudeva con queste parole: « Quello che sembra certo si è che le molecole nei corpi liquidi e solidi non « sono sempre fra di loro isolate ed omogeneamente distribuite come nei corpi « gassosi, ma sono invece riunite in gruppi più o meno complessi; che questi « gruppi si disgregano ordinariamente in molecole semplici per il fatto della « soluzione sufficientemente diluita, e che in questo disgregamento che per « soluzioni diluite può spingersi anche nella separazione in joni, può avere « notevole influenza l'azione del solvente » (3).

« E più oltre: « A me sembra che il confronto fra i risultati forniti « dalle varie sostanze rispetto alla legge di Raoult, adoperando ora soluzioni « benzoliche, ora soluzioni acetiche, ci conduce a riconoscere che i corpi « liquidi e solidi sono tutti formati da aggruppamenti molecolari più o meno « complessi, i quali si disgregano per l'atto della soluzione. In secondo luogo

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto chimico di Roma.
(2) Gazzetta chimica, t. XIX, p. 640. 1889.
(3) L. c., p. 678.

« risulta da questo confronto che nei diversi solventi, questa disgregazione « avviene in modo diverso, e che l'acido acetico agevoli per sua azione spe- « ciale questo lavoro, mentre la benzina non abbia essa stessa azione o al- « meno ne abbia in minor grado » (1).

« Il concetto che in taluni corpi le molecole non sieno del tutto omogeneamente distribuite nella massa, ma si trovino riunite a gruppi più o meno complessi, non era certamente nuovo. E basti rammentare la discussione avvenuta intorno alla complessità delle molecole dell'acqua liquida, e la relazione che si è supposta esistere fra una tale supposizione ed il fenomeno del massimo di densità; dall'altro lato E. Wiedemann (2) da esperienze sul colore delle soluzioni di jodio nella benzina a temperature diverse, avea dedotto come probabile l'esistenza a bassa temperatura di complessi molecolari; Ebert (3) dallo studio dello spettro d'assorbimento dei vapori di jodio aveva supposto che in essi sono contenuti complessi molecolari $(I_2)_n$, che per ulteriore riscaldamento si risolvono in aggruppamenti più semplici; Walter (4) dallo studio dei fenomeni di fluorescenza delle soluzioni diluite era venuto alla conseguenza che nelle soluzioni diluite esistono molecole semplici, mentre in quelle concentrate sono contenuti gruppi molecolari complessi, e deduzioni analoghe avea fatto Haller (5) dallo studio del potere rotatorio.

« Ma alla ipotesi della esistenza dei complessi molecolari nei liquidi (ed evidentemente anche nei solidi, e forse in taluni vapori) è stato dato in questi ultimi tempi uno sviluppo considerevole da A. Guye e W. Ramsay, con considerazione ed esperienze di grande importanza, tanto che se non può dirsi trasformata in una teoria armonica in tutte le sue parti, deve riconoscersi che è ormai entrata in uno stato di matura discussione. A. Guye (6), e prima di lui il Jung (7) hanno rinvenuto un criterio per giudicare della complessità delle molecole di un liquido *nel rapporto tra la densità critica osservata e quella calcolata*, supponendo con le leggi di Mariotte e di Gay-Lunac, siano ancora applicabili allo stato liquido. H. Ramsay e J. Shields (8) lo stesso scopo hanno conseguito dallo studio dell'*energia di superficie molecolare*.

« E mentre pochi anni prima il Raoult (9) aveva creduto di poter affermare che per la maggior parte delle sostanze organiche in fusione la mole-

(1) L. c., p. 680.

(2) Sitzungsberichte d.

(3) Ibidem, 8 luglio 1889.

(4) Zeitschrift f. phys. Ch. III, 234.

(5) Comptes rendus, 1889, t. CIX, 187 e t. CX, 149.

(6) Comptes rendus, 1890, 1° semestre 141. — Annales de chimie et de physique, t. XXI, p. 206 e 211. — Archives, t. XXI, p. 38 e p. 176. 1894.

(7) Philosophical Magazine, gennaio 1894.

(8) Zeitschrift f. phys. Ch., t. XII, p. 438. 1893.

(9) *Progrès de la cryoscopie.* Grenoble, 1889.

cola fisica è formata da una sola molecola chimica, dagli studî cennati si è venuto alla conseguenza che fra una cinquantina di corpi organici studiati, gli alcoli metilico, etilico e propilico, il fenol, l'acido acetico, l'acetone, il propionitrile, il nitroetane si mostrano polimerizzati allo stato liquido; le altre sostanze, fra le quali indicherò l'ossido d'etile, alcuni eteri composti, il tetracloruro di carbonio, la benzina e la clorobenzina invece mostrano di essere formate allo stato liquido di molecole semplici. Fra i corpi inorganici, oltre l'acqua, mostrano di essere costituiti da complessi molecolari il bromo, l'acido nitrico, l'acido solforico [1]. In quanto poi al grado della complessità delle molecole dei liquidi che sono polimerizzati, mentre Guye aveva in principio creduto trattarsi di molecole doppie, Ramsay e Shields deducono che per i tre alcooli cennati fra 16 e 46°, essa è:

alcool metilico . . . 3,43 volte CH_4O
» etilico . . . . 2,74 volte C_2H_6O
» propilico. . . 2,25 volte C_3H_8O.

Per l'acido acetico alla medesima temperatura, compresa fra 16° e 46°, è 3,62 volte $C_2H_2O_4$, e per l'acqua [2] è

a 0° . . . . 3,81 volte H_2O
» 50° . . . . 3 » »
» 100°. . . . . 2,66 » »
» 140°. . . . . 2,32 » »

« È poi degno di nota che per l'acido solforico Aston e Ramsay ammettono il complesso $(H_2SO_4)_{32}$.

« Mettendo in relazione questi risultati con le conseguenze che possono trarsi dal comportamento crioscopico, si viene fino ad un certo punto a conseguenze analoghe. L'importanza del problema della determinazione del numero delle molecole semplici, che si aggregano per costituire i complessi da cui sono formati i corpi allo stato liquido e solido, è certamente tale che a noi è sembrato che qualunque criterio possa dare nuovi indizî per la sua soluzione, meritava di essere discusso.

« Ora, come abbiamo già accennato, può ammettersi come molto probabile che il diverso comportamento crioscopico rispetto ai solventi diversi, p. es., acqua, benzina, acido acetico, sia dovuto al diverso disgregamento dei complessi molecolari nei varî solventi. È evidente che due cause, oltre all'azione specifica del solvente, influiscono nel caso di corpi a molecola polimerizzata a determinare il loro disgregamento in molecole semplici, e sono esse la temperatura e la concentrazione della soluzione. Se noi compariamo il comporta-

[1] E. Acten e W. Ramsay. Journal of the Chem. Soc.. t. LXV, p. 167.
[2] Ramsay e Joung, Reibletter, 18, 31.

mento dell'alcool nell'acqua, studiato dal Raoult [1] e nella benzina studiato da Beckmann e da uno di noi, troviamo che nell'acqua l'alcool produce, sino alla concentrazione di gr. 100 di acqua per gr. 10,54 di alcool un'abbassamento di temperatura nel punto di congelamento esattamente proporzionale alla concentrazione; con l'aumentare della concentrazione la proporzionalità cessa, ma anche per una soluzione contenente per 100 di acqua sino a 70,15 di alcool non si ha uno scarto enorme; infatti l'abbassamento termometrico essendo di 0°,97 per 2,47 % di alcool, dovrebbe essere 27°,54 per 30°,15 mentre è invece di 32°,10. Nella benzina le cose vanno assai diversamente come risulta dalle esperienze molto concordi di Beckmann e di Paternò. Questo comportamento dell'alcool sull'acqua, come quello dell'acido acetico nella benzina studiato da Hentschel e da Beckmann messo in confronto col comportamento di altri corpi, come la naftalina, la tribenzilammina, la coniina che in soluzioni anche molto concentrate danno abbassamenti normali o quasi, lascia giustificatamente supporre che la concentrazione, pure avendo una influenza, la ha in grado molto diverso, secondo la natura delle sostanze; essa è piccola quando si tratta di sostanze che hanno le molecole semplici o i cui complessi molecolari non si disgregano, mentre per tutte le sostanze che in un dato solvente danno notevoli scarti col mutar della concentrazione si può supporre che siano costituite da molecole complesse, che in quel solvente si disgregano tanto più facilmente quanto maggiore è la diluizione.

« Ed è importante il costatare che l'alcool, il fenol e l'acido acetico che, secondo gli studî di Guye e di Ramsay e dei suoi collaboratori, hanno molecole complesse, sono appunto quei corpi che più marcatamente col criterio crioscopico conducono alla stessa conseguenza. In quanto al numero delle molecole semplici che costituiscono gli aggregati delle molecole polimerizzate, il criterio crioscopico porta però a risultati diversi da quelli ottenuti con gli altri metodi.

« Così per l'alcool etilico il fatto che la temperatura di congelamento della sua soluzione benzolica al 20 % conduce ad un peso molecolare per lo meno sei volte quello corrispondente a C_2H_6O, e la considerazione che non è logico supporre che anche in tali condizioni non vi siano molecole di alcool disgregate, lascia credere che questo numero 6 rappresenti una media fra molecole polimerizzate, molecole disgregate e forse anche molecole disgregate parzialmente. Onde il criterio crioscopio conduce a supporre nell'alcool liquido complessi molecolari costituiti da molto più di 6 molecole semplici.

« Ramsay e Shields hanno trovato con i loro calcoli 2,74; ma questo numero è per la temperatura ordinaria, mentre il risultato crioscopico è relativo ad una temperatura di poco al disopra dello 0°. Ciò serva a provare che se dalla tensione superficiale molecolare e dalla densità critica si possono trarre

[1] Annales, t. XXI, p. 217. 1880.

degli indizî per la complessità molecolare dei liquidi, non si può almeno per ora stabilire dai dati ottenuti il grado della complessità delle molecole, ed è necessario, per venire a conseguenze attendibili, esaminare il problema da tutti i suoi lati.

« A noi è sembrato che oltre alle considerazioni che brevemente abbiamo accennato, relative al comportamento crioscopico, molta luce sullo studio della complessità molecolare dei liquidi ed anche dei solidi avrebbe dovuto gettare lo studio dei fenomeni termici e delle variazioni di volume che accompagnano il miscuglio di due liquidi o di un liquido ed un solido.

« Si presenta invero come molto probabile la supposizione che il disgregamento dei complessi molecolari debba essere accompagnato, oltrecchè di un assorbimento di calore, da un allontanamento delle molecole semplici che costituivano la molecola polimerizzata.

« E però se alla benzina si aggiunge dell'alcool, che, secondo tutte le probabilità, è uno dei corpi in cui la esistenza di molecole complesse può dirsi più solidamente stabilita, deve aversi una dilatazione e però una diminuzione di peso specifico nel miscuglio.

« Similmente, essendo più che probabile che l'acido acetico abbia delle molecole complesse, e risultando dall'altro lato dalle esperienze di uno di noi (¹) che l'acido acetico nell'acqua ha la molecola semplice, ne viene come conseguenza che l'atto della soluzione dell'acido acetico nell'acqua deve condurre ad un abbassamento di temperatura quando la quantità dell'acido acetico che si scioglie nell'acqua è piccola e tale che l'idrato che tende a formarsi debba per la diluizione rimanere dissociato. E questo modo di vedere ha piena conferma nei fatti, dappoicchè già Bouty e Buiguet (²) avevano trovato che aggiungendo a 50 cc. di acido acetico 15 cc. di acqua si ha un abbassamento di temperatura di 2°,5; mentre continuando ad aggiungere altri 35 cc. di acqua si osserva uno innalzamento di temperatura di 0°,5. Più recentemente J. Thomsen (³) che ha studiato attentamente il fenomeno, senza per altro averne data la spiegazione, ha trovato che si ha assorbimento di calore fino a che la quantità di acqua non superi il rapporto di 8 molecole di acido acetico per 100 di acqua; al di là si ha invece svolgimento di calore. È bensì vero che l'acido formico non dà, anche in soluzioni diluite, assorbimento di calore, ma lo studio crioscopico dell'acido formico non è stato fatto con cura. Del resto i fenomeni di cui ci occupiamo sono così complessi che il discernere gli effetti dovuti ad una causa, da quelli dovuti ad un'altra, è problema di estrema difficoltà, la cui soluzione può solo attendersi da uno studio esteso, e da un'analisi minuta di una grande quantità di dati speri-

(¹) Gazz. chimica 1889, p. 679.
(²) Annales, t. IV, p. 14. 1865.
(³) Thermochemischen Untersuchungen, t. III, p. .

mentali. Noi abbiamo iniziato un tale studio, ma per il momento dobbiamo limitarci a render conto di talune esperienze preliminari che abbiamo fatto sui mutamenti di volume dei miscugli di benzina con altri liquidi.

« Tra questi, per le ragioni che abbiamo esposte, abbiamo prima di tutto scelto degli alcooli, perchè gli alcooli sono appunto le sostanze in cui può dirsi, con maggiore evidenza provata, l'esistenza dei complessi molecolari; abbiamo pure esperimentato con qualche acido e con l'anetolo.

« Due ordini di difficoltà sperimentali si presentavano per conseguire risultati esatti.

« La prima l'impossibilità di fare le esperienze ad una temperatura ben determinata (p. e.: 0° a 100°); l'altra quella di togliere dai picnometri l'aria aderente alle pareti, per il giustificato timore che facendo il vuoto nelle boccette ripiene potesse mutare la concentrazione del miscuglio. Per rimuovere quest'ultima difficoltà abbiamo fatto uso di boccette a vasi comunicanti dei quali uno è costituito da un recipiente di circa cc. 50 e l'altro formato da tubo sottile; l'uno e l'altro terminano con due imbuti chiusi da turacciolo smerigliato.

« Da un lato la boccetta era messa in comunicazione con la macchina pneumatica, dall'altro per mezzo d'un tubo sottile munito di un rubinetto, col recipiente contenente il liquido da studiare; fatto il vuoto nella boccetta, si apriva il rubinetto, e così si operava il riempimento senza bisogno di ricorrere ad altro mezzo per espellere l'aria aderente alle pareti.

« Per ciò che concerne la temperatura abbiamo operato a temperatura ordinaria; però onde rendere le determinazioni comparabili abbiamo usato contemporaneamente almeno tre boccette, contenente ciascuna i due liquidi da esaminarsi, l'altra o le altre il loro miscuglio. Le tre boccette erano lasciate per una notte in un grande recipiente di acqua, l'indomani portate al punto di affioramento e pesate. Il volume delle boccette era stato previamente determinato con acqua a temperature diverse, poco lontane, che comprendevano i limiti delle esperienze. Per evitare nelle pesate le correzioni dello spostamento dell'aria, abbiamo sempre usato come tara una boccetta dello stesso volume delle altre.

« Il peso specifico teorico del miscuglio, esclusa ogni mutazione di volume, fu calcolato con la formola

$$D = \frac{dd_1 (p + p_1)}{pd_1 + p_1 d}$$

nella quale p e p_1 indicano i pesi dei due liquidi che si mescolavano, d e d_1 le loro rispettive densità:

« I risultati ottenuti sono i seguenti:

Alcool metilico — Temperatura = 17°.88.

Alcool metilico per 100 di benzina	Densità calcolata	Densità trovata	Differenza
0,0	—	0,88075	—
10,5501	0,87076	0.87037	0,00039
100	—	0,79431	—

Alcool etilico — Temperatura = 16°.88.

0,0	—	0,88176	—
1.1760	0,88064	0,88019	0,00045
18,6146	0,86437	0,86336	0,00101
100,0	—	0,79535	—

Alcool etilico — Temperatura = 17°.45.

0,0	—	0,88138	—
5,9061	0,87580	0,87484	0,00096
7,2193	0,87457	0,87360	0,00097
100,0	—	0,79553	—

Alcool isopropilico — Temperatura = 18°.86.

0,0	—	0,87988	—
4,3287	0,87629	0,87488	0,00141
100,0	—	0,80391	—

Alcool isobutilico — Temperatura = 17°.88.

0,0	—	0,88075	—
6,8434	0,87503	0,87401	0,00103
100,0	—	0,80399	—

Alcool caproico — Temperatura = 18°.86.

0,0	—	0,87988	—
4,3625	0,87707	0,87626	0,00081
100,0	—	0,81976	—

Alcool benzoico — **Temperatura** = 18°.16.

0,0	—	0,88033	—
5,0794	0,88663	0,88759	—0,00096
100,0	—	1,02351	—

Alcool diossietilisopropilico — **Temperatura** = 18°.16.

0,0	—	0,88033	—
7,0807	0,88407	0,88443	0,00036
100,0	—	0,93644	—

Acido acetico — **Temperatura** = 17°.22.

0,0	—	0,88153	—
3,6332	0,88675	0,88544	0,00131
6,0167	0,89021	0,88793	0,00228
7,5223	0,89241	0.88992	0,00249
100,0	—	1,05208	—

Acido isobutirico — **Temperatura** = 18°,46

0,0	0,88023	—	—
19,2450	0,89069	0,88922	—0,00147
100,0	0,95069	—	—

Anetolo — **Temperatura** = 19°.43.

0,0	0,87952	—	—
3,5473	0,88264	0,88332	0,00068
11,5337	0,89108	0,89184	0,00076
26,8132	0,90733	0,90863	0,00130
100,0	0,99865	—	—

« A provare l'attendibilità dei numeri da noi ottenuti ci basti osservare che nel corso delle nostre esperienze, abbiamo dovuto determinare varie volte la densità della benzina e che i numeri ottenuti sono stati i seguenti:

0,88176	alla temperatura di	16°,88
0,88153	» » »	17°,22
0,88138	» » »	17°,45
0,88075	» » »	17°,86
0,88075	» » »	17°,88
0,88032	» » »	18°,16
0,88023	» » »	18°,46
0,87988	» » »	18°,86
0,87952	» » »	19°,43

« Ora sapendo per le determinazioni di Games Paternò e Pisati (1) che la densità della benzina è a 19° = 0,883575 ed a 25° = 0,872627 si scorge subito che i dati oggi ottenuti sono degni di tutta fiducia. Ciò è anche confermato dalle due serie di determinazioni fatte con i miscugli di benzina ed alcool etilico.

« Poche conseguenze in vero possono trarsi dalle nostre esperienze. E se conformemente alle nostre previsioni abbiamo ottenuto (probabile indizio d'un disgregamento e però dell'esistenza di complessi molecolari) una piccola dilazione nel miscuglio della benzina cogli alcooli metilico, etilico, isopropilico, isobutilico e caproico e con l'acido acetico, la generalità della nostra supposizione viene contradetta dalla contrazione osservata nei miscugli di benzina con gli alcooli benzoico e diossietilisopropilico (etere bietilico della glicerina) e con l'acido isobutirico, sostanze tutte che crioscopicamente nella benzina si comportano quali formate da complessi molecolari.

« La dilatazione invece osservata nel miscuglio della benzina con l'anetolo, non contradice le nostre idee perchè l'anetolo ha un comportamento crioscopico non del tutto regolare (2).

« È degno di nota che nelle esperienze sopraesposte, nei casi in cui abbiamo studiato miscugli di concentrazione varia, abbiamo osservato che la dilatazione cresce col crescere della quantità di altro liquido aggiunto alla benzina. Evidentemente dovrà pervenirsi ad un massimo che cercheremo di determinare.

« La natura preliminare delle esperienze che abbiamo esposto ed il loro numero relativamente piccolo non ci autorizza ad estenderci in altre considerazioni, ed a noi basta aver richiamato per ora l'attenzione dei Chimici sulla

(1) Gazzetta chimica, t. III, 576.
(2) Paternò, Gazzetta chimica, XIX, 664; e Paternò e Nasini, Gazzetta chimica 1888.

possibilità di trarre dalla crioscopia, dalla termochimica e dai mutamenti di volumi che accompagnano le soluzioni, nuovi criterî per stabilire l'esistenza di aggregati molecolari e forse anche di determinare la massima complessità.

« Noi continueremo queste ricerche del resto appena iniziate e non solo ci occuperemo dei mutamenti di volumi che accompagnano il miscuglio dei varî liquidi, ma l'estenderemo al miscuglio di liquidi e solidi, studiando parallelamente i fenomeni termici, che senza dubbio molto varranno a chiarire l'argomento.

« Nelle ricerche sui miscugli dei liquidi, a rendere più facile la parte sperimentale, sostituiremo alla benzina il toluene il quale ha il vantaggio di bollire al disopra di 100° e di non solidificarsi a 0°. Ragioni di analogia ci fanno fondatamente supporre che il toluene, come la benzina, non ha potere disgregante sui complessi molecolari, tranne che in soluzioni molto diluite ».

Matematica. — *Altre osservazioni sulle assintotiche delle rigate appartenenti ad una congruenza lineare.* Nota del prof. GIULIO PITTARELLI, presentata dal Socio CREMONA.

Rigate qualunque.

Congruenza a direttrici coincidenti.

« Continuando alla Nota inserita a pag. 111 del fascicolo precedente, sia ora il fascio di complessi:

1) $$z_{14} - z_{23} + k z_{12} = 0\,.$$

che si tagliano secondo una congruenza avente l'unica direttrice $z_{12} = 0$.

« In questo caso tra' determinanti $a_i\, b_j - a_j\, b_i$ dovranno passare le relazioni

$$a_1\, b_2 - a_2\, b_1 = 0\;,\; a_1\, b_4 - a_4\, b_1 = a_2\, b_3 - a_3\, b_2\,.$$

« La prima dà, come innanzi,

$$a_1 u + b_1 = \varphi_1\,(au + b)\;,\; a_2 u + b_2 = \varphi_2\,(au + b)$$

ed all'altra si può dare, con questi valori di $a_1\, b_1$, $a_2\, b_2$ la forma:

2) $$\frac{ab_3 - a_3 b}{\varphi_1} = \frac{ab_4 - a_4 b}{\varphi_2} = \psi\,,$$

poniamo.

« Di quì possiamo ricavare, eliminando b_3 e b_4,

$$a_3 u + b_3 = \frac{a_3}{a}\,(au + b) + \varphi_1\,\frac{\psi}{a}$$

$$a_4 u + b_4 = \frac{a_4}{a}\,(au + b) + \varphi_2\,\frac{\psi}{a}\,.$$

« Nulla viene di porre

$$a_3 = a\varphi_3 \ , \ a_4 = a\varphi_4 \ , \ \psi = a\varphi \ ;$$

ed allora le eq.[i] della superficie si scriveranno così, posto sempre $f = au + b$,

3) $$x_1 = \varphi_1 f \ , \ x_2 = \varphi_2 f \ , \ x_3 = \varphi_3 f + \varphi_1 \varphi \ , \ x_4 = \varphi_4 f + \varphi_2 \varphi \ .$$

Quì pure è da avvertire che dev'essere

$$\varphi_1 \varphi_4 - \varphi_2 \varphi_3 \gtrless 0 \ ;$$

chè, altrimenti, si potrebbe scrivere,

$$\varphi_3 = \lambda \varphi_1 \ , \ \varphi_4 = \lambda \varphi_2 \ ,$$

e così le 3) darebbero

$$x_1 = \varphi_1 f \ , \ x_2 = \varphi_2 f \ , \ x_3 = \varphi_1 (\lambda f + \varphi) \ , \ x_4 = \varphi_2 (\lambda f + \varphi)$$

donde poi l'iperboloide

$$x_1 x_4 - x_2 x_3 = 0 \ ,$$

che escludiamo.

« L'eq°. di un punto della sup. è

$$(\varphi_1 \xi_1 + \varphi_2 \xi_2 + \varphi_3 \xi_3 + \varphi_4 \xi_4) f + (\varphi_1 \xi_3 + \varphi_2 \xi_4) \varphi = 0 :$$

essa è dunque quella di un punto sulla retta che unisce i due punti

$$\varphi_1 \xi_3 + \varphi_2 \xi_4 = 0 \ , \ \varphi_1 \xi_1 + \varphi_2 \xi_2 + \varphi_3 \xi_3 + \varphi_4 \xi_4 = 0 \ .$$

« Il primo punto ha per coordinate $(0 , 0 , \varphi_1 , \varphi_2)$ ed appartiene alla retta $x_1 = x_2 = 0$ direttrice della congruenza. Il secondo punto appartiene ad una curva gobba definita dalle

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \varphi_1 : \varphi_2 : \varphi_3 : \varphi_4$$

« Trasformando in altro modo le eq.[i] 2) potremo ottener formole che, se rispetto alle 3) perdono simmetria, guadagnano in semplicità per la scomparsa in esse di una funzione φ.

« Scriviamo la 2) così:

$$\frac{a_3 \varphi_2 - a_4 \varphi_1}{a} = \frac{b_3 \varphi_2 - b_4 \varphi_1}{b} = \varphi_2 \varphi_3 \ , \text{ poniamo.}$$

« Se ne ricava

$$a_3 = \frac{a_4}{\varphi_2} \varphi_1 + a\varphi_3 \ , \ b_3 = \frac{b_4}{\varphi_2} \varphi_1 + b\varphi_3 \ ;$$

e ponendo

$$c = \frac{a_4}{\varphi_2} \ , \ d = \frac{b_4}{\varphi_2} \ , \ g = cu + d \ ,$$

le eq.[i] della superficie si scriveranno così:

4) $$x_1 = \varphi_1 f \ , \ x_2 = \varphi_2 f \ , \ x_3 = \varphi_3 f + \varphi_1 g \ , \ x_4 = \varphi_2 g \ .$$

« Onde poi l'eq[i]. del punto è

$$(\varphi_1 \xi_1 + \varphi_2 \xi_2 + \varphi_3 \xi_3) f + (\varphi_1 \xi_3 + \varphi_2 \xi_4) g = 0 \ ,$$

ch'è un punto della congiungente i due punti

5) $$\varphi_1 \xi_3 + \varphi_2 \xi_4 = 0 \ , \ \varphi_1 \xi_1 + \varphi_2 \xi_2 + \varphi_3 \xi_3 = 0 \, ,$$

l'uno (lo stesso di quello di prima) appartenente alla direttrice rettilinea $x_1 = x_2$, l'altro di coordinate

6) $$x_1 = \varphi_1 \ , \ x_2 = \varphi_2 \ , \ x_3 = \varphi_3 \ , \ x_4 = 0$$

appartenente ad una curva piana definita da queste ultime eq.i La curva poi taglia la retta $x_1 = x_2 = 0$ nel punto $(0, 0, 1, 0)$, e per quei valori di v per i quali $\varphi_3 = \infty$.

« Dalle eq.i 5) si vede che la natura della superficie dipende dalle tre funzioni φ o meglio da' loro rapporti. Ricaviamo dalle eq.i 5)

7) $$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = -\frac{\xi_4}{\xi_3} \ , \ \frac{\varphi_1}{\varphi_3} = \frac{-\xi_3 \xi_4}{\xi_1 \xi_4 - \xi_2 \xi_3} \ , \ \frac{\varphi_2}{\varphi_3} = \frac{\xi_3^2}{\xi_1 \xi_4 - \xi_2 \xi_3} \ ;$$

onde si scorge che nel risultato dell'eliminazione comparirà il determinante $\xi_1 \xi_4 - \xi_2 \xi_3$, ch'è proprietà caratteristica non solo delle superficie rigate algebriche di Cayley (1), ma delle trascendenti purchè contenute in una congruenza della specie considerata.

« Dalle 4) si traggono anche le:

8) $$\varphi_2 x_1 - \varphi_1 x_2 = 0 \ , \ \varphi_3 x_2 - \varphi_2 x_3 + \varphi_1 x_4 = 0$$

le quali danno la costruzione correlativa della superficie mediante rette comuni ai piani del fascio $\varphi_2 x_1 - \varphi_1 x_2 = 0$ per la direttrice rettilinea ed ai piani tangenti di coordinate

9) $$\xi_2 = \varphi_3 \ , \ \xi_3 = -\varphi_2 \ , \ \xi_4 = \varphi_1$$

che inviluppano un cono di vertice $\xi_1 = 0$; il quale tocca il piano $x_2 = 0$ passante per la direttrice per quei valori di v che danno $\varphi_3 = \infty$.

« Guardando le 5) e 7) si vede come la sostituzione $\begin{pmatrix} x_4 & -x_3 & x_2 & -x_1 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \end{pmatrix}$ conduca dall'eq.e tangenziale a quella in coordinate di punti, nella quale comparirà anche la funzione $x_1 x_4 - x_2 x_3$: perchè si trova

10) $$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \ , \ \frac{x_1 x_4 - x_2 x_3}{x_2^2} = -\frac{\varphi_3}{\varphi_2}$$

« L'eq.e del piano tangente nel punto x è:

11) $$(Gf - Fg)(\varphi_2 y_1 - \varphi_1 y_2) - Ff(\varphi_3 y_2 - \varphi_2 y_3 + \varphi_1 y_4) = 0$$

dove

$$F = \varphi_2 \varphi'_1 - \varphi_1 \varphi'_2 \ , \ G = \varphi_3 \varphi'_2 - \varphi_2 \varphi'_3 \, ,$$

(1) Cayley, *A second Memoir on skew Surfaces* nelle Phil. Transactions di Londra pag. 563, anno 1864; Cremona, Istituto Lombardo 1868. Una classe particolare di queste sup. algebriche s'era già nel 1861 presentata allo Chasles, tomo 53 de' Comptes Rendus.

e quella del piano polare dello stesso punto rispetto al complesso 1) è

12) $$(g + kf)(\varphi_2 y_1 - \varphi_1 y_2) - f(\varphi_3 y_2 - \varphi_2 y_3 + \varphi_1 y_4) = 0 .$$

« Identificando le due eq.^{i} 11) e 12) si ha la relazione

13) $$2Fg + (kF - G)f = 0$$

che è l'eq.^{e} in coordinate curvilinee dell'assintotica A_k per questa superficie. Da essa si vede, poichè è di 1° grado in $f:g$, che l'A_k è incontrata in un sol punto da qualunque generatrice. Siccome poi per i punti della direttrice rettilinea $x_1 = x_2 = 0$ è $f = 0$ (e g qualunque), così la A_k incontra la direttrice rettilinea ne' punti per i quali $F = 0$. I valori di v tratti da questa eq.^{e} forniscono le generatrici singolari della superficie. Infatti se la generatrice 5) (o, ch'è lo stesso, 8)) incontra la consecutiva, dovranno, insieme alle 5), valere le loro derivate rispetto a v:

$$\varphi'_1 \xi_1 + \varphi'_2 \xi_2 + \varphi'_3 \xi_3 = 0 \ , \ \varphi'_1 \xi_3 + \varphi'_2 \xi_4 = 0$$

« Eliminando le ξ_i tra queste due eq.^{i} e le due 19) si ha

$$\begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & 0 \\ \varphi'_1 & \varphi'_2 & \varphi'_3 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 \\ 0 & 0 & \varphi'_1 & \varphi'_2 \end{vmatrix} = 0$$

onde

$$(\varphi_1 \varphi'_2 - \varphi'_1 \varphi_2)^2 = F^2 = 0 .$$

È anche quì da avvertire che le funzioni F e G non possono essere identicamente nulle, nè contemporaneamente nè separatamente. Infatti se così fosse, se ne trarrebbe intanto

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \text{cost} = a \ , \ \frac{\varphi_3}{\varphi_2} = \text{cost} = b .$$

Supposto soltanto F nullo il primo rapporto darebbe il punto fisso $\xi_3 + a\xi_4 = 0$ (o il piano fisso $ax_1 - x_2 = 0$), ed essendo G diverso da zero, la superficie si ridurrebbe alle rette projettanti da quel punto i punti della curva 6) cioè ad un cono (ovvero alle rette intersezione del piano fisso coi piani tangenti al cono 9) cioè ad una curva piana inviluppata dalle sue tangenti). Se anche $G \equiv 0$, si ha una retta fissa congiungenti i due punti fissi

$$\xi_3 + a\xi_4 = 0 \ , \ \xi_1 + a\xi_2 + ab\xi_3 = 0$$

(ovvero intersezione dei due piani fissi

$$ax_1 - x_2 = 0 \quad abx_2 - ax_3 + x_4 = 0) .$$

« Se fosse solo $G \equiv 0$, la terza della 21) mostra che si avrebbe la quadrica rigata

$$\xi_1 \xi_4 - \xi_2 \xi_3 = \mu \xi_3^2$$

« Consideriamo ora sopra una generatrice $v =$ costante il punto u_d in cui essa taglia la direttrice rettilinea e il punto u_k dove taglia l'assintotica A_k. Poichè pel primo punto si ha $f = 0$ e pel secondo punto si ha la 13), così l'eq.[i] complessiva dei due punti sarà

$$2Fgf + (kF - G) f^2 = 0 . \tag{14}$$

« I parametri u, u_1 della coppia coniugata armonica alla 14) saranno ligati dall'eq.[e] polare

$$F(g_1 f + f_1 g) + (kF - G) f_1 f = 0 . \tag{15}$$

« Questa permette di scrivere l'eq[e]. del piano tangente nel punto u, v co' parametri u_1, v. Da essa infatti si trae

$$Ff(g_1 + kf_1) - (Gf - Fg) f_1 = 0$$

ed eliminando con l'aiuto di essa il rapporto $\frac{Gf - Fg}{Ff}$ dalla 11) si ha per l'eq[e]. del piano tangente

$$(g_1 + kf_1)(\varphi_2 y_1 - \varphi_1 y_2) - f_1(\varphi_3 y_2 - \varphi_2 y_3 + \varphi_1 y_4) = 0 .$$

« Or questa è l'eq[e]. del piano polare del punto $u_1 . v$ rispetto al complesso. Da questo istante noi possiamo trarre per la superficie di Cayley le stesse conclusioni che per quelle a direttrici distinte; soltanto quì la trasformazione è data dalla 15) con la curva unita 14). È inutile trascrivere queste conclusioni. Soltanto faccio osservare che, analogamente alla 14^{bis}) della Nota precedente possiamo quì scrivere

$$x_1 = -\eta_4 , x_2 = \eta_3 , x_3 = -\eta_2 + k\eta_4 , x_4 = \eta_1 - k\eta_3$$

che è la più generale reciprocità che muta l'assintotica A_k e la superficie in se stessa (¹) ».

Elettrotecnica. — *Sull'impiego dell'elettrometro a quadranti come strumento differenziale* (²). Nota dell'ing. RICCARDO ARNÒ, presentata dal Socio G. FERRARIS.

« Siano A, B e C tre punti di un circuito in cui agisce una forza elettromotrice e siano A e B le estremità di una resistenza r inserita nel circuito stesso. Se, per mezzo della variazione di tale resistenza, si fanno successivamente variare le due differenze di potenziali $V_A - V_B$ e $V_B - V_C$, esistenti rispettivamente fra i punti A, B e B, C, è sempre possibile, per mezzo di

(¹) Un caso particolare fu trovato a proposito delle 5) e 7); esso corrisponde a $k = 0$.

(²) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano in Torino.

una sola esperienza, con un elettrometro a quadranti ordinario, che non ha bisogno di essere tarato, e con un metodo di riduzione allo zero, di constatare quando, corrispondentemente ad un determinato valore della resistenza AB, quelle due differenze di potenziali risultano uguali fra di loro.

« Se si pongono infatti i due punti A e C rispettivamente in comunicazione con le due coppie Q_1, Q'_1, e Q_2, Q'_2 di quadranti opposti dell' elettrometro ed il punto B in comunicazione con l'ago h dell'elettrometro stesso, e se si indica con W il momento della coppia deviatrice, si può scrivere:

$$W = k\left[(V_A - V_B)^2 - (V_C - V_B)^2 \right],$$

ove k è una costante. Donde si vede che $W = 0$, e che non si ha quindi alcuna deviazione dell'equipaggio mobile dell'apparecchio, allorquando

$$V_A - V_B = \pm (V_B - V_C).$$

« Dunque la condizione necessaria e sufficiente perchè le due differenze di potenziali in questione siano uguali è che, pur facendo le connessioni di cui si è detto, l'ago dell'elettrometro rimanga nella sua posizione di equilibrio.

« È facile dimostrare, e ciò è più importante, che il metodo ora esposto si applica anche allorquando si tratta di constatare l'uguaglianza di due differenze di potenziali alternative efficaci $V_A—V_B$ e $V_B—V_C$, esistenti rispettivamente fra i punti A, B e B, C di un circuito in cui agisce una forza elettromotrice alternativa.

« Dicendo infatti w il momento della coppia deviatrice in un determinato istante, alla fine di un certo tempo t, e v_a, v_b, v_c rispettivamente i valori dei potenziali in A, B, C nel medesimo istante, si può scrivere:

$$w = k\left[(v_a - v_b)^2 - (v_c - v_b)^2 \right].$$

Ciò posto, moltiplicando ambo i membri di questa equazione per dt ed integrando fra i limiti O e T, ove T è il periodo della forza elettromotrice alternativa, si ha:

$$\int_0^T w\, dt = k\left[\int_0^T (v_a - v_b)^2\, dt - \int_0^T (v_c - v_b)^2\, dt \right],$$

od ancora, dividendo ambo i membri per T:

$$\frac{1}{T}\int_0^T w\, dt = k\left[\frac{1}{T}\int_0^T (v_a - v_b)^2\, dt - \frac{1}{T}\int_0^T (v_c - v_b)^2\, dt \right].$$

Indicando quindi con W il valore medio del momento della coppia deviatrice, si ha finalmente:

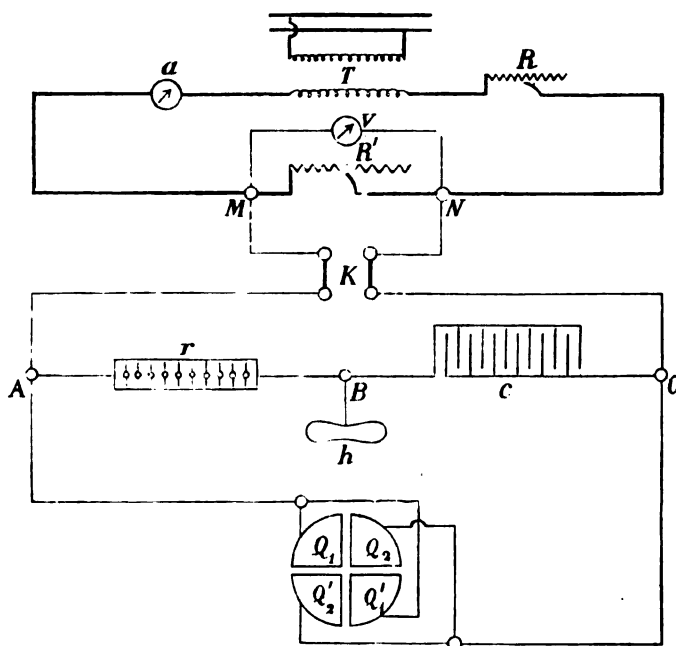
$$W = k\left[(V_A - V_B)^2 - (V_C - V_B)^2 \right],$$

dalla quale equazione si deduce che $W = 0$ quando

$$V_A - V_B = \pm (V_B - V_C) .$$

« Dunque anche in questo caso la condizione necessaria e sufficiente perchè le due differenze di potenziali alternative efficaci di cui si tratta siano uguali è che non si abbia alcuna deviazione dell'equipaggio mobile dello strumento.

« Il modo stesso, con cui è stata dimostrata l'applicabilità del metodo nel caso di differenze di potenziali alternative, pone in evidenza un fatto notevole, quello cioè che il metodo stesso, lungi dall'essere soltanto applicabile nel caso in cui la forza elettromotrice che si prende a considerare sia sinusoidale, è affatto generale e quindi rigorosamente applicabile qualunque sia la legge con cui varia la forza elettromotrice medesima in funzione del tempo.

« Il metodo suesposto, che molto opportunamente si potrebbe denominare *metodo dell'elettrometro differenziale*, può ricevere varie utili applicazioni, tra le quali, per esempio, quelle che si riferiscono alla misura delle capacità

elettrostatiche e delle induttanze, nel qual caso basta avere a disposizione, oltre all'elettrometro a quadranti, adoperato nel modo che è stato detto, una differenza di potenziale alternativa fra due punti A e C ed un reostato AB privo di antoinduzione, come ad esempio un'ordinaria cassa di resistenza.

« Per sperimentare, dopo aver disposto quest'ultima tra i due punti A e C ed in serie col condensatore o con la spirale, di cui si deve determinare rispettivamente la capacità e l'induttanza, si pongono i due punti A e C in comunicazione con ciascuna coppia di quadranti opposti dell'elettrometro ed il punto B in comunicazione con l'ago dell'elettrometro stesso. Così disposte le cose, in generale l'equipaggio mobile dell'apparecchio devierà di un certo angolo, ma si potrà sempre far variare per tentativi la resistenza AB fino a che l'ago ritorni nella sua posizione di equilibrio. Dal valore r della resistenza, che si trova inserita tra A e B quando tale condizione è soddisfatta, si deduce allora immediatamente la capacità c del condensatore o l'induttanza L della spirale, su cui si esperimenta.

« Detta infatti I l'intensità efficace della corrente alternativa si può scrivere:

$$V_A - V_B = r\,I\,.$$

Inoltre, incominciando a considerare il caso della misura della capacità elettrostatica di un condensatore, si ha pure, trattando la forza elettromotrice alternativa che agisce nel circuito come sinusoidale:

$$V_B - V_C = \frac{1}{2\pi n c}\,I\,,$$

ove π è il rapporto della circonferenza al diametro, ed n la frequenza della corrente alternativa. E poichè, quando l'ago dell'elettrometro è a zero:

$$V_A - V_B = V_B - V_C\,,$$

si deduce immediatamente:

$$r = \frac{1}{2\pi n c}\,,$$

ossia:

$$c = \frac{1}{2\pi n r}\,.$$

Se r è espresso in ohm, c risulta espresso in farad. Volendo invece c espresso, come torna più comodo nella pratica, in microfarad, si scriverà:

$$c = \frac{10^6}{2\pi n r}\,.$$

« Nel caso della misura dell'induttanza di una spirale si ha invece, trattando ancora come sinusoidale la forza elettromotrice alternativa che agisce nel circuito e dicendo r' la resistenza reale della spirale che si considera:

$$V_B - V_C = \sqrt{r'^2 + 4\pi^2 n^2 L^2}\,I\,.$$

E quindi:

$$\sqrt{r'^2 + 4\pi^2 n^2 L^2} = r\,,$$

donde si ricava:

$$L = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{r^2 - r'^2}\,.$$

Se r ed r' sono espressi in ohm, L risulta espresso in henry.

« Come esempio di applicazione del metodo suesposto credo utile dare i risultati di due esperienze, che ho eseguite, per verificare l'esattezza del metodo stesso, sopra due condensatori a mica, l'uno di $^1/_3$ microfarad della Casa Elliott di Londra e l'altro di $^1/_2$ microfarad della Casa Carpentier di Parigi.

« La forza elettromotrice alternativa, necessaria per produrre la differenza di potenziale alternativa efficace $V_A - V_C$, necessaria per i miei esperimenti, era generata nella spirale secondaria di un trasformatore Ganz T, la spirale primaria del quale era alimentata dalla corrente alternativa fornita da un alternatore Thury della Società Piemontese di Elettricità. Come si vede dalla figura, le cose erano disposte in guisa che, pur avendo fra le estremità della spirale secondaria di T una differenza di potenziale costante, si potesse, mediante due reostati R ed R', variare a piacimento la differenza di potenziale alternativa efficace $V_A - V_C$, rappresentata dalla differenza di potenziale fra le estremità M ed N del reostato R' e misurata per mezzo di un voltometro di Cardew v. In a è rappresentato un amperometro, in K un interruttore a mercurio, in r una cassa di resistenza della Casa Carpentier, in c il condensatore da sperimentare, in Q_1, Q'_1 e Q_2, Q'_2 le due coppie di quadranti opposti di un elettrometro a quadranti di Mascart ed in h l'ago dell'elettrometro stesso, supposto, per maggior chiarezza della figura, portato fuori dell'apparecchio. La lettura era fatta col metodo di Thomson con specchio concavo e scala trasparente, la cassa metallica dello strumento era posta in comunicazione con la terra e tutti gli apparecchi erano, per mezzo di blocchi di paraffina e di lastre di ebanite, accuratamente isolati.

« Le esperienze furono eseguite con una differenza di potenziale alternativa efficace fra i due punti A e C uguale a 100 volt. La frequenza della corrente alternativa era 42. In tali condizioni l'ago dell'elettrometro rimaneva nella sua posizione di equilibrio in corrispondenza di un valore di r uguale a 11.180 ohm per il condensatore di $^1/_3$ microfarad, ed uguale a 7.820 ohm per il condensatore di $^1/_2$ microfarad.

« Si ricava quindi, nel primo caso:

$$c = 0{,}339 \text{ microfarad},$$

e nel secondo caso:

$$c = 0{,}485 \text{ microfarad}.$$

« E poichè, tanto nella prima quanto nella seconda esperienza, si osservava una deviazione sensibile dell'immagine luminosa sulla scala allorquando si faceva variare la resistenza r di 10 ohm, ne risulta che le approssimazioni con cui quei risultati furono ottenuti sono di 0,0004 microfarad (0,12 °/₀) per la prima esperienza e 0,0006 microfarad (0,12 °/₀) per la seconda esperienza ».

Fisica. — *Sulla distribuzione del magnetismo indotto nel ferro.* Nota di M. ASCOLI e F. LORI, presentata dal Socio BLASERNA.

« 1. Coi metodi e gli strumenti descritti in alcune Note precedenti (¹), abbiamo ripreso lo studio della distribuzione del magnetismo nell'interno di un cilindro di ferro immerso in un campo uniforme. Nostro scopo era di precisare, meglio che non sia stato fatto nell'unico caso considerato nell'ultima delle dette Note, la legge di variazione dell'intensità indotta al variare della distanza dall'asse del cilindro, di esaminare come tale legge si modifichi al variare del rapporto tra la lunghezza e il diametro del cilindro, di studiare infine l'andamento della forza magnetizzante risultante e del fattore smagnetizzante.

« 2. Il cilindro è costituito di 127 fili di ferro del diametro medio di cm. 0,095. Intorno ad un filo centrale è collocato un primo strato di 6 fili, su questo un 2° di 12 e così via altri 4 di 18, 24, 30, 36. Al centro di ciascuno di questi 6 strati è avvolta una spirale di filo di rame sottilissimo (diam. 0,01) formata di 50 spire sopra un solo strato. Le 6 spirali, che dovevano introdursi successivamente nel circuito del galvanometro balistico, avevano tutte, insieme ai fili di congiunzione, la medesima resistenza elettrica, in modo che potevano venir sostituite l'una all'altra senza alterare la resistenza totale del circuito secondario. Questa disposizione permetteva di eseguire rapidamente le misure e i calcoli. Il cilindro, nella prima esperienza, aveva la lunghezza di cm. 58,5, nelle successive veniva man mano accorciate tagliandone, con una sottile sega di acciaio, due lunghezze uguali alle estremità, in modo che le 6 eliche rimanessero sempre al centro. Le esperienze furono fatte sopra 9 lunghezze diverse. Il sistema delle 6 eliche, malgrado la sottigliezza del filo, produceva al centro un sensibile rigonfiamento, abbiamo tuttavia dovuto preferire questo metodo a quello descritto nella citata Nota, che ci avrebbe obbligato a sfasciare e ricomporre il fascio e l'elica secondaria più di 50 volte; ciò non solo avrebbe richiesto lunghissimo tempo ma avrebbe prodotto facilmente qualche alterazione nelle proprietà magnetiche del metallo troppo maneggiato. Non abbiamo però mancato di verificare, come ora diremo, che questa deformazione del cilindro è senza sensibile effetto sul risultato.

« Nella ora accennata disposizione ciascuno strato di ferro è compreso tra due eliche secondarie, la prima di queste comprende un nucleo di 7 fili. Agli estremi di ciascuna elica sono saldati due grossi fili di rame amalga-

(¹) V. M. Ascoli, Rendiconti, vol. III, pag. 176, 279, 314, 377.

mato immersi in una serie di 7 bicchierini di mercurio, come è indicato schematicamente nella fig. 1. Paralleli a questa serie stanno due canaletti di mercurio c, c' in comunicazione col galvanometro balistico G. Due grossi fili di rame a b servono a mettere in comunicazione col galvanometro una

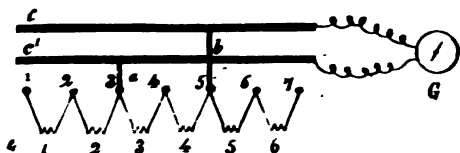



Fig. 1.

qualunque delle eliche o due successive (come la 3ª e 4ª della figura). Le estremità delle eliche sono disposte in modo da dare al galvanometro deviazioni balistiche opposte, per modo che quando due successive sono in circuito il galvanometro misura il flusso magnetico che attraversa l'area anulare compresa tra di esse. Durante la prima misura si introduce nel circuito la sola elica 1ª (aggiungendo, mediante una cassetta, una resistenza uguale a quella di un'elica); nelle altre 5 misure se ne introducono due successive (1ª e 2ª, 2ª e 3ª, ecc.); colla 1ª si ha il flusso passante attraverso il nucleo centrale di 7 fili, colle altre 5 il flusso passante pei 5 strati.

« La deviazione balistica era ottenuta invertendo la corrente nell'elica magnetizzante; questa era lunghissima (2 m.) del diam. interno di 5 cm. e portava 15,25 spire per cm. La corrente, data da 30 elementi Daniell, era misurata da un amperametro Siemens a torsione.

« Scopo delle misure è di determinare la intensità della magnetizzazione indotta. Perciò bisogna anzitutto riferire a uguali sezioni i valori del flusso misurati per sezioni diverse, cioè di 7, 12, 18, 24, 30 e 36 fili. Abbiamo riferito tutto alla sezione di 6 fili cioè divisa la 1ª deviazione per $\frac{7}{6}$, le altre per 2, 3, 4, 5 e 6. I numeri così ottenuti sono proporzionati alla *induzione* magnetica, ed anche, molto approssimatamente, all'intensità.

« Trattandosi di studiare delle variazioni, non è necessario ridurre i numeri in misura assoluta, e perciò nella maggior parte delle tabelle che seguono l'unità è il millimetro della scala galvanometrica. Tuttavia, per confrontare alcuni dei nostri risultati con quelli di altri autori, si credette di determinare anche il coefficiente di riduzione in misura assoluta.

« Il diametro del nucleo di n fili contenuto entro ciascuna elica indotta si calcola, come quello di un cilindro compatto di egual sezione, colla formola $0{,}095\sqrt{n}$.

« Per i 6 nuclei abbiamo

$$n = \quad 7 \quad 19 \quad 37 \quad 61 \quad 91 \quad 127$$

ai quali corrispondono i semidiametri

$$r = \quad 0{,}125 \quad 0{,}207 \quad 0{,}289 \quad 0{,}371 \quad 0{,}453 \quad 0{,}535$$

« Le circonferenze che hanno questi raggi dividono la sezione in 6 regioni, per ciascuna delle quali l'esperienza misura il flusso medio. Tale valor medio, va attribuito a punti la cui distanza dall'asse si calcola come è detto nella Nota citata. Le distanze così calcolate sono

$\varrho' =$ 0,083 0,166 0,248 0,330 0,411 0,494

che, espresse in frazione del raggio del cilindro (0,535), diventano

$\varrho =$ 0,155 0,310 0,464 0,617 0,768 0,923

« Le lunghezze esaminate sono 9, cioè

$l =$ cm. 58,5 39,5 29,7 23,7 18,7 13,9 10,7 8,6 6,0.

« Queste, espresse in diametri del cilindro (1,071) diventano

$\lambda =$ 54,6 36,9 27,7 22,1 17,5 13,0 10,0 8,0 5,6

« Chiudiamo questo cenno descrittivo ricordando che, prima di far la lettura del galvanometro, la corrente veniva invertita gran numero di volte; la lettura era poi sempre fatta per le due inversioni opposte della corrente; delle due, sempre concordantissime, si prendeva la media.

« Osserviamo infine che la inversione dà il doppio del flusso esistente; ma, siccome ciò si ripete in tutte le misure, è inutile tenerne conto.

« 3. *Verifiche e correzioni.* L'influenza della deformazione sopra notata e dovuta alle eliche interne, deve essere esaminata. In tre modi abbiamo potuto constatare che essa, per l'attuale lavoro, è trascurabile.

« In primo luogo abbiamo fatto una verifica diretta, misurando il flusso totale passante per un cilindro di 127 fili lunghi 8 cm. e non contenente eliche, e ripetendo la stessa misura per lo stesso fascio colle 5 eliche interne. Ecco i risultati ottenuti per due diverse correnti magnetizzanti (espresse in amp.)

Corrente 0,15 senza eliche 31,6 colle eliche 32,8

" 1,00 " " 234,1 " " 242,9

La differenza, nel senso prevedibile (1), è sensibile ma piccola e trascurabile per noi che più che i valori assoluti, abbiamo di mira le loro variazioni. Per maggiori lunghezze questa differenza andrebbe poi diminuendo rapidamente (2).

« In secondo luogo, come si vedrà, i risultati delle presenti ricerche si collegano molto bene con quello della Nota citata; ora, in quelle esperienze, il cilindro non conteneva che una sola elica ed era di sezione quasi tripla.

« In terzo luogo, come noteremo in seguito, un accordo perfetto si constata, per quanto riguarda il fattore smagnetizzante, tra i nostri e i risultati del sig. Du Bois (2).

(1) V. Rendic. Vol. III pag. 314.
(2) *Magnetische Kreise.* Berlin 1894 e Wied. Ann. 1892.

« Possiamo dunque senz'altro estendere ai cilindri compatti i risultati che otterremo per nostri fasci.

« 4. Una correzione importante è quella riguardante l'imperfetta omogeneità del materiale. Per eseguirla seguiremo il seguente metodo. Prima di formare il fascio, i 127 fili lunghi cm. 58,5, venivano divisi in 6 gruppi di 36, 30, 24, 18, 12, 7, ciascuno dei quali era destinato a formare uno degli strati del cilindro. Ciascun gruppo veniva diviso in fasci di 6 fili legati strettamente tra loro; per il gruppo di 7 i fasci di 6 fili si ottenevano rifacendo il fascio 7 volte ed escludendo ogni volta uno dei fili. Ciascun fascio rappresenta un cilindro avente la sezione di 6 fili e lungo circa 250 diametri. Avvolta una piccola elica secondaria di100 spire sopra un tubo sottile di vetro, entro il quale si poneva il fascio in modo che l'elica corrispondesse al suo centro, e collocato tutto nel campo dell'elica induttrice, si determinava col variar della corrente in questa, la curva magnetica, avente per ascisse le intensità della corrente magnetizzante e per ordinate le letture al galvanemetro (divise per 2 per esser confrontabili colle misure fatte con 50 spire). Queste curve, vista la lunghezza del fascio, si possono confondere sensibilmente colle curve normali. I punti ottenuti per i fasci appartenenti al medesimo gruppo erano segnati come appartenenti ad una medesima curva; questa veniva tracciata in modo da rappresentare il risultato medio per i detti fasci. Si ottennero così 6 curve le cui differenze dipendevano dalla non omogeneità del materiale. Si fecero poi le medie delle 6 ordinate corrispondenti alle medesime ascisse, e si tracciò con esse la *curva media*. Le differenze tra le ordinate della curva media e quelle delle singole 6 curve, danno le correzioni da farsi alle ordinate di queste per ridurle ai valori che si otterrebbero se il materiale desse tutto una curva uguale alla media. Per facilitare la riduzione si costruirono le curve aventi le correzioni per ordinate e le ordinate delle precedenti curve per ascisse. Così per ciascuna lettura al galvanometro balistico (ridotta alla sezione di 6 fili) e per ciascun strato del fascio, si ha immediatamente la correzione.

Questo metodo non è del tutto rigoroso, perchè, quando i fili sono riuniti, il magnetismo di ciascuno dipende a rigore anche da quello di tutti gli altri; tuttavia è certo che predomina di gran lunga l'influenza delle qualità proprie a ciascun strato. I seguenti esempî mostrano l'efficacia della correzione. Sono due esperienze fatte pel fascio più lungo colle correnti 0,8 e 1,6. Per tale lunghezza la distribuzione è quasi esattamente uniforme:

$i =$	0,8					
Valori non corretti	71,0	78,7	81,1	78,4	79,7	72,6
» corretti	76,7	75,0	77,5	76,9	77,6	77,1
$i =$	1,6					
Valori non corretti	148,1	152,6	157,2	151,8	153,6	140,9
» corretti	149,8	146,9	153,8	151,6	151,3	150,3

Come si vede, differenze di circa 13 unità sono ridotte a 1.

« 5. *Riduzione in misura assoluta.* Il coefficiente di riduzione si ottenne determinando la deviazione balistica data dall'induzione di una elica primaria sopra una secondaria senza nucleo posta nel suo campo. L'elica primaria, lunga 2 m., aveva il diametro interno di 5 cm. e portava 15,25 spire per cm. Per lungo tratto il suo campo era uniforme. L'elica secondaria, composta di filo di rame del diam. di cm. 0,01, portava 224 spire sopra 4 strati; il suo diametro medio era di cm. 3,122. Lo si determinò misurando, coll'approssimazione di circa 1 mm., la lunghezza totale delle 224 spire (m. 21,971). Il flusso, attraverso una sezione S di questa elica, proveniente dall'elica induttrice percorsa da una corrente i (c. g. s.) è

$$4 \,.\, \pi \,.\, 15{,}255 \,.\, i \,.\, S = \pi^2 \,.\, 15{,}255 \,.\, (3{,}122)^2 = 1467 \,.\, i$$

« Il medesimo flusso veniva espresso in parti (mm.) della scala galvanometrica coll'inversione della corrente primaria. Con 5 correnti induttrici diverse si ottenne, per il rapporto tra la deviazione in mm. e l'intensità c. g. s., i 5 seguenti valori, la cui concordanza è soddisfacente

1757 , 1761 , 1755 , 1749 , 1756 ;

la loro media è 1756

« Per una sola spira si avrebbe $\frac{1756}{224}$, e quindi, indicando con k la costante del galvanometro e con R la resistenza del circuito secondario, avremo

$$K \frac{1756}{224} = \frac{1467}{R} \tag{1}$$

« Come abbiamo già osservato, è inutile tener conto del fattore 2 dipendente dall'inversione che dà una variazione del flusso doppia del valore di questo.

« La resistenza R, che comprende il galvanometro, fu determinata mediante il ponte di W col metodo di Thomson, ecco i diversi valori ottenuti in ohm.

389,5 390,8 390,7 media 390,3

le differenze, dipendenti dal non aver preso speciali cautele durante la misura, sono insignificanti pel nostro scopo. La (1) dà

$$K = 0{,}381$$

« Le deviazioni del galvanometro balistico espresse in millim., moltiplicate per K e per la resistenza del circuito secondario in ohm., e divise pel numero delle spire dell'elica secondaria, danno il flusso in misura assoluta c. g. s.

« Nel caso nostro la resistenza del circuito secondario, determinata col motodo accennato, era 369,2 (con due eliche secondarie), il numero delle spire 50. Il flusso si ridurrà in misura assoluta col coefficiente

$$\frac{0,381 \,.\, 369,2}{50} = 2,813$$

« Si riduce all'unità di sezione dividendo per la sezione dei fasci studiati, sempre ridotta, come abbiamo detto, a 6 fili, del diametro di 0,095 ciascuno

$$\frac{2,813}{6 \frac{\pi}{4} (0,095)^2} = 66,15$$

« Con questo coefficiente si ottiene l'*induzione* magnetica. L'*intensità* si deduce sottraendo il valore del campo e dividendo per 4π; noi possiamo sempre trascurare il campo rispetto all'induzione e adoperare, nel calcolo dell'intensità, il coefficiente

$$\frac{66,15}{4\pi} = 5,264$$

« Quanto alle forze magnetizzanti e smagnetizzanti che, nelle tabelle, sono espresse in centesimi di ampère, la riduzione in misura assoluta si fa moltiplicando per

$$\frac{4\pi \,.\, 15,25}{1000} = 0,1916$$

« Finalmente i numeri esprimenti i fattori smagnetizzanti, essendo rapporti tra una forza smagnetizzante e una intensità, vanno moltiplicati per

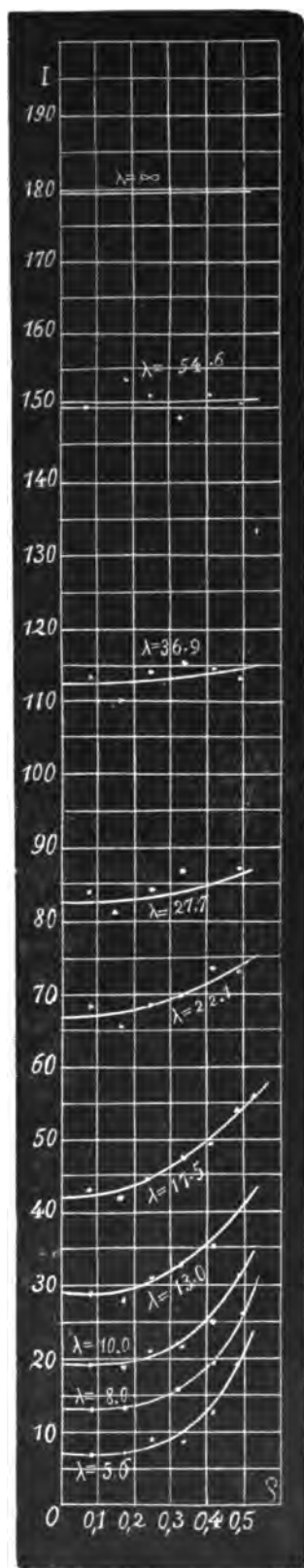
$$\frac{0,1916}{5,264} = 0,0364$$

« 6. *Risultati.* Sono riassunti nella tabella I, che dà, per le diverse intensità della corrente magnetizzante (i) e per diversi rapporti tra la lunghezza e il diametro del cilindro (λ), l'intensità della magnetizzazione a diverse distanze dell'asse (ϱ), espresse in frazione del raggio del cilindro.

TABELLA I.

$\lambda =$	54,6	36,9	27,7	22,1	17,5	13,0	10,0	8,0	5,6
				$i = 10$					
$\varrho = 0,155$	3,7	3,1	2,7	2,5	1,9	1,4	1,1	0,9	0,5
0,310	3,5	3,1	2,5	2,2	1,7	1,4	1,0	0,8	0,6
0,464	3,9	3,2	2,6	2,4	1,9	1,6	1,2	1,3	0,6
0,617	3,5	3,0	2,4	2,3	1,8	1,4	1,1	1,2	0,6
0,768	4,2	3,4	2,7	2,6	2,0	1,6	1,3	1,2	0,7
0,923	3,8	3,2	2,6	2,4	1,9	1,6	1,2	1,0	0,7

λ =	54,6	36,9	27,7	22,1	17,5	13,0	10,1	8,0	5,6
				$i = 20$					
ϱ = 0,155	8,9	8,0	5,9	4,3	4,3	3,0	2,5	1,7	1,0
0,310	9,6	8,4	5,7	5,1	3,9	3,1	2,1	1,6	1,1
0,464	11,2	8,9	6,1	5,7	4,2	3,2	2,4	1,9	1,2
0,617	9,3	7,6	5,2	4,7	3,8	3,1	2,3	1,8	1,3
0,768	11,3	9,2	6,8	5,7	4,4	3,0	2,6	2,1	1,5
0,923	11,9	9,5	6,3	5,9	4,4	3,3	2,6	2,2	1,8
				$i = 50$					
ϱ = 0,155	40,5	27,9	20,6	17,3	11,7	8,3	6,2	4,5	2,5
0,310	38,3	27,1	19,2	15,9	11,1	8,1	6,0	4,4	2,5
0,464	40,9	27,7	21,2	17,9	12,7	9,2	6,7	5,0	3,0
0,617	42,6	29,0	19,9	16,6	11,0	7,8	5,7	4,4	3,0
0,768	42,5	29,0	23,3	20,1	12,8	9,5	7,2	5,7	3,9
0,923	43,9	31,4	23,5	22,1	14,3	10,5	8,0	6,5	4,6
				$i = 80$					
ϱ = 0,155	76,7	52,0	38,2	29,9	19,7	13,6	9,6	6,8	4,1
0,310	75,0	50,3	35,8	27,6	18,8	13,0	9,0	6,6	4,0
0,464	76,9	52,9	38,7	30,0	21,0	15,2	10,6	7,9	4,7
0,617	77,6	54,7	39,5	30,3	20,3	14,0	12,1	7,0	4,4
0,768	77,1	53,9	38,0	31,7	22,0	16,0	11,9	9,3	6,1
0,923	77,8	56,0	42,3	34,6	25,5	19,1	14,5	11,9	8,0
				$i = 160$					
ϱ = 0,155	149,8	113,4	83,9	68,4	42,8	29,0	19,9	12,9	6,9
0,310	153,8	109,7	81,0	64,7	42,0	28,0	18,1	12,9	6,9
0,464	151,6	114,0	84,1	68,6	44,7	30,4	20,8	15,5	8,8
0,617	148,3	114,8	86,7	69,7	47,8	32,7	21,5	15,1	8,6
0,768	151,3	114,1	79,0	73,0	49,1	35,0	24,9	19,1	12,4
0,923	150,3	112,6	86,7	72,9	54,1	40,5	31,3	25,6	18,8
				$i = 286$					
ϱ = 0,155	...	...	...	123,8	83,8	54,8	37,8	24,7	11,0
0,310	...	...	...	121,1	84,6	56,0	35,0	23,9	11,3
0,464	...	...	...	128,0	83,9	59,4	39,7	28,1	14,6
0,617	...	...	...	130,4	90,7	64,0	44,1	31,7	16,9
0,768	...	...	...	131,2	92,7	68,0	48,7	37,5	23,3
0,923	...	...	...	132,1	96,8	74,2	57,3	47,2	34,5

« Coefficiente di riduzione in misura assoluta, per le intensità della magnetizzazione 5,264.

« I risultati generali che appariscono da questi numeri sono: Distribuzione sensibilmente uniforme per le maggiori lunghezze.

« Aumento dell'intensità dal centro alla periferia quando la lunghezza decresce; aumento grandissimo e rapido per le minori lunghezze.

« Per le minori lunghezze l'aumento dell'intensità è più sensibile colle correnti forti, colle maggiori è più sensibile colle deboli. Ad esempio per $\lambda = 54{,}6$ la distribuzione è quasi uniforme se $i = 160$ o 80, l'aumento è invece sensibile se $i = 50$ o 20; invece per le minori lunghezze l'aumento si fa sempre più sensibile al crescer dell'intensità della corrente. Questo comportamento ha ragione nella forma della curva normale come è spiegato al al § 16 della Nota citata; e dimostra che, se le correnti si fossero spinte a valori maggiori, tali che anche per i cilindri più corti, la f. m. vera fosse stata compresa tra le ascisse del 3° tratto della curva normale, si sarebbe trovato di nuovo una variazione più piccola che per le correnti più deboli.

« Nella figura 2 sono disegnate per $i = 160$ le linee aventi per ascisse ϱ e per ordinate l'intensità della magnetizzazione. L'ultima linea, corrispondente alla lunghezza $\lambda = 5{,}6$, si accorda bene con quella riportata nella Nota citata; solo non vi appare alcun minimo; ciò fa credere che quello trovato nel caso contemplato nel lavoro precedente fosse dovuto alla non omogeneità del materiale. A dir vero un minimo si manifesterebbe in quasi tutte le linee per $\varrho = 0{,}31$, ma certamente è dovuto a insufficienza della correzione accennata al § 4 od a qualche errore commesso nel determinare la curva del 2° strato; giacchè si verifica press'a poco nella stessa misura per tutte le lunghezze.

« In una prossima Nota studieremo l'andamento della forza e del fattore smagnetizzante ».

Fisica terrestre. — *Orientazione ed intensità del magnetismo permanente nelle roccie vulcaniche del Lazio* (1). Nota del dott. GIUSEPPE FOLGHERAITER, presentata dal Socio BLASERNA.

« La sistematica distribuzione del magnetismo nei giacimenti vulcanici del Lazio nel senso voluto dall'azione induttrice della Terra è l'effetto della risultante del magnetismo permanente di essi e di quello temporaneo. Ora può darsi, che tale distribuzione sia dovuta alla prevalenza del magnetismo temporaneo, mentre il magnetismo permanente può avere un'orientazione bensì sistematica ma diversa, o può essere distribuito irregolarmente e mascherato da quello indotto, o non esistere affatto; può però anche darsi che la sua orientazione sia identica a quella del magnetismo temporaneo, e che le due azioni si sommino.

« Naturalmente per risolvere tale questione si devono dividere gli effetti dovuti alle due diverse cause. A tal uopo ho staccato dalle roccie delle piccole colonnette di forma più o meno regolare avendo l'unica avvertenza, che la dimensione nel senso dell'altezza, o se mi era possibile, nella direzione dell'ago d'inclinazione fosse più marcata che quelle nelle altre direzioni.

« Merita appena che io accenni, che nello staccare le colonnette ho usate tutte le precauzioni per evitare scosse od urti, che per conto loro avrebbero potuto influire molto sulla magnetizzazione: e per questo vennero presi quasi sempre dei pezzi, che o per l'azione delle vicende atmosferiche o per altre cause si sono un po' staccati dal resto della massa rocciosa.

« Appena staccata una colonnetta, aveva l'avvertenza di segnarne subito col gesso la parte superiore, e notava poi l'orientazione e l'altezza nel banco del punto da cui era stata levata.

« Le colonnette raccolte sono 75 e provengono dalle moltissime cave e giacimenti di roccie, che si trovano sparpagliate per la Campagna romana e sui Colli laziali. Ve ne sono di tutte le categorie, nelle quali il Keller ha suddiviso le roccie vulcaniche del Lazio: la loro lunghezza varia tra 9 e 16 cm.; il peso da 100 gr. ad un kilogrammo. Nella forma non sono punto confrontabili fra loro: ora terminano verso le estremità superiore ed inferiore (stabilite dalla loro posizione sulla roccia) in superfici grossolanamente piane, ora in piramidi od altre forme, in modo che non è certamente lecito fare dei seri confronti quantitativi sulla loro intensità magnetica. Del resto per me questa è una questione di poca importanza, ed ho rinunciato assai volentieri alla forma regolare delle colonnette piuttosto che potesse sorgere il dubbio,

(1) Vedi questi Rendiconti pag. 117.

se la lavorazione e pulitura abbia alterato la distribuzione ed intensità magnetica.

« L'esame dell'orientazione del magnetismo nelle colonnette venne fatto coll'avvicinarle ad un ago calamitato liberamente sospeso in modo, che il loro presunto asse magnetico fosse normale all'asse dell'ago, come si usa nella misura dell'intensità magnetica col metodo delle deflessioni (est-ovest); in tal maniera si evita completamente il pericolo di un'induzione reciproca tra l'ago calamitato e le colonnette.

« Il risultato di tale esame fu uniforme per tutte le colonnette raccolte, *senza alcuna eccezione*: esse si manifestarono perfette calamite col polo Nord dalla parte, che sulla roccia stava in basso e col polo Sud in alto. Questa uniformità e regolarità non mi sorpresero punto, anzi si dovevano aspettare, perchè sono conformi e corrispondenti alla distribuzione del magnetismo nei giacimenti vulcanici.

« Eseguito questo primo esame, e segnata la deflessione prodotta dall'avvicinamento all'intensimetro dei due poli di ciascuna colonnetta, rovesciai quasi tutte le colonnette in modo, che il loro polo Sud venisse a trovarsi in basso ed il loro polo Nord in alto. Dopo alcuni giorni determinai nuovamente la polarità e l'intensità magnetica delle diverse colonnette, e continuai poi ad intervalli questo esame per circa tre mesi, e tuttora continua.

« Non posso quì riportare la lunghissima tabella di valori avuti dall'esame di tutte le colonnette, ma per mostrare come sia variata l'intensità magnetica per effetto del loro rovesciamento, riassumerò nella Tabella I i risultati ottenuti dall'esame assai accurato di 4 colonnette, scelte fra quelle che mostrarono maggior intensità magnetica, Ciascuna di queste colonnette venne fissata solidamente sopra una propria tavoletta, e questa poi si faceva terminare ad un punto fisso e costante del braccio dell'intensimetro a deflessione, sul quale poteva scorrere a coulisse. In questo modo era sicuro, che la distanza e la posizione relativa tra l'ago e le colonnette restavano nelle varie misure fatte ad epoche diverse sempre costanti ed invariate, e quindi le varie misure erano paragonabili tra loro.

« Per avere un'idea dell'errore che si poteva commettere nella misura dell'angolo di deflessione nel togliere e rimettere allo stesso punto le colonnette, feci una serie di 6 misure, dalla quale mi risulta, che l'errore medio di ciascuna determinazione ha il valore angolare di 0',38. L'esattezza che si raggiunge è più che sufficiente, come vedremo, per dedurre con certezza in che rapporto stiano il magnetismo permanente ed il magnetismo indotto dalla Terra nelle roccie.

« Le determinazioni fatte della deflessione prodotta dalle colonnette furono rese indipendenti dalle variazioni della declinazione procedendo nel seguente modo: si leggeva con cannocchiale e scala la posizione d'equilibrio dell'ago dell'intensimetro: veniva avvicinato alla voluta distanza un polo della

colonnetta e si notava la nuova posizione del reticolo sulla scala: si allontanava la colonnetta e si rileggeva la posizione d'equilibrio dell'ago. La differenza tra la media delle due posizioni d'equilibrio dell'ago senza colonnetta e la sua posizione sotto l'influenza di questa dà lo spostamento dovuto al magnetismo della roccia. Il processo si ripeteva per lo stesso polo tre volte, e dalla media dei tre spostamenti veniva calcolato l'angolo di deflessione.

« Coll'identico procedimento veniva determinato l'angolo di deflessione prodotto dall'altro polo della colonnetta.

« I risultati ottenuti sono raccolti nella seguente:

TABELLA I.

	30 Marzo	2 Aprile	6 Aprile	10 Apr.	17 Apr.	28 Apr.	10 Mag.	11 Giug.
A	0°58'.63	0°57'.50	0°56'.62	0°55'.53	0°53'.93	0°54'.40	0°54'.45	0°54'.1
B	0.56.77	0.56.87	0.55.87	0.54.50	0.53.60	0.53.93	0.53.99	0.53.8
C	1.47.77	1.47.02	1.45.22	1 42.66	1.40.20	1.41.06	1.41.05	1.40.35
D	—	—	3.47.47	3.39.07	3.39.27	3.39.32	3.39.32	3.39.0

« Nella 1ª riga sono segnate le varie date dell'esame: le righe successive contengono i valori ottenuti nelle diverse date per ciascuna delle 4 colonnette; questi rappresentano la somma dei due angoli di deflessione dovuti all'avvicinamento dei due poli, e quindi sono sensibilmente proporzionali all'intensità magnetica. Le colonnette A, B, C sono di tufo litoide, la D è di lava basaltina.

« Da questa tabella si scorge chiaramente, che col rovesciamento l'intensità magnetica delle colonnette ha diminuito sensibilmente, e sembra per di più che ora tale diminuzione si sia quasi arrestata. Il magnetismo permanente è quindi di gran lunga più intenso del magnetismo temporaneo, ed ha la stessa orientazione di questo, come se anch'esso fosse dovuto all'azione induttrice della Terra.

« Per accertarmi che l'indebolimento subìto dalle colonnette è dovuto realmente al fatto, che nelle colonnette rovesciate il magnetismo indotto dalla Terra agisce in senso contrario al magnetismo permanente, mentre prima del rovesciamento agiva nello stesso senso, e non dipende in modo sensibile da altre cause, ho determinato collo stesso metodo più sopra esposto l'intensità magnetica di altre due colonnette di tufo, che ebbi cura di tenere sempre verticali e diritte, come cioè erano disposte sulla roccia viva. I risultati ot-

tenuti nelle varie date sono esposte nella seguente tabella: il significato delle cifre raccolte nelle diverse righe è eguale a quello della tabella antecedente.

TABELLA II.

	6 Aprile	10 Aprile	17 Aprile	28 Aprile	10 Maggio	11 Giugno
A′	0°.54′.65	0°.55′.15	0°.54′.40	0°.54′.40	0°.54′.52	0°.54′.18
B′	1.26.63	1.26.87	1.25.97	1.26.63	1.26.73	1.26.0

« Da questa tabella si scorge, che l'intensità magnetica non ha in questo caso variato, o al più le variazioni sono così piccole, che cadono entro i limiti degli errori d'osservazione: però con ciò non viene escluso il caso, che a periodo più lungo possa aver luogo qualche diminuzione, come succede nelle calamite comuni.

« Senza volere dare troppo peso o troppa generalità ai risultati sopra esposti faccio notare, che il rapporto fra le intensità magnetiche delle colonnette di tufo prima e dopo il rovesciamento è in media 16:15 mentre che per la lava basaltina è 28:27; queste cifre possono dare luce del rapporto, che esiste tra il magnetismo permanente e quello indotto dalla Terra, in queste due specie di roccie vulcaniche.

« Come è stato di già detto, le colonnette scelte per questo accurato esame del loro magnetismo sono fortemente magnetiche: ma anche tutte le altre colonnette di queste due specie di roccie (30 di tufo e 12 di lava basaltina [1]) sono state trovate abbastanza fortemente magnetizzate, e si sono comportate tutte nel medesimo modo: il rapporto cioè tra il magnetismo temporaneo e quello permanente è piccolo, ed il magnetismo permanente è indistintamente per tutte le colonnette orientato, come se fosse stato prodotto sotto l'azione del magnetismo terrestre.

« Anche i varî campioni (in numero di 5) di sperone si sono comportati perfettamente nello stesso modo, e furono trovati di un'intensità magnetica abbastanza grande. Ho fatto pure alcune misure con delle piccole colonnette di pozzolana, che con grande difficoltà ho potuto trasportare intere dalla cava in laboratorio attesa la loro grande friabilità, ed ho riscontrato anche per questa specie di prodotto vulcanico la stessa orientazione nel magnetismo edi 1 rapporto tra il magnetismo indotto e permanente a presso a poco della grandezza di quello del tufo.

[1] Riguardo alla lava basaltina devo ricordare, che non ho mai sperimentato su pezzi staccati in vicinanza a punti distinti.

« I campioni di peperino (in numero di 6) furono trovati magnetizzati assai debolmente (viene così confermata completamente la tabella di graduzione stabilita dal Keller per l'intensità magnetica delle varie specie di roccie vulcaniche) (1), ed anche quì si verificò una diminuzione di intensità dopo che sono stati capovolti. Ora dopo tre mesi e mezzo dacchè queste colonnette furono sottoposte ad esame, tre di esse sono talmente indebolite, che è difficile stabilire con precisione, se il magnetismo attuale sia ancora orientato come sulla roccia viva o se i poli siano invertiti. Ad ogni modo il magnetismo permanente, se pure esiste nel peperino, è ora quasi completamente mascherato, se non superato dal magnetismo indotto dalla Terra.

« Resta così accertato, che una delle cause che ha prodotto il magnetismo permanente nelle roccie vulcaniche del Lazio, è stata l'induzione terrestre, e se essa non è l'unica, perchè non spiega la formazione dei punti distinti, è però certamente la più potente delle cause: sarebbe altrimenti assai difficile il trovare la ragione di una orientazione del magnetismo così sistematica.

« Ora l'azione induttrice della Terra può aver agito sulle roccie vulcaniche in due modi diversi: o nel periodo del raffreddamento e consolidamento delle materie vulcaniche eruttate, e quindi in un tempo relativamente breve dopo avvenuta l'eruzione, oppure per effetto della lenta ma continuata induzione del magnetismo terrestre sulle roccie di già raffreddate. Il Melloni (2) era dell'opinione, che il magnetismo delle lave fosse dovuto all'induzione della

(1) Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, vol. V, 1° sem. 1889, pag. 519.

(2) Memorie della R. Accad. delle Scienze di Napoli, vol. I, 1853, pag. 121; C. R., vol. XXXVII, 1853, pag. 229. A proposito della calamitazione, che acquistano le roccie vulcaniche durante il loro raffreddamento, voglio ricordare una lettera di C. Romme inserita nel giornale « Observations sur la Physique ecc. », vol. X, 1777, pag. 14, nella quale l'A. rivendica a Roberto Boyle la scoperta della calamitazione dei mattoni, durante il loro raffreddamento, per effetto dell'induzione terrestre. Ecco l'esperienza di Boyle tradotta da Romme letteralmente dall'inglese:

« Une brique qui n'avoit point servi, fut sciée dans sa longueur en deux parties égales.
« Chacune d'elles (en différens tems), fut poussée au feu, jusqu'au rouge, pendant un tems
« assez long, et ensuite refroidie, en la dirigeant du Nord au Sud. Elle acquit par là,
« comme je l'attendois, une vertu magnétique. Son extrémité, qui, en refroidissant, regar-
« doit le Sud, attira un peu, quoique foiblement, la fleur-de-lys, dirigée au Nord d'une
« aiguille de boussole. Son autre extrémité repoussoit un peu plus vigoureusement la fleur-
« de-lys, et attiroit un peu l'autre pointe de l'aiguille ».

Per quante ricerche io abbia fatto nelle opere di R. Boyle, non ho potuto ritrovare questo brano, che secondo il Romme sarebbe stato pubblicato in un'Opera scritta in inglese nel 1691, un anno dopo che Boyle fece l'esperienza citata. Neppure nell'edizione dell'« Opera Omnia R. Boyli » Venetiis, sumptibus Io: Iacob: Hertz, 1697 si parla di quest'esperienza; soltanto nel vol. III al capitolo « Experimenta et notae circa mechanicam magneticarum qualitatum productionem » pag. 404, viene citato un altro trattato, che non trovai da consultare « De magnetismo Terrae ».

Terra nel periodo del loro consolidamento e raffreddamento, e non all'azione secolare di essa sulle roccie già fredde. Egli ha basato la sua ipotesi sul fatto, che le lave consolidate ai suoi giorni non erano punto inferiori in forza magnetica a quelle dei vulcani estinti dalla più remota antichità, e riteneva come altra prova evidente della calamitazione delle lave nei primi tempi della loro formazione *la tenacità* colla quale conservano il proprio stato magnetico. Egli ha a questo proposito ricordato che dei pezzi di leucitofiro e di altre qualità di lave estratti dalle pareti dell'Anfiteatro di Pompei si mostrarono calamitati sotto qualunque inclinazione rispetto all'orizzonte: prova questa che essi conservarono i loro assi magnetici nelle posizioni primitive indipendentemente dalla nuova orientazione, in cui furono posti come materiali di fabbrica.

« Io credo che l'ipotesi di Melloni sia giusta fino a che si parla di lave, ossia di roccie vulcaniche, le quali a forma di colate sono scese dalle pendici dei vulcani, poi si sono ancora caldissime fermate e consolidate e quindi si sono lentamente raffreddate, conservando la posizione già presa, e che ancora conservano. Se invece si prende in considerazione il modo di formazione delle altre specie di roccie vulcaniche non si può in generale ammettere tale ipotesi, e per spiegare l'orientazione attuale del loro magnetismo, si deve ricorrere anche alla secolare azione induttrice della Terra sulle roccie già fredde.

« I tufi e le pozzolane sono generalmente originate dalle ceneri vulcaniche, che durante un'eruzione vengono lanciate ad enorme altezza, e che poi vengono dal vento trasportate a distanze, che talvolta superano il centinaio di chilometri (1). È poco ammissibile che queste ceneri vulcaniche si siano conservate, durante tutto il tempo che rimasero in balia del vento in regioni relativamente fredde, ad una temperatura sufficientemente alta, perchè dopo depositate abbiano potuto subire la calamitazione, dirò così, istantanea; nè è possibile, che se esse furono magnetizzate dall'azione induttrice della Terra ancor quando si trovavano nell'aria a temperatura alta, si siano poi cadendo depositate tutte in modo così uniforme da costituire una calamita: a maggior ragione poi non è possibile attribuire all'induzione del magnetismo terrestre durante il periodo di raffreddamento, in epoca quindi poco posteriore all'eruzione, l'orientazione attuale del magnetismo nelle roccie che provengono dal trasporto e deposito delle acque: chi sa quante volte per il rimescolamento delle ceneri è stato distrutto ed orientato diversamente il loro magnetismo.

« È necessario come ben si vede, ammettere che alcune specie di roccie vulcaniche, non hanno una forza coercitiva così grande come la lava del Ve-

(1) Si ha una prova di ciò nel fatto, che talvolta trovansi dei giacimenti più o meno considerevoli di roccie vulcaniche a distanze grandissime dal focolare eruttivo. Così per esempio nei dintorni di Roma, a Scurcola, nel bacino del Fucino ed a Papigno trovansi dei banchi di pozzolana; e questi luoghi son ben distanti dai vulcani.

suvio, ma che in esse tale forza ha ceduto all'azione continuata dell'induzione terrestre: in caso contrario l'orientazione attuale del loro magnetismo sarebbe inesplicabile. Del resto vi sono dei fatti, che danno valore a quest'ipotesi: dalle mie ricerche più sopra riportate risulta, che 3 fra le sei colonnette di peperino tenute rovesciate hanno perduto completamente il loro magnetismo dopo soli 3 mesi, dacchè furono staccate dalla roccia: dal prof. Keller (1) ebbi un frammento di tufo terroso formato entro una fessura naturale di un giacimento di pozzolana presso il ponte della Foce sulla strada Tivoli-Zagarolo. L'origine di questo tufo è dovuta alla terra tufacea sovrapposta alla pozzolana, che per l'azione delle acque andò riempiendo gradatamente la fenditura. Quel frammento fu trovato calamitato come al solito col polo Nord alla parte inferiore e col polo Sud alla parte superiore; e quì non può cader dubbio che quel tufo si sia ricomposto lì dentro in tempi relativamente recenti rispetto all'epoca dell'eruzione.

« Come si vede da questi esempi non si deve prendere come regola fissa, che la calamitazione delle roccie abbia avuto luogo prima del loro completo raffreddamento, ma in molti casi bisogna ammettere, che la calamitazione ha avuto luogo a freddo. Io ho voluto insistere su questo punto per mostrare che non vi è motivo di concludere, che la regolare orientazione del magnetismo nei tufi, pozzolane e peperino si possa ritenere come un indizio, che tali roccie si trovino ora, ove originariamente caddero le ceneri vulcaniche di cui sono formate.

« Una questione che ancora non è stata risoluta, e che io pure lascierò senza tentare di darne una spiegazione, è quella della formazione dei punti distinti nelle lave.

« Colla *Guida itineraria* del prof. Keller (2) ritrovai molti punti distinti da lui descritti, ed esaminai l'orientazione del loro magnetismo. Mi resi così persuaso che non era possibile stabilire per essi una relazione qualsiasi colla direzione del campo terrestre. Voglio qui riportare due soli esempi assai caratteristici. Il blocco con punto distinto presso il ponte Buttero ha superiormente una superficie quasi piana ed orizzontale: a press' a poco nel mezzo di questa trovasi un punto distinto Nord: nella penultima grande cava a sinistra della via Appia Antica a circa km. 4,6 dalla Porta S. Sebastiano ho trovato un punto distinto Sud a circa cm. 40 dalla base di una parete di lava alta circa m. 9; questo punto distinto è venuto alla luce forse un anno fa in seguito all'escavazione della selce: non è possibile spiegare la sua formazione neppure coll'azione delle scariche elettriche dell'atmosfera; e se quest'ipotesi può valere per i punti che si trovano in cima ad alture, e che possono per la loro ubi-

(1) Devo ringraziare vivamente il chiarissimo prof. Keller dei molti favori e consigli, di cui mi è stato largo nel condurre a termine questo mio lavoro.

(2) Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, vol. VI, 2° sem., 1890, pag. 17.

cazione venire facilmente fulminati, non è ammissibile per questo punto nè per altri pochi, che trovansi in simili condizioni.

« Non sembra probabile neppure, che l'ipotesi di una diversa costituzione chimica e mineralogica e di proprietà fisiche diverse sia sufficiente a spiegare la formazione di questi punti distinti, che occupano una regione talvolta pochissimo estesa in mezzo ad una massa rocciosa assai grande originata tutta in modo uniforme e che ha ovunque lo stesso aspetto.

« *Conclusione.* — Da quanto ho esposto risulta:

« 1° Tutte le roccie vulcaniche del Lazio esaminate posseggono una certa quantità di magnetismo indotto dalla Terra, che come nel ferro dolce, sebbene più lentamente, varia di posizione col variare l'orientazione delle roccie.

« 2° Tutte le roccie vulcaniche in parola posseggono una certa qnantità di magnetismo permanente, che in generale è distribuito come se fosse dovuto all'induzione terrestre. Nella lava basaltina, sperone, tufo e pozzolana ed in generale nelle roccie fortemente calamitate la quantità di magnetismo permanente è di gran lunga maggiore di quella di posizione. Nelle roccie invece debolmente magnetiche, come il peperino, il magnetismo temporaneo può essere in quantità maggiore del magnetismo permanente, e forse questo talvolta nel vero senso della parola non esiste.

« 3. Tutte le roccie vulcaniche sono dotate di forza coercitiva come l'acciaio, ma in grado assai diverso: nelle lave essa ha impedito, che si rovesci anche dopo molti secoli il magnetismo in origine indotto dalla Terra; nelle pozzolane tufi ecc., la forza coercitiva è in grado minore, ed in molti casi il magnetismo in origine indotto dalla Terra è stato certamente rovesciato. Nel peperino tale forza è in grado assai piccolo.

« 4. Il magnetismo delle roccie vulcaniche (se si eccettuano i punti distinti) è dovuto unicamente all'azione induttrice della Terra. Talvolta come nelle lave tale azione è stata assai rapida, mentre esse trovavansi ancora a temperatura elevata; talvolta tale azione ha dovuto agire forse per molti secoli ed a freddo.

5. Il modo in cui si sono formati i punti distinti non è ancora noto. Le ipotesi finora emesse non spiegano l'origine di tutti questi punti ».

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

dal 6 agosto al 2 settembre 1894.

D'Achiardi G. — Roccie eruttive del Bacino Boratifero di Sultan-Tchaïr. Pisa, 1894. 8°.

Arcangeli G. — La flora italiana. 2ª ediz. Torino, 1894. 8°.

Atti del primo Congresso geografico italiano tenuto in Genova dal 18 al 25 settembre 1892. Vol, I, 1, 2; II, 1. Genova, 1894. 8°.

Baculo B. — Nouvelles recherches sur les Centres thermiques au sujet de la thermo-dynamique. Naples, 1894. 8°.

Id. — Saggi sperimentali sui centri termici in alcuni pecilotermi. Napoli, 1894. 4°.

Centénaire de la fondation du Muséum d'histoire naturelle 10 juin 1793 a 10 juin 1893. Volume commémoratif publié par les professeurs du Muséum. Paris, 1893. 4°.

Feliu y Perez B. — Influencia de la filosofía en la constitución de la física. Barcelona, 1894. 8°.

Langley S. P. — The internal Work of the Wind. Washington, 1893. 4°.

Massalongo C. — Nuova contribuzione alla micologia veronese. Genova, 1894. 8°.

Palazzo L. — Un piccolo magnetometro da viaggio per lo studio delle perturbazioni magnetiche locali. Roma, 1894. 4°.

Prestwich J. — On the evidences of a submergence of western Europe, and of mediterranean coasts, at the close of the glacial or so called post-glacial period, and immedietely preceding the neolithic or recent period. London, 1893. 4°.

Romiti G. — Sopra la incompiutezza dell'arco zigomatico di un cranio umano notevole per altre varietà. Pisa, 1894. 8°.

Statuto organico e regolamento della R. Scuola navale Superiore in Genova. Genova, 1894. 8°.

Travaux et mémoires du Bureau international des poids et mesures. T. X. Paris, 1894. 4°.

Verson E. — Zur Spermatogenesis bei der Seidenraupe. Leipzig, 1894. 8°.

Virchow R. — Morgagni und der anatomische Gedanke. 2ᵉ Aufl. Berlin, 1894. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 16 settembre 1894.

Chimica. — *Il paraxilene quale solvente nelle ricerche crioscopiche.* Nota del Socio E. Paternò e del dott. C. Montemartini.

« Nella Nota sui mutamenti di volume nei miscugli dei liquidi abbiamo accennato, che allo scopo di poter fare le esperienze a 0°, ci eravamo proposti di sostituire alla benzina il toluene. Era però necessario prima di tutto di assicurarci se rispetto al toluene le sostanze di varia funzione chimica avessero presentato lo stesso comportamento che presentano con la benzina. Ed essendo impossibile adoperare il toluene come solvente nelle ricerche crioscopiche, perchè esso si mantiene liquido a bassa temperatura, abbiamo voluto esaminare qualche altro omologo della benzina, sembrandoci che ove gli omologhi della benzina si fossero comportati in modo analogo, non vi era ragione per ammettere che il solo toluene facesse eccezione.

« Il primo idrocarburo scelto a questo scopo fu la paradimetilbenzina, che per il suo punto di fusione nè troppo alto, nè troppo basso e per il suo esteso potere solvente, presentava tutti i requisiti di ottimo solvente nella crioscopia.

« Il paraxilene si fonde a 16°; il suo calore latente di fusione determinato da Colson è stato trovato 39,3, onde con la formula di van t'Hoff $m = G\frac{p}{\Delta}$ si calcola che la costante dell'abbassamento molecolare deve essere eguale a 42,5.

« Il *p*-xilene da noi adoperato proveniva dalla fabbrica di Kahbaum. Prima di adoperarlo lo abbiamo distillato sul sodio e presentava punto di ebollizione costante. Il suo punto di congelamento fu trovato a 13°,23; purificandolo per cristallizzazione, secondo ogni probabilità, avremmo potuto

ottenere un prodotto a punto di congelamento più elevato, ma le considerevoli perdite di prodotto che si hanno in queste operazioni, ed il prezzo del paraxilene ci consigliarono ad impiegarlo tal quale, tanto più che per lo scopo da noi prefissoci non era indispensabile l'assoluta purezza del prodotto.

« I risultati ottenuti sono compresi nelle seguenti tavole:

I. Sostanze varie.

Num. d'ordine	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare
		Benzina, P. m. = 78.		
1	0,491	0°,265	0,539	42,04
2	1,066	0,60	0,562	43,84
3	1,812	1,01	0,556	43,37
4	2,945	1,64	0,556	43,37
5	3,708	2,04	0,550	42,90
6	4,569	2,47	0,540	42,12
7	5,426	2,88	0,531	41,42
8	6,151	3,265	0,531	41,42
9	6,958	3,645	0,523	40,79
		Naftalina, P. m. = 128.		
10	0,825	0°,32	0,388	49,66
11	2,179	0,80	0,364	46,59
12	6,560	2,12	0,323	41,34
13	12,207	3,87	0,317	40,53
41	24,284	7,12	0,293	39,50
		Difenile, P. m. = 154.		
15	0,933	0°,38	0,407	61,48
16	1,853	0,535	0,288	44,38
17	4,381	1,26	0,287	44,20
		Fenantrene, P. m. = 178.		
18	0,639	0°,23	0,360	64,08
19	1,246	0,37	0,296	52,69
20	3,186	0,83	0,260	46,28
21	6,235	1,55	0,248	44,14

Num. d'ordine	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare
		Ossalato dietilico, P. m. = 146.		
22	0,657	0°,18	0,274	40,00
23	1,546	0,49	0,316	46,14
24	2,959	0,90	0,304	44,38
25	4,341	1,27	0,292	42,63
26	5,933	1,65	0,278	40,59
27	7,619	2,07	0,271	39,57
28	9,341	2,47	0,264	38,54
29	11,947	3,06	0,256	37,38
30	13,695	3,44	0,251	36,65
		Anidride acetica, P. m. = 102.		
31	0,743	0°,35	0,471	48,04
32	1,841	0,77	0,418	42,64
33	4,333	1,585	0,366	37,33
34	8,435	2,755	0,326	33,25
35	12,809	3,82	0,298	30,40
36	21,067	5,40	0,256	26,11
		Pirrolo, P. m. = 67.		
37	1,251	0°,795	0,635	42,54
38	2,697	1,60	0,509	34,10
39	3,912	2,195	0,506	33,60
40	6,512	3,33	0,511	34,24
		Tiofene, P. m. = 84.		
41	0,573	0°,32	0,558	46,87
42	1,376	0,77	0,537	45,11
43	2,417	1,27	0,525	44,10
44	3,624	1,84	0,507	42,59
45	5,663	2,805	0,495	41,58
46	7,731	3,78	0,489	41,08

II. Alcaloidi.

Num. d'ordine	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare
		Anilina, P. m. = 93.		
47	0,592	0°,28	0,473	43,99
48	1,628	0,80	0,491	45,66
49	2,683	1,225	0,456	42,41
50	3,662	1,61	0,439	40,83
51	4,633	2,91	0,412	38,32
52	6,285	2,54	0,404	37,57
53	7,997	3,09	0,399	37,11
54	9,309	3,53	0,379	35,25
55	10,698	3,89	0,363	33,76
		Piridina, P. m. = 79.		
56	0,488	0°,265	0,543	42,90
57	0,955	0,54	0,565	
58	1,805	0,955	0,529	41,79
59	2,800	1,43	0,511	40,37
60	3,677	1,86	0,506	39,97
61	4,722	2,335	0,490	38,71
62	5,572	2,755	0,494	39,03
63	6,460	3,145	0,486	38,39
64	7,528	3,625	0,481	38,00
65	8,684	4,07	0,468	36,97
		Piperidina, P. m. = 85.		
66	0,564	0°,27	0,461	29,18
67	1,054	0,50	0,474	40,29
68	1,765	0,86	0,487	41,39
69	2,707	1,315	0,485	41,22
70	3,757	1,81	0,482	40,97
71	4,880	2,31	0,472	40,20
72	6,202	2,85	0,459	39,01
73	7,124	3,25	0,456	38,76
74	8,459	3,80	0,449	38,16
		Conina, P. m. = 127.		
75	0,718	0°,26	0,862	45,97
76	1,540	0,545	0,354	44,96
77	4,023	0,35	0,335	42,54
78	6,805	0,275	0,334	42,42
79	9,936	0,18	0,321	40,77

Num. d'ordine	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare
		Tribenzilammina, P. m. = 287.		
80	0,872	0°,145	0,166	47,64
81	4,366	0,68	0,155	44,48
82	7,849	1,195	0,150	43,03
83	13,029	1,945	0,140	42,76
84	24,282	3,52	0,145	41,61
		III. Alcooli.		
		Alcool etilico, P. m. = 46.		
85	0,310	0°,27	0,871	40,06
86	1,231	0,77	0,625	28,75
87	2,496	1,165	0,623	28,66
88	4,022	1,47	0,365	16,76
89	7,772	1,99	0,256	11,77
90	15,715	2,73	0,173	7,96
91	26,503	3,395	0,128	5,85
		Alcool isobutilico, P. m. = 74.		
92	0,364	0°,21	0,577	42,70
93	1,001	0,525	0,524	38,78
94	2,317	0,98	0,426	31,52
95	4,523	1,465	0,324	23,98
96	11,038	2,445	0,221	16,35
97	23,395	3,67	0,156	11,54
		Trimetilcarbinol, P. m. = 74.		
98	0,449	0°,24	0,534	39,52
99	1,455	0,705	0,484	35,82
100	3,092	1,21	0,391	28,93
101	4,127	1,45	0,351	25,97
102	6,385	1,91	0,299	22,13
103	9,463	2,47	0,261	19,31
104	14,631	3,22	0,220	15,28
105	18,754	3,76	0,200	14,80
106	38,266	5,945	0,155	11,47

Num. d'ordine	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare
	Etere dietitico della glicerina, P. m. = 148.			
107	0,471	0°,18	0,382	56,53
108	1,924	0,59	0,306	45,29
109	3,475	0,865	0,249	36,85
110	7,023	1,60	0,228	33,74
111	9,691	2,02	0,208	30,78
112	14,068	2,71	0,192	28,42
113	19,052	3,38	0,177	26,20
114	26,609	4,33	0,163	24,02
	Alcool benzoico, P. m. 108.			
115	0,445	0°,20	0,449	48,49
116	2,084	0,79	0,383	41,36
117	3,503	1,02	0,291	31,43
118	6,811	1,54	0,226	24,41
119	10,844	1,985	0,183	19,76
120	14,187	2,325	0.164	17,71
121	18,136	2,66	0,147	16,88
122	25,912	3,25	0,125	13,50
	IV. Acidi.			
	Acido acetico, P. m. = 60.			
123	0,767	0°,32	0,417	25,62
124	1,221	0,46	0,377	22,62
125	2,151	0,78	0,362	21,72
126	3,871	1,335	0,350	21,00
127	5,161	1,74	0,337	20,22
128	6,926	2,25	0,324	19,44
129	8,311	2,61	0,314	18,84
130	10,948	3,14	0,289	17,34
131	11,928	3,54	0,296	17,76
132	14,250	4,11	0,281	16,68
	Acido benzoico, P. m. = 122.			
133	0,626	0°,16	0,255	31,11
134	1,242	0,25	0,201	24,52
135	3,023	0,59	0,195	23,79
136	6,092	1,00	0,164	20,01

Num. d'ordine	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare
		Acido stearico, P. m. = 284.		
137	1,199	0°,145	0,129	36,64
138	2,421	0,22	0,091	25,84
		V. Fenoli.		
		Fenol ordinario, P. m. = 94.		
139	1,251	0°,55	0,439	41,27
140	2,765	1,115	0,403	37,88
141	4,874	1,745	0,358	33,65
142	6,813	2,26	0,332	31,21
143	9,759	2,865	0,293	27,54
144	13,117	3,44	0,262	24,68
145	19,235	4,245	0,221	20,77
146	25,094	5,03	0,200	18,80
147	34,051	5,925	0,172	16,17
		Timol, P. m. — 150.		
148	1,116	0°,34	0,304	45,60
149	2,092	0,615	0,294	44,10
150	3,151	0,925	0,290	43,50
161	5,589	1,53	0,273	40,95
152	10,227	2,57	0,251	37,65
153	15,341	3,62	0,235	35,25
154	23,212	5,125	0,220	33,00
155	39,335	7,635	0,194	29,10
156	48,335	8,805	0,120	18,00
		Salicilato metilico, P. m. — 152.		
157	0,732	0°,225	0,302	45,90
158	2,529	0,77	0,304	46,21
159	4,473	1,34	0,299	46,45
160	6,443	1,84	0,285	43,32
161	8,343	2,29	0,274	41,65
162	10,533	2,78	0,264	40,13
163	12,330	3,23	0,261	39,67
164	14,836	3,84	0,259	39,37

« Basta un esame, anche superficiale, dei risultati che precedono per scorgere che lo xilene, come solvente nelle ricerche crioscopiche, ha un comportamento perfettamente simile a quello della benzina, quale è stato provato dalle ricerche pubblicate da uno di noi nel 1889 e confermato da quelle più recenti di K. Auwers (1). Gli idrocarburi, gli eteri, le anidridi ed in generale le sostanze neutre si comportano in modo normale; similmente si comportano gli alcaloidi. Gli acidi danno invece un abbassamento molecolare circa metà del normale. Gli alcooli danno un abbassamento normale o quasi in soluzioni diluite, che però diminuisce rapidamente con la concentrazione, ed i fenoli presentano, ma molto meno pronunziato, lo stesso comportamento degli alcooli. Soltanto il tiofene e il pirrolo si comportano in modo diverso che nella benzina; perchè mentre nella benzina danno risultati anormali, come è stato provato da uno di noi per il primo (2) e da Magnanini (3) per il secondo, nello xilene si comportano affatto normalmente.

« Ma questa differenza non solo non è argomento a provare una diversità nel comportamento crioscopico generale fra benzina e xilene, ma è anzi una nuova prova della loro analogia.

« Ed invero le esperienze di Garelli (4) e di Garelli e Ferratini (5) hanno provato che le anomalie presentate dal tiofene, dal pirrolo e dalla piridina sono dovute alla analogia di costituzione fra queste sostanze e la benzina che si esplica nel fatto che esse cristallizzano insieme,

« E nella stessa guisa che gli omologhi del pirrolo si comportano in modo diverso del pirrolo (6), è chiaro che la dimetilbenzina deve in questo caso comportarsi in modo diverso della benzina.

« Ma la perfetta analogia del comportamento della benzina e del paraxilene, quali solventi nelle ricerche crioscopiche, non si svela solo nel comportamento generale delle sostanze di diversa funzione chimica, essa si manifesta nell'esame più minuto del comportamento delle singole sostanze. Ed in vero:

a) Per gli alcooli indistintamente l'abbassamento molecolare decresce rapidamente con la concentrazione. Per l'alcool etilico nella benzina si riduce ad $\frac{1}{6}$ circa (da 46,46 a 7,86) per una variazione di concentrazione da 0,3 a 23 %, e per lo xilene per una concentrazione da 0,3 al 26 % si riduce similmente da 40,06 a 5,85. Per il trimetilcarbinol nella benzina per una concentrazione variabile da 6,39 a 9,87 l'abbassamento molecolare si riduce da 48 a 28, e nello xilene per una concentrazione variabile da 0,45 a 9,46 si riduce da 39,5 a 19,3, cioè presso a poco nelle stesse proporzioni. Per l'alcool

(1) Zeits. f. phy. Chemie t. XII, p. 689.
(2) Gazz. chimica 1879, p. 666.
(3) Gazz. chimica 1889, p. 142.
(4) Gazz. chimica 1893, p. 334.
(5) Gazz. chimica 1892, p. 243 e 1893, p. 442.
(6) Gazz. chimica 1889, p. 141. — Magnanini per gli N derivati.

benzoico da 40,82 per una concentrazione di circa 1 °/₀ si riduce nella benzina a 19,55 per la concentrazione di 20,69 °/₀; e nello xilene da 41,36 per la concentrazione del 2 °/₀ si riduce a 15,88 per una concentrazione del 18 °/₀ circa.

b) Per i fenoli nella benzina si osserva che l'anomalia più pronunziata si manifesta nel fenol ordinario, mentre che negli omologhi l'andamento si va avvicinando sempre più al normale, ed il salicilato metilico ha un comportamento che può dirsi affatto normale. Lo stesso avviene per lo xilene. L'abbassamento molecolare pel timol nella benzina da 50 scende a 40 per una concentrazione che varia da 1,28 a 17,70, e nello xilene da 45 scende a 35 per una variazione di concentrazione presso a poco corrispondente. Pel salicilato metilico nello xilene da 45 si riduce a 39 per una variazione di concentrazione da meno dell' 1 °/₀ a circa il 15 °/₀.

c) Per gli acidi nello xilene come nella benzina si ha che gli abbassamenti molecolari sono circa metà dal normale in soluzioni diluite, e subiscono una diminuzione con l'aumento della concentrazione.

d) Gli alcaloidi si comportano comparati uno ad uno in modo perfettamente corrispondente nella benzina e nello xilene. Così l'abbassamento molecolare per l'anilina nella benzina da 46,41 va a 35,96 (conc. 0,88 a 10,65) e nello xilene da 43,99 a 33,76 (da 0,59 a 10,69). Per la piridina da 45 a 40 (conc. da 2,49 a 12,34) nella benzina, e da 40,37 a 36,97 (da 2,8 a 8,6). La tribenzilammina invece che nella benzina da 53,57 scende soltanto a 51,67 (1,29 a 14) nello xilene passa corrispondentemente da 42,48 a 41,65 (1,31 a 24,28 °/₀).

« La perfetta analogia fra questi comportamenti si scorge meglio dallo esame delle curve.

« In quanto al numero da scegliersi come costante dell'abbassamento molecolare nel paraxilene, come abbiamo detto in principio dalla formula di van t'Hoff si calcola il numero 42,5 per uno xilene fusibile a 16°.

« Dalle esperienze fatte si deduce un numero un poco superiore.

« È chiaro che il numero sperimentale non può dedursi dal comportamento degli alcooli, dei fenoli e degli acidi, e che anche per le sostanze che si comportano in modo normale bisogna scegliere le esperienze più appropriate per dedurre la media, cioè quelle in cui l'abbassamento termometrico non è inferiore di 0°,5, nè maggiore di 2°.

			media
Benzina. Esp.	2, 3, 4 e 5	(0°, 6 — 2, 04)	43,37
Naftalina	11,12	(0°, 8 — 2, 12)	43,96
Difenile	16,17	(0°,53 — 1, 26)	44,27
Ossalato etilico	23 a 27	(0°,49 — 2, 07)	42,66
Tiofene	42 a 44	(0°,74 — 1, 84)	43,93
Anilina	48 a 51	(0°, 8 — 1, 91)	41,80
Tribenzilammina	82 a 84	(0°,68 — 1,945)	43,43
			43,34 media generale

« Come si vede la differenza fra l'abbassamento molecolare calcolato e quello fornito dalle esperienze è molto piccola, e minore a quella che è stata trovata in altri casi. Noi crediamo che per il paraxilene possa scegliersi **43**, ed è in base a questo numero che abbiamo calcolato i pesi molecolari segnati nelle tavole ».

Fisica. — *La legge degli stati corrispondenti e i metodi di misura degli elementi critici.* Nota del dott. GIULIO ZAMBIASI, presentata dal Socio BLASERNA.

« È noto che il teorema della corrispondenza termodinamica nei corpi, dedotta dalle equazioni caratteristiche più o meno approssimate che ne rappresentano gli strati fisici, sussiste indipendentemente dalla forma vera di quelle equazioni, per le molteplici verificazioni fatte da Van der Waals fino a Sydney Ioung e Matthias. Ma se la dimostrazione di quella legge non riceve la sua forza da equazioni che senza dubbio rappresentano imperfettamente gli stati fisici; finora però non ne conserva la generalità. Infatti le verificazioni relative alle densità dei liquidi e dei loro vapori saturi di Sydney Ioung (Phil. Mag.) e le eleganti discussioni di Matthias mostrano che il teorema non è applicabile a tutti i corpi presi in blocco, ma solo a gruppi, e che non quadra egualmente bene allo stato di vapore come al liquido. Ora io nel discutere le mie esperienze di quest'anno osservai un fatto che sembra rendere possibile il confronto generale dei corpi; e così mi persuasi che il diffetto di generalità di quel teorema debba attribuirsi a indeterminatezza di metodo di misura degli elementi critici che è causa di notevole discrepanza tra i numeri dati da insigni esperimentatori. Basta leggere i lavori di Battelli, Heen e Galitzine per riconoscere la tendenza che li sprona ad un modo preciso di esperimentare e di concepire lo stato critico. Proseguendo l'ordine di idee già esposte (Rend. dell'Acc. dei Lincei ser. 5ª, vol. II, 1° sem., fasc. 1) mi proposi due questioni da risolvere esperimentalmente, che sono la traduzione in pratica delle conclusioni teoriche: 1° Ad una data quantità di etere qual volume deve assegnarsi quando si vogliono fare le misure degli elementi critici? poichè è indubitato che un volume può mutare più d'un sesto di sua grandezza presentando sensibilmente gli stessi fenomeni con identica quantità di etere. 2° Scelto il volume qual indizio deve ritenersi di stato critico; la sparizione del menisco, quella della strozzatura, quella delle strie o altro fenomeno? poichè è certo che avvengono a diverse temperature.

« Per rispondere intanto alla prima questione ho cercato l'andamento delle due densità d e d', e del rapporto dei volumi v e v' del liquido e del

suo vapore in un tubo di Naterer e la rispettiva dipendenza. Il primo per mezzo del diametro delle densità da modo assai semplice di calcolare gli elementi critici, e il secondo è fenomeno che si segna col catetometro e non è soggetto alle illusioni degli indizi ottici. Queste esperienze hanno il vantaggio d'avere esteso il campo delle misure, perchè oltre diversi tubi semplici di Naterer, usai un tubo munito d'un regolatore di volumi che mi permetteva di assegnare ad una data quantità di etere quel volumo che mi piaceva ad ogni temperatura e con grande celerità manovrando la vite di pressione. Così era eliminata la difficoltà della opportuna costruzione dei tubi, e i dubbii che si potevano opporre alla possibilità di confrontarli. Lasciando per ora la descrizione dell'apparecchio e del modo di preparare gli esperimenti (nel che ho tenuto conto dei dettami degli insigni esperimentatori e della mia esperienza) espongo subito il modo di procedere.

« Ho costruito una dozzina di tubi di Naterer di lunghezza media 20 cm., di diametro interno parte di 3 mm. parte di 5 mm.; ed ho introdotto diverse quantità di etere preparato dall'illustre Pictet. I primi numeri della tabella A segnano i rapporti iniziali che caratterizzano i tubi dei quali riferisco. Col catetometro seguiva la posizione del menisco mentre riscaldava lentamente ciascun tubo fino alla sparizione del menisco, e per alcuni anche mentre raffreddavano fino alla temperatura della camera. Riguardando il rapporto $v : v'$ posso dire di avere cimentate diverse quantità di etere in uno stesso tubo. Viceversa ho cimentato una stessa identica quantità di etere in tubi di diversa grandezza per mezzo del regolatore dei volumi: perche fissava inizialmente una certa posizione del menisco del mercurio, e per ognuna ripeteva l'operazione sovrindicata. Questo secondo modo si presta al calcolo delle densità senza riduzioni all'unità di volume o di massa, poichè si può considerare come unità di massa quella inchiusa. Perciò i numeri della tabella B danno le proporzionali alle medie delle densità avendo il fattore costante $\frac{1}{m}$. Ecco un semplice sunto dei risultati raccolti nelle tabelle.

TABELLA A. — *Dei rapporti.*

I		II		III		IV		V		VI		VII	
t^o	$\frac{v}{v'}$	t^o	$\frac{v}{v'}$	t^o	$\frac{v}{v'}$	t^o	$\frac{v}{v'}$	t^o	$\frac{v}{v'}$	t^o	$\frac{v}{v'}$	t^o	$\frac{v}{v'}$
iniz.	0,803	iniz.	0,64	iniz.	0,608	iniz.	0,559	iniz.	0,499	iniz.	0,466	iniz.	0,387
130°	1,059	50°	0,673	130°	0,781	129°	0,721	50°	0,518	132°	0,603	50°	0,407
139	1,140	84	0,741	143,5	0,822	141,1	0,757	88	0,562	145	0,617	80	0,428
146,2	1,21	115	0,82	151	0,843	150	0,775	109	0,588	150	0,620	95	0,44
150	1,259	130,5	0,871	158	0,869	162,5	0,808	136	0,629	159,6	0,628	130	0,461
162,7	1,406	150	0,95	162,9	0,892	164	0,812	145	0,64	171	0,631	160	0,467
170,2	1,542	170,2	1,07	171	0,932	178,8	0,868	156,3	0,661	182	0,638	179	0,450
178,1	1,739	186	1,29	175,5	0,961	181	0,877	165	0,672	123	0,645	185	0,43
184	2,078	190	1,45	180	0,999	183,5	0,889	180	0,702	185	0,633	190	0,408
189,2	2,239	191,3	1,50	185,7	1,078	189,5	0,951	187,3	0,719	190	0,611	196	0,375
192	2,500	193,2	1,766	190,2	1,202	190,4	0,974	190	0,73	190,8	0,613	181	0,24
193,1	3,07	192	1,24	192	1,296	191,8	1,008	194,5	—	191,4	0,587	176	0,357
—	—	186	1,07	193	1,381	193,2	1,05	189	0,41	193	0,570	175	0,376
—	—	175,2	0,99	193,7	1,447	193,7	1,08	188	0,465	194	0,561	168	0,418
—	—	166	0,95	—	—	194	1,083	186	0,518	194,4	0,538	164	0,428
—	—	137	0,857	—	—	—	—	183	0,562	—	—	150	0,45
—	—	110	0,82	—	—	—	—	174	0,615	—	—	140	0,458
—	—	100	0,789	—	—	—	—	163	0,629	—	—	131	0,4571
—	—	—	—	—	—	—	—	145	0,615	—	—	115	0,450
—	—	—	—	—	—	—	—	134	0,631	—	—	—	—

« Ho portato sull'asse delle ordinate i rapporti e su quello delle ascisse le temperature corrispondenti. Le curve continue sono costruite sulle misure prese nell'innalzamento della temperatura; le tratteggiate sono curve di ritorno prese nella caduta della temperatura. Le curve di ritorno appartengono alla II, alla V e alla VII.

TABELLA B. — *Dei diametri delle densità.*

I		II		III		IV		V		VI		VII	
t^o	$\frac{d+d'}{2m}$	t^o	$\frac{d+d'}{2m}$	t^o	$\frac{d+d'}{2m}$	t^o	$\frac{d+d'}{2m}$	t^o	$\frac{d+d'}{2m}$	t^o	$\frac{d+d'}{2m}$	t^o	$\frac{d+d'}{2m}$
179°	0,00831	177°	0,00860	175°	0,00868	180°	0,00857	178°,5	0,00842	180°	0,00841	180°	0,00831
181	843	181	849	181	849	181	851	180,4	838	181,5	838	181,1	824
186,6	861	184,5	850	184,3	834	185	835	181	834	183,2	83	184,5	806
188,2	870	186	846	186,6	831	187,3	825	183,5	833	185	825	187,4	791
190	877	190	849	190	829	189,2	823	186	831	188,1	811	190	77
191,2	8795	191,7	852	192,2	828	190,7	819	188	824	190	805	191,8	766
192,9	887	194	850	193,5	825	192	813	190,8	807	191,7	801	192,5	764
193,5	8917	—	—	194,4	821	193,1	810	193,1	794	192,4	794	103,1	759
—	—	—	—	—	—	193,8	807	—	—	192,9	791	103,8	754
—	—	—	—	—	—	194,4	804	—	—	193,3	792	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	193,6	791	—	—

Esse in generale non coincidono colle prime se non a temperature assai lontane dalla temperatura di sparizione. Gli estremi delle tratteggiate non segnano i punti di apparizione, perchè non era possibile cogliere col catetometro il menisco in quell'istante essendo assai più celere il moto di ascesa o discesa che nello sparire. Anzi pare che la superficie di separazione nell'apparire si stacchi dalle estremità del tubo quando è mantenuto omogeneo il suo riscaldamento, se ne eccettuano i valori prossimi alla V curva. Questa presenta una biforcazione perchè vicino allo sparire ora avea moto di ascesa ora di discesa. Ho pure osservato che a 191° calava bruscamente e poi risaliva per scomparire, fenomeno analogo a quello della soprafusione. Probabilmente il massimo di questo rapporto è assai vicino alla sparizione. I massimi M_1 M_2 delle curve VI e VII si vanno scostando dalla temperatura di sparizione col diminuire del rapporto. Analogamente le curve di ritorno hanno massimi M'_1 M'_2 che però non coincidono coi primi. La curva AB (dei numeri sottosegnati) è linea dei rapporti di sparizione di cui mantengo solo l'andamento, ma non insisto sulla forma volendo tornarci sopra di proposito nel rispondere al secondo quesito, tanto più che vi sono delle divergenze da comporre con Battelli, con Heen e con Galitzine. La prima curva probabilmente è assintotica all'ordinata del punto 193°,1 perchè il menisco scomparve solo a celere riscaldamento, laddove a lento riscaldamento saliva all'estremità superiore del tubo. Sicchè pare che il rapporto iniziale 0,803 superi il limite possibile per la sparizione. Si vede che mentre il rapporto iniziale non va che da 0,80 a 0,38, a 190° oscilla da 0,4 a 2,25; cioè il menisco tende a sparire in ogni sezione del tubo.

« Quanto al diagramma B, osservo che io intendeva costruire la solita parabola delle densità e quindi un unico diametro; ma ognuno vede che non è possibile fare la media di tali numeri quali si osservano nella tavola B. I valori $\frac{d+d'}{2m}$ portati sull'asse delle ordinate furono calcolati colle formole:

$$d = \frac{m\,(v' - v_1')}{v_1 v' - v v_1'}, \qquad d' = \frac{m\,(v_1 - v)}{v_1 v' - v v_1'}$$

dedotte dalla equazione $vd + v'd' = m$, che col mutare di v in v_1 e v' in v_1' diviene $v_1 d + v_1' d' = m$ ad una stessa temperatura, donde si ricavano le densità in funzione dei volumi del liquido e del vapore. È da notarsi che i diametri oltre ad uno spostamento traslatorio presentano un notevole spostamento angolare, e inoltre il V è curvilineo colla concavità verso le ascisse e anche il II a rigore sarebbe curvilineo come appare dalla tabella, colla convessità verso l'asse delle ascisse.

Osservazioni: Il fatto che prima richiama l'attenzione è il non coincidere delle curve di ritorno colle curve di ascesa nella tavola A; il che significa che in generale non è fenomeno reversibile quello della sparizione.

Galitzine (Ann. der Ph. und Ch. Neue Folge. Band 50. p. 540, 1893) ed Heen sott'altra forma confermano dicendo che le densità non sono funzione della sola temperatura, sicchè nè le densità, ne i volumi, nè le tensioni prendono gli stessi valori ad una stessa temperatura. D'altra parte la forma delle curve esige l'esistenza d'un rapporto il cui massimo sarebbe al punto di sparizione e la cui linea sarebbe una retta che divide il campo in due regioni: una inferiore per le curve dotate di massimo e colla cavità rivolta all'asse delle ascisse, una superiore delle curve senza massimo e minimo colla convessità verso le ascisse. Per quel rapporto limite, pure la linea di ritorno sarebbe retta e coinciderebbe; sicchè in quel caso il fenomeno sarebbe reversibile e sarebbe caso normale. In conferma osservo che si possono impicciolire le variazioni dei rapporti ad una stessa temperatura, mantenendola costante per qualche tempo prima di misurare, affinchè si stabilisca l'equilibrio dinamico. Analogamente osservai che se non si manovra colla pompa assai lentamente, il menisco prosegue a spostarsi anche cessando di operare; il che fa supporre che il lavoro interno vicino alla sparizione sia assai più che non richiede il solo passaggio degli stati fisici e favorisce l'ipotesi ora in voga delle azioni intermolecolari. È cosa notevole che il punto d'incontro della retta limite colla linea di sparizione può ottenersi facilmente conducendo la linea dei massimi $M M_1 M_2$. Il valore del rapporto limite alla sparizione è calcolato da Amagat vicino a 0,8, il mio sarebbe incirca 0.77; al quale corrisponderebbe il valore iniziale 0,5 incirca; mentre Amagat lo supporrebbe costante. Dal detto parmi che il rapporto limite abbia dei caratteri ben definiti per preferirlo come condizione iniziale nelle misure degli elementi critici. E quanto importi il convenire su questo punto, lo dimostra la diversità delle curve per la quale non è possibile pesare il valore delle conclusioni che lo sperimentatore deduce dalle proprie esperienze se non assegna con precisione i dati iniziali, meno ancora si potranno istituire confronti. Il prof. Battelli trova un valore del volume critico dell'etere alquanto maggiore di quello di altri sperimentatori e Matthias (non essendosi ancor detto chi abbia ragione) ne dà parziale spiegazione; ma credo che sarebbe decisa tosto che si conoscessero i dati iniziali di tutti gli sperimentatori. Tre tubi sui quali ho costruito le curve II, V e VII, avevano rispettivamente

	Capacità in c.c.	per grammo c.c.	rapporto iniz. $\frac{v}{v}$
II	3,4262	3,591	0,640
V	3,297	4,240	0,499
VII	3,271	5,04	0,387

Tutti e tre danno la sparizione del menisco, ma ognuno vede che non può essere indifferente prendere per volume critico dell'etere, uno dei tre volumi assegnati al grammo.

« Ma si rileva maggiormente quanto importi il convenire sul modo di operare dalla tavola B. Le estese esperienze di Ioung e i calcoli di Matthias citate dapprincipio, provano bensì che il diametro delle densità soddisfa al teorema degli stati corrispondenti, ma ancora che non si può applicare a tutti i corpi perchè il coefficiente angolare nella equazione: $\gamma = \Delta\,[1 - \alpha\,(1 - \tau)]$ del diametro non è costante (come esigerebbe la teoria) ma oscilla da 0,95 a 1,05, e inoltre alcuni corpi non hanno diametro rettilineo. Di qui la necessità di confrontare solo quei corpi che hanno eguale coefficiente angolare e diametro rettilineo. Ora si potrebbe porre la questione: È poi costante per ciascun corpo quel coefficiente angolare? La risposta negativa assumerebbe vera importanza perchè tenderebbe ad escludere la necessità dei gruppi e manterrebbe la generalità del teorema. La tavola B segna tali spostamenti angolari nei diametri dell'etere, che la variazione del cofficiente angolare supera certamente i limiti sopraccennati. Se ciò avvenisse per gli altri corpi, cesserebbe la necessità di separarli in gruppi; solo sarebbe necessario e sufficiente eseguire su di essi le misure critiche in pari condizioni di procedimento. Anche il fatto che lo stesso etere presenta diametri curvilinei, escluderebbe la eccezione di quei corpi il cui diametro rettilineo non è ancora riconosciuto. L'argomento ha tanto maggior forza perchè si può rendere ragione dei risultati dal modo di operare. Generalmente si calcolano le densità colla misura diretta dei volumi v e v' per la relazione $vd + v'd' = m$ già citata, nella quale è supposto per la legge dei vapori saturi, che d e d' sieno costanti colla temperatura comunque variino v e v'. Teoricamente quindi la variazione può farsi entro limiti assai larghi del volume totale $V = v + v'$; cioè il suo massimo e il suo minimo che sono i volumi che la massa rinchiusa ha a quella temperatura allo stato di vapore saturo o di liquido. Non mi consta che gli autori si sieno imposto altro limite nella misura della densità. Amagat, p. es., segue le linee dei rapporti costanti $\frac{v}{v'}$ che necessariamente vanno a convergere alla temperatura di sparizione. Fra i suoi rapporti iniziali leggo il valore 0,1 che esige un volume tale che tenuto costante non darebbe sparizione. Io invece ho fissato diversi valori $V_1 = v_1 + v_1'$, $V_2 = v_2 + v_2'$, $V_3 = v_3 + v_3' \ldots$ (a) ed ho costruito le corrispondenti equazioni

$$\left.\begin{array}{ll} v_1 d + v_1' = m & 1) \\ v_2 d + v_2' = m & 2) \\ v_3 d + v_3' = m & 3) \end{array}\right\} (b)$$

per ogni temperatura: e secondochè confrontava V_1 con V_2, V_1 con V_3, V_2 con V_3 ecc. ne risultavano diametri più o meno divergenti, rettilinei o curvilinei. A questo modo io ho tenuto conto non solo delle equazioni (b) ma anche delle equazioni (a) che sono condizioni sottintese alle quali sono necessariamente legati v e v'. Nella costruzione del diametro si prende la

media delle due densità, ma è supposto che sieno le stesse nei diversi volumi V_1 V_2 per una stessa massa; mentre evidentemente la densità media varia cogli stessi volumi totali. Ora se di questa non occorre tener conto per temperature basse, non può trascurarsi vicino alla temperatura di sparizione dove la media delle densità si confonde colla densità media. Qui è dove fa difetto la formola, supponendo $\frac{d}{d'} = \frac{\Delta v'}{\Delta v}$ le densità inversamente proporzionali ai volumi; mentre io ritrovo alla temperatura 190° i valori seguenti del rapporto $\frac{\Delta v'}{\Delta v} = 3,8 - 1,6 - 2,18 - 1,5 - 3,8$. Si dovrà dunque ritenere con Heen che la densità dei vapori saturi ammette un massimo ad una stessa temperatura? O potrà spiegarsi per diversa tensione, e per la grande compressibilità del liquido a quella temperatura?

« Concludendo propongo il rapporto limite sopraindicato, riconosciuto da Amagat, da adottarsi per le misure critiche e come condizione di confronto tra i diversi corpi. Non affermo che per tutti i corpi abbia lo stesso valore il rapporto; solo dico che la regola dei massimi è ben determinata per riconoscerlo. Se non si conviene o così o in altro modo fra gli sperimentatori, si corre pericolo di oscurare in luogo di illustrare le belle teorie che tendono ad esprimere le proprietà fisiche dei corpi con semplicissime leggi ».

Fisica. — *Sopra il fattore smagnetizzante nei cilindri di ferro.* Nota di M. Ascoli e F. Lori, presentata dal Socio Blaserna.

« Nella Nota precedente abbiamo dato (tab. I) i valori della intensità della magnetizzazione nell'interno di cilindri di diverse lunghezze, nella presente ci occupiamo dello studio della forza magnetizzante effettiva.

« 7. I valori di questa si deducono graficamente dalla curva normale media (v. § 4), determinando le ascisse corrispondenti ai valori delle ordinate contenuti nella tab. I. I numeri così trovati sono raccolti nella tab. II. Il loro andamento per rispetto a quello dell'intensità è, quale si può prevedere considerando la forma generale delle curve magnetiche normali, composte di un primo tratto lentamente ascendente e concavo in alto, di un secondo pure concavo e rapidamente ascendente e di un terzo convesso che sale lentamente. Le variazioni dell'intensità della magnetizzazione sono quindi nei due primi tratti, cioè per piccole e medie i o per piccoli λ, e specialmente nel secondo, più sensibili di quelle della forza magnetizzante, nel terzo tratto meno (grandi i e grandi λ). Nella tabella II sono omessi i valori per $i = 10$, che, essendo troppo piccoli, riuscivano alquanto incerti nella determinazione grafica.

TABELLA II. *Forza magnetizzante* (1).

$\lambda =$ 54.6		36.9	27.7	22.1	17.5	13.0	10.0	8.0	5.6
				$i = 20$					
$\varrho =$ 0.155	16.4	15.5	13.1	11.1	11.0	8.8	7.7	6.0	4.1
0.310	17.1	15.9	12.6	12.2	10.4	8.9	6.9	5.8	4.4
0.464	18.2	16.4	13.3	12.8	10.9	9.2	7.5	6.6	4.7
0.617	16.8	15.1	12.2	11.7	10 2	8.9	7.4	6.5	4.9
0.768	18 3	16.8	13.3	12.9	11.3	8.8	8 0	6.9	5.2
0.923	18.7	17.0	13.6	13.4	11.3	9.3	8.0	7.1	6.0
				$i = 50$					
$\varrho =$ 0.155	34.3	27.8	24.1	22.4	18.7	15.8	13.8	11.5	7.7
0.310	33.3	27.4	23.3	21.6	18.2	15.6	13.5	11.4	7.7
0.464	34.5	27.7	24.4	22.6	19.4	16.7	14.3	12.1	8.8
0.617	35.3	28.4	23.7	21.9	18.1	15.3	13.0	11.3	8.8
0.768	35.3	28.4	25.5	21.0	19.4	17.1	14.7	12.8	10.4
0.923	36.0	29.8	26.4	22.2	20.4	17.8	15.5	14.0	11.6
				$i = 80$					
$\varrho =$ 0.155	54.7	40.2	33.1	28.8	23.6	20.0	16.6	14.3	10.6
0.310	53.6	39.5	32.0	27.6	23.1	19.6	16.5	14.1	10.5
0.464	54.8	40.7	33.6	29.0	24.2	21.0	17.8	15.3	11.7
0.617	55.2	41.7	33.9	29.1	23.9	20.1	18.9	14.6	11.4
0.768	54.8	41.4	32.8	30.2	24.8	21.6	18.8	16.8	13.6
0.923	55.0	42.5	35.1	31.4	26.7	23.3	20.5	18.7	15.5
				$i = 160$					
$\varrho =$ 0.155	115.1	81.0	59.3	49.6	35.4	28.4	23.8	19.5	14.4
0.310	121.2	78.0	57.4	47.2	35.0	28.0	22.7	19.5	14.4
0.464	117.8	81.4	59.4	49.6	36.5	29.2	24.2	21.3	16.3
0.617	113.5	81.5	61.3	50.3	38.0	30.4	24.6	20.7	16.1
0.768	117.4	81.4	56.2	52.2	38.8	31.7	26.4	23.3	19.2
0.923	116.0	80.3	61.3	52.1	41.4	34.3	27.0	26.7	23.1
				$i = 286$					
$\varrho =$ 0.155	—	—	—	89.0	59.3	41.8	33.1	26.3	18.1
0.310	—	—	—	86.8	59.8	42.5	31.7	25.8	18.3
0.464	—	—	—	93.2	59.4	44.3	33.9	28.0	20.6
0.617	—	—	—	95.4	64.0	46.8	36.1	29.8	22.0
0.768	—	—	—	96.1	65.3	49.4	38.5	32.4	22.8
0.923	—	—	—	96.8	68.4	53.0	43.1	37.7	28.7

(1) Coeff. di riduzione in misura assoluta 0.1916.

« 8. La *forza smagnetizzante* si calcola, nella solita unità, sottraendo i valori della tabella II da quelli corrispondenti di i, ossia della forza magnetizzante primitiva o impressa. Tali valori, determinati per le quattro maggiori intensità, sono raccolti nella tabella III. Le variazioni relative della forza smagnetizzante nell'interno del corpo sono molto piccole anche nel caso che l'intensità indotta sia variabilissima. Ciò dipende dall'essere la forza stessa vicina al valore della forza impressa, per modo che anche piccole variazioni di quella dànno luogo a grandi variazioni relative della f. m. risultante, che è la differenza delle due.

TABELLA III. *Forze smagnetizzanti* (¹).

$\lambda =$	54.6	36.9	27.7	22.1	17.5	13.0	10.0	8.0	5.6
				$i = 50$					
$\varrho = 0.155$	15.7	22.2	25 9	27.6	31.3	34.2	36.2	38.5	42.5
0.310	16.7	22 6	26.7	28.4	31.8	34.4	36.5	38.6	42.3
0.464	15.5	22.5	25.6	27.4	30.6	33.3	35.7	37.9	41.2
0.617	14.7	21.6	26.3	28.1	31.9	34.7	37.0	38.5	41.2
0.768	14.7	21.6	24.5	29.0	30.6	32.9	35.3	37.2	39.6
0.923	14.0	20.2	23.6	27.8	29.6	32.2	34.5	36.0	38.4
				$i = 80$					
$\varrho = 0.155$	25.3	39.8	46.9	51.2	56.4	60.0	63.4	65.7	69.4
0.310	26.4	40.5	48.0	52.4	56.7	60.4	63.5	65.9	69.5
0.464	25.2	39.3	46.4	51.0	55.8	59.0	62.2	64.7	68.3
0.617	24.8	38.3	46.1	50.9	56.1	59.9	61.1	65.4	68.6
0.768	25.2	38.6	47.2	49.8	55.2	58.4	61.2	63.2	66.4
0.923	25.0	37.5	44.9	48.6	53.3	56.7	59.5	61.3	64.5
				$i = 160$					
$\varrho = 0.155$	44.9	79.0	100.7	110.4	124.6	131.6	136.2	140.5	145.6
0.310	38.8	82.0	102.6	112.8	125.0	132.0	137.3	140.5	145.6
0.464	42.2	78.6	100.6	110.4	123.5	130.8	135.8	138.7	143.7
0.617	46.5	78.5	98.7	109.7	122.0	129.6	135.4	139.3	143.9
0.768	42.6	78.6	103.8	107.8	121.2	128.3	135.6	136.7	140.8
0.923	44.0	79.7	98.7	107.9	118.6	125.7	133.0	133.3	136.9
				$i = 286$					
$\varrho = 0.155$	—	—	—	197.0	226.7	244.2	252.9	259.7	267.9
0.310	—	—	—	199.2	226.2	243.5	254.3	260.2	267.6
0.464	—	—	—	192.8	226.6	241.7	252.1	258.0	265.4
0.617	—	—	—	190.6	222.0	239.0	249.9	256.2	264.0
0.768	—	—	—	189.8	220.7	236.6	247.5	253.1	263.2
0.923	—	—	—	189.2	217.6	233.0	242.9	248.3	259.3

(¹) Coeff. di riduzione in misura assoluta 0,1916.

« 9. La forza smagnetizzante si può, in generale, esprimere mediante il prodotto dell'intensità della magnetizzazione, per una quantità, detta *fattore smagnetizzante* (N), indipendente dall'intensità stessa e funzione solo degli elementi geometrici del corpo indotto. Questo fattore N si otterrà quindi dividendo la f. smagn. per l'intensità indotta, cioè i numeri della tabella III per i corrispondenti della I. I risultati di questo calcolo sono raccolti nella tabella IV. La concordanza tra i 4 valori che, per le 4 intensità, corrispondono al medesimo valore di ϱ e di λ, è soddisfacente. La tabella V raccoglie le medie di questi 4 valori e dà per cilindri di diversa lunghezza il fattore smagnetizzante a diverse distanze dall'asse. Nell'ultima linea della tabella sono scritti i valori medi di N.

TABELLA IV. *Valori di* N [1].

$\lambda =$	54.6	36.9	27.7	22.1	17.5	13.0	10.0	8.0	5.6
				$i = 50$					
$\varrho = 0.155$	0.39	0.80	1.25	1.59	2.68	4.12	5.84	8.56	17.0
0.310	0.44	0.83	1.39	1.78	2.86	4.24	6.08	8.78	16.7
0.464	0.38	0.81	1.21	1.53	2.41	3.62	5.33	7.58	13.7
0.617	0.34	0.74	1.32	1.69	2.90	4.45	6.49	8.78	13.7
0.768	0.34	0.74	1.05	1.44	2.39	3.46	4.90	6.53	10.2
0.923	0.32	0.64	1.00	1.26	2.07	3.07	4.31	5.54	8.4
				$i = 80$					
$\varrho = 0.155$	0.33	0.76	1.23	1.71	2.86	4.41	6.60	9.66	16.9
0.310	0.35	0.81	1.34	1.89	3.02	4.65	7.06	9.99	17.4
0.464	0.33	0.74	1.20	1.70	2.66	3.88	5.87	8.19	14.6
0.617	0.32	0.70	1.17	1.68	2.76	4.28	5.05	9.34	15.6
0.768	0.33	0.72	1.24	1.57	2.51	3.65	5.14	6.80	10.9
0.923	0.32	0.67	1.06	1.40	2.09	2.97	4.10	5.15	8.1
				$i = 160$					
$\varrho = 0.155$	0.30	0.70	1.20	1.61	2.91	4.54	6.84	10.9	24.0
0.310	0.25	0.75	1.27	1.73	2.98	4.71	7.59	10.9	24.0
0.464	0.28	0.69	1.19	1.61	2.76	4.30	6.53	11.2	16.4
0.617	0.31	0.68	1.14	1.57	2.55	3.96	6.30	9.22	16.7
0.768	0.28	0.69	1.31	1.47	2.47	3.67	5.45	7.16	11.3
0.923	0.29	0.71	1.14	1.48	2.19	3.10	4.25	5.21	7.3
				$i = 286$					
$\varrho = 0.155$	—	—	—	1.59	2.71	4.46	6.69	10.50	24.3
0.310	—	—	—	1.64	2.67	4.35	7.27	10.90	23.7
0.464	—	—	—	1.63	2.68	4.07	6.35	9.18	18.6
0.617	—	—	—	1.46	2.45	3.74	5.67	8.08	15.6
0.768	—	—	—	1.45	2.38	3.48	5.08	6.76	11.3
0.923	—	—	—	1.43	2.25	3.14	4.24	5.26	7.5

[1] Coefficiente di riduzione in misura assoluta 0,0364.

TABELLA V. *Valori medii di* N [1].

$\lambda =$ 54.6		36.9	27.7	22.1	17.5	13.0	10.0	8.0	5.6
$\varrho =$ 0.155	0.34	0.75	1.23	1.62	2.79·	4.38	6.49	9.90	20.55
0.310	0.35	0.80	1.33	1.76	2.88	4.49	7.00	10.14	20.45
0.464	0.33	0.75	1.20	1.62	2.62	3.97	6.02	9.04	15.82
0.617	0.32	0.71	1.21	1.60	2.66	4.11	5.88	8.85	15.40
0.768	0.32	0.72	1.14	1.48	2.44	3.55	5.14	7.31	10.92
0.923	0.31	0.67	1.07	1.39	2.15	3.07	4.22	5.31	7.82
Medie	0.33	0.73	1.20	1.58	2.59	3.93	5.79	8.44	15.16

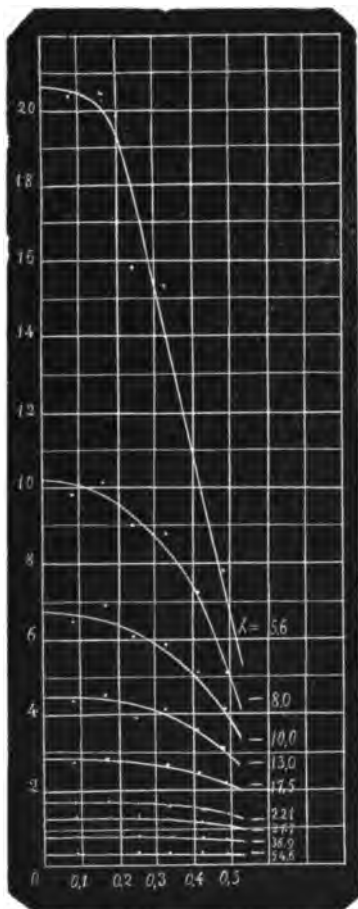



FIG. 3.

« La figura 3 rappresenta l'andamento di N così determinato. Costante per le maggiori lunghezze, va poi decrescendo dal centro alla periferia. Tale variazione, lenta dapprima, si fa rapidissima per le minori lunghezze studiate.

« Ai numeri della tabella andrebbe a rigore aggiunto il fattore smagnetizzante corrispondente alla lunghezza di circa 250 diametri, fattore che abbiamo trascurato fin quì perchè effettivamente piccolissimo e costante. Ne terremo conto nel calcolo che segue.

« Riduciamo, col fattore 0,0364, le medie dell'ultima linea in misura assoluta, aggiungiamo a ciascuna il numero 0,0007 che, secondo il Du Bois [2], è il fattore smagnetizzante per $\lambda = 250$, e, per interpolazione grafica, calcoliamo i valori di N corrispondenti alle lunghezze λ della tabella VI.

[1] Coefficiente di riduzione in misura assoluta 0.0364.

[2] l. c.

TABELLA VI.

$\lambda = 5.5$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
N=0.567	0.218	0.118	0.074	0.052	0.039	0.030	0.025	0.019	0.016	0.013
N_1 —	0.216	0.120	0.077	0.053	0.039	—	0.024	—	0.016	—

« I valori N_1 sono quelli dati dal Du Bois; la concordanza quasi perfetta coi nostri dimostra quanto prima abbiamo asserito, che cioè l'esistenza delle eliche interne non altera l'andamento dei fenomeni, ed è anche prova dell'esattezza delle nostre misure.

« La tabella V mostra come i valori di N sieno variabilissimi per le piccole lunghezze, ma tendano a diventare costanti al crescere di queste; la costanza non è ancor raggiunta ma è molto prossima per la lunghezza superiore a 55 circa. Il sig. Du Bois ha dimostrato che il fattore smagnetizzante per lunghezze non inferiori a 100 diametri è proporzionale alla sezione (a pari lunghezza); ma, se si osservano i dati del Du Bois, si nota che al di sopra dei 50 diametri i valori si accostano rapidamente a tale proporzionalità. se ne può dunque arguire che: *il fattore smagnetizzante diventa proporzionale alla sezione quando la distribuzione della magnetizzazione interna diventa uniforme.*

« Il presente studio completa quelli precedenti, anche per quanto riguarda la questione della penetrazione del magnetismo nell'interno del ferro. Gli strati interni sono in ogni caso ben lontani dall'esser privi di magnetizzazione, anzi la distribuzione, uniforme quasi rigorosamente per lunghezze superiori a circa 50 diam., si scosta poco dall'uniformità fino a una quindicina di diam. circa, sebbene la f. smagnetizzante sia grandissima in questi cilindri, e molto sensibile anche in quelli di 50 diametri. Questo punto della questione ci pare risoluto in modo completo.

« I principali risultati si possono riassumere come segue:

« La distribuzione del magnetismo indotto è sensibilmente uniforme fino a 50 diam. circa.

« Al di sotto dei 50 diam. si manifesta un aumento dal centro alla periferia che si va accentuando al diminuir della lunghezza, prima lentamente poi (sotto a 15 diam.) rapidamente.

« Per valori molto piccoli e molto grandi (I e III tratto della curva magnetica normale) della f. magnetizzante effettiva, la variabilità dell'intensità magnetica indotta è minore.

« Il fattore smagnetizzante, negli stessi limiti sopra nominati, è costante o variabile, decrescendo dal centro alla periferia.

« Nei limiti della uniformità della distribuzione, il fattore smagnetizzante, a parità di lunghezza, è proporzionale alla sezione.

« Nelle dinamo, il cui circuito magnetico è paragonabile a quello di un cilindro che si avvicina ai 20 diam. circa (1), la distribuzione si scosta poco dalla uniformità ».

Cristallografia. — *Osservazioni cristallografiche sull'acido picrico* (2). Nota del dott. LUIGI BRUGNATELLI, presentata dal Socio STRÜVER.

« Benchè l'acido picrico $C_6 H_3 (NO_2)_3 O$ sia stato già più volte sottoposto a ricerche cristallografiche, pure ho creduto opportuno ripeterne lo studio, avendo avuto occasione di notare che i dati cristallografici fin qui generalmente ammessi per questa sostanza, non solo sono incompleti, ma contengono anche errori non lievi.

« Le misure del Mitscherlich (3) che risalgono al 1828 e poi quelle del Laurent (4) e le ricerche ottiche del v. Lang (5) hanno dimostrato che l'acido picrico cristallizza nelle forme del sistema trimetrico, però nessuno di questi autori accenna al carattere emimorfo che pure dai cristalli di questa sostanza è frequentemente offerto in modo assai evidente, cosicchè l'acido picrico, anche nei trattati recentissimi di cristallografia (6) è dato tra le sostanze appartenenti al gruppo oloedrico del sistema trimetrico. Tuttavia del carattere emimorfo dei cristalli di acido picrico possiamo trovare un cenno già nella Memoria nella quale il Liebig (7) descrive questa sostanza da lui per la prima

(1) V. Ascoli, *Sul circuito magnetico delle dinamo-* « Elettricista », 1894, pag. 107.

(2) Gabinetto di Mineralogia della R. Università di Roma.

(3) *Ueber die Krystallform der Kohlen stickstoffsäure.* Pogg. Ann., v. XIII, p. 375. 1828.

(4) Revue scientifique, vol IX, p. 24. Per quante ricerche io abbia fatto non mi fu possibile trovare questa Memoria. In proposito vedi Rammelsberg. *Handbuch der Krystallographisch-physichalischen Chemie.* Abt. II, p. 495. Leipzig, 1882.

(5) *Untersuchungen über die physicalischen Verhältnisse Krystallisirter Körper. Zweite Reite.* Sitzb. d. W. A. vol. XXXI, p. 111.

(6) Rammelsberg, l. c., Groth. *Physikalische Kristallographie*, p. 464. Leipzig, 1885. — Fock, *Einleitung in die chemische Krystallographie*, p. 117-118. Leipzig, 1888. — Arzruni, *Physikalische Chemie der Krystalle*, p. 228. Braunschweig, 1893.

(7) *Ueber die bittere Substanz welche durch Behandlung des Indigs, der Seide und der Aloë mit Salpetersäure erzeugt wird.* Pogg. Ann., vol. XIII, 1828. Laurent invece (*Sur le phènile et ses dérivés.* Ann. de Chim. et Phys., 3e sér., vol. III, p. 222) dice che si ottengono sempre lamine rettangolari, mai lamine triangolari equilatere.

volta ottenuta. Infatti a pagina 195 dice che i cristalli sono: « *hellgelbe, äusserst glänzende Blätter, die meistens die Form gleichseitiger Dreiecke besitzen* ». Più decisiva che la descrizione di Liebig sono le osservazioni microcristallografiche di Lehmann [1]; egli osservò che i cristalli microscopici « *treten fast immer in der bekannten gemessenen Form, vollkommen scharf aber hemimorph ausgebildt, auf* ». Io ho potuto constatare il carattere emimorfo prima sopra alcuni cristalli notevoli per le loro dimensioni, preparati ed a me donati dal prof. E. Zenoni del R. Istituto tecnico di Pavia, ed in seguito sopra numerosissimi cristalli da me ottenuti da parecchi solventi.

« Per queste mie osservazioni, per quella del Lehmann e per i fenomeni di piroelettricità che riferirò più avanti, rimane accertato che i cristalli di acido picrico appartengono al gruppo emimorfo del sistema trimetrico.

« Oltre questo importante risultato, come ho detto più sopra, lo studio della letteratura dell'acido picrico mi condusse a scoprire alcuni errori fino ad ora passati inosservati.

« Come è noto da tutti vengono ammesse per i cristalli di questa sostanza le costanti:

$$a : b : c = 0{,}974 : 1 : 0{,}9374 \text{ [2]}$$

calcolate da Rammelsberg in base ai seguenti angoli di Mitscherlich:

$$(111):(1\bar{1}1) = 68^\circ 3'$$
$$(111):(\bar{1}11) = 70^\circ 10'.$$

« Se si confrontano i valori angolari calcolati per mezzo di questo rapporto parametrico con quelli osservati, subito colpisce la grande discordanza che passa tra osservazione e calcolo. Ora è facile accorgersi, e le misure da me eseguite (vedi sotto) lo provano, che questa grande discordanza è dovuta ad una svista di Mitscherlich (loc. cit.) che scambiò l'angolo $(111):(11\bar{1})$ con $(111):(1\bar{1}1)$ [3]. Infatti dando all'angolo $(111):(11\bar{1})$ il suo giusto valore e calcolando, partendo cioè da

$$(111):(11\bar{1}) = 68^\circ 3'$$
$$(111):(\bar{1}11) = 70^\circ 10'$$

(1) *Mickrokrystallographische Untersuchungen.* Zeitschr. f. Kryst. und Min. v. P. Groth., vol. VI, p. 64. 1882.

(2) Più esattamente:

$$a : b : c = 0{,}9735 : 1 : 0{,}9371$$

(3) Orientazione di Rammelsberg.

si ha:

$$a:b:c = 1{,}0389:1:1{,}0671$$

dalle quali costanti risulta un perfetto accordo tra i valori misurati e calcolati, come lo dimostra la seguente tabella:

	valori osservati Mitsch.	valori calcolati Ramm.	Brugn.
(120):(1$\bar{2}$0)	128°36′	125°40′	128°36′
(100):(120)	64 18	62 50	64 18
(100):(111)	54 55	54 55	54 55

« Naturalmente questa modificazione nelle costanti cristallografiche dell'acido picrico porta con sè una variazione anche nelle relazioni morfotropiche che furono stabilite tra l'acido picrico stesso ed altre sostanze (1). Così per esempio è interessante la relazione che si ottiene tra l'acido picrico (trinitrofenolo) ed il trimitrobenzolo quando per quest'ultimo si assumano le costanti date dal Fock (loc. cit.): $a:b:c = 0{,}943:1:0{,}5384$ che facilmente possono essere trasformàte in modo da aversi:

Trinitrofenolo: $a:b:c = 1{,}0389:1:1{,}0671$
Trinitrobenzolo: $a:b:c = 1{,}1206:1:1{,}0626$.

« Così pure la relazione data da Arzruni tra l'acido picrico ed il picrato di potassio si trasforma nella seguente:

Acido picrico: $a:b:c = 1{,}0389:1:1{,}0671$
Picrato di K: $a:b:c = 1{,}4352:1:1{,}0616$.

« I numerosi cristalli da me esaminati presentano per la maggior parte l'aspetto ordinario dei cristalli di acido picrico. Sono cioè tabulari, talvolta

(1) Friedländer, *Kristallographische Untersuchungen* ecc. Zeitschr. f. Kryst. und Min., vol. III, p. 172. — Fock, loc. cit., p. 117-118. — Arzruni, loc. cit. p. 228.

lamellari, secondo }100{, allungati secondo l'asse [001] (fig. 1ª); altri invece hanno abito ottaedrico (fig. 2ª e 4ª). La figura 3ª dà l'immagine di cri-

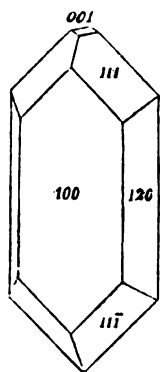
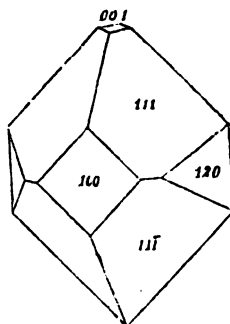



Fig. 1. Fig. 2.

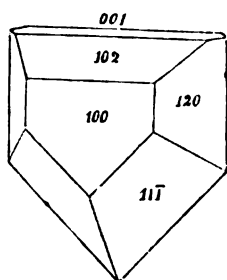
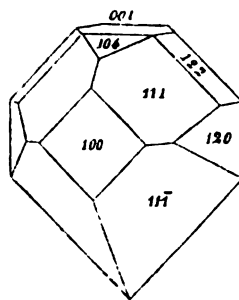



Fig. 3. Fig. 4.

stalli più rari dei precedenti. I cristalli ottenuti dal prof. Zenoni poi hanno tutti indistintamente l'aspetto della fig. 4ª, ed a differenza degli altri sono di notevoli dimensioni (diam. mass. parall. [001] 8 mm. minim. parall. [100] 4-5 mm.).

« Il carattere emimorfo in quasi tutti i cristalli si manifesta colla presenza della forma }001{ colla sola faccia (001), nella maggior parte dei casi, così piccola da essere visibile solo colla lente, oppure al goniometro (ciò spiega come il carattere emimorfo di questa sostanza sia fino ad ora passato inosservato), altre volte invece abbastanza sviluppata; in questi ultimi casi però è sempre a superficie assai ineguale e cioè arrotondata o fortemente striata parallelamente a [010] in modo da non permettere alcuna misura. Raramente la faccia (001) manca, ed in tali casi si tratta forse di geminati di complemento.

« Le forme che ho potuto osservare sono le seguenti (¹):

polo superiore: }001{, }111{, }122{, }104{, }102{;
zona [001]: }100{, }120{;
polo inferiore: }$\bar{1}\bar{1}\bar{1}${.

« Le forme }001{, }102{. }104{, }122{ sono nuove per l'acido picrico.

« Le forme }100{, }120{, }$\bar{1}\bar{1}\bar{1}${ non mancano in nessun cristallo, }001{. }111{ mancano invece qualche volta; meno frequenti sono: }122{, }102{, }104{.

« Le facce dei cristalli lasciano molto a desiderare quanto a regolarità della loro superficie, essendo sempre poco piane. Per questa circostanza, unita all'altra che i cristalli all'aria perdono presto la lucentezza che hanno appena estratti dalla soluzione, non mi fu possibile ottenere misure molto esatte.

« Nella seguente tabella espongo i valori angolari osservati e calcolati in base al rapporto:

$$a : b : c = 1,0305 : 1 : 1,0434$$

dedotto dai primi sei angoli che tra tutti sono i più attendibili.

	medie	limiti	n	valori calcolati
(100) : (120)	64°2	63°52′ — 64°19′	16	64°7′
(100) : (111)	54 58	54 47 — 55 6	13	54 59
(111) : ($\bar{1}$11)	70 3	69 55 — 70 8	5	70 2
(111) : (1$\bar{1}$1)	72 43	72 30 — 72 50	5	72 30
(111) : (11$\bar{1}$)	68 48	68 38 — 68 55	5	69 2
(100) : (102)	63 46	63 40 — 63 50	4	63 9
(100) : (104)	75 32	75 — 32	2	75 48
(111) : (120)	38 26	38 18 — 38 34	4	38 31
(111) : (102)	40 3	39 55 — 40 8	3	40 7
(111) : (104)	46 9	45 54 — 46 24	2	46 21
(111) : (122)	16 1	15 41 — 16 19	4	15 42
(122) : ($\bar{1}$22)	38 40	—	1	38 37

« Ben poco si conosce fino ad ora delle proprietà ottiche dei cristalli di acido picrico. Le uniche osservazioni in proposito le dobbiamo al v. Lang (loc. cit.), il quale però altro non potè determinare che la direzione del piano degli assi ottici parallelo a }010{ e che normalmente a }100{ esce l'asse di minima elasticità ottica da lui ritenuta, benchè non con sicurezza, come bisettrice acuta. Secondo v. Lang lo schema ottico sarebbe dunque $\underline{\mathfrak{a}}\,\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}$ (²).

(¹) Orientazione di Rammelsberg.

(²) Lo schema dato dal v. Lang è $\mathfrak{b}\,\underline{\mathfrak{a}}\,\mathfrak{c}$ perchè l'orientazione da lui adottata è diversa da quella di Rammelsberg. Circa questa orientazione vedasi: J. Grailich und V. v. Lang, *Untersucungen über die physicalischen Verhältnisse Krystallisirter Körper I. Orientirung der optischen Elasticitätsaxen in der Kristallen des rhombischen Systems.* Sitzb. W. Ac. vol. XXVII, p. 3-10. 1857.

« Le mie osservazioni hanno confermato quelle di v. Lang circa la direzione del piano degli assi ottici e dell'asse di massima elasticità. Questo però non è bisettrice acuta ma bensì ottusa; naturalmente l'acuta (asse di minima elasticità) è parallela a [001]. Lo schema ottico è dunque $\mathfrak{a}\ \mathfrak{b}\ \underset{+}{\mathfrak{c}}$. La doppia rifrazione è molto energica. La misura dell'angolo degli assi ottici eseguita sopra lamine tagliate normalmente alle due bisettrici, diede nell'olio i seguenti risultati:

per il rosso: $2H_a = 98°23'$ $2H_0 = 119°56'$
per il giallo (Na): » $= 99°27'$ » $= 120°8'$ [1]
per l'azzurro » $= 103°32'$

[1] Come si vede, da queste misure dell'angolo apparente degli assi ottici nell'olio si ha, tanto per la lamina normale alla bisettrice acuta come anche per quella normale alla ottusa, la dispersione $\varrho < v$. Siccome la dispersione vera è $\varrho < v$ così avviene per la lamina normale alla bisettrice ottusa una inversione della dispersione. Un fenomeno simile fu già osservato da Des Cloiseaux (*Nouvelles recherches* ecc., p. 100 e 140) nella Thenardite e nell'Iposolfito di sodio, però per quanto io sappia non ne fu ancora data una spiegazione.

Il fenomeno è dovuto alla differenza di dispersione del cristallo (per raggi di indice di rifrazione β) e dell'olio, e le condizioni perchè avvenga si possono ricavare nel seguente modo:

Supponiamo di avere una lamina normale ad una bisettrice e V_r, V_v; β_r, β_v; n_r, n_v; H_r, H_v; abbiano il significato che loro si dà generalmente. Allora come è noto si ha:

$$\text{sen}\, V_r = \frac{n_r}{\beta_r} \text{sen}\, H_r \quad \text{e} \quad \text{sen}\, V_v = \frac{n_v}{\beta_v} \text{sen}\, H_v$$

da cui si ottiene:

$$\frac{\text{sen}\, V_r}{\text{sen}\, V_v} = \frac{\frac{\beta_v}{\beta_r}}{\frac{n_v}{n_r}} \cdot \frac{\text{sen}\, H_r}{\text{sen}\, H_v}$$

Ora $\frac{\beta_v}{\beta_r}$ è l'espressione della dispersione del cristallo per raggi di indice di rifrazione β ed $\frac{n_v}{n_r}$ quella del mezzo ambiente.

Indichiamo per semplicità la prima con d e la seconda con δ e scriviamo quindi

$$\frac{\text{sen}\, V_r}{\text{sen}\, V_v} = \frac{d}{\delta} \cdot \frac{\text{sen}\, H_r}{\text{sen}\, H_v}.$$

Ora sia $V_r > V_v$ e quindi $\frac{\text{sen}\, V_r}{\text{sen}\, V_v} > 1$. Allora è evidente che avverrà una inversione e cioè si osserverà $H_r < H_v$ quando il rapporto $\frac{d}{\delta}$ soddisferà alla relazione:

$$\frac{\text{sen}\, V_r}{\text{sen}\, V_v} < \frac{d}{\delta}.$$

Nel caso invece di $V_r < V_v$ e quindi di $\frac{\text{sen}\, V_r}{\text{sen}\, V_v} < 1$ si avrà un'inversione e cioè si osserverà $H_r > H_v$ quando il rapporto $\frac{d}{\delta}$ soddisferà a:

$$\frac{\text{sen}\, V_r}{\text{sen}\, V_v} > \frac{d}{\delta}.$$

da cui si ricava:

per il rosso: $2V_a = 82°19'$

per il giallo (Na) » $= 82°43'$.

Si ha quindi una notevole dispersione $\varrho < v$.

« Il pleocroismo è pressochè insensibile. Anche osservando sopra lamine di notevole spessore riesce difficile notare una variazione di colore. Tuttavia da osservazioni eseguite colla lente di Haidinger e sopra tre lamine tagliate parallelamente ai tre pinacoidi mi pare di poter dedurre l'assorbimento:

$$\mathfrak{c} > \mathfrak{b} > \mathfrak{a}.$$

« Il carattere polare dell'asse [001], già reso evidente dalla forma cristallina, è poi confermato dai fenomeni di piroelettricità polare che i cristalli di acido picrico offrono in modo assai spiccato.

« Per lo studio di questo fenomeno mi valsi del noto metodo di Kundt, ed esperimentai tanto su cristalli grossi come su cristalli laminari. I cristalli furono appesi per mezzo di sottilissimi fili di seta entro una stufetta e riscaldati per circa due ore ad una temperatura di circa 60°.

« Le esperienze mostrarono che per raffreddamento si elettrizza negativamente (polo analogo) l'estremità positiva dell'asse [001], alla quale estremità generalmente si trova la faccia (001), e positivamente (polo antilogo) l'estremità negativa dello stesso asse sempre determinata dal vertice della forma $\}\bar{1}\bar{1}\bar{1}\{$. L'acido picrico dunque segue come la blenda, la tormalina, la calamina ecc., la legge di Curie [1].

« Il fenomeno si manifesta in modo spiccatissimo in tutti i cristalli, meno che in quelli laminari nei quali è molto debole. Quanto alla distribuzione della elettricità sulla superficie dei cristalli, si osserva che sono elettrizzate negativamente le sole facce del polo superiore e cioè delle forme }001{, }111{, }122{, }102{, }104{, mentre l'elettricità negativa oltre le facce della forma $\}\bar{1}\bar{1}\bar{1}\{$ occupa una parte della forma }100{ e nei cristalli molto allungati secondo [001] (fig. 1ª) anche una parte delle facce di }120{ ».

Ad ogni modo sarà sempre necessario che $\frac{d}{\delta} > 1$ nel primo caso e < 1 nel secondo, e cioè si potrà concludere che se nel primo caso si osserverà una inversione, la dispersione del cristallo sarà maggiore che quella del mezzo ambiente e viceversa nel secondo caso.

Se il mezzo è l'aria (per cui possiamo ammettere $\delta = 1$) sarà solo possibile una inversione nel caso che si abbia $V_r > V_v$.

Ne segue che l'osservazione della immagine assiale come anche la misura dell'angolo apparente degli assi ottici in alcuni casi non bastano ad indicare il senso della dispersione degli assi ottici.

(1) J. et P. Curie, *Développement par compression de l'éléctricité polaire dans les crystaux hemièdres à faces inclinées.* Comptes rend. Acc. des Sciences, vol. XCI, p. 386. 1880. — Vedasi anche: E. Mallard, *Traité de Cristallographie*, vol. II, pag. 578. — Soret, *Eléments de cristallographie physique*, p. 626.

PERSONALE ACCADEMICO

Giunse all'Accademia la dolorosa notizia della morte del Socio straniero HERMANN VON HELMHOLTZ, mancato ai vivi in Charlottenburg l'8 settembre 1894. Apparteneva il defunto Socio all'Accademia sino dal 2 luglio 1875.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

Il R. Istituto di studi superiori di Firenze; la R. Accademia svedese delle scienze di Stockholm; la Società di scienze naturali di Emden; la R. Società delle scienze di Upsala: l'Istituto Smithsoniano di Washington; il Museo di geologia pratica di Londra; il R. Osservatorio di Greenwich; la Biblioteca del Museo nazionale di Buenos Aires; la R. Università di Christiania.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Corpo Reale delle Miniere, Roma; la Società zoologica di Londra; la Università di Giessen e di Marburg; la Scuola politecnica di Karlsruhe, l'Istituto meteorologico di Bucarest.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 7 ottobre 1894.

Meccanica. — *Sulle tensioni in un sistema elastico articolato.* Nota I del Socio F. SIACCI.

« Il teorema sulle tensioni nei sistemi elastici articolati, enunciato nella sua generalità la prima volta dal Gen. Menabrea che lo chiamò *principio di elasticità*, e che il Castigliano disse poi *teorema del minimo lavoro*, è un teorema limite, ossia una proposizione che si verifica quando le deformazioni siano infinitamente piccole. Esistono casi, in cui, anche in quella ipotesi, la proposizione non sussiste? Esistono casi in cui, anche senza quella ipotesi, la proposizione è vera? Si può stabilire una proposizione analoga che, almeno per deformazioni infinitamente piccole, comprenda tutti i casi, e comprenda tanto le tensioni delle aste, quanto le compressioni degli appoggi esterni? Ci studieremo di rispondere a questi quesiti.

§ 1.

« Siano n i vertici, o nodi, di un sistema articolato in equilibrio, l_{rs} sia la lunghezza dell'asta che congiunge i nodi r ed s, T_{rs} la sua tensione, x_r y_r z_r le coordinate ortogonali del nodo r, ed X_r Y_r Z_r le componenti della forza applicata in esso.

« Supporremo in questa prima Nota il sistema completamente libero. Le equazioni d'equilibrio allora sono:

$$
(1) \qquad \begin{cases} X_r = \sum_s T_{rs} \dfrac{\partial l_{rs}}{\partial x_r}, \\ Y_r = \sum_s T_{rs} \dfrac{\partial l_{rs}}{\partial y_r}, \qquad r, s = 1, 2 \dots n. \\ Z_r = \sum_s T_{rs} \dfrac{\partial l_{rs}}{\partial z_r}. \end{cases}
$$

La tensione T_{rs} si suppone applicata in r e si considera positiva quando è diretta verso s, cioè quando proviene da un allungamento, e negativa nel caso contrario. Onde dicendo L_{rs} la lunghezza *naturale* dell'asta l_{rs}, cioè la sua lunghezza quando fosse libera e non sollecitata da alcuna forza esterna, si avrà

$$
(2) \qquad T_{rs} = \varepsilon_{rs} (l_{rs} - L_{rs}),
$$

ove ε_{rs} è un coefficiente positivo (coefficiente di resistenza) dipendente dalla materia e dalle dimensioni dell'asta allo stato naturale. T_{rs} e T_{sr} hanno valore e segno eguali, ma T_{sr} è applicata in s e diretta in senso contrario a T_{rs}.

Le coordinate, e quindi i coseni direttori delle tensioni si suppongono conosciuti. Si suppongono date anche le forze applicate, onde le sole incognite sono le tensioni.

« Le equazioni (1) equivalgono, rispetto alle tensioni, a sole $3n - 6$, giacchè esse verificano le sei

$$
(3) \qquad \begin{cases} \sum_r X_r = 0, & \sum_r (y_r Z_r - z_r Y_r) = 0, \\ \sum_r Y_r = 0, & \sum_r (z_r X_r - x_r Z_r) = 0, \\ \sum_r Z_r = 0, & \sum_r (x_r Y_r - y_r X_r) = 0, \end{cases}
$$

nelle quali le tensioni non entrano. Le (1) adunque non bastano in generale a determinare le tensioni che sono in numero di $\dfrac{n(n-1)}{2}$, senza fare intervenire le relazioni (2). Si tratta di vedere se di queste relazioni possa tener luogo una condizione di massimo o minimo.

« Gioverà a tal uopo esprimere le tensioni in funzione di

$$
\frac{n(n-1)}{2} - 3n + 6 = \frac{(n-3)(n-4)}{2} = m
$$

variabili indipendenti $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_m$. Scriviamo senz'altro queste espressioni che si verificano facilmente colla sostituzione nelle (1), e che sono:

$$
(4) \qquad T_{rs} = \frac{\partial U}{\partial l_{rs}} + \omega_1 \frac{\partial \Omega_1}{\partial l_{rs}} + \omega_2 \frac{\partial \Omega_2}{\partial l_{rs}} + \cdots + \omega_m \frac{\partial \Omega_m}{\partial l_{rs}},
$$

ove U è una funzione delle l_{rs}, che rappresenta il polinomio

$$\sum_r (X_r x_r + Y_r y_r + Z_r z_r), \tag{5}$$

ed

$$\Omega_1 = 0, \quad \Omega_2 = 0 \ldots\ldots \Omega_m = 0 \tag{6}$$

sono le relazioni, omogenee, che legano i lati l_{rs}, le quali sono appunto in numero di m e provengono dalla eliminazione delle coordinate dalle equazioni

$$l^2_{rs} = (x_r - x_s)^2 + (y_r - y_s)^2 + (z_r - z_s)^2. \tag{7}$$

« Siccome le coordinate x y z si possono esprimere in diversi modi in funzione delle l_{rs}, così per fissare le idee si può supporre che scelto ad arbitrio un gruppo di $3n - 6$ equazioni tra le (7), se ne siano ricavate $3n - 6$ coordinate in funzione di altrettante l_{rs} e delle sei coordinate rimanenti, che designeremo con $c_1\, c_2 \ldots c_6$, e che, il sistema essendo libero, potremo anche fare scomparire, ponendole eguali a zero o a valori numerici arbitrari [1]. Non si potrebbero ricavare dalle (7) tutte le $3n$ coordinate in funzioni dei lati, poichè il numero dei lati indipendenti è solo $3n - 6$ [2].

« Ciò posto sia F una funzione delle T; vediamo se essa, resa massima o minima compatibilmente colle (1), o colle equivalenti (4), dia le equazioni (2).

« Dovranno verificarsi in primo luogo

$$\sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial T_{rs}}{\partial \omega_1} = 0, \ldots, \sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial T_{rs}}{\partial \omega_m} = 0 \tag{8}$$

che in virtù delle (4) divengono

$$\sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial \Omega_1}{\partial l_{rs}} = 0, \ldots, \sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial \Omega_m}{\partial l_{rs}} = 0; \tag{9}$$

ed in secondo luogo queste dovranno equivalere alle (2).

« Esaminiamo alcune soluzioni particolari delle (9).

[1] Giova però avvertire che le c non possono essere sei coordinate qualunque: devono essere sei coordinate, a cui dando valori numerici arbitrari non ne risulti alcuna determinazione della posizione relativa dei punti. Potrebbero quindi essere p. es. $x_1\, y_1\, z_1\, y_2\, z_2\, z_3$, non potrebbero essere $x_1\, y_1\, z_1\, x_2\, y_2\, z_2$.

[2] Le equazioni (4) come le (1) si possono ricavare dall'equazione dei lavori virtuali

$$\Sigma (X_r\, dx_r + Y_r\, dy_r + Z_r\, dz_r) - \Sigma\, T_{rs}\, dl_{rs} = 0,$$

le (1) coll'esprimere i lati l_{rs} in funzione delle coordinate, le (4) esprimendo le coordinate in funzione dei lati. E se si tien conto delle c, alle (4) si aggiungono queste:

$$\frac{\partial U}{\partial c_1} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial c_2} = 0, \ldots, \frac{\partial U}{\partial c_6} = 0$$

che equivalgono alle (3). Esprimendo in funzione di $3n - 6$ lati scelti ad arbitrio e che diremo l_p, gli altri lati l_q e le coordinate, se ne ricava

$$\frac{\partial U}{\partial l_p} - T_p - \sum_q T_q \frac{\partial l_q}{\partial l_p} = 0 \text{ ossia } T_p = \frac{\partial U}{\partial l_p} - \sum_q T_q \frac{\partial l_q}{\partial l_p},$$

che è il risultato a cui si giungerebbe risolvendo le (1) rispetto a $3n - 6$ tensioni.

§ 2.

« Le (9) sono soddisfatte ponendo

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = l_{rs}\,, \tag{10}$$

giacchè, le Ω essendo omogenee, detto μ il grado di una di esse, avremo

$$\sum_{rs} l_{rs} \frac{\partial \Omega}{\partial l_{rs}} = \mu\Omega = 0. \tag{11}$$

« Ora se si vuole che le (9), e per esse le (10), equivalgano alle (2) bisognerà che il valore di $\frac{dF}{dT_{rs}}$ sia $\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs}$, donde

$$F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \left(\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs}\right)^2. \tag{12}$$

« È facile dimostrare che F è un minimo tra tutte le altre somme analoghe F′, che si possono formare con altre tensioni compatibili colle (1), o colle equivalenti (4). Si ha infatti

$$\begin{aligned} F' &= \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \left(\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs} + \frac{T'_{rs} - T_{rs}}{\varepsilon_{rs}}\right)^2 \\ &= F + \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{(T'_{rs} - T_{rs})^2}{\varepsilon_{rs}}, \end{aligned} \tag{13}$$

giacchè la somma dei doppi prodotti è

$$\begin{aligned} \sum_{rs} \left(\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs}\right)(T'_{rs} - T_{rs}) &= \sum_{rs} l_{rs}(T'_{rs} - T_{rs}) \\ &= (\omega'_1 - \omega_1) \sum_{rs} l_{rs} \frac{\partial \Omega_1}{\partial l_{rs}} + \cdots = 0. \end{aligned}$$

« Dunque: *in un sistema elastico articolato ed isolato, in equilibrio sotto l'azione di forze applicate ai vertici, le tensioni rendono minima conciliabilmente colle condizioni d'equilibrio la somma dei quadrati dei lati, moltiplicati pei coefficienti di resistenza* [1].

« È notevole che il valore di F, ossia $\frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} l^2_{rs}$, coincide, salvo una costante, col valore della funzione delle forze la quale, nell'equilibrio, è massima o minima, anzi si ammette come massima se l'equilibrio è stabile. Infatti questa funzione è

$$\begin{aligned} P &= \sum_r (X_r x_r + Y_r y_r + Z_r z_r) - \sum_{rs} \int T_{rs}\, dl_{rs} \\ &= \sum_r (X_r x_r + Y_r y_r + Z_r z_r) - \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} (l_{rs} - L_{rs})^2, \end{aligned} \tag{14}$$

[1] Non mi consta che questo teorema sia già conosciuto, e così dei teoremi seguenti, tranne quello del § 3 e quello rappresentato dalla formola (29).

e siccome dalle (1) e dalle (2) risulta

$$\sum_r (X_r x_r + Y_r y_r + Z_r z_r) = \sum_{rs} T_{rs} \, l_{rs} = \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \, (l_{rs} - L_{rs}) \, l_{rs} ,$$

così

$$P = \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \, (l^2_{rs} - L^2_{rs}) = F + \text{Cost.} \tag{15}$$

§ 3.

« Le (9) possono anche essere soddisfatte ponendo

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = l_{rs} - L_{rs} , \tag{16}$$

quando $l_{rs} - L_{rs}$ si possa considerare come un incremento infinitamente piccolo δl_{rs} di L_{rs}. Allora si ha

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = l_{rs} - L_{rs} = \delta l_{rs}, \tag{17}$$

e la sostituzione nelle (9) riduce i primi membri di esse a

$$\delta \Omega_1 , \quad \delta \Omega_2 \; . \; . \; . \; \delta \Omega_m ,$$

che sono nulli sotto la condizione però non solo che gli allungamenti siano infinitamente piccoli, ma che le lunghezze naturali L_{rs} soddisfino, come le l_{rs}, all'equazioni $\Omega_1 = 0 \ldots \Omega_m = 0$, ossia che anche con esse si possa formare un poligono completo. Ciò significa che, tolte tutte le forze, tutte le aste cessino di essere tese o compresse.

« Ciò ammesso, affinchè le (16) coincidano colle (2) dovrà essere $\dfrac{\partial F}{\partial T_{rs}} = \dfrac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}}$, ossia

$$F = \frac{1}{2} \sum \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}} = \text{minimo.} \tag{18}$$

« Che sia F realmente un minimo, si prova come dianzi.

« E con ciò è dimostrato pel caso di un sistema isolato il principio di elasticità, o teorema del minimo lavoro, il quale può essere enunciato esattamente così:

« *In un sistema elastico articolato ed isolato, in equilibrio sotto l'azione di forze applicate ai vertici, la somma dei quadrati delle tensioni divisi per i coefficienti di resistenza è minima compatibilmente coll'equazioni di equilibrio, quando le deformazioni siano infinitamente piccole, e, tolte le forze, tutte le tensioni siano nulle* (1).

« Anche qui si può dimostrare che il valore minimo di F coincide, salvo una costante, col valore massimo della funzione delle forze, cioè con

$$P = \sum_r (X_r x_r + Y_r y_r + Z_r z_r) - \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}} .$$

(1) Nelle dimostrazioni, che sono state date del teorema, non si è provato, ch'io sappia, che F è realmente un minimo.

« Diciamo, infatti, x'_r, y'_r, z'_r le coordinate del nodo r, prima dell'applicazione delle forze, e poniamo

$$x_r = x' + \delta x_r\,, \quad y_r = y'_r + \delta y_r\,, \quad z_r = z'_r + \delta z_r\,;$$

avremo

$$P = \sum_r (X_r x'_r + Y_r y'_r + Z_r z'_r) + \sum_r (X_r \delta x_r + Y_r \delta y_r + Z_r \delta z_r) - \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}}\,.$$

« Ma dalle (1) si trae

$$\sum_r (X_r \delta x_r + Y_r \delta y_r + Z_r \delta z_r) = \sum_{rs} T_{rs}\, \delta l_{rs} = \sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}}\,,$$

dunque, sostituendo,

$$P = \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + \sum_r (X_r x'_r + Y_r y'_r + Z_r z'_r) = F + \text{cost.}$$

« Il valore di $P - \sum_r (X_r x'_r + Y_r y'_r + Z_r z'_r)$, ossia di F, rappresenta la somma algebrica dei lavori delle forze esterne ed interne, la quale in pratica è sempre un massimo rispetto ai lavori analoghi corrispondenti a posizioni che non siano d'equilibrio.

§ 4.

« Le equazioni (9) sono soddisfatte in generale dalle (16) quando le L_{rs} soddisfino a queste condizioni

$$\sum_{rs} L_{rs} \frac{\partial \Omega_1}{\partial l_{rs}} = 0\,, \; \ldots\,, \; \sum_{rs} L_{rs} \frac{\partial \Omega_m}{\partial l_{rs}} = 0\,,$$

e ad esse soddisfano quando possano mettersi sotto la forma:

$$(19) \qquad L_{rs} = \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_r} \xi_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_s} \xi_s + \frac{\partial l_{rs}}{\partial y_r} \eta_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial y_s} \eta_s + \frac{\partial l_{rs}}{\partial z_r} \zeta_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial z_s} \zeta_s\,,$$

essendo le $\xi\ \eta\ \zeta$ quantità arbitrarie. Ed infatti allora si ha

$$\begin{aligned}\sum_r \sum_s L_{rs} \frac{\partial \Omega_1}{\partial l_{rs}} &= \sum_r \xi_r \sum_s \frac{\partial \Omega_1}{\partial l_{rs}} \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_r} + \sum_s \xi_s \sum_r \frac{\partial \Omega_1}{\partial l_{rs}} \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_s} + \cdots \\ &= \sum_r \xi_r \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_r} \qquad\qquad + \sum_s \xi_s \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_s} \qquad\qquad + \cdots\end{aligned}$$

Ora ogni termine di questa somma è nullo, poichè le Ω, quando le l_{rs} si esprimono colle coordinate, divengono identicamente nulle, e perciò si ha identicamente

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x_r} = 0\,, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial x_s} = 0\,, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial y_r} = 0 \ldots.$$

« Anche in questo caso, si verifica adunque che

$$F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}}$$

è minima compatibilmente coll'equazioni d'equilibrio, ed in questo caso non è necessario che colle L_{rs} possa formarsi un poligono completo di n punti.

« Alle (19) si può dare questa interpretazione geometrica. Se si considerano le $3n$ quantità $\xi\ \eta\ \zeta$ come coordinate di n punti e si dicono λ_{rs} i lati del poligono di essi, è evidente che L_{rs} rappresenta la proiezione di λ_{rs} sul lato l_{rs} del poligono elastico dato. Quindi il teorema, che comprende come caso particolare il precedente:

« *In un sistema elastico articolato isolato, in equilibrio sotto l'azione di forze applicate ai vertici, la somma dei quadrati delle tensioni delle aste, divisi per i coefficienti di resistenza, è minima compatibilmente coll'equazioni di equilibrio, quando le lunghezze naturali delle aste siano le proiezioni sulle aste tese, dei lati di un poligono completo formato con n punti qualunque* (1).

§ 5.

« Le equazioni (9) sono, dopo le cose dette, evidentemente soddisfatte, se poniamo più generalmente

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = l_{rs} - \mu_{rs}\,, \tag{20}$$

essendo

$$\mu_{rs} = \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_r}\xi_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_s}\xi_s + \frac{\partial l_{rs}}{\partial y_r}\eta_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial y_s}\eta_s + \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_r}\zeta_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial z_s}\zeta_s, \tag{21}$$

ove le $\xi\ \eta\ \zeta$ sono $3n$ quantità arbitrarie.

« Se vuolsi che le (20) coincidano colle (2) dovrà verificarsi

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = \frac{T_{rs}}{\epsilon_{rs}} + L_{rs} - \mu_{rs} \tag{22}$$

onde

$$F = \frac{1}{2}\sum_{rs}\epsilon_{rs}\left(\frac{T_{rs}}{\epsilon_{rs}} + L_{rs} - \mu_{rs}\right)^2 \tag{23}$$

« E si verificherà anche per questa funzione come per le altre una equazione analoga alla (13), cioè essa sarà minima.

(1) Immaginiamo, per fare un esempio molto semplice, sei aste aventi coefficienti di resistenza diversi od eguali, delle quali, allo stato naturale, quattro abbiano la lunghezza 10, e due la lunghezza 14. Con esse non si può formare un quadrangolo piano. Ma lasciando in disparte una delle più lunghe potremo colle altre cinque formare la figura di un rombo piano, e poi introdurre la sesta a forza mantenendo la figura piana; le sei aste si saranno così parte allungate e parte accorciate, secondo i loro coefficienti di resistenza.

Supponiamo infine che mediante forze applicate ai vertici, il sistema prenda la figura di un rettangolo di cui due lati opposti abbiano la lunghezza 9, altri due la lunghezza 12, e le diagonali per conseguenza la lunghezza 15. Le tensioni in questo caso soddisfano al teorema, perchè le lunghezze naturali sono le proiezioni sulle aste tese dei lati e delle diagonali di un quadrato.

« Si ha inoltre dalla (23)

$$F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \left(\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \mu_{rs}^2 - \sum_{rs} \mu_{rs} (T_{rs} + \varepsilon_{rs} L_{rs}).$$

Ma detta P la funzione delle forze abbiamo già dimostrato che la prima somma è $P + \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} L^2_{rs}$, e dalle (1) avendosi

$$\sum_r (X_r \xi_r + Y_r \eta_r + Z_r \zeta_r) = \sum_{rs} \mu_{rs} T_{rs}, \tag{24}$$

risulta

$$F = P + \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} (L_{rs} - \mu_{rs})^2 - \sum_r (X_r \xi_r + Y_r \eta_r + Z_r \zeta_r)\cdot \tag{25}$$

§ 6.

« Le quantità arbitrarie ξ η z sono $3n$, ma con esse non si possono formare che $3n - 6$ arbitrarie tra le μ_{rs}; le altre risultano funzioni di queste. Infatti le μ_{rs} sono le proiezioni dei lati di un poligono σ (i cui vertici hanno per coordinate le ξ η ζ) sui lati del poligono elastico. Ora siccome tra i lati di σ esistono $\frac{n(n-1)}{2} - 3n + 6$ relazioni, così anche tra le loro proiezioni esisterà un egual numero di relazioni, cioè date $3n - 6$ di quelle proiezioni, tutte le altre restano determinate.

« Ciò posto, scegliamo ad arbitrio $3n - 6$ lunghezze naturali, e designamo con L_p una di esse, con L_q una delle altre; poniamo $3n - 6$ delle μ_{rs} eguali alle L_p, e indichiamo con μ_q una qualunque delle rimanenti, che saranno per le cose dette funzioni delle L_p. La (23) diviene

$$F = \frac{1}{2} \sum_p \frac{T_p^2}{\varepsilon_p} + \frac{1}{2} \sum_q \varepsilon_q \left(\frac{T_q}{\varepsilon_q} + L_q - \mu_q \right)^2 = \text{minimo}. \tag{26}$$

§ 7.

« Possiamo sempre supporre che il sistema abbia assunto la figura attuale di equilibrio, partendo da un'altra figura infinitamente prossima, nella quale era pure in equilibrio sotto altre forze. Se $l_{rs} - \delta l_{rs}$ era la distanza dei nodi r ed s nella figura iniziale, la tensione corrispondente sarà stata

$$\varepsilon_{rs} (l_{rs} - \delta l_{rs} - L_{rs}) = T_{ors}.$$

Le coordinate del sistema nella figura iniziale siano

$$x_r - \delta x_r, \quad y_r - \delta y_r, \quad z_r - \delta z_r;$$

e siccome le ξ_r η_r ζ_r sono arbitrarie, poniamole eguali a queste quantità: verrà

$$\mu_{rs} = l_{rs} - \delta l_{rs}$$

e ne risulterà dalla (23),

$$F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{(T_{rs} - T_{ors})^2}{\varepsilon_{rs}} = \text{minimo}. \tag{27}$$

« Questa espressione rappresenta il lavoro dovuto agli incrementi delle tensioni, poichè

$$\frac{1}{2} \frac{(T_{rs} - T_{ors})^2}{\varepsilon_{rs}} = \int (T_{rs} - T_{ors})\, dl_{rs}.$$

« Dunque: *nella deformazione di un sistema elastico, che da una figura d'equilibrio sotto certe forze passi ad un'altra sotto altre forze, il lavoro dovuto all'incremento delle tensioni è minimo compatibilmente colle condizioni d'equilibrio relative alla seconda posizione.*

« Dalla (25) si trae inoltre

$$\begin{aligned} F &= P + \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{T^2_{ors}}{\varepsilon_{rs}} - \sum_{r} (X_r \xi_r + Y_r \eta_r + Z_r \zeta_r) \\ &= \sum_{r} (X_r\, \delta x_r + Y_r\, \delta y_r + Z_r\, \delta z_r) - \frac{1}{2} \sum_{rs} \left(\frac{T^2_{rs} - T^2_{ors}}{\varepsilon_{rs}} \right). \end{aligned} \tag{28}$$

« Il secondo membro rappresenta la somma algebrica dei lavori delle forze esterne ed interne nella deformazione. Dunque: *la somma dei lavori delle forze esterne ed interne nella deformazione di un sistema che passa da una figura d'equilibrio ad un'altra è eguale al lavoro dovuto agl'incrementi delle tensioni.*

§ 8.

« Se le lunghezze naturali sono atte alla composizione di un poligono, possiamo prendere per figura iniziale quella così composta, ed allora le tensioni iniziali sono nulle, e si ricade nel teorema del § 3. Se le lunghezze naturali invece sono qualunque, possiamo assumere come figura iniziale quella dovuta a forze, che mantengano $3n - 6$ aste allo stato naturale: queste aste che designamo con L_p, avranno tensioni nulle, la altre avranno, per distensioni o compressioni subìte, lunghezze differenti dalle naturali L_q; queste lunghezze che si potranno determinare con una costruzione geometrica, siano $L_q + \varDelta L_q$, le tensioni corrispondenti saranno $\varepsilon_q \varDelta L_q$. Sostituendo in (27), avremo

$$\frac{1}{2} \sum_{p} \frac{T_p^2}{\varepsilon_p} + \frac{1}{2} \sum_{q} \frac{(T_q - \varepsilon_q \varDelta L_q)^2}{\varepsilon_q} = \text{minimo} \tag{29}$$

« Se poi si vogliono le tensioni in un sistema, le cui aste non abbiano la lunghezza naturale, e che non sia sollecitato da forze esterne, varrà la stessa (29), compatibilmente colle (1), nelle quali si porrà $X_r = Y_r = Z_r = 0$.

La formola (29) però dev' essere modificata quando il sistema ha vincoli esterni [1] ».

[1] Il Castigliano nel suo libro *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications* (Turin, 1879) attribuisce a sè (p. 35) la prima dimostrazione rigorosa del teorema che egli chiama *del minimo lavoro*; ma, nel suo libro almeno, non lo enuncia (p. 30) e non lo dimostra che pel caso di un sistema isolato, cioè senza appoggi, quantunque nei casi pratici i sistemi siano sempre appoggiati; e neppure per quel caso egli dimostra che il lavoro sia *minimo*, quantunque questa parola formi la caratteristica della nuova denominazione da lui data a un teorema, che ne aveva già un'altra. E così egli stabilisce a pag. 39 un teorema analogo a quello rappresentato dalla (29) senza però avvertire com'esso vada modificato quando il sistema ha vincoli esterni, come accade sempre nelle applicazioni. Tuttavia l'opera del Castigliano è degna di studio e di seria attenzione. Il Castigliano si serve molto nelle sue dimostrazioni del teorema detto delle derivate del lavoro. Siccome questo teorema tende ad introdursi nell'insegnamento nelle nostre Scuole degl' Ingegneri, non è forse inutile qualche osservazione su di esso. Il teorema è così enunciato dal Castigliano:

« *Si l'on exprime le travail de déformation d'un système articulé en fonction* des « déplacements rélatifs *des forces extérieures appliquées à ses sommets, on obtient une* « *formule, dont les derivées, par rapport à ces déplacements, donnent la valeur des forces* « *correspondantes.*

« *Si l'on exprime, au contraire, le travail de déformation d'un système articulé* « *en fonction des forces extérieures, on obtient une formule, dont les derivées, par rap-* « *port à ces forces, donnent* les déplacements relatifs *de leurs points d'application* ».

Per spostamenti relativi s'intendono le proiezioni degli spostamenti sulle forze, ed il lavoro di deformazione è

$$L = \sum_{rs} \int T_{rs}\, dl_{rs} = \sum_{rs} \int \frac{T_{rs}\, dT_{rs}}{\varepsilon_{rs}}.$$

La prima parte del teorema deriva immediatamente dall'equazione seguente che si ricava dalle (1)

$$(a) \qquad \sum_r (X_r\, dx_r + Y_r\, dy_r + Z_r\, dz_r) = \sum_{rs} T_{rs}\, dl_{rs},$$

onde

$$(b) \qquad dL = \sum_r R_r\, d\varrho_r, \quad \frac{\partial L}{\partial \varrho_r} = R_r,$$

detta R_r la risultante di X_r Y_r Z_r e ϱ_r lo spostamento relativo di essa.

Se poi si mettono al posto di dx_r dy_r dz_r le proiezioni Δx_r Δy_r Δz_r dello spostamento ϱ_r, supposto piccolissimo, sugli assi, la (a), trascurando quantità di second'ordine, diviene

$$(c) \qquad \sum_r (X_r\, \Delta x_r + Y_r\, \Delta y_r + Z_r\, \Delta z_r) = \sum_{rs} T_{rs}\, \Delta l_{rs},$$

essendo Δl_{rs} l'allungamento subìto da l_{rs} a partire dalla figura iniziale. Ponendo $\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}}$ in luogo di Δl_{rs}, si ha

$$\sum_{rs} \frac{T_{rs}^2}{\varepsilon_{rs}} = \sum_r R_r \varrho_r, \quad \text{ossia} \quad 2L = \sum_r R_r\, \varrho_r.$$

Differenziando questa, e sottraendone la (b) si ottiene

$$dL = \sum_r \varrho_r\, dR_r, \quad \frac{\partial L}{\partial R_r} = \varrho_r.$$

Questa è, in sostanza, la dimostrazione del Castigliano.

Chimica. — *Sul massimo abbassamento nella temperatura di congelamento dei miscugli.* Nota del Socio E. PATERNÒ e di C. MONTEMARTINI.

« Dopo la classica scoperta di Raoult, le ricerche criosopiche hanno avuto uno sviluppo grandissimo, e si è raccolto in meno di un decennio un materiale sperimentale molto considerevole; ma nessuno che noi sappiamo ha finora studiato l'andamento del punto di congelamento del miscuglio in tutte le proporzioni di due liquidi solidificabili. Tutti gli studî fatti sono stati rivolti a raccogliere dei dati per la determinazione dei pesi molecolari, e siccome l'esperienza ha provato che per soluzioni o molto diluite o molto concentrate i risultati che si ottengono non possono più servire a questo scopo, così le ricerche sono state limitate allo studio dei miscugli nei quali la sostanza che la fa da solvente è sempre in rapporto molto maggiore di quella di cui si studia la soluzione.

Giova ora notare che esiste una differenza essenziale tra le due parti del teorema. La prima è sempre esatta, qualunque sia la formula che lega le tensioni cogli allungamenti, qualunque questi siano, e qualunque sia la figura iniziale. La seconda, invece, richiede: 1° che le tensioni siano proporzionali agli allungamenti; 2° che gli allungamenti siano piccolissimi; 3° che nella figura iniziale tutte le tensioni siano nulle.

Questa terza condizione che generalmente non si verifica, e che se si verifica a una certa temperatura non si verifica ad un'altra, non è necessaria, se la seconda parte del teorema viene modificata nel seguente modo:

Quando un sistema elastico articolato è passato da una figura d'equilibrio ad un'altra, se si esprime il lavoro dovuto all'accrescimento delle tensioni in funzione delle forze applicate che lo mantengono nella seconda figura, e si considerano gli spostamenti relativi come funzioni di esse, le sue derivate rispetto alle forze danno gli spostamenti relativi dei loro punti d'applicazione.

Infatti la formola (*c*), qualunque siano le tensioni iniziali dà

$$\sum_{rs} \frac{(T_{rs} - T_{ors})\, T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} = \sum_r R_r \varrho_r .$$

Differenziando questa, e sottraendone la (*b*) ossia

$$\sum_{rs} \frac{T_{rs}\, dT_r}{\varepsilon_{rs}} = \sum_r R_r\, d\varrho_r ,$$

si ricava

$$\sum_{rs} \frac{(T_{rs} - T_{ors})\, dT_{rs}}{\varepsilon_{rs}} = \sum_r \varrho_r dR_r .$$

Dunque rappresentando con L′ il lavoro dovuto all'incremento delle tensioni, ossia ponendo

$$L' = \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{(T_{rs} - T_{ors})^2}{\varepsilon_{rs}},$$

avremo

$$\frac{\partial L'}{\partial R_r} = \varrho_r .$$

« E pure lo studio completo delle variazioni del punto di congelamento del miscuglio di due liquidi in ogni proporzione non è privo d'interesse. E noi lo abbiamo intrapreso nella speranza di trovare in esso qualche nuovo criterio per riconoscere la diversa complessità delle molecole polimerizzate dei liquidi. — Ed invero se, come fu osservato per il primo da Raoult, il fatto che gli acidi nella benzina danno un abbassamento molecolare metà del normale può spiegarsi con la condensazione due a due delle molecole disciolte [1] e se il comportamento degli alcooli è prova che essi sono formati da molecole molto complesse [2], ne viene come leggitima conseguenza che nel fenomeno dell'abbassamento del punto di congelamento di un liquido che tiene disciolta una data sostanza, non solo il peso molecolare relativo delle due sostanze, ma anche la natura dei complessi molecolari che le costituiscono debbono avere un'influenza.

« Quando ad una sostanza presa come solvente, p. es. l'acido acetico fusibile a 17°, si aggiunge gradatamente dell'acqua, si avrà un abbassamento nel punto di congelamento che sarà tanto maggiore quanto maggiore è la quantità di acqua aggiunta; però ciò ha un limite, o deve sempre esistere un punto nel quale il fenomeno s'inverte; cioè deve esistere un punto nel quale aggiungendo nuova acqua si avrà un innalzamento di temperatura, che conseguirà il suo massimo quando riducendosi trascurabile la quantità di acido acetico relativamente all'acqua aggiunta, il punto di congelamento, già disceso al di sotto di 0°, salirà fino a 0°, temperatura di congelamento dell'acqua pura. Similmente partendo dall'acqua (fus. a 0°) per aggiunte successive di acido acetico si avrà un punto di congelamento del miscuglio sempre più basso; ma verrà un momento in cui l'abbassamento cesserà e comincerà invece un innalzamento, che si fermerà alla sua volta per un miscuglio in cui l'acqua è in proporzione infinitamente piccola rispetto all'acido acetico, e ciò avverrà a temperatura di 17° che è quella di congelamento dell'acido puro. Naturalmente le due serie di esperienze si confondono nel risultato in una sola

« Inoltre nel punto di congelamento di due liquidi, ambedue solidificabili, deve per un dato miscuglio almeno ottenersi lo stesso punto di congelamento del liquido che ha la temperatura di fusione più bassa, cosicchè nel caso del miscuglio di acqua e di acido acetico deve rinvenirsi una proporzione in cui il punto di congelamento del miscuglio sia situato a 0°.

« È possibile calcolare a priori, dalla conoscenza delle proprietà di due liquidi, in quale proporzione devono essere mischiati per ottenere il massimo abbassamento nel punto di congelamento? In altri termini: A quale grado di

(1) *Chrioscopie*, p. 39.
(2) Paternò, Gazz. chim., t. XIX; Paternò e Montemartini.

concentrazione avviene l'invertimento del fenomeno di abbassamento nel punto di congelamento per l'aggiunta di nuova sostanza?

« I fenomeni crioscopici sono fenomeni molecolari. — Una molecola di una data sostanza sciolta in 100 di un solvente produce un abbassamento costante (0°,62); due molecole il doppio, e così proporzionalmente. Sappiamo inoltre che perchè questi fenomeni procedano regolarmente è necessario che all'atto del congelamento si separi il solvente senza punto sostanza disciolta.

« Ora è chiaro, sempre parlando in linea completamente generale e facendo astrazione di tutte le cause disturbatrici che non sono poche, che se a 100 mol. di una sostanza presa come solvente si andrà mano mano aggiungendo un'altra sostanza, l'estremo limite di abbassamento nel punto di congelamento potrà spingersi nel caso più favorevole sino a quando si saranno di quest'altra sostanza aggiunte 100 mol.; ma sorpassato questo limite sarà la seconda sostanza che nel miscuglio assumerà le funzioni di solvente, ed allora il fenomeno dovrà invertirsi; si sarà conseguito allora il massimo di abbassamento e comincerà il punto di congelamento ad innalzarsi.

« Questo ragionamento è invero assai grossolano, poichè tra le molte cause disturbatrici del fenomeno vi è, per dirne una, anche quella che in miscugli in proporzioni vicine alle equimolecolari, il fatto della congelazione muta notevolmente la concentrazione. Ma per quanto grossolane queste considerazioni, possono servire a darci un' idea approssimativa dell' andamento del fenomeno.

« Da quanto precede, segue come probabile che studiando l'andamento del punto di congelamento di parecchi liquidi, due a due, deve nel fenomeno osservarsi un andamento in certo modo conforme pei liquidi che hanno la stessa complessità molecolare, mentrechè nel miscuglio di due liquidi che hanno diversa complessità molecolare, questa causa speciale, oltre alle altre generali, deve esercitare una influenza.

« Noi abbiamo, come inizio di una serie di ricerche su questo argomento, studiato i miscugli di paraxilene con benzina, acido acetico, fenolo e trimetilcarbinolo, e di trimetilcarbinolo e fenolo. Abbiamo pure fatto degli studî col paraxilene ed il timol, e col trimetilcarbinolo e l'acido acetico; ma per ora siamo in grado di occuparci dei primi soltanto.

I. Parroxilene e benzina.

Punto di congelamento del paraxilene 13°,18
» » della benzina 5°,17

Composizione centesimale del miscuglio $C_6H_6 + C_8H_{10}$ { xilene 57,61 / benzina 42,39

Num. d'ord.	Benzina in 100 p.	Paraxilol in 100 p.	Temp. di congel.	Num. d'ord.	Benzina in 100 p.	Paraxilol in 100 p.	Temp. di congel.
1	0,488	99,512	12°,915	23	28,723	71,277	— 3°, 76
2	1,044	98,956	12, 58	24	30,441	69,559	— 4, 82
3	1,779	98,221	12, 17	25	32,294	67,706	— 6, 10
4	2,860	97,140	11, 54	26	34,132	65,868	— 7, 22
5	3,575	96,425	11, 14	27	40,456	59,544	—11, 65
6	4,369	95,631	10, 71	28	43,313	56,687	—13, 57
7	5,147	94,853	10, 30	29	46,032	53,968	—15, 11
8	5,794	94,206	9,915	30	48,466	51,534	**—16, 98**
9	6,505	93,495	9,535	31	53,794	46,206	— ?
10	7,652	92,348	8,845	32	56,756	43,244	— ?
11	8,699	91,301	8,275	33	61,654	38,346	**—17, 44**
12	9,718	90,282	7,665	34	63,841	36,159	—15,945
13	10,789	89,211	7,045	35	65,483	34,517	—14, 78
14	11,524	88,476	6,615	36	68,864	31,136	—12, 52
15	12,379	87,621	6,155	37	76,096	23,904	— 7, 80
16	13,381	86,619	5, 55	38	77,646	22,354	— 6, 89
17	14,409	85,591	4,915	39	79.644	20,356	— 6, 89
18	15,264	84,736	4,535	40	82,077	17,923	— 4, 19
19	16,209	83,791	3,935	41	85,525	14,475	— 2, 30
20	17,029	82,971	3,465	42	88,674	11,326	— 0, 81
21	25,657	74,343	— 1, 89	43	90,726	9,274	+ 0, 32
22	27,123	72,877	— 3, 04				

« Dobbiamo notare che queste esperienze, come tutte le altre seguenti, sono state fatte col metodo di Beckmann, cioè preparando prima un miscuglio di xilene e benzina in proporzioni determinate e poi aggiungendo gradatamente l'uno o l'altro dei due liquidi per mezzo della nota pipetta. Queste esperienze furono inoltre fatte in più riprese; in quelle dal n.° 1 al n.° 20 si partì da xilene a cui si aggiunse benzina, in quelle dal n.° 21 al n.° 26, e dal n.° 27 al n.° 31 si partì da miscugli delle proporzioni indicate dai n.i 21 e 27 e si andò aumentando le proporzioni di benzina. Invece nelle altre dal n.° 32 al 43 si partì dal n.° 43 al 37 da benzina e dal n.° 36 al 32 da un mi-

scuglio di xilene e benzina nelle proporzioni del n.° 36, e si andò aumentando la proporzione dello xilene.

« Dobbiamo in secondo luogo osservare che per ciò che concerne il miscuglio di xilene e benzina il massimo di abbassamento è evidentemente compreso in miscugli che contengono in 100 p. più di 38.346 e meno di 51,536 di xilene; però il punto di congelamento di tali miscugli, che deve essere al di sotto di — 17°,44, non potemmo determinarlo perchè col nostro termometro non poteva leggersi una temperatura più bassa.

« Dobbiamo pure notare che non ci è stato possibile determinare il punto di congelamento di miscugli contenenti meno del 9,274 °/₀ di xilene, perchè in tre esperienze che abbiamo fatte con miscugli contenenti

Paraxilene	Benzina
1,096	98,904
2,443	97.554
3,465	97,535

cominciò subito, appena la temperatura discese al p. di cong. della benzina, la cristallizzazione della sostanza. Questo fatto merita di essere attentamente studiato, tanto più che per soluzioni più concentrate di xilene in benzina, il fenomeno procede abbastanza regolarmente.

« Infatti dalle esperienze 40, 41, 42, 43 si calcola

Commutazione	Abbass. term.	Coeff.	Abbass. mol.
10,22	4°,85	0,415	
12,77	5 ,98	0,469	
16,93	7, 47	0,441	
21.83	9 ,36	0,429	
	media	0,438	46,43

II. Peraxilene ed acido acetico.

Punto di congelamento dello xilene 13°,18

» » dell'acido acetico 15 ,29

Composizione centesimale del miscuglio $C_2H_4O_2 + C_8H_{10}$ { xilene 63,86 ; acido acetico 36,14 }

» del miscuglio $C_8H_{10} + 2C_2H_4O_2$ { xilene 46,07 ; acido acetico 53,93 }

Num. d'ord.	Peraxilene	Acido acetico	Punto di congel.	Num. d'ord.	Paraxilene	Acido acetico	Punto di congel.
44	0,879	99,221	14°, 92	72	53,304	46,696	0,535
45	1,940	97,060	14,555	73	53,845	46,155	0, 55
46	3,306	96,694	14,095	74	54,341	45,659	0,545
47	4,676	95,324	13, 63	75	54,995	45,005	0, 50
48	6,122	93,878	13, 17	76	55,736	44,264	0,505
49	7,810	92,190	12, 65	77	56,368	43,632	0, 69
50	10,000	90,000	12, 01	78	57,010	42,990	0,890
51	11,733	88,267	11, 50	79	57,690	42,310	1,075
52	15,017	84,983	10, 65	80	58,479	41,521	1, 28
53	17,490	82,510	9, 96	81	59,236	40,764	1,915
54	19,957	88,043	9,255	82	60,474	39,526	2,285
55	22,391	77,609	8, 69	83	62,354	37,646	2, 77
56	24,874	75,126	8,025	84	64,506	35,494	3, 29
57	27,558	72,442	7,475	85	66,919	33,081	3,885
58	30,230	69,770	6,845	86	68,958	31,042	4, 40
59	32,994	67,006	6,165	87	70,778	29,222	4, 86
60	35,483	64,517	5, 55	88	72,878	27,122	5, 38
61	36,725	63,275	5,315	89	75,006	24,994	5,925
62	38,476	61,524	4,825	90	77,016	22,984	6,405
63	40,242	59,758	4,380	91	79,081	20,919	6,965
64	—42,531	57,469	3,815	92	87,527	12,473	9, 07
65	—44,937	55,063	2,925	93	90,132	9,868	10, 02
66	—47,442	52,558	2,475	94	92,327	7,673	10, 57
67	—48,918	51,082	1,865	95	93,523	6,477	10, 93
68	—50,799	49,201	1,135	96	95,092	4,208	11, 44
69	—51,055	48,945	0, 71	97	97,894	2,106	12, 40
70	—52,400	47,600	0, 51	98	98,794	1,206	12, 72
71	—52,809	47,191	0, 54	99	99,239	0,761	12, 86

III. Paraxilene e fenol.

Punto di congelamento del paraxilol 13°,18
" " fenol 37°,02

Composizione centesimale del miscuglio $C_8H_{10} + C_6H_6O$ { fenol 47, xilol 53 }

" del miscuglio $C_8H_{10} + 2C_6H_6O$ { fenol 35,99, xilol 64,01 }

Num. d'ord.	Fenol	Paraxilol	Punto di congel.	Num. d'ord.	Fenol	Paraxilol	Punto di congel.
100	1,235	98,765	12°, 63	114	45,542	54,458	6°,745
101	2,690	97,310	12,065	115	48,732	51,268	8,605
102	4,648	95,352	11,435	116	51,089	48,911	10,005
103	6,379	93,621	10, 92	117	54,137	45,863	11, 52
104	8,891	91,109	10,315	118	56,724	43,276	12, 79
105	11,596	88,404	9, 44	119	59,288	40,712	14, 07
106	16,169	83,831	8,935	120	61,520	38,480	15, 30
107	20,060	79,940	8, 15	121	69,222	30,778	18, 91
108	24,823	75,177	7,255	122	41,597	28,597	20, 07
109	31,008	68,992	6,255	123	79,773	20,227	24, 82
110	35,158	64,842	5,425	124	89,452	10,548	30, 37
111	39,457	60,543	**3,995**	125	94,164	5,836	33, 32
112	43,510	56,490	5,985	126	98,145	1,855	35, 82
113	44,615	55,385	6, 59				

IV. Paraxilene e trimetilcarbinol.

Punto di congelamento dello xilol 13°,18
" " del trimetilcarbinol 18°,79

Composizione del miscuglio $C_4H_{10}O + C_8H_{10}$ { trimetilcarbinol 42,53 / xilol 57,47

" " $2C_4H_{10}O + C_8H_{10}$ { trimetilcarbinol 58,26 / xilol 41,74

" " $3C_4H_{10}O + C_8H_{10}$ { trimetilcarbinol 67,68 / xilol 32,32

Num. d'ord.	Xilol	Trimetilcarb.	Punto di congel.	Num. d'ord.	Xilol	Trimetilcarb.	Punto di congel.
127	1,710	98,290	17°, 35	141	54,797	45,203	3,375
128	3,828	97,172	15, 74	142	59,012	40,988	4, 33
129	7,975	92,025	12, 66	143	62,662	37,338	5, 36
130	12,059	87,941	9, 88	144	67,366	32,634	6,265
131	16,030	83,970	7,175	145	73,324	26,676	4,235
132	22,230	77,770	4,205	146	80,578	19,422	8,755
133	28,513	71,487	+ 0,415	147	84.207	15,793	9,420
134	32,008	67,992	— 0, 61	148	87,236	12,764	9, 96
135	35,539	64,461	— 1, 80	149	91,355	8,645	10, 71
136	40,091	59,909	— 0, 97	150	93,998	6,002	11, 27
137	42,317	57,683	— 0, 63	151	96,036	3,964	11, 73
138	45,330	54,670	+ 0, 42	152	97,001	2,999	11, 97
139	46,261	53,739	1, 10	153	98,566	1,434	12,475
140	48,350	51,650	1. 74	154	99,553	0,447	12, 94

V. Trimetilcarbinol e fenol

Punto di congelamento del trimetilcarbinol 18°,79
" " fenol 37°,07

Composizione del miscuglio $4C_4H_{10}O + C_6H_6O$ { trimetilcarbinol 77,90; fenol 22,10 }

" " $6C_4H_{10}O + C_6H^6O$ { trimetilcarbinol 84,10; fenol 15,90 }

" " $C_4H_{10}O + 3C_6H_6O$ { trimetilcarbinol 22,69; fenol 77,31 }

Num. d'ord.	Fenolo	Trimetilcarb.	Punto di congel.
155	1,224	98,776	17°, 68
156	3,054	96,946	15, 89
157	6,303	93,697	12, 44
158	9,794	90,206	8, 76
159	12,366	87,634	5,425
160	15,003	84,997	3,235
161	16,054	83,946	3,555
162	17,438	82,562	5,710
163	18,317	81,683	6,465
164	19,197	80,803	7,785
165	20,110	79,890	8,735
166	20,942	79,058	9,415
167	23,413	76,587	12,085
168	25,326	74,674	13°, 49
169	27,112	72,888	14, 87
170	28,948	71,052	16, 15
171	30,354	69,646	16, 62
172	33,085	66,915	17, 74
173	78,995	21,005	3, 89
174	80,943	19,057	6,075
175	82,457	17,543	9, 08
176	84,196	15,804	14, 45
177	88,661	11,239	21, 77
178	91,827	8,173	26, 85
179	97,135	2,865	33,905
180	99,030	0,970	36, 03

« Le esperienze dal numero 155 al 172 furono fatte aggiungendo successivamente del fenol al trimetilcarbinol; quelle dal 173 al 180 furono fatte invece aggiungendo il trimetilcarbinol al fenol. In queste esperienze si osserva una forte lacuna tra i n.[i] 172 e 173, i quali rappresentano miscugli di concentrazione molto diversa: ma i tentativi fatti con miscugli di composizione intermedia non ci diedero buoni risultati. Quello però che risulta certamente e che è degno di tutta nota si è che nei miscugli di fenol e trimetilcarbinol si presentano due massimi di depressione nel punto di congelamento. Questo strano comportamento è senza dubbio legato al fatto che si tratta di due liquidi ambedue a molecole complesse, dei quali secondo le concentrazioni si

disgrega or l'uno or l'altro. Nella esperienza n.° 60 il trimetilcarbinol è allo stato di polimerizzazione, mentre le molecole complesse del fenol sono disgregate pel fatto della diluizione. Nella esperienza invece n.° 173 avviene l'inverso, il fenol è polimerizzato ed il trimetilcarbinol ha le molecole disgregate; però non possiamo affermare che la temperatura di 3°,89 rappresenti la massima depressione, perchè come abbiamo detto vi è in queste esperienze una lacuna.

« Ed ora poche parole di conclusione.

« Le esperienze di cui abbiamo reso conto in questa nota non possono considerarsi come definitive, dappoichè è necessario ripeterle con prodotti di assoluta purezza; inoltre esse devono essere estese a molte altre sostanze. Noi stiamo ora preparando il materiale a questo scopo e ci proponiamo di studiare, parallelamente ai punti di congelazione, i fenomeni termici per i miscugli in varie proporzioni.

« Intanto però a noi sembra che le esperienze preliminari fatte confermino le nostre previsioni. Per il xilene e la benzina il massimo abbassamento nel punto di congelamento si ha per miscugli che hanno una composizione, se non molto prossima a quella di una molecola dell'uno ed una molecola dell'altro, certo tale che non permette di supporre miscugli di molto diversi.

« Nel caso dell'acido acetico e dello xilene, l'abbassamento massimo (esp. n.° 70) corrisponde molto prossimamente ad un miscuglio di 1 mol. di xilene e 2 mol. di acido acetico.

« Nel caso dello xilene col fenol (esp. 111) il massimo abbassamento corrisponde similmente ad un miscuglio di composizione assai vicina di 1 mol. di xilene per 2 di fenolo.

« Per il trimetilcarbinolo ed il paraxilene (esp. 135) si tratterebbe di un miscuglio di 1 mol. di xilene con 3 mol. di trimetilcarbinolo.

« Finalmente pel trimetilcarbinolo ed il fenolo, le esperienze 60 e 72 sono relative a miscugli, il primo di 6 mol. di trimetilcarbinol e 1 di fenol che ha la composizione

Fenol	15,90
Trimetilcarbinol	84,10

il secondo di 3 mol. di fenol per una sola di trimetilcarbinol, che deve contenere

Trimetilcarbinol	22,69
Fenol	77,31

« Ora confrontando questi risultati con tutto quanto è noto sulla complessità molecolare dei liquidi, non può disconoscersi che esperienze estese e precise nell'indirizzo da noi proposto serviranno a gettare molta luce sull'importante problema ».

Matematica. — *Teoria generale delle corrispondenze projettive e degli aggruppamenti projettivi nelle forme fondamentali a due dimensioni.* Nota del Corrispondente RICCARDO DE PAOLIS [1].

« 1. Tra gli elementi generatori di due forme fondamentali a due dimensioni F_2^1, F_2^2 si può stabilire una corrispondenza projettiva reciproca. Allora ogni elemento A_1 di F_2^1 individua un elemento corrispondente duale di F_1^2, e tutti gli elementi A_2 di F_2^2 che appartengono ad esso e sono della stessa natura di A_1 insieme ad A_1 dànno ∞^1 coppie A_1A_2; tutte le possibili coppie come A_1A_2 sono ∞^3 e costituiscono un aggruppamento $\mathbf{A}p_2$ di 2° ordine projettivo. Se F_2^1, F_2^2 coincidono possiamo considerare aggruppamenti projettivi involutori, che sono stati chiamati sistemi polari.

« Si possono studiare anche aggruppamenti $\mathbf{A}p_n$, che pure diremo projettivi, costituiti da gruppi $\mathbf{G}_n$ di elementi ciascuno di una di n forme $F_2^1,\ldots,F_2^n$, tali che $n-2$ qualunque di questi elementi costituiscano un gruppo $\mathbf{G}_n$, di $\mathbf{A}p_n$, insieme a tutti i gruppi di un aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_2$. Si possono anche studiare i sistemi fondamentali generati da aggruppamenti projettivi $\mathbf{A}p_n$, ecc. ecc.

« Se le n forme F_2^i sono sovrapposte, si possono ottenere aggruppamenti projettivi involutori, *involuzioni* $\mathbf{I}p_{n,n-1}$. Molte delle loro proprietà e di quelle dei loro sistemi fondamentali sono state studiate.

« Per semplicità consideriamo n piani punteggiati sovrapposti ad uno stesso φ_2.

« 2. Data un'involuzione $\mathbf{I}p_{n,n-1}$ e prese n rette $r_1, r_2, \ldots, r_n$ di φ_2, $n-1$ punti $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$ dati rispettivamente sulle rette $r_1, r_2, \ldots, r_{n-1}$, insieme ai punti della loro retta polare rispetto a $\mathbf{I}p_{n,n-1}$, costituiscono gruppi di $\mathbf{I}p_{n,n-1}$; la retta polare incontra in un punto A_n la r_n, e si hanno così ∞^{n-1} gruppi $\mathbf{G}_n$ $(A_1 \ldots A_n)$. Fissati $n-2$ punti qualunque $A_1, \ldots, A_{n-2}$ di $\mathbf{G}_n$, se A_{n-1} descrive r_{n-1}, A_n descrive r_n e corrisponde ad esso projettivamente; quindi i gruppi A_{n-1} A_n generano un aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_2$. Si vede così che i gruppi G_n generano un aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_n$. Se le n rette coincidono in una r_1, su di essa si ha una involuzione, e n punti *n-pli* per essa. Questi sono *punti n-pli* di $\mathbf{I}p_{n,n-1}$, e generano una linea c_n *di ordine* n incontrata in n punti da una qualunque retta del suo piano, che diremo la *linea n-pla* di $\mathbf{I}p_{n,n-1}$.

« 3. Immaginiamo data una involuzione $\mathbf{I}p_{n,n-1}$ di φ_2 e sia c_n la sua linea *n-pla*. Prendiamo poi due punti O_1, O_2 non appartenenti a c_n e una

[1] [V. la Nota alla fine. C. SEGRE].

retta r di φ_2. Siano $A_1, \dots, A_n$ n punti qualunque di r. Sulle rette $O_1A_1, \dots, O_1A_n$ vi sono ∞^{n-1} gruppi $B'_1, \dots, B'_n$ di $\mathbf{I}p_{n,n-1}$ i quali costituiscono un aggruppamento projettivo. Le rette $O_2B'_1, \dots, O_2B'_n$ hanno n punti $B_1, \dots, B_n$ comuni con r, e i gruppi $B_1 \dots B_n$ costituiscono un aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_n$ di r. Tutti i gruppi come G_{2n} $(A_1 \dots A_n B_1 \dots B_n)$ generano un aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_{2n}$. Per dimostrare ciò basta far vedere che $2n-2$ punti qualunque costituiscono un gruppo G_{2n} con tutti i gruppi di un aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_2$. Siccome i gruppi $A_1 \dots A_n$ e $B_1 \dots B_n$ entrano nello stesso modo a costituire G_{2n} basterà far vedere che preso un gruppo come $A_1 \dots A_n B_3 \dots B_n$, o $A_2 \dots A_n B_3 \dots B_n$, o $A_2 \dots A_n B_1 B_3 \dots B_n$, i punti B_1, B_2, o A_1, B_1, o A_1, B_2 che insieme ad esso dànno un gruppo G_{2n} si corrispondono projettivamente. Nel primo caso la proprietà è già dimostrata, perchè tutti i gruppi $B_1 \dots B_n$ che insieme ad $A_1 \dots A_n$ dànno un gruppo G_{2n}, come abbiamo veduto, generano un aggruppamento projettivo. Nel secondo caso, essendo dati i punti $A_2, \dots, A_n, B_2, \dots, B_n$, sono dati pure i punti $B'_2, \dots, B'_n$, e siccome tutti i punti B'_1 che insieme a questi costituiscono un gruppo di $\mathbf{I}p_{n,n-1}$ sono tutti quelli di una retta r_1, i punti corrispondenti A_1, B_1 si trovano projettando da O_1, O_2 uno stesso punto di r_1, e quindi si corrispondono projettivamente. Nel terzo caso, essendo dati i punti $A_2, \dots, A_n, B_1, B_3, \dots, B_n$, sono dati pure i punti $B'_3, \dots, B'_n$ e le rette O_1A_2, O_2B_1 che devono contenere B'_2 e B'_1; ora questi punti si corrispondono su di esse projettivamente, quindi si corrispondono proiettivamente B_2 e A_1. È adesso dimostrato che i gruppi G_{2n} generano un aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_{2n}$.

« I $2n$ elementi $2n$-*pli* di $\mathbf{A}p_{2n}$ sono gli n punti comuni a r e c_n e il punto comune a r e alla retta O_1O_2 contato n volte.

« Un punto M di r determina una retta O_2M la quale ha n punti $N'_1, \dots, N'_n$ comuni con la linea c_n, le n rette $O_1N'_1, \dots, O_1N'_n$ incontrano r in n punti $N_1, \dots, N_n$ corrispondenti a M; analogamente a uno dei punti N corrispondono n punti M. Si ha così una corrispondenza $[n, n]$, che è projettiva essendo costruita coll'aggruppamento projettivo $\mathbf{A}p_{2n}$.

« 4. Supponiamo date, in uno stesso piano φ_2, due linee c_n, c_m, di ordine n e m. Prendiamo due punti O_1, O_2 non appartenenti a c_n nè a c_m e una qualunque retta r di φ_2.

« Se per O_2 conduciamo in φ_2 una retta O_2M, che incontri r in M, i suoi n punti $N'_1, \dots, N'_n$ comuni con c_n dànno n rette $O_1N'_1, \dots, O_1N'_n$ che incontrano r in n punti $N_1, \dots, N_n$. Tra i punti M, N di r esiste (n. 3) una corrispondenza projettiva $[n, n]$. Ogni retta O_1P, condotta in φ_2, incontra r in un punto P e incontra c_m in m punti $Q'_1, \dots, Q'_m$ i quali dànno m rette $O_2Q'_1, \dots, O_2Q'_m$ che incontrano r in m punti $Q_1, \dots, Q_m$. Tra i punti P, Q di r esiste una corrispondenza projettiva $[m, m]$. Ora tra

i punti M, Q, e quindi tra le rette O_2M, O_2Q, si può (facendo coincidere N e P) stabilire una corrispondenza projettiva $[mn, mn]$ risultante delle due $[n, n]$, $[m, m]$. I raggi doppi saranno $2mn$. Evidentemente tra questi mn coincidono con O_2O_1, e i rimanenti mn sono quelli che da O_2 vanno ai punti comuni a c_n, c_m.

Due linee di ordine m, n hanno sempre mn punti comuni.

« Bastino questi cenni per provare che i principî stabiliti nelle due prime parti del presente lavoro sono sufficienti per dedurne una teoria geometrica pura delle linee e delle superficie *n-ple* di involuzioni projettive, linee e superficie che sono tutte quelle dette algebriche.

Pisa, 30 dicembre 1887.

Nota di C. Segre. — Le pagine precedenti (a cui ho conservato il titolo originale, sebbene della *teoria generale* a cui si riferiscono contengano solo il principio) costituiscono la 3ª (ed ultima) Parte — fino ad oggi inedita — del manoscritto che, sotto il titolo « *Fondamenti di una teoria, puramente geometrica, delle curve e delle superficie* », il compianto De Paolis presentò a quest'Accademia nel concorso al premio Reale per la Matematica relativo al 1887. Veggansi in proposito la Relazione sul detto concorso in questi Rendiconti t. V (2° sem. 1889), pag. 300, e quella recentissima (che propone un premio postumo al De Paolis) nel presente volume dei Rendiconti, pag. 185; non che i Cenni biografici del De Paolis da me pubblicati nel t. VI (1892) dei Rend.[i] del Circ.° matem.° di Palermo. — Si sa che, dopo presentato quel lavoro pel concorso, l'Autore si occupò di completarlo e di stamparlo. Ed in fatti le prime due parti di esso furono pubblicate, con vari rimaneggiamenti e con qualche ampliamento: v. rispettivamente la *Teoria dei gruppi geometrici e delle corrispondenze che si possono stabilire tra i loro elementi* (Memorie della Società Italiana delle scienze, t. 7, ser. 3ª, 1890) e *Le corrispondenze proiettive nelle forme geometriche fondamentali di 1ª specie* (Memorie della R. Accad. delle scienze di Torino, t. 42, ser. 2ª, 1892). Ma la morte — tanto funesta ed immatura! — impedì all'A. di completare questa 3ª Parte, la quale, per mancanza di tempo, s'era ridotta nel manoscritto a pochi cenni, mentre avrebbe richiesto un ampio sviluppo.

Incaricato dall'egregia Famiglia De Paolis di esaminare alcune carte del nostro compianto collega (nel che fui gentilmente aiutato, fra gli altri, dai signori Ciani, Enriques e Lazzeri), non rinvenni tra esse nulla che si riferisse a questo lavoro. Ho perciò ristampata qui quella 3ª Parte tal quale essa si trova nel manoscritto conservato dall'Accademia: persuaso che essa possa servire a dar qualche idea del metodo con cui l'A. intendeva di applicare i risultati delle Parti precedenti e specialmente della 2ª, relativa agli aggruppamenti projettivi nelle forme di 1ª specie, allo studio degli aggruppamenti projettivi di specie superiore, e quindi delle curve e superficie algebriche. — Di mutamenti rispetto al mscr. non ho fatto altro che: correggere poche sviste materiali; introdurre una nuova numerazione dei paragrafi, invece di continuar quella delle Parti precedenti; ed adottare — come ha fatto l'A. nella 2ª delle suddette Memorie stampate — i simboli **A***p*, **I***p* per indicare gli aggruppamenti *projettivi* e le involuzioni *projettive*, in luogo di **A** ed **I** che si trovano nel mscr. —

Mi permetto di aggiungere qui poche parole intorno a quelli fra gli altri manoscritti inediti del De Paolis che, come dissi, io fui incaricato di esaminare. Fra essi non ne trovai alcuno che fosse pronto per la stampa, o che (secondo me) l'A. dopo qualche ritocco avrebbe

volentieri pubblicato. Ho perciò rinunziato ad occuparmi della loro pubblicazione. A vero dire, uno di essi, col titolo « *Sulla Jacobiana di quattro superficie* » e con la data del 1885, ha tutti i caratteri esterni di un mscr. da stampare. Il suo scopo è di determinare la multiplicità che la Jacobiana di quattro superficie ha lungo una curva che sia multipla rispettivamente secondo i_1, i_2, i_3, i_4, (≥ 0) per queste; e trova che essa è *in generale* $i_1 + i_2 + i_3 + i_4 - 2$, ma diventa $i_1 - 1$ se tre delle i, p. e. $i_2 . i_3$, i_4, sono nulle, e diventa $4i - 1$ se le quattro superficie hanno lo stesso ordine e la stessa multiplicità i lungo la curva. Il metodo adoperato consiste nel condurre per la curva una superficie razionale (un monoide); l'intersezione di questa con la detta Jacobiana vien rappresentata da un'equazione fra i parametri della superficie razionale, da cui si dovrà staccare il fattore rappresentante la curva data tante volte quanta è la multiplicità cercata di questa curva per la Jacobiana. Questo concetto, diverso da quelli usati prima da altri per problemi siffatti, sembra ingegnoso e semplice. Ma il procedimento con cui viene attuato nel mscr. non mi pare soddisfacente: e questa credo sia la causa per cui l'A. rinunziò poi alla pubblicazione.

Altre carte si riferiscono all'*esagrammo di Pascal*, che tentano di studiare ricorrendo ad una figura stereometrica. Poco prima — scrive l'A. — il Cremona ed il Caporali avevano dedotte le principali proprietà dell'esagrammo da figure che si presentano nelle superficie cubiche e nella superficie di Kummer. Egli invece si propone di dedurle considerando la conica come sezione piana di un iperboloide: pei 6 vertici dell'esagono passano due sestuple $p_1 \dots p_6$, $q_1 \dots q_6$ di generatrici dell'iperboloide; le coppie di rette $p_r\, q_s$ ($r \neq s$) determinano altri 30 punti π_{rs} e 30 piani Π_{rs}; le coppie di punti come $\pi_{rs}\, \pi_{sr}$ determinano 15 rette; ecc. ecc.: e così nasce una figura stereometrica le cui proprietà sono strettamente legate a quelle dell'esagrammo. Però la deduzione di queste ultime non viene spinta abbastanza in là; e nemmeno si può dire che si faccia molto semplicemente.

Infine meritano menzione alcuni studî su quistioni relative a sistemi lineari di curve piane, fra cui principalmente le seguenti: 1° Dati ν sistemi lineari projettivi di curve $C', \dots, C^\nu$, d'ordine $n_1, \dots, n_\nu$, ognuno dei quali sia $\infty^{\nu+\tau}$ ove $\tau = 0, 1, \dots, \nu - 2$, se x, y sono due punti tali che i sistemi omologhi (nella detta projettività) $\infty^{\nu-2}$ di curve $C', \dots, C^{\tau+2}$, i quali passano per x, passino pure per y insieme coi sistemi omologhi $\infty^{\nu-2}$ di curve $C^{\tau+3}, \dots, C^\nu$, tra i punti x, y del piano si avrà una corrispondenza (α_x, α_y), essendo

$$\alpha_x = \sum_1^{\tau+2} n_\rho n_\sigma - \sum_1^{\tau+2} S r_{\rho b}\, r_{\sigma b} - \frac{(\tau+1)(\tau+2)}{2}$$

$$\alpha_y = \sum_1^{\nu} n_\rho n_\sigma - \sum_1^{\nu} S r_{\rho b}\, r_{\sigma b} - \frac{(\tau+1)(\tau+2)}{2},$$

ove le $r_{\rho b}$ indicano le multiplicità che il sistema lineare C^ρ ha nei punti base b (che possono esser comuni anche a più sistemi, ed ai quali vanno estese le somme indicate con S). Studio di questa corrispondenza: linee che corrispondono alle rette; punti fondamentali; linee fondamentali; ecc. Curva unita, ossia luogo dei punti per ciascun dei quali passano ν curve omologhe dei ν sistemi in guisa però che le $C', \dots, C^{\tau+2}$ vi si tocchino: è d'ordine

$$(\tau+2)\sum_1^{\nu} n_\rho + (\tau+1)\sum_1^{\tau+2} n_\rho - 3\,\frac{(\tau+1)(\tau+2)}{2},$$

con determinate multiplicità nei punti base. — 2° Dati ν sistemi lineari projettivi di curve $C', \dots, C^\nu$, di dimensione $\nu + \tau - 1$, ove $\tau = 0, 1, \dots, \nu - 2$, se x, y indicano due punti tali che i sistemi omologhi $\infty^{\nu-2}$ di curve $C', \dots, C^{\tau+2}$, i quali passano per x, pas-

sino pure per y insieme coi sistemi omologhi $\infty^{\nu-2}$ di curve $C^{\tau+2}, \ldots, C^{\nu}$, i luoghi di x e di y sono due curve di ordini

$$\sum_1^{\tau+2} n_\rho \left\{ \sum_1^{\nu} n_\rho n_\sigma - \sum_1^{\nu} S r_{\rho b} r_{\sigma b} - \frac{\tau(\tau+1)}{2} \right\} - \frac{(\tau+1)(\tau+2)}{2} \sum_1^{\nu} n_\rho + \frac{\tau(\tau+1)(\tau+2)}{2},$$

$$\sum_1^{\nu} n_\rho \left\{ \sum_1^{\tau+2} n_\rho n_\sigma - \sum_1^{\tau+2} S r_{\rho b} r_{\sigma b} - \frac{(\tau+1)(\tau+2)}{2} \right\} - \frac{\tau(\tau+1)}{2} \sum_1^{\tau+2} n_\rho + \frac{\tau(\tau+1)(\tau+2)}{2};$$

caratteri di queste curve, ecc. — 3° Con gli stessi dati dei due problemi precedenti, solo con la riduzione dei ν sistemi lineari projettivi alla dimensione $\nu+\tau-2$, si ha un numero finito, che vien determinato, di coppie di punti x, y simili a quelle dei problemi precedenti.

Matematica. — *Le assintotiche delle rigate algebriche di genere qualunque che fanno parte di una congruenza lineare.* Nota di Giulio Pittarelli presentata dal Socio Cremona.

N. 1. *Direttrici distinte.*

« Fu trovato nella prima Nota inserita a pag. 111 di questi Rendiconti, che posta l'eq^e. algebrica

$$1)\qquad \Phi\left(\frac{m}{\mu}, \frac{n}{\nu}\right) = 0$$

quella della superficie è

$$\Phi\left(\frac{x_1}{x_2}, \frac{x_3}{x_4}\right) = 0$$

mentre poi le eq^i. delle generatrici sono

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \mu\ ,\ \frac{x_3}{x_4} = \frac{\varphi_3}{\varphi_4} = \nu\ ,$$

e quella 9) delle assintotiche A_k

$$Ff^2 - kGg^2 = 0$$

può scriversi, per le segnature adoperate in 10) della Nota predetta

$$\frac{d\mu}{dv}\varphi_2^2 f^2 - k\frac{d\nu}{dv}\varphi_4^2 g^2 = 0\ ,$$

ed anche posto f e g in luogo di $\varphi_2 f$ e $\varphi_4 g$

$$2)\qquad \frac{d\mu}{dv} f^2 - k\frac{d\nu}{dv} g^2 = 0\ ;$$

mentre per i punti di Φ si hanno le

$$3)\qquad x_1 = f\mu\ , x_2 = f\ , x_3 = g\nu\ , x_4 = g\ .$$

« Nell'eq°. 2) possiamo introdurre le derivate della Φ rispetto a μ ed a ν. Abbiamo infatti da 1)

4)
$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\frac{d\mu}{dv}+\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}\frac{d\nu}{dv}=0$$

onde 2) diviene

5)
$$k\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}g^2+\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}f^2=0\,.$$

« Vogliamo determinare l'ordine di A_k. Prendendo a tal fine un piano qualunque

$$\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2+\alpha_3 x_3+\alpha_4 x_4=0$$

e sostituendovi i valori 3) di x_i si ha

6)
$$(\alpha_1 \mu+\alpha_2)f+(\alpha_3 \nu+\alpha_4)g=0:$$

e l'ordine N_1 dell'assintotica A_k sarà il numero delle coppie u, v soluzioni comuni, variabili con α_i, delle eq^i. 4) e 6). Intanto poichè la 6) è lineare in u, eliminando tra essa e la 5) il rapporto $f:g$ si ha

7)
$$k(\alpha_1 \mu+\alpha_2)^2\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}+(\alpha_3 \nu+\alpha_4)^2\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}=0\,.$$

« Per risolvere questa eq°. rispetto a v e determinare conseguentemente u razionalmente per mezzo di 6) in funzione di v, si badi che tra μ e ν vale la 1). Allora noi possiamo trovare le coppie $\mu\nu$ comuni alle 7) ed 1) considerate come eq^i di curve ed il loro numero sarà N_1.

« Giova per questo rendere omogenee le equazioni; avremo allora:

8)
$$\Phi\equiv\Phi\left(\overset{m}{\mu},\overset{n}{\nu},\overset{m+n}{\lambda}\right)=0$$

9)
$$k(\alpha_1 \mu+\alpha_2\lambda)^2\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}+(\alpha_3 \nu+\alpha_4\lambda)^2\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}=0$$

Posto $N=m+n$, si vede subito che la Φ è una curva di ordina N con due punti multipli, l'uno in $\mu=\lambda=0$ secondo m, l'altro $\nu=\lambda=0$ secondo n (s'intende nell'ipotesi più generale intorno ai coefficienti di Φ). E corrispondentemente intanto la superficie

$$\Phi\left(\frac{x_1}{x_2},\frac{x_3}{x_4}\right)=0$$

sarà dell'ordine N con le rette $x_1=x_2=0$, $x_3=x_4=0$ rispettivamente m^{pla} ed n^{pla}. Una sezione piana di questa superficie può intendersi rappresentata dalla stessa curva Φ; perciò diremo indifferentemente curva Φ o superficie Φ; e se quella possiede altrove altri punti doppî in numero di δ, questa avrà δ altre generatrici doppie, ed il genere p dell'una o dell'altra sarà

$$p=\frac{(N-1)(N-2)}{2}-\frac{m(m-1)}{2}-\frac{m(n-1)}{2}-\delta$$

10)
$$=(m-1)(n-1)-\delta=mn-N-\delta+1$$

« La curva 9) è intanto dell'ordine $N' = N + 1$, ciò ch'è evidente. Vediamo piuttosto com'essa si comporti rispetto ai punti multipli ed ai punti doppî. Ora la curva $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0$ è la prima polare rispetto a Φ del punto $\lambda = \mu = 0$, ed ha, perciò, in quel punto la stessa moltiplicità m con le stesse tangenti di Φ, mentre invece nel punto $\lambda = \nu = 0$ ha la moltiplicità $n - 1$ e non con le stesse tangenti di Φ. Analogamente si dica per $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$. Le parti $(\alpha_1 \mu + \alpha_2 \lambda)^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$, $(\alpha_3 \nu + \alpha_4 \lambda)^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ sono, per tanto, rispettivamente di dimensione $(m+1)^{ma}$ in $\mu : \lambda$ ed n^{ma} in $\nu : \lambda$, e di dimensione $(n+1)^{ma}$ in $\nu : \lambda$ ed m^{ma} in $\mu : \lambda$; perciò nell'aggregato 9) i punti $\mu = \lambda = 0$, $\nu = \lambda = 0$ sono multipli secondo m ed n; ed anzi la forma omogenea in $\mu : \lambda$ che dà le m tangenti nel primo punto multiplo è quella che si trova in $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$, cioè è la stessa di quella che si trova in Φ, e così deve dirsi per le n tangenti nel punto $\nu = \lambda = 0$. Infine i δ punti doppî di Φ sono semplici per $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ e semplici per l'aggregato 9).

« Segue da questa analisi che il numero dei punti come alle 1) e 9), cioè l'ordine dell'assintotica A_k è

11) $\quad N_1 = N(N+1) - m^2 - n^2 - m - n - 2\delta = 2(mn - \delta)$.

e per 10)

12) $$N_1 = 2(p + N - 1).$$

Ora il secondo membro è eguale, come si sa, alla classe K di una (sezione piana di Φ) curva piana d'ordine N e genere p: dunque

13) $$N_1 = K \text{ (}^1\text{)}$$

In particolare se $p = 0$, onde $\delta = (m-1)(n-1)$ si ha

$$N_1 = 2(N-1) = 2(m+n-1)$$

risultato dovuto a Cremona (Annali di Mat. 1867 pag. 253).

« Cerchiamo adesso il numero dei punti cuspidali, sull'una e sull'altra delle due direttrici multiple, punti da' quali partono, com'è noto, generatrici singolari della superficie Φ.

« Per quelli posti, ad esempio, sulla direttrice multipla m^{pla} deve aversi (Nota I) $G = \frac{d\nu}{dv} = 0$ ovvero per 4) $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$.

(1) Vedasi Voss (Math. Annalen Bd. VII, 1875, pag. 79), al quale, io credo, si deve il teorema espresso in 13); Picard, *Application de la Théorie des complexes linéaires*, Annales de l'École normale sup. 1877, pag. 325.

Il numero de' punti sarà dato dalle soluzioni comuni a questa eq°. polare ed alla 1). Chiamando x_m quel numero, e ricordando le osservazioni precedenti intorno a quella polare, si ha

$$x_m = N(N-1) - n^2 - n - m(m-1) - 2\delta$$
$$= 2(mn - p - \delta) = 2(p + m - 1);$$

e sulla direttrice multipla n^{pla}

$$x_n = 2(p + n - 1).$$

Somando e chiamando x la somma

14) $$x = 2(N + 2p - 2).$$

« In questi punti la curva A_k possiede altrettante tangenti stazionarie ed altrettanti piani stazionarî (Cremona e Voss, loco citato), che, ben s'intende, sono comuni a tutte le A_k.

« Se sopra una rigata d'ordine n e genere p è posta una curva γ d'ordine ν e genere π, multipla per la superficie secondo h e tagliante in k punti qualunque generatrice rettilinea della rigata, tra il numero y delle generatrici tangenti a γ ed il numero η dei punti di γ per ciascun dei quali escono due generatrici coincidenti (punti cuspidali di γ), si hanno le due relazioni

15) $$y = 2\nu\, h(k-1) - k(k-1)n$$
$$\eta - y = 2k(p-1) - 2h(\pi - 1)$$

che il Segre pubblicò in questi Rendiconti il 3 luglio 1887.

« Per applicare queste formule nel nostro caso si osservi da prima che che $k = 2$, poi che l'assintotica A_k che vogliamo considerare come curva γ è semplice sulla superficie, perchè per ogni suo punto non passa che una generatrice di Φ, vi passa infatti la retta che, per esso, si appoggia alle due rette multiple; dunque $\eta = 0$. Posto poi $n = N$, $\nu = N_1$, la prima delle due relazioni dà, tenendo presenti le 12) e 14),

$$y = 2N_1 - 2N = 2(N + 2p - 2) = x.$$

« Onde non vi sono altre generatrici tangenti alle assintotiche oltre alle generatrici singolari, ed i punti di contatto sono distribuiti così che x_m sono sulla retta m^{pla} e x_n sull'n^{pla}.

« Eliminando poi y tra le 15) dove si sia posto $\eta = 0$, si ha

16) $$\pi = (k-1)\nu + k(p-1) - \frac{k(k-1)}{2}n + 1,$$

che nel nostro caso dà

17) $$\pi = N_1 + 2(p-1) - N + 1$$

ossia

$$\pi = N + 4p - 3 \qquad = m + n + 4p - 3$$

pel genere dell'assintotica A_k.

« Di questa curva adunque conosciamo l'ordine N_1 e la classe ch'è pure N_1 ed il genere π, perciò le formole notissime di Cayley darebbero gli altri numeri caratteristici, i quali sono poi a due a due reciproci. Per es. il rango r, ch'è la classe del cono proiettante l'assintotica d'ordine N_1 e genere π, è dato da

$$r = 2(N_1 + \pi - 1) = 6N + 12(p-1). \tag{18}$$

N. 2. *Direttrici coincidenti.*

« Per avere quì una superficie del tipo di quelle di Cayley (1), posto

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \mu, \quad \frac{\varphi_3}{\varphi_2} = \nu$$

bisognerà supporre tra μ e ν un'eq°. algebrica della forma seguente

$$\left.\begin{aligned}\Phi\left(\overset{m+n}{\mu}, \overset{n}{\nu}\right) \equiv p_0 (1, \mu)^{m+n} + p_1 (1, \mu)^{m+n-2} \nu + p_2 (1, \mu)^{m+n-4} \nu^2 + \ldots + \\ + p_{n-1} (1, \mu)^{m-n+2} \nu^{n-1} + p_n (1, \mu)^{m-n} \nu^n = 0\end{aligned}\right\} m \geqq n.$$

dove in generale il simbolo $(1, \mu)^p$ indica un polinomio in μ di grado p. Eliminando μ e ν con l'aiuto delle 7) o delle 10) della Nota II, si ha l'eq°. tangenziale o puntuale di Φ.

« Volendo determinare l'ordine (classe) dell'assintotica A_k in questo caso, bisogna considerare le eq^i. $\Phi = 0$,

$$2Fg + (kF - G) f = 0$$

dell'assintotica in coordinate curvilinee (Nota II eq°. 13)), e la:

$$(\alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2 + \alpha_3\varphi_3) f + (\alpha_3\varphi_1 + \alpha_4\varphi_2) g = 0$$

che risulta sostituendo nell'eq°. di un piano $\alpha_x = 0$ le coordinate x_i di un punto della curva data delle espressioni 4) della Nota II.

« Intanto ricordiamo che

$$F = \varphi_2\varphi'_1 - \varphi_1\varphi'_2 \quad , \quad -G = \varphi_2\varphi'_3 - \varphi_3\varphi'_2$$

ovvero

$$F = \varphi_2^2 \frac{d}{dv}\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right) = \varphi_2^2 \frac{d\mu}{dv} \quad , \quad G = -\varphi_2^2 \frac{d}{dv}\left(\frac{\varphi_3}{\varphi_2}\right) = -\varphi_2^2 \frac{d\nu}{dv}$$

onde le eq^i. da considerare sono

$$\Phi = 0 \quad , \quad 2\frac{d\mu}{dv} g + \left(k\frac{d\mu}{dv} + \frac{d\nu}{dv}\right) f = 0$$

$$(\alpha_1\mu + \alpha_2 + \alpha_3\nu) f + (\alpha_3\mu + \alpha_4) g = 0,$$

(1) Nelle formole (5) e (8) della Nota a pag. 149, che chiamerò Nota II, si contengono tipi più generali di quelli di Cayley, ch'io non ho studiati.

le quali eliminando il rapporto $f:g$, si riducono alle due

$$\Phi = 0\,, \quad 2(\alpha_1 \mu + \alpha_2 + \alpha_3 \nu)\frac{d\mu}{d\tau} - \left(k\frac{d\mu}{d\tau} + \frac{d\nu}{d\tau}\right)(\alpha_3 \mu + \alpha_4) = 0$$

alla seconda delle quali possiamo sostituire l'altra

$$19)\ \left[2(\alpha_1 \mu + \alpha_2 + \alpha_3 \nu) - k(\alpha_3 \mu + \alpha_4)\right]\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} + (\alpha_3 \mu + \alpha_4)\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$$

in virtù della

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\frac{d\mu}{d\tau} + \frac{\partial \Phi}{\partial \nu}\frac{d\nu}{d\tau} = 0\,.$$

Bisogna trovar le soluzioni comuni alla 19) ed alla $\Phi = 0$.

« Resa omogenea questa con lo scrivere

$$\Phi\left(\overset{m+n}{\mu}, \overset{2}{\nu}, \overset{m+n}{\lambda}\right) = p_0(\lambda, \mu)^{m+n} + p_1(\lambda, \mu)^{m+n-2}\nu\lambda + \ldots$$
$$+ p_{n-1}(\lambda, \mu)^{m-n+2}\nu^{n-1}\lambda^{n-1} + p_n(\lambda, \mu)^{m-n}\nu^n\lambda^n = 0\,,$$

la 19) si scriverà

$$20)\ \left[2(\alpha_1 \mu + \alpha_2 \lambda + \alpha_3 \nu) - k(\alpha_3 \mu + \alpha_4 \lambda)\right]\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} + (\alpha_3 \mu + \alpha_4 \lambda)\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$$

La curva $\Phi = 0$ è dell'ordine $m + n = N$, ha nel punto $\mu = \lambda = 0$ la moltiplicità secondo il numero m, con la tangente $\lambda = 0$ comune ad $n = N - m$ rami. Ponendo $\nu = 1$ e facendo la trasformazione quadratica, usata in questi casi, $\mu = \mu_1$, $\lambda = \lambda_1 \mu_1$, si ha una curva d'ordine $m + 2n$, che, ordinata secondo potenze crescenti, comincia col gruppo di termini

$$a_0 \lambda_1^n + a_1 \lambda_1^{n-1}\mu + \ldots + a_n \mu_1^n\,,$$

e che ha dunque nel punto $\lambda_1 = \mu_1 = 0$ la moltiplicità n con n tangenti tra loro distinte, il che equivale, com'è noto, ad $\frac{n(n-1)}{2}$ punti doppî.

« Adunque nella curva primitiva Φ si ha nel punto $\mu = \lambda = 0$ un punto m^{plo} al quale siasi accostato un punto n^{plo} equivalente ad $\frac{n(n-1)}{2}$ punti doppi (punto m^{plo} $(+n)^{plo}$ secondo il simbolo di Cayley).

« Se, intanto, δ è il numero di punti doppî che la Φ può altrove possedere (e conseguentemente la sup. Φ avrà δ generatrici doppie), il genere p di Φ (o della superficie) è

$$p = \frac{(N-1)(N-2)}{2} - \frac{m(m-1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} - \delta$$
$$= (m-1)(n-1) - \delta = mn - \delta - N + 1\,.$$

come precedentemente nel n. 1.

« Studiamo adesso la curva 20). Essa passa semplicemente per i δ punti doppî di Φ. Infatti per ogni punto siffatto $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$ svaniscono al 1° ordine.

« La curva $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0$ è la prima polare del punto multiplo $\lambda = \mu = 0$ perciò questo punto è multiplo per essa secondo lo stesso numero m e con le stesse tangenti, tra le quali la $\lambda = 0$ tangente comune ad n rami; mentre i punti doppî sono semplici. L'eq^e. 20), ordinata secondo le potenze di ν, comincia col termine

$$2\alpha_3 \nu \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} ;$$

onde anche la 20) ha la singolarità suddetta. Non giova considerare la polare $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$, perchè il punto $\nu = \lambda = 0$ non è sulla curva, essendo il risultato della sostituzione $p_0 (o, \mu)^{m+n}$. che non può essere nullo a meno che non sia $p_0 = 0$ o non sia zero il coefficiente di μ^{m+n} nella forma $(\lambda, \mu)^{m+n}$. E ciò non è, altrimenti l'eq^e. della curva si abbasserebbe. Inoltre la 20) ha lo stesso ordine N di Φ; dunque il numero dei loro punti comuni, cioè l'ordine (la classe) dell'assintotica A_k è

$$N_1 = N^2 - m^2 - n^2 - n - 2\delta = 2mn - n - 2\delta$$

ovvero anche

$$N_1 = 2p + 2N - n - 2 = 2(p + N - 1) - n . \tag{21}$$

« Il secondo membro è appunto la classe della curva Φ, chè, rispetto a quella della curva a punti multipli distiti, la classe soffre la diminuzione del numero n de' punti di diramazione.

« Il genere π è poi eguale a p, perchè l'assintotica ed una sezione piana qualunque sono punteggiate proiettivamente per mezzo delle generatrici delle superficie. E d'altra parte la 16) dà precisamente $\pi = p$ se $k = 1$.

« Troviamo il numero dei punti cuspidali. Per questi abbiam le soluzioni comuni alle eq^i.

$$\Phi = 0 , \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0 .$$

« Or calcolando effettivamente $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ si trova

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = \lambda \left\{ p_1 (\lambda,\mu)^{m+n-2} + \cdots + (n-1) p_{n-1}(\lambda,\mu)^{m-n+1} \nu^{n-2} \lambda^{n-2} + np_n (\lambda,\mu)^{m-n} \nu^{n-1} \lambda^{n-1} \right\} .$$

« Il fattore λ eguagliato a zero darebbe quei valori di v per i quali anche μ dovrebbe esser nullo dovendo esser $\Phi = 0$, e le eq^i. 5) o 8) delle generatrici (Nota II) riescirebbero indeterminate. Bisogna adoperare dunque il fattore in $\}$ $\{$. Or quel fattore, eguagliato a zero, rappresenta una curva d'ordine $N - 2$ con un punto $(m-1)^{plo}$ $(+ (n-1)^{plo})$ e con δ punti

semplici. Onde il numero x richiesto de' punti comuni a questa curva ed alla $\Phi = 0$, sarà

$$x = N(N-2) - m(m-1) - n_1(n-1) - (n-1) - 2\delta,$$
$$x = 2(mn - \delta) - N - n + 1$$

ed anche, introducendo il genere,

$$x = 2p + m - 1. \tag{22}$$

Finalmente il rango r sarà dato dalla relazione (analoga a 18))

$$r = 2(N_1 + p - 1) = 4(p + N - 1) - 2n + 2p - 2$$

cioè

$$r = 6p + 4N - 2n - 6$$
$$= 6p + 2N + 2m - 6 \text{ ».}$$

Geologia. — *Appunti sulla costituzione geologica dell'Isola di Candia.* Nota del dott. V. Simonelli, presentata dal Socio Capellini.

« La magistrale *Description physique de l'île de Crète* (1) di Vittorio Raulin ed i *Travels and Researches in Crete* (2) del capitano Spratt, son le due sole opere che trattino estesamente della geologia di Candia, riferendo osservazioni originali. I torbidi politici pronti sempre a scoppiare e le difficoltà d'ogni maniera che si oppongono all'accesso nell'interno, son forse i motivi principali che hanno tenuto lontani da quell'isola i geologi od hanno fatto sì che non si discostassero troppo dalla regione littoranea.

« Visitai Candia nell'estate dell'anno scorso in compagnia del dott. Antonio Baldacci, botanico, e del dott. Giacomo Cecconi, che si occupava di ricerche zoologiche. Le nostre escursioni incominciarono dall'Akrotiri del Capo Maleka e da quella parte della costa nord che rimane compresa fra la Canea ed il promontorio di Grabusa, per continuare nell'interno delle eparchie di Kisamos e di Kidonia, fino ai monti che le separano da quella di Selinon. Passammo in seguito all'ampia zona che si estende fra il mare e la catena delle Montagne Bianche (Aspro-vouna) e salimmo in questa fino alla stupenda dolina di Omalos ed alla vetta del Monte Spathi (2110 m. l. d. m.) (3). Percorsa anche tutta la regione intorno a Retimo e l'eparchia di Milopotamon fino ai suoi confini occidentali e separatomi dai compagni che stavano per tornare in Italia, visitai le pittoresche gole di Sphakia e d'Agios Vasilios, l'isolotto di Gavdos, lontano circa 25 chilometri dalla costa sud, ed il gruppo montuoso del Psiloriti, compiendo la faticosa ascensione dell'Ida (2491 m.). E,

(1) Bordeaux, 1869.

(2) London, 1865.

(3) Misura barom. dell'autore, come anche la maggior parte di quelle citate in seguito.

finalmente, dopo qualche giorno speso a percorrere la parte centrale dell'isola, fra la pianura di Messara e Megalo-Kastron, arrivai lungo la costa nord sino al Capo Chersonesos, dove le febbri malariche mi costrinsero ad interrompere bruscamente il viaggio ed a sollecitare il ritorno in patria.

« La serie dei terreni osservati in queste diverse regioni comprende l'Arcaico (?), il Cretaceo, l'Eocene, il Miocene medio, il piano levantino del Pliocene ed il Quaternario. Va completamente escluso il Pliocene marino, perchè i terreni indicati dal Raulin come subappennini, corrispondono per la maggior parte al Miocene. Delle anageniti che l'autore medesimo descrive, e che accennerebbero al Trias se non al Paleozoico superiore, manca ogni traccia nei luoghi che ho potuto visitare.

« Riferisco, non senza molte riserve, all'Arcaico, gli schisti cristallini (talcoschisti primitivi, secondo il Raulin, rocce cretacee profondamente modificate dal metamorfismo, secondo lo Spratt) e le rocce massicce che li accompagnano, uniformandomi a quanto concluse recentemente, per analoghi terreni dell'Attica, il Lepsius ([1]). Queste formazioni raggiungono il massimo sviluppo nel distretto montuoso di Selinon, verso la estremità sud-ovest dell'isola, nelle regioni poste al nord ed al nord-ovest delle Montagne Bianche, nelle alture che circondano il monte Vrysinas al sud di Retimo, nei contrafforti occidentali dell'Ida e nella catena littorale del Milopotamon, fra Capo Liano e Balì. Costituiscono generalmente colline poco elevate, dai contorni dolcissimi, sulle quali verdeggiano eriche, mirti e leandri, o si addensano, come a Selinon e nell'Enia-Choria, stupendi castagneti; contrastando, in modo veramente caratteristico, con le linee ardite e con l'abituale aridità delle contigue regioni calcaree.

« Gli elementi principali di questa serie, indipendentemente dalle rocce massicce, son micaschisti grigi, verdognoli, rossastri, talcoschisti verdi o grigio-argentei, schisti quarzosi e quarziti, calceschisti, cipollini e calcari cristallini. Nella quarzite ho trovato a Theriso venuzze e moschettature di oligisto; negli schisti, oltre ai noduli ed alle vene di quarzo, è comunissima la pirite, che a volte, alterandosi, da luogo alla formazione di notevole quantità di melanteria (vicinanze di Alikianou). Abbonda la grafite negli schisti lucenti dell'Akrotiri di Capo Spada, fra Ravduca e Nopia; in quelli di Agalianou, nel versante sud dei monti di A. Vasilios, vidi considerevoli ammassi di gesso saccaroide, e a poca distanza, verso Gerakari, trovai erratici dei grossi pezzi di antracite, che senza dubbio provenivano ugualmente dagli schisti. La direzione dominante degli strati, quasi sempre molto sollevati, ondulati e contorti, sembra esser quella dall'ovest all'est. Ipsometricamente è raro che si spingano oltre i 1000 metri sul livello del mare.

« Non è soltanto l'apparenza litologica, come riteneva lo Spratt, che in-

([1]) Geologie von Attika, s. 22. Berlin, 1893.

duce a considerare questi schisti cristallini come più antichi assai dei calcari cretacei. La posizione loro è costantemente inferiore a quella di queste ultime rocce, la discordanza stratigrafica in più luoghi evidente, e le supposte alternanze non ho visto che si verifichino in alcun caso. Esistono sì banchi ed amigdale di calcare in mezzo agli schisti cristallini, ma non hanno nessun carattere in comune con le masse calcaree sovrapposte. Si aggiunga che nella zona inferiore dei calcari cretacei si trova qualche volta (per esempio verso la base delle colline di Malaxa, dalla parte del golfo di Suda) una specie di breccia, composta con i frantumi dei micaschisti soggiacenti.

« I diversi componenti della serie schistosa alternano fra loro senza regola fissa apparente. Per citare uno fra i molti casi osservati, indicherò la successione dei terreni nel monte di Vrisses, fra il piano di Alikianou e la costa nord, successione che fu tra le più facili a rilevare. Quivi notai, a cominciare dal basso: *a*) micaschisti rossicci; *b*) calcari bianchi finamente granulari, picchiettati di minutissimi cristallini bruno-rossastri, che mi parvero di granato; *c*) calceschisti grigi, in tavole dello spessore di pochi centimetri, spalmati di talcoschisto verdognolo; *d*) schisti micaceo-quarzosi, argentini, con noduli di quarzo. Seguiva in alto una gran massa di calcare grigio, cenerognolo, in alcuni punti quasi compatto, in altri distintamente cristallino, con tracce oscure di minuti gasteropodi, visibili solo in sezione.

« Nelle alture di Lakous, che fiancheggiano al nord le imponenti masse calcaree degli Asprovouna, la zona schistosa è formata da schisti quarzoso-micacei grigi, alternanti con schisti lucenti color piombo, da schisti quarzosi a finissima grana, neri o rossastri, compenetrati da ossidi di ferro, da calcari grigio-scuri, largamente cristallini, in lastre sottili intercalate a schisti nodulosi verdognoli, e da schisti rasati argentini o paonazzi, tutti uniformemente inclinati di circa 25° verso nord. A breve distanza dal villaggio di Lakous si vede spuntare fra gli schisti rasati ed i calcari a lastre una massa considerevole di diorite granulare, divisa in blocchi irregolarmente prismatici, che verso la periferia diviene alquanto schistosa e sembra passare ad un anfiboloschisto. Le spaccature della roccia sono ingemmate da grandi e limpidissimi cristalli di un feldispato (albite?) che si trovano anche tutt' intorno sparsi a profusione sul suolo. Un'altra massa di diorite, prevalentemente afanitica, sorge come una gigantesca fortezza naturale alle spalle del villaggio di Kerami, situato presso la costa meridionale, a circa due ore di cammino dal monastero di Preveli; ed anche questa è in relazione con i soliti schisti cristallini.

« Non posso dire lo stesso delle eufotidi, delle diabasi e delle serpentine, malgrado che il Raulin le dica inviluppate sempre dai talcoschisti o dalle quarziti; dove le ho viste erano accompagnate dai calcari cretacei e forse anche da terreni più recenti. Nelle alture poste ad occidente del gruppo montuoso del Kedros, verso il villaggio di Ardactos, l'eufotide occupa, a circa

750 m. s. l. d. m., una vasta area cinta tutt'attorno dai calcari cretacei. L'accompagnano il diabase porfirico, che vi è disseminato in masse isolate, non senza mostrare però d'allinearsi secondo certe direzioni prevalenti, e la serpentina in grossi noccioli rotondati, lisci e lucidissimi alla superficie. Attraversano pure gli stessi calcari la serpentina bastitica e l'eufotide, che osservai presso l'imboccatura settentrionale del Kordaliotikon-Pharangi, profonda gola dentro a cui scorre incassato il torrente Megalopotamos. Mentre a Galià, presso le rive dell'Hiero-Potamos, diabase porfirica e serpentina sono a contatto di arenarie, macigno puddingoide e calcari argillosi con venature spatiche, che hanno tutto l'aspetto dei terreni eocenici. Che le ofioliti siano però più antiche del cretaceo è dimostrato dal fatto, che nelle parti inferiori di quest'ultimo terreno si trovano a volte dei ciottoli serpentinosi, come ebbe ad osservare il Raulin nelle regioni orientali dell' isola, sul piano di Katharos; onde, a volere spiegar le condizioni di giacitura osservate da me, bisogna ammettere, come faceva lo Sterry-Hunt per le serpentine terziarie, che queste rocce abbiano formato, nel mare cretaceo ed eocenico, scogli a poco a poco inviluppati dai sedimenti, in mezzo ai quali ora spuntano per via della denudazione.

« Per indicare lo sviluppo dei terreni riferiti al Cretaceo basta dire che si estendono in superficie per due terzi della vastissima isola, sorgendo con le imponenti onde orografiche degli Asprovouna, dal sistema dell'Ida e di Lassiti fino a circa 2500 metri sul livello del mare. Le forme litologiche dominanti sono calcari più o meno distintamente cristallini, di rado compatti, talvolta brecciformi, di colore variabile del bianco niveo al grigio ed al nero, che passano in qualche luogo a vere dolomie. Ad essi si accompagnano, sempre però con molto debole sviluppo, calceschisti di colore per lo più traente al rosso o al verdastro e micaschisti piombini o giallognoli, senza parlare delle frequentissime intercalazioni di letti, amigdale ed arnioni di selce biancastra o nera. Le arenarie somiglianti al macigno, che Raulin dice abbondanti nelle regioni centrali ed occidentali dell'isola, scarseggiano in quelle che io ho visitato.

« I calcari formano per lo più grandi masse senza stratificazione apparente. Quando questa è visibile, può presentare su lunghissimi tratti grande uniformità di andamento, come succede per esempio nell'Ida, dove, a partire dalla Kalà-Plaja sopra il villaggio di Anoya fino alla cima, osservai gli strati dei calcari con selce e dei calceschisti pendere tutti uniformemente di 20-30° verso nord-est. In altri luoghi, invece, gli strati offrono pieghe molto ravvicinate e bizzarri contorcimenti, come vidi p. es. nelle gole dell'Akrotiri verso Gouverneto, alla Kakiscala sui fianchi del monte Spathi e meglio ancora nelle altissime pareti verticali del *Pharangi* di Asphentou. La media delle direzioni osservate si accosta a quella del soggiacente sistema schistoso.

« Al contatto dei calcari con gli schisti cristallini è da notare come si originino numerose sorgenti, alcune delle quali, ricchissime di cloruro di sodio,

formano, come ad Almyros, veri fiumicelli salati. Sono anche frequenti in quella zona gli ammassi di limonite, che in certi luoghi, per esempio all'est di A. Erini nel distretto di Selinon, prendono considerevele sviluppo,

« In più luoghi s'aprono dentro ai calcari vastissime e profonde caverne, tra le quali celebre la « grotta di Zani » in cui vanno a perdersi le acque del piano di Omalos, quella stupenda di Melidhoni e quella di Katholiko nell'Akrotiri del Capo Maleka. Alla superficie l'erosione torrenziale ha tagliato nei calcari le cupe gole note in paese col nome di *Pharangi;* veri *cañons* che s'inabissano per centinaia e centinaia di metri fra pareti quasi verticali, così ravvicinate nel fondo da non lasciar passare due uomini di fronte. Numerossissime le doline, tra le quali son gigantesche quelle di Omalos (a 1000 m. s. l. d. m.) e di Askiphou (a 670 m.) negli Asprovouna, che hanno più di cinque chilometri in diametro. Nelle regioni che s'innalzano oltre i 1400 metri, le acque ricche di anidride carbonica provenienti dalla fusione delle nevi, che quivi soggiornano gran parte dell'anno, incidono sui fianchi delle masse calcaree lunghi solchi verticali, terminando per dividerle in guglie bizzarramente sovrapposte, o scavano vaste depressioni crateriformi, una delle quali, situata proprio sulla vetta del Mavro-Aloni, dà a questa montagna l'apparenza di un antico vulcano.

« Nei calcari cretacei i fossili sono tutt'altro che frequenti. Il Raulin trovò solo qualche avanzo di rudiste alla Panaghia-Kristallenia nelle colline interne di Lassiti, tracce di univalvi nei calcari dolomitici di Kastro presso Sphakia, e frammenti di conchiglie nei calcari del Karadagh e del Tsileno. Io, per mia parte, raccolsi un certo numero di avanzi organici al sud-ovest del Capo Liano, verso il fortino di Lazimos-Kampos, nei calcari compatti nerissimi, che stanno immediatamente sopra ai micaschisti verdognoli o cerulei. Erano rudiste mal conservate (*Radiolites* cfr. *acuticostatus* d'Orb. e *R.* cfr. *lumbricalis* d'Orb.) e sezioni di grandi gasteropodi simili a *Nerita* e *Chemnitzia.* Altri frammenti di rudiste trovai nell'isolotto di S. Teodoro, costituito non già da terreni neogenici, come credeva il Raulin, ma da calcari grigi e neri cretacei. Vidi inoltre qualche dubbio avanzo di nerinee tra i calcari brecciformi di A. Triada nell'Akrotiri di C. Maleka e in quelli subcristallini di Vrissi; tracce di corallari (*Trochocyathus, Rhabdophyllia?*) di echinodermi (cidaridi) e di molluschi (*Euspira*, *Cerithium*, *Astarte*) in quelli neri compatti di Armenous a ponente del monte Vrysinas. La selce nera concentrata in noduli e straterelli fra i calcari del Vrysinas ha mostrato, all'esame microscopico, abbondantissime spicule di spongiari e corpicciattoli sferici che son probabilmente rizopodi.

« Le rocce cretacee dell'isola di Gavdos differiscono sensibilmente da quelle che ho visto a Candia. Son calcari compatti bianchi, giallicci o rosei, con venature spatiche, somigliantissimi alla nostra *maiolica*, ricchi di arnioni e letti di selce bianca, grigia o rossastra, che alternano con schisti argillosi

policromi e con arenaria calcarifera grigia traente al verdognolo. Gli strati s'immergono uniformemente verso nord o nord-est con pendenza di circa 25°, andando a nascondersi sotto alle rocce elveziane, e a sud-ovest mostrano le loro testate in una muraglia che s'innalza verticalmente fino a 370 m. sul mare. Nella *maiolica*, oltre a qualche avanzo di fossili macroscopici, sono abbondanti le globigerine; nell'arenaria i textularidi, i rotalidi, le cristellarie ed altri foraminiferi.

« Le complicazioni stratigrafiche e l'estrema rarità degli avanzi organici non permisero al Raulin di separare dal cretaceo i terreni eocenici, e questi e quello dovettero esser descritti da lui come un gruppo unico, il *gruppo del macigno* e dei *calcari nerastri*. Io non posso riferire con sicurezza all'eocene altro che quei pochi lembi di arenarie, brecciole poligeniche, schisti e calcari argillosi che ho veduto accompagnati dal nummulitico; tali quelli di Kalergiani sul golfo di Kisamo, di Plakia nella catena littorale al sud dell'eparchia di A. Vasilios, di Galia presso l'Hieropotamos e di Vuria o Vorisa a circa dieci chilometri da Metropolis. Delle rocce basterà dire che riproducono in tutto i caratteri di quelle dell'eocene appennino. Tra i fossili accennerò la *Nummulites perforata* d'Orb., associata con la *N. Ramondi* Defr., e con individui giganteschi della *N. complanata* Lam. nei calcari grigio-scuri di Kalergiani, dove anche raccolsi orbitoidi, articoli di *Pentacrinus*, placchette di echinidi e *Lithothamnium* sp. ».

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Emden; l'Università di Aberdeen; la Biblioteca del Museo nazionale di Buenos Aires; il R. Osservatorio di Edinburgo.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società zoologica di Londra e l'Università di Cambridge.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

dal 3 settembre al 7 ottobre 1894.

Cayley A. — The collected Mathematical Papers. Vol. VII. Cambridge, 1894. 4°.

De Blasio A. — Intorno a tre centurie di pregiudicati napoletani. Napoli, 1894. 8°.

De Heen P. — Démonstration expérimentale du caractère purement accidentel de l'état critique. Bruxelles, 1894. 8°.
Id. — Détermination de l'influence de la pression sur la chaleur spécifique prise en deça et au de là de la température critique. Bruxelles, 1894. 8°.
Id. — Détermination du volume des liquides et des gaz au-dessus de la température critique. Bruxelles, 1894. 8°.
Id. — Étude comparative des isothermes observées par M. Amagat et des isothermes calculées par la formule de M. van der Waals. Bruxelles, 1894. 8°.
Id. — Note sur les états liquides et gazeux. Bruxelles, 1894. 8°.
De Nuccio E. — Agenda medica. 1893. Napoli, 8°.
Id. — Guida alle Terme Lettieri, prime acque in Bagnoli. Napoli, 1893. 8°.
Id. — Il riscaldamento delle abitazioni in riguardo all'igiene. Napoli, 1892. 8°.
Id. — Per una conferenza Morselli 4ª ed. Napoli, 1892. 8°.
Favaro A. — Intorno alle Meccaniche di Erone Alessandrino, edite per la prima volta sulla versione araba di Costa ben Luca dal Bar. Carra de Vaux. Venezia, 1894. 8°.
Fiorini M. — Il mappamondo di Leonardo da Vinci ed altre consimili mappe. Roma, 1894. 8°.
Id. — Le sfere cosmografiche e specialmente le sfere terrestri. Roma, 1894. 8°.
Giazzi F. — Intorno all'uso degli elettrometri ad ago che riceve la carica da un filo pescante in un liquido. — Fibra normale di seta - Guaina dell'ago - Crogiuolo protettore. Perugia, 1894. 8°.
Gümbel v.. — Naturwissenschaftliches aus der Umgebung von Gardone Riviera am Gardasee. München, 1894. 8°.
Herndndez G. A. — El Teorema de Mr. Fourier como base de la acustica, de la audicion y de la musica (Discurso leido en la Universitad). Zaragoza, 1894. 4°.
Passerini N. — Sul rame che si ritrova negli aceti ottenuti con vinacce provenienti da viti trattate con poltiglia cupro-calcica. Nota II. Firenze, 1894. 8°.
Id. — Esperienze sopra l'alimentazione dei bachi da seta con foglia aspersa con poltiglia cupro calcica. Nota I. Firenze, 1894. 8°.
Simmons O. L. — Development of the lungs of spiders. Tufts College Mass, 1894.
Weichselbaum A. e *De Nuccio E.* — Lo stato presente della batteriologia e suoi rapporti con la medicina pratica. Napoli, 1894. 8°.

Opere donate dalla Biblioteca dell'Università di Liège.

Rapport triennal sur l'enseignement supérieur en Belgique. Années 1889-1891.
Rapports triennaux sur l'enseignement moyen. Années 1858-60 et 1888-90.
Mémoires de la Société des Science du Hainaut Vᵉ sér. t. 1. 2. 3.

de Wulf Maurice — La valeur esthétique de la moralité dans l'art. Bruxelles, 1892.

Annales de la Société royale malacologique de Belgique. 1891.

Biourge Th. — Recherches morphologiques et chimiques sur les grains de pollen. Lierre, 1892.

Janssens Fr. — Les branchies des acéphales. Lierre, 1891.

de Marbaix H. — Étude sur la virulence des Streptocoques, Lierre, 1892.

Grosjean Léonard. — Sur le décylène normal et quelques-uns de ses dérivés. 1892.

Dache J. — Études sur les effets de l'énervation. Bruxelles, 1892.

Scruel V. — Contribution à l'étude da la fermentation du bacille commun de l'intestin. 1892.

Manille Ide. — Anaérobiose du bacille commun de l'intestin. Lierre, 1892.

Bastin A. — Contribution à l'étude du pouvoir bactéricide du sang. Lierre, 1892.

Morelle Aimé. — Étude bactériologique sur les cystites. 1892.

Bérard Edg. — Trois ans de séjour à la clinique ophthalmologique universitaire de Mr. le prof. Fuchs à Vienne. 1892.

Bulletin de la Commission centrale de statistique. Tome XI, 1869. Bruxelles.

Annales des universités de Belgique. Années 1844 à 1863. Bruxelles.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 21 ottobre 1894.

Meccanica. — *Sulle tensioni in un sistema elastico articolato.* Nota II di F. Siacci.

§ 9

« Consideriamo ora un sistema elastico articolato, nel quale alcuni nodi possano ritenersi come fissi od obbligati a rimanere su linee o superficie fisse, o in generale, abbiano coordinate legate da equazioni, oltre quelle che definiscono le l_{rs}, cioè

$$l^2_{rs} = (x_r - x_s)^2 + (y_r - y_s)^2 + (z_r - z_s)^2 . \tag{30}$$

« Le equazioni di condizione siano

$$A_1 = 0 ,\ A_2 = 0 , \ldots ,\ A_k = 0 , \tag{31}$$

ove $k < 3n$, ed $A_1 A_2 \ldots A_k$ rappresentano funzioni qualunque delle coordinate, o dei lati l_{rs}, tra cui sussistono le equazioni omogenee:

$$\Omega_1 = 0 , \ldots , \Omega_m = 0 , \left[m = \frac{n(n-1)}{2} - 3n + 6 \right] . \tag{32}$$

« Dall'equazione dei lavori virtuali:

$$dU - \sum_{rs} T_{rs}\, dl_{rs} = 0 ;$$

(ove U rappresenta la funzione delle forze applicate), considerando $3n-6$ delle coordinate come funzioni di altrettanti lati scelti ad arbitrio e delle

rimanenti sei coordinate, che designeremo come al § 1, con $c_1 c_2 \ldots c_6$, si trae:

$$(33) \qquad \left\{ \begin{aligned} T_{rs} &= \frac{\partial U}{\partial l_{rs}} + \sum_u \omega_u \frac{\partial \Omega_u}{\partial l_{rs}} + \sum_v \alpha_v \frac{\partial A_v}{\partial l_{rs}} \\ 0 &= \frac{\partial U}{\partial c_j} + \sum_v \alpha_v \frac{\partial A_v}{\partial c_j} \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} u &= 1, 2 \ldots m \\ v &= 1, 2 \ldots k \\ j &= 1, 2 \ldots 6 \end{aligned} \right.$$

« Queste equazioni sono $\frac{n(n-1)}{2} + 6$, mentre i moltiplicatori ω sono $\frac{n(n-1)}{2} - 3n + 6$, e i moltiplicatori α sono k. Se adunque si eliminano tutti questi moltiplicatori, restano $3n - k$ equazioni, ove tutto sarà noto tranne le tensioni. Sono propriamente queste $3n - k$ equazioni che noi in seguito intenderemo per equazioni o condizioni di equilibrio, qualunque siano d'altronde le quantità che determinano la posizione del sistema.

« Tornano qui opportune alcune dichiarazioni circa le quantità l e c, di cui sono funzioni la U, le A e le Ω. Le Ω non sono funzioni esplicite che delle l; se in esse le l si esprimono per le coordinate, le Ω divengono identicamente nulle. La U e le A nelle (33) sono funzioni esplicite tanto delle l quanto delle sei coordinate c (§ 1). Dunque una di queste (supponiamo sia x_1) entra in U, come nelle A, in due modi: esplicitamente ed implicitamente; implicitamente, perchè tutte le l che fanno capo al nodo 1 sono funzioni di x_1. Noi a scanso d'equivoci, rappresentiamo la stessa quantità in due modi: con c_1 o con x_1 secondochè la consideriamo come quantità esplicita o come implicita: e volendo scrivere la derivata completa di una delle funzioni U o A rispetto ed x_1, per esempio di A_v, scriveremo

$$(34) \qquad \frac{\partial A_v}{\partial x_1} = \sum_s \frac{\partial A_v}{\partial l_{1s}} \frac{\partial l_{1s}}{\partial x_1} + \frac{\partial A_v}{\partial c_1} = \left(\frac{\partial A_v}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial A_v}{\partial c_1}.$$

« Cerchiamo ora una funzione F delle T, le cui condizioni di massimo o di minimo compatibilmente coll'equazioni d'equilibrio equivalgano a

$$(35) \qquad T_{rs} = \varepsilon_{rs} (l_{rs} - L_{rs}).$$

Se la F dev'essere massima o minima compatibilmente colle equazioni di equilibrio, siccome esse equivalgono alle (33), dovranno verificarsi queste altre:

$$\sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial T_{rs}}{\partial \omega_u} = 0, \sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial T_{rs}}{\partial \alpha_v} + \sum_i \tau_j \frac{\partial A_v}{\partial c_j} = 0,$$

ossia:

$$(36) \qquad \sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial \Omega_u}{\partial l_{rs}} = 0, \quad \sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial A_v}{\partial l_{rs}} + \sum_j \tau_j \frac{\partial A_v}{\partial c_j} = 0,$$

ove $\tau_1 \tau_2 \ldots \tau_6$ sono sei moltiplicatori da determinare dipendenti dalle condizioni (33) scritte in seconda linea.

§ 10.

« Poniamo

$$(37) \qquad \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = \delta l_{rs} \,, \quad \imath_j = \delta c_j \,.$$

I primi membri delle (36) divengono $\delta\Omega_1, \ldots \delta\Omega_m$, $\delta A_1 \ldots \delta A_k$, che sono tutti nulli se δl_{rs} e δc_j sono incrementi infinitesimi compatibili con l'equazioni (31) e (32). Ciò noi supponiamo; ed allora se vi sono più nodi fissi $i, i' \ldots$, la loro distanza essendo invariabile, le equazioni (31) importano $\delta l_{ii'} = 0, \ldots$, e quindi

$$\frac{\partial F}{\partial T_{ii'}} = 0 \,;$$

ciò significa che la funzione F non contiene le tensioni corrispondenti alle aste congiungenti i punti fissi.

« Ciò posto, le (36) saranno soddisfatte da

$$(38) \qquad \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = l_{rs} - L_{rs} \,,$$

se si verificano due condizioni: 1° che gli allungamenti siano infinitamente piccoli; 2° che le lunghezze naturali L_{rs} siano compatibili colle condizioni geometriche del sistema. Quest'ultima condizione significa che, tolte le forze, le tensioni di tutte le aste, tranne quelle, se vi sono, congiungenti i punti fissi, siano tutte nulle, e inoltre che il sistema possa in questo stato appoggiarsi alle superficie, alle linee, e ai punti fissi.

« Date tali condizioni, se le (38) debbono equivalere alle (35) dovrà essere

$$(39) \qquad \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = \frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}}, \text{ onde: } F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}} = \textit{minimo} \; [1]$$

cioè il teorema stesso che vale pei sistemi liberi, aggiunta però qui la condizione, che il sistema possa senza tensioni essere collocato sugli appoggi dati.

« Se per esempio, quattro nodi del sistema dovessero appoggiarsi ad un piano, e i quattro nodi prima dell'applicazione delle forze non fossero in un piano, il teorema non sussisterebbe.

[1] Nè qui nè in seguito dimostreremo che le funzioni F sono *minime* e non massime, perchè le dimostrazioni sono sempre analoghe a quella del § 2. S'intende poi sempre che il *minimo* ha luogo compatibilmente coll'equazioni d'equilibrio.

§ 11.

« La condizione relativa alle lunghezze naturali L_{rs} può essere tolta di mezzo, se noi intendiamo che le $l_{rs} - \delta l_{rs}$ siano non le lunghezze L_{rs}, ma le lunghezze delle aste del medesimo sistema in un'altra posizione d'equilibrio, infinitamente vicina all'attuale, sotto altre forze ma cogli stessi appoggi esterni. Allora le (36) sono soddisfatte dalle (37). Se ora diciamo T_{ors} le tensioni corrispondenti a quella posizione, avremo

$$T_{rs} = T_{ors} + \varepsilon_{rs}\,\delta l_{rs}\,,$$

e quindi le (37) dovendo equivalere a questa, dovrà essere

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = \frac{T_{rs} - T_{ors}}{\varepsilon_{rs}}\,;$$

onde

$$F = \frac{1}{2}\sum_{rs} \frac{(T_{rs} - T_{ors})^2}{\varepsilon_{rs}} = minimo\,, \tag{40}$$

come al § 7. Ed anche qui la funzione F, che rappresenta il lavoro dovuto agl'incrementi delle tensioni nel passaggio da una figura all'altra, è eguale alla somma algebrica dei lavori delle forze esterne ed interne nel passaggio stesso, giacchè questo lavoro è

$$L = \delta U - \frac{1}{2}\sum_{rs} \frac{T^2_{rs} - T^2_{ors}}{\varepsilon_{rs}}$$

e dalle (33) ricavandosi

$$\sum_{rs} T_{rs}\,\delta l_{rs} \text{ ossia } \sum_{rs} \frac{T_{rs}\,(T_{rs} - T_{ors})}{\varepsilon_{rs}} = \delta U$$

viene:

$$L = \frac{1}{2}\sum_{rs} \frac{(T_{rs} - T_{ors})^2}{\varepsilon_{rs}}\,. \tag{41}$$

« Se, tolte tutte le forze, il sistema può essere collocato sugli appoggi si possono prendere per T_{ors} le tensioni del sistema in tale posizione, che in generale non saranno nulle. Se sono nulle si rientra nel teorema precedente (1).

(1) Il quale, come si vede, raramente potrà applicarsi con pieno rigore anche ammesse le deformazioni infinitesime. Applicandolo per approssimazione, si dimostra facilmente che le tensioni che si ottengono in luogo delle vere sono le $T_{rs} - T_{ors}$. Le T_{ors} saranno nella maggior parte dei casi, trascurabili, ma non sempre. Badino in ogni caso gl'ingegneri ai coefficienti di resistenza, ed accolgano colla debita discrezione le parole che il Castigliano scrive nella prefazione del suo libro: « En suivant la nouvelle méthode de calcul qui « permet de resoudre toutes les questions sur l'équilibre des systèmes élastiques sans intro- « duire aucune hypothèse, on a l'avantage de pouvoir adopter un plus grand coefficient « de résistance, car une des causes qui obligent souvent, dans la pratique, à adopter de « petites valeurs pour ce coefficient, c'est l'imperfection des principes sur lesquels on se « base pour évaluer les forces élastiques ».

« In ogni caso si potrà considerare come posizione iniziale questa. Togliendo tutte le forze ed alcune aste, le altre potranno prendere la lunghezza naturale, e nello stesso tempo essere appoggiate. Queste aste ridotte alla lunghezza naturale designamole con L_p, e sono quelle che, tese, avevano le lunghezze l_p. Le lunghezze naturali delle altre designamole con L_q. Ora non togliamo alcun'asta, ma immaginiamo modificate le forze esterne in modo, che mentre tutte le aste soddisfano alle condizioni geometriche, le aste l_p prendano inoltre le lunghezze naturali L_p. Queste avranno allora tensioni nulle. Le lunghezze delle altre si potranno determinare con una costruzione geometrica, e saranno diverse da L_q. Siano $L_q + \varDelta L_q$; la loro tensione sarà $\varepsilon_q \varDelta L_q$. Così la (40) diviene

$$F = \frac{1}{2} \sum_p \frac{T_p^2}{\varepsilon_p} + \frac{1}{2} \sum_q \frac{(T_q - \varepsilon_q \varDelta L_q)^2}{\varepsilon_q} = minimo \tag{42}$$

formola analoga alla (29), ma in questa le aste L_p sono in numero minore di $3n - 6$ (1).

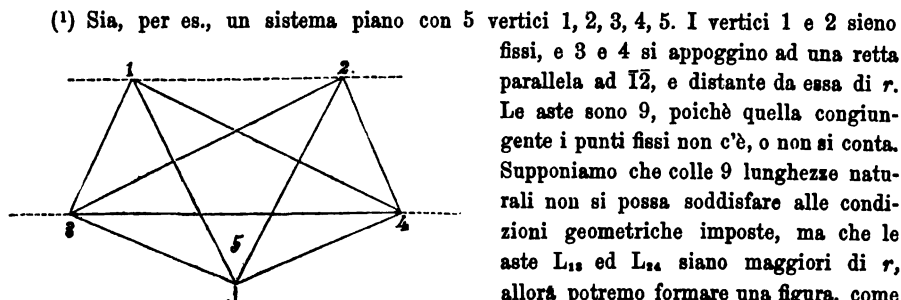
§ 12.

« Poniamo nelle (36)

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = l_{rs} - \mu_{rs}\ ,\quad \tau_j = c_j - \gamma_j\ , \tag{43}$$

dove

$$\mu_{rs} = \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_r} \xi_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial x_s} \xi_s + \frac{\partial l_{rs}}{\partial y_r} \eta_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial y_s} \eta_s + \frac{\partial l_{rs}}{\partial z_r} \zeta_r + \frac{\partial l_{rs}}{\partial z_s} \zeta_s\ , \tag{44}$$

e $\xi\, \eta\, \zeta$ sono $3n$ quantità arbitrarie corrispondenti in un modo qualunque alle coordinate $x\ y\ z$, e dove γ_j è quella di queste quantità arbitrarie che corrisponde alla coordinata c_j. Abbiamo già veduto al § 5 che le (36) del primo gruppo re-

(1) Sia, per es., un sistema piano con 5 vertici 1, 2, 3, 4, 5. I vertici 1 e 2 sieno fissi, e 3 e 4 si appoggino ad una retta parallela ad $\overline{12}$, e distante da essa di r. Le aste sono 9, poichè quella congiungente i punti fissi non c'è, o non si conta. Supponiamo che colle 9 lunghezze naturali non si possa soddisfare alle condizioni geometriche imposte, ma che le aste L_{13} ed L_{24} siano maggiori di r, allora potremo formare una figura, come

quella di contro, in cui le quattro aste L_{13} L_{24} L_{15} L_{25} avranno le lunghezze naturali, e delle altre cinque si potranno determinare le lunghezze sulla figura: le loro eccedenze sulle lunghezze naturali saranno le quantità $\varDelta$ da mettersi nella formola (42).

stano soddisfatte. Mettendo poi l_{rs} sotto una forma simile a quella di μ_{rs}, si trova operando come nel § 4, e ponendo mente alle (34),

$$\sum_r \sum_s \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial A_v}{\partial l_{rs}} + \sum_j \tau_j \frac{\partial A_v}{\partial c_j} = \sum_r \left[\left(\frac{\partial A_v}{\partial x_r}\right)(x_r - \xi_r) + \left(\frac{\partial A_v}{\partial y_r}\right)(y_r - \eta_r) + \right.$$

$$(45) \qquad \left. + \left(\frac{\partial A_v}{\partial z_r}\right)(z_r - \zeta_r) \right] + \sum_j \frac{\partial A_v}{\partial c_j}(c_j - \gamma_j)$$

$$= \sum_r \left[\frac{\partial A_t}{\partial x_r}(x_r - \xi_r) + \frac{\partial A_t}{\partial y_r}(y_r - \eta_r) + \frac{\partial A_t}{\partial z_r}(z_r - \zeta_r) \right].$$

Onde le (36) del secondo gruppo saranno soddisfatte, se le $\xi\,\eta\,\zeta$ rendono nulli i secondi membri di queste equazioni.

« Interpretiamo geometricamente tali condizioni. Considerando le $\xi\,\eta\,\zeta$ come coordinate di n punti formanti un poligono σ, e dicendo λ_{rs} il lato di σ che congiunge i punti r ed s, μ_{rs} rappresenta la proiezione su l_{rs} di λ_{rs}. Ora se i vincoli esterni del sistema elastico sono nodi fissi, o superficie o linee fisse su cui alcuni nodi debbano rimanere, ciascuna delle (31) conterrà le coordinate di un solo nodo, e rappresenteranno tutte delle superficie, giacchè se un nodo ha da rimanere sopra una linea fissa, è come dovesse rimanere su due superficie ad un tempo, delle quali quella linea è l'intersezione, e se un nodo è fisso è come se dovesse rimanere su tre superficie. Dicendo dunque i il nodo a cui si riferisce una delle (31), le (45) poste eguali a zero daranno

$$(46) \qquad \frac{\partial A_v}{\partial x_i}(x_i - \xi_i) + \frac{\partial A_v}{\partial y_i}(y_i - \eta_i) + \frac{\partial A_v}{\partial z_i}(z_i - \zeta_i) = 0 ,$$

cioè il punto i del poligono σ dee trovarsi sul piano tangente alla superficie A_v nel punto in cui è il nodo i del sistema elastico. E se il nodo i ha da rimanere su una linea fissa, il punto i di σ dovrà essere sulla tangente a quella linea nel punto in cui trovasi attualmente il nodo i; se finalmente il nodo i è fisso, il punto i di σ dee coincidere con esso. Se il sistema è piano, il poligono σ dovrà essere sullo stesso piano; se, infine, vi sono più nodi fissi $i, i' \ldots$ i lati $\lambda_{ii'}$ di σ saranno eguali ai lati $l_{ii'}$: quindi $\mu_{ii'} = l_{ii'}$, e

$$\frac{\partial F}{\partial T_{ii'}} = 0 .$$

Ciò significa che F non contiene $T_{ii'}$.

« Per tutte le altre tensioni le (43) dovendo equivalere alle (35), avremo

$$(47) \quad \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = \frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs} - \mu_{rs}, \text{ ed } F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \left(\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs} - \mu_{rs}\right)^2 = minimo$$

cioè il teorema stesso del § 5, aggiunte le condizioni del poligono σ.

« Se le lunghezze naturali sono eguali alle μ_{rs}, cioè se esse sono le

proiezioni dei lati del poligono σ sui lati corrispondenti del sistema elastico, allora ha luogo

$$F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}} = minimo \text{ (1)}$$

« La soluzione

$$F = \frac{1}{2} \sum_{rs} \varepsilon_{rs} \left(\frac{T_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + L_{rs} \right)^2 = minimo \tag{48}$$

che, come abbiamo veduto al § 2, ha luogo quando il sistema è isolato, e che corrisponde al caso particolare in cui le $\xi\ \eta\ \zeta$ sieno tutte nulle, non regge, in generale, quando esistono appoggi; regge tuttavia, quando le coordinate dei nodi appoggiati soddisfino alle equazioni

$$\frac{\partial A_v}{\partial x_i} x_i + \frac{\partial A_v}{\partial y_i} y_i + \frac{\partial A_v}{\partial z_i} z_i = 0 .$$

Ciò si verifica quando i piani tangenti alle superficie A_v passino per l'origine, e siccome l'origine è arbitraria, possiamo dire che la soluzione (48) sussiste quando i piani tangenti alle superficie nei punti ove trovansi i nodi rispettivi, passano tutte per un punto. Avrà dunque sempre luogo, quando i piani tangenti alle superficie non siano più di tre (*distinti*).

« Se, per esempio, il sistema è piano, ed alcuni nodi debbono rimanere su una retta, alcuni sopra un'altra, gli altri essendo liberi, la (48) sussiste.

« Il teorema adunque rappresentato dalla formula (48) può avere appli-

(1) Da n punti fissi nello spazio partono altrettante aste o cordoni rettilinei che fanno capo in un punto P ($\alpha\ \beta\ \gamma$). Applicata a questo capo una forza qualsiasi, esso passa in O ($x_0\ y_0\ z_0$) ad una distanza finita da P. Le tensioni rendono minima la somma $\Sigma \frac{T^2}{e}$ se i punti fissi (di coordinate $x\ y\ z$) si trovano sulla superficie

$$[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2][(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2]$$
$$=[(x-x_0)(x-\alpha')+(y-y_0)(y-\beta')+(z-z_0)(z-\gamma')],$$

ove $\alpha'\ \beta'\ \gamma'$ sono le coordinate di un altro punto Q, che è il punto del poligono σ. Mettendo l'origine in O, ossia ponendo $x_0 = y_0 = z_0 = 0$, l'equazione della superficie diviene

$$(x^2+y^2+z^2)(2q-2p)=q^2 ,$$

essendo

$$p=\alpha\left(x-\frac{\alpha}{2}\right)+\beta\left(y-\frac{\beta}{2}\right)+\gamma\left(z-\frac{\gamma}{2}\right) ,\ q=\alpha'x+\beta'y+\gamma'z .$$

La superficie è dunque di terz'ordine, contiene un punto doppio in O, ed una retta R ($p=0, q=0$) perpendicolare al piano OPQ, e che è l'intersezione di due piani, l'uno perpendicolare a OQ e passante per O, l'altro perpendicolare ad OP e passante pel suo punto medio. Tutti i piani $[\lambda(2q-2p)=q]$, che passano per la retta R, tagliano la superficie secondo cerchi $[x^2+y^2+z^2=\lambda q]$, onde si vede che i punti fissi possono anche stare sopra un cerchio.

cazioni. In queste, ove non siano note le lunghezze naturali, si potranno per esse assumere le lunghezze effettive l, che ne differiscono sempre pochissimo.

« Una soluzione più generale di quella data dalle (43) si presenterebbe ponendo

$$(49) \qquad \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = l_{rs} - \mu_{rs}\ , \ \tau_j = c_j - \gamma_j + b_j\ ,$$

dando alle μ_{rs} e γ_j lo stesso significato che hanno nelle (43), e le b_j essendo sei quantità da determinare. Le equazioni a cui queste sei quantità dovrebbero soddisfare, sono

$$(50) \quad \frac{\partial A_v}{\partial x_i}(x_i - \xi_i) + \frac{\partial A_v}{\partial y_i}(y_i - \eta_i) + \frac{\partial A_v}{\partial z_i}(z_i - \zeta_i) + \sum_j b_j \frac{\partial A_v}{\partial c_j} = 0$$

Parrebbe da queste equazioni che ove le superficie A non fossero più di sei (*distinte*) le $\xi\,\eta\,\zeta$ potrebbero assumere qualsivoglia valore, e quindi essere anche nulle: e con ciò, si allargherebbe il campo della soluzione (48). Ma per concludere con sicurezza occorrerebbe penetrare più addentro nelle proprietà delle derivate $\dfrac{\partial A_v}{\partial c_j}$.

§ 14.

« La supposizione che esistano punti fissi, o linee fisse, o superficie fisse non è diversa da quella con cui si ammettono corpi rigidi ossia distanze invariabili. Ora se la rigidità non si ammette che come un caso limite, non si possono che al medesimo titolo ammettere superficie, linee e punti fissi. In realtà i punti, le linee o le superficie su cui si appoggiano i nodi, si deformano come le aste, con questa sola differenza che mentre le aste si allungano o si accorciano, gli appoggi si comprimono più o meno secondo la loro elasticità e secondo la pressione, opponendo una resistenza eguale e contraria a questa.

« Siccome i punti e le linee sono incontri di superficie, basterà considerare la pressione su superficie deformabili.

« Ritenendo le deformazioni piccolissime, si può ammettere che la resistenza alla compressione sia proporzionale allo spostamento subito dal nodo, nel passare da un punto della superficie non deformata a un punto della superficie deformata, spostamento che si può contare sulla normale all'una o all'altra delle due superficie, giacchè, per ipotesi le due normali fanno tra loro un angolo piccolissimo.

« Siano $x\ y\ z$ le coordinate del punto M della superficie deformata, ove trovasi un nodo in equilibrio, ed $x_0\ y_0\ z_0$ quelle di un punto esterno M_0 preso sulla normale alla stessa superficie deformata. La distanza $M_0\,M$, che diremo n, sarà

$$n = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

ed i coseni direttori di $M_0 M$ saranno

$$\frac{\partial n}{\partial x}, \frac{\partial n}{\partial y}, \frac{\partial n}{\partial z}.$$

Sia M' la posizione del nodo prima dell'applicazione delle forze (sulla superficie non deformata, o fuori), e sieno $x - \delta x$, $y - \delta y$, $z - \delta z$ le sue coordinate. La proiezione di M'M su $M_0 M$ sarà:

$$\frac{\partial n}{\partial x} \delta x + \frac{\partial n}{\partial y} \delta y + \frac{\partial n}{\partial z} \delta z$$

che rappresenteremo con δn. Se M' trovasi sulla superficie non deformata, la resistenza P della superficie sarà data da

$$P = \varepsilon \delta n$$

essendo ε un coefficiente costante determinato o da determinarsi dall'esperienza. Ma, come si è già notato, quando al sistema articolato non sono applicate forze esterne, non sempre tutti i nodi potranno essere collocati sulle superficie non dèformate, onde la precedente equazione non potrà ammettersi che in casi particolari.

« Possiamo però sempre ammettere che il sistema prima della posizione d'equilibrio, che consideriamo, si trovasse in altra posizione pure d'equilibrio, sotto altre forze, ma appoggiato alle stesse superficie, deformate o no. Se diciamo P_0 la resistenza o pressione nella posizione precedente, e P la resistenza o pressione nella posizione attuale, avremo

$$P = P_0 + \varepsilon \delta n ,$$

dove δn è sempre la proiezione sulla normale n della distanza tra le due posizioni del nodo

« L'equazione dei lavori virtuali è

$$\delta U - \sum_{rs} T_{rs}\, dl_{rs} - \sum_{rv} P_{rv}\, dn_{rv} = 0$$

ove P_{rv} è la resistenza di una superficie S_v su cui si appoggia il nodo r e dn_{rv} è uno spostamento virtuale contato normalmente alla superficie S_v, come dl_{rs} è l'allungamento dell'asta l_{rs} proveniente dagli spostamenti virtuali dei nodi r ed s, e δU è l'incremento della funzione delle forze applicate dovuto a tutti gli spostamenti virtuali. Per maggior generalità ed uniformità noi supponiamo tutti i nodi appoggiati, ma è chiaro che per i nodi non appoggiati basterà porre le relative P uguali a zero. Altrettanto dicasi delle T: quando due nodi non sono congiunti, ossia un' asta non c' è, la relativa T è nulla.

« Se consideriamo le l_{rs} e le n_{rv} come funzioni delle coordinate, le equazioni d'equilibrio sono

$$(51)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x_r} = \sum\limits_s T_{rs} \dfrac{dl_{rs}}{\partial x_r} + \sum\limits_v P_{rv} \dfrac{\partial n_{rv}}{\partial x_r} \\ \dfrac{\partial U}{\partial y_r} = \sum\limits_s T_{rs} \dfrac{dl_{rs}}{\partial y_r} + \sum\limits_v P_{rv} \dfrac{\partial n_{rv}}{\partial y_r} \\ \dfrac{\partial U}{\partial z_r} = \sum\limits_s T_{rs} \dfrac{dl_{rs}}{\partial z_r} + \sum P_{rv} \dfrac{\partial n_{rv}}{\partial z_r} \end{cases}$$

La posizione d'equilibrio del sistema è conosciuta e quindi in queste $3n$ equazioni tutto è noto, tranne le tensioni che sono $\dfrac{n(n-1)}{2}$ e le resistenze che sono k. Onde le T e le P si potranno considerare come funzioni di

$$\frac{n(n-1)}{2} - 3n + k$$

quantità indeterminate.

« Abbiamo già veduto, come $3n - 6$ delle coordinate $x\,y\,z$ si possono considerare come funzioni dei lati l, e delle sei coordinate rimanenti $c_1\, c_2 \ldots c_6$. Quindi le normali n si possono considerare come funzioni delle stesse quantità, o in altri termini che tra le n, le l e le c sussistono k relazioni che indicheremo con

$$N_1 = 0\,,\ N_2 = 0\,,\ldots,\ N_k = 0\,,$$

mentre seguiteremo ad indicare le relazioni tra le l con

$$\Omega_1 = 0\,,\ \Omega_2 = 0\,,\ldots,\ \Omega_m = 0$$

Ciò posto, dall'equazione dei momenti virtuali, avremo

$$(52)\qquad \begin{cases} T_{rs} = \dfrac{\partial U}{\partial l_{rs}} + \sum\limits_v \alpha_v \dfrac{\partial N_v}{\partial l_{rs}} + \sum\limits_u \omega_u \dfrac{\partial \Omega_u}{\partial l_{rs}} \\ P_{rv} = \qquad\qquad \sum\limits_v \alpha_v \dfrac{\partial N_v}{\partial n_{rv}} \\ 0 \;= \dfrac{\partial U}{\partial c_j} + \sum\limits_v \alpha_v \dfrac{\partial N_v}{\partial c_j} \end{cases}$$

Queste equazioni sono equivalenti alle equazioni d'equilibrio (51).

« È facile ora prevedere la forma di una funzione delle T e delle P le cui condizioni di massimo o minimo equivalgano all'equazioni che danno le tensioni delle aste in funzione degli allungamenti, e le resistenze degli appoggi in funzione delle compressioni. Le condizioni di massimo o minimo di F saranno:

$$(53)\qquad \sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial \Omega_u}{\partial l_{rs}} = 0 \qquad \sum_{rs} \frac{\partial F}{\partial T_{rs}} \frac{\partial N_v}{\partial l_{rs}} + \sum_v \frac{\partial F}{\partial P_{rv}} \frac{\partial N_v}{\partial n_{iv}} + \sum_j \tau_j \frac{\partial N_v}{\partial c_j} = 0\,.$$

« Se ora poniamo

$$\frac{\partial F}{\partial T_{rs}} = \delta l_{rs}\ ,\quad \frac{\partial F}{\partial P_{rv}} = \delta n_{rv}\ ,\quad \tau_j = \delta c_j \tag{54}$$

ed intendiamo che δl_{rs}, δn_{rv}, e δc_j siano gl'incrementi di l_{rs}, n_{rv}, c_j nel passaggio alla posizione attuale da un'altra in cui erano soddisfatte tutte le condizioni geometriche, le equazioni (53) sono soddisfatte. E siccome quell'equazioni vogliamo che equivalgano a

$$T_{rs} = T_{ors} + \varepsilon_{rs}\,\delta l_{rs}\ ,\quad P_{rv} = P_{orv} + \varepsilon_{rv}\,\delta n_{rv} \tag{55}$$

avremo

$$F = \frac{1}{2}\sum_{rs} \frac{(T_{rs} - T_{ors})^2}{\varepsilon_{rs}} + \frac{1}{2}\sum_{rv} \frac{(P_{rv} - P_{orv})^2}{\varepsilon_{rv}} = minimo \tag{56}$$

« Dunque: *nel passaggio di un sistema elastico articolato ed appoggiato da una posizione d'equilibrio ad un'altra, la somma dei lavori di deformazione dovuto agl'incrementi delle tensioni delle aste, e delle compressioni degli appoggi, è minima compatibilmente colle condizioni d'equilibrio relative alla seconda posizione.*

« Se tolte le forze, il sistema resta senza tensioni ed appoggiato, la (56) diviene

$$F = \frac{1}{2}\sum_{rs} \frac{T^2_{rs}}{\varepsilon_{rs}} + \frac{1}{2}\sum_{rv} \frac{P^2_{rv}}{\varepsilon_{rv}}\ . \tag{57}$$

Se invece, tolte le forze, queste condizioni non si verificano, si opererà come al § 11, cioè si prenderà per posizione iniziale quella, in cui alcune aste siano alla lunghezza naturale L_p ed appoggiate senza deformazione degli appoggi, si determineranno geometricamente le lunghezze $L_q + \Delta L_q$ delle altre aste perchè vengano a toccare gli appoggi, e si avrà

$$F = \frac{1}{2}\sum_{p} \frac{T_p^2}{\varepsilon_p} + \frac{1}{2}\sum_{q} \frac{(T_q - \varepsilon_q \Delta L_q)^2}{\varepsilon_q} + \frac{1}{2}\sum_{rv} \frac{P^2_{rv}}{\varepsilon_{rv}}$$ [1]

[1] Il Castigliano nell'opera citata dopo avere notato a p. 46 che un corpo qualsiasi può considerarsi come un sistema articolato in cui tengano il luogo delle aste, le attrazioni e le ripulsioni tra le molecole che compongono il corpo, estende (a p. 52) l'enunciato del teorema del minimo lavoro nel seguente modo: « *Le forces élastiques qui ont lieu « entre les couples moléculaires après la déformation du corps ou du système, sont celles « qui rendent un* minimum *le travail de déformation, eu égard aux équations de condi- « tions qui expriment qu'il y a équilibre entre ces forces autour de chaque molécule* ». Dopo quanto è stato osservato, è chiaro che questo teorema, che l'autore chiama « très important » va modificato, giacchè, com'è qui enunciato, si verificherebbe nella sola ipotesi che due molecole formanti una coppia in un corpo a cui non siano applicate forze esterne, si trovino alla distanza stessa, in cui si troverebbero se fossero isolate. Non so se vi siano corpi solidi in cui questa ipotesi sia ammissibile.

Chimica. — *Ricerche sulla Sordidina.* Nota del Socio E. PATERNÒ, e F. CROSA.

« La sordidina fu scoperta da uno di noi nel 1876 nella *Zeora sordida* (¹) e gli fu assegnata la formola $C_{13}H_{10}O_8$ (²). Avendone constatata la presenza nella *Zeora sulphurea* da noi recentemente studiata (³), ed essendoci riuscito di averne alcuni grammi allo stato di purezza, abbiamo preso l'occasione per studiarla un poco meglio.

« Siamo partiti da circa 900 grammi di estratto etereo della Zeora sulphurea, che è un miscuglio di acido usnico e della sostanza $C_{27}H_{30}O_9$, con sordidina ed acido rangiformico.

« Sciolto tutto in benzolo bollente, si raccoglie la parte che cristallizza pel raffreddamento, quindi si distilla un terzo circa della benzina, si lascia raffreddare, si raccoglie un'altra porzione di sostanza cristallizzata, che si unisce alla prima e si tratta tutto con alcool bollente. L'alcool usato per questo trattamento si svapora a piccolo volume, il residuo cristallino si tratta con solfuro di carbonio, e si termina di purificare per ripetute cristallizzazioni dall'alcool bollente. Ottenemmo così gr. 25 di sordidina pura, fusibile a 210°.

« Una combustione ci ha dato i seguenti risultati che sono concordanti con quelli ottenuti precedentemente da Paternò:

gr. 0,4874 di sostanza fornirono gr. 0,9350 di CO_2 e gr. 0,1590 di H_2O.

« Cioè per 100:

	Trovato	Calcolato per $C_{13}H_{10}O_8$
Carbonio	52,32	53,06
Idrogeno	3,62	3,40

« A conferma di questa formola abbiamo determinato il peso molecolare col metodo ebulliometrico di Beckmann in soluzione benzolica; la poca solubilità della sordidina nella benzina e nell' acido acetico, non ci permise di avvalerci del metodo crioscopico.

« I risultati ottenuti furono i seguenti:

Concentrazione	Innalzamento termometrico	Peso molecolare	
		trovato	calcolato per $C_{13}H_{10}O_8$
0,74	0°,064	309	294

« Il dott. Luigi Brugnatelli ha avuto la gentilezza di esaminare cristallograficamente la sordidina, e ci ha comunicato quanto segue:

« I cristalli della sordidina, ottenuti dall'alcool, hanno l'aspetto di brevi e sottilissimi aghetti molto brillanti e di color bianco che, esaminati al mi-

(¹) Gazz. Chim., t. VI, p. 129.
(²) Ibid, t. XVII, p. 281.
(³) Ibid., t. XXIV, p. 279.

croscopio, si presentano sotto forma di laminette molto allungate e limitate, quando non siano rotte od irregolarmente sviluppate, da contorno esagonale e più raramente rettangolare. Nei cristalli a contorno esagonale gli angoli piani tra i due spigoli paralleli, secondo i quali le laminette sono allungate e gli spigoli corti, furono misurati al microscopio e si ebbero valori molto vicini a 109°.

« Circa i caratteri ottici fu osservato quanto segue:

« L'estinsione è parallela (rispetto alla normale) alla direzione d'allungamento. A luce convergente si nota che la bisettrice acuta è alquanto inclinata, quasi al bordo del campo ottico del microscopio, essendo il piano degli assi ottici parallelo alla direzione di allungamento.

« Per questi caratteri si può quasi con sicurezza conchiudere che i cristalli di sordidina appartengono al sistema monoclino e che la forma, secondo le cui faccie essi sono tabulari, appartiene alla zona (010).

« La sordidina fonde fra 209°-210°, è inattiva alla luce polarizzata; alla temperatura di 22° gr. 100 di alcool ne sciolgono gr. 0,46, e gr. 100 di acetone alla stessa temperatura gr. 4,34; è pure solubile nella benzina, nell'etere acetico ecc..., ma il miglior solvente è l'alcool nel quale si scioglie abbastanza a caldo e quasi niente a freddo; si scioglie pure nell'acido solforico sì fumante che ordinario, riprecipitando inalterato per aggiunta di acqua.

« La potassa e la soda sciolgono la sordidina decomponendola, tantochè per l'aggiunta di un acido precipita una sostanza rossiccia resinosa che si scioglie in tutti i solventi e che non ci è riuscito di cristallizzare.

« La potassa e la soda in soluzione alcoolica diluita (10 %) la sciolgono prontamente a freddo, ed ancor meglio a caldo; la soluzione poi bollita con acqua e trattata con un acido, lascia precipitare una sostanza bianca, che raccolta, lavata e cristallizzata dall'acqua alcoolica si fonde fra 183°-184°; l'alcoolato sodico ci ha forniti dei risultati ancora più soddisfacenti, e di questa azione ce ne occupiamo più avanti; bollita per mezz'ora con una soluzione satura di carbonato sodico si scioglie completamente, ma per l'aggiunta d'un acido si separa in gran parte inalterata, trasformandosi solo in piccolissima quantità nella sostanza fusibile a 183°.

« Ossidata con acido nitrico diluito e con anidride cromica in soluzione acetica, si brucia completamente senza dare alcun prodotto caratteristico; fusa con potassa, si decompone profondamente; non reagisce coll'idrossilammina e con la fenilidrazina; non assorbe bromo, si resinifica per l'azione del pentacloruro di fosforo; non dà reazione col percloruro di ferro.

« L'acido iodidrico la riduce decomponendola.

« Una determinazione col metodo di Zeisel ci ha fornito i seguenti risultati: gr. 0,3315 di sostanza dettero gr. 0,2599 di ioduro d'argento.

« Supponendo che si sia formato ioduro di metile si deduce per 100

OCH_3 10,34

numero che corrisponde molto bene alla formola $C_{12}H_7O_7 . OCH_3$ per la quale si calcola

OCH_3	10,54

Azione dell'anidride acetica.

« Coll'intento di preparare il derivato acetilico, abbiamo fatto bollire a ricadere gr. 2 di sordidina con gr. 2 di acetato sodico e gr. 8 di anidride acetica per 5 ore; il prodotto della reazione ripreso con acqua, lascia un residuo solido appena colorato in giallo che si lava con soluzione di carbonato sodico, poi si raccoglie, si tratta con alcool a caldo che scioglie la sostanza colorante e quasi niente il prodotto della reazione, il quale viene ripreso con acetone nel quale si scioglie abbastanza a caldo, e per raffreddamento si separa in cristalli bianchissimi in parte opachi ed in parte trasparenti che si fondono fra 236° e 237° e che all'analisi ci fornirono i risultati seguenti:

gr. 0,4770 di sostanza fornirono gr. 0,9142 di CO_2 e gr. 0,1536 di H_2O cioè per 100.

	Trovato
Carbonio	52,26
Idrogeno	3,57

« La teoria per un monoacetilderivato $C_{13}H_9(C_2H_3O)O_8$ richiederebbe 53,98 % di carbonio e 3,70 % d'idrogeno.

« I risultati ottenuti invece portano alla stessa composizione della sordidina, per la quale si calcola

Carbonio	53,06
Idrogeno	3,40

e lo studio di questa sostanza mostra infatti, come vedremo, che essa non è altro che un polimero della sordidina.

« Ma prima d'ogni altro daremo luogo allo studio cristallografico fatto con la solita cortesia dal dott. Brugnatelli, il quale ci comunicato quanto segue:

« Anche per questa sostanza a motivo della piccolezza dei cristalli, non fu possibile eseguire che uno studio al microscopio, dal quale risulta che i cristalli appartengono con ogni probabilità al sistema triclino. Essi sono limitati generalmente da tre coppie di faccie, due a due parallele, delle quali due coppie alquanto più sviluppate della terza, cosicchè i cristalli hanno l'aspetto di brevi prismetti terminati da una base inclinata. Assumendo le due coppie di faccie più sviluppate come (100) e (010), e l'altra coppia come (001), si trova che l'angolo piano (100) : (001) è uguale a circa 77°,30 e l'angolo (010) : (001) è uguale circa a 89°. L'estinsione sopra le faccie delle forme (100) e (010) è inclinata, e per (100) la sua direzione fa con (001) un angolo di circa 5° nell'angolo ottuso (010) : (001) (A) e per (010) la direzione d'estinsione fa con (001) e nell'angolo ottuso (100) : (001) (B) un angolo di circa 39°.

« Dalle faccie di (100) esce un asse ottico all'estremità del campo ottico del microscopio, e dalle faccie di (010) esce di poco inclinata la bisettrice acuta.

« Questo nuovo composto non è affatto solubile nell'alcool alla temperatura di 22° ed è anche pochissimo solubile a caldo; nell'acetone ed alla stessa temperatura se ne sciolgono 0,66 %, mentre a caldo è molto più solūbile separandosi pel raffreddamento nelle forme cristalline più sopra descritte e si fonde fra 236° e 237°.

« È pure solubile nel benzolo, nell'acido acetico, ma in proporzioni minori della sordidina.

« Insieme alle ricerche cristallografiche ed ai caratteri fisici riferiti, abbiamo creduto bene di determinare la grandezza molecolare col metodo di Beckman, scegliendo come solvente il benzolo, ed abbiamo avuto i risultati seguenti:

Concentrazione	Innalzamento	Peso molecolare	
		Trovato	Calcolato per $(C_{18}H_{10}O_8)_2$
0,97	0,030	868	
1,93	0,068	886	882

« Questo composto, oltre che per l'azione dell'anidride acetica, si ottiene pure per una lunga ebollizione della sordidina (da 15 a 20 ore) con cloruro di acetile e col cloruro di benzoile, ma in questi casi accanto al polimero si formano pure i derivati acetilico e benzoilico, la cui separazione non è di attuazione tanto facile.

« La soda e la potassa alcoolica lo decompongono abbastanza profondamente, e l' alcoolato sodico fornisce l' acido fusibile a 184° che si ottiene direttamente per la stessa azione sulla sordidina.

Derivato benzoilico.

« L'abbiamo ottenuto facendo bollire a ricadere per un'ora gr. 2 di sordidina con gr. 10 di cloruro di benzoile; la sordidina si scioglie quasi subito senza colorarsi molto e si osserva uno sviluppo lento di acido cloridrico; finita la reazione si versa il prodotto in acqua, si aggiunge carbonato sodico e si riscalda a b. m. sino a decomposizione completa del cloruro, con che si separa una sostanza solida abbastanza colorata che si tratta prima con alcool e poi con acetone bollente, dal qual solvente si separa incolora e ben cristallizzata e si fonde fra 220°-223°.

« L'analisi ci ha forniti i risultati seguenti:

I. gr. 0,4490 di sostanza fornirono gr. 0,9414 di CO_2 e gr. 0,1504 di H_2O.
II. gr. 0,4442 di sostanza fornirono gr. 0,9470 di CO_2 e gr. 0,1494 di H_2O.
III. gr. 0,3408 di sostanza fornirono gr. 0,7160 di CO_2 e gr. 0,1176 di H_2O.

	Trovato			Calcolato per $C_{13}H_9O_5 . C_7H_5O$
	I.	II.	III.	
Oarbonio	57,17	58,12	57,32	60,30
Idrogeno	3,72	3,73	3,83	3,51

« Naturalmente la poca concordanza di questi risultati con la teoria, indurrebbe facilmente a credere che si trattasse qui d'un prodotto di decomposizione più che d'un derivato benzoilico, ma, e come più sopra abbiamo avuto occasione di notare, il cloruro di benzoile esercitando un'azione polimerizzante sulla sordidina, accanto al derivato benzoilico si è pure formato in piccola quantità il polimero della sordidina, che forse per la piccola quantità che abbiamo avuto per le mani, o per la solubilità simile delle due sostanze, non ci fu dato in nessun modo di separare, dolenti che l'esigua quantità di sostanza ci abbia impedito di tentare la preparazione in una proporzione più grande. Pertanto, ammesso che si tratti qui d'un miscuglio intimo di questi due composti, è facile spiegare l'oscillazione dei risultati analitici riferiti, quando si pensi che il polimero della sordidina non contiene che 53,06 % di carbonio in confronto del 60,30 % che deve contenere il derivato benzoilico. Del resto, che si tratti d'un vero derivato benzoilico, ce ne siamo assicurati, saponificandolo con alcoolato sodico che lo ha scisso in acido benzolico e nell'acido fusibile a 184° che si ha per l'azione dell'alcoolato sodico sulla sordidina.

« Oltrechè nell'acetone, si scioglie questo derivato abbastanza bene nell'alcool, nel benzolo, e si separa in cristallini prismatici incolori o leggermente bianchi fondentisi fra 222°-223°.

Derivato acetilico.

« Bollendo gr. 2 di sordidina con gr. 20 di cloruro d'acetile, si osserva sviluppo di acido cloridrico che accenna di finire in capo a 4 ore; la sordidina si discioglie subito, ed il liquido si mantiene abbastanza incoloro; finita così la reazione si allontana l'eccesso del reattivo, si tratta con acqua che precipita una sostanza solida bianca; questa si lava con poco carbonato sodico e si cristallizza dall'alcool bollente, dal qual solvente si separa subito ben cristallizzata, ma con l'apparenza d'un miscuglio di più sostanze, e difatti la massa era costituita a volte di cristalli trasparenti e duri, a volte di cristalli minutissimi aghiformi e che neppure dopo ripetute cristallizzazioni dall'alcool e dall'acetone, non ci è riuscito di separare; i cristalli più distinti e duri fondevano fra 236°-237° e quelli più minuti verso 198°-200°.

« Malgrado l'impossibilità di separazione di queste sostanze e la mancanza assoluta di dati positivi per arrivare a qualche conclusione nella composizione

chimica di esse, noi riteniamo che, come succede pel derivato benzoilico, anche qui il cloruro d'acetile eserciti un'azione polimerizzante più potente ancora del cloruro di benzoile, tanto da darci un miscuglio del derivato acetilico e del polimero.

Azione dell'amalgama di sodio in soluzione acetica.

« Gr. 5 di sordidina sciolti nella quantità sufficiente di acido acetico glaciale si trattano con amalgama di sodio; l'amalgama si aggiunge a poco per volta senza impedire che la massa si riscaldi, e se ne aggiunge tanto sino a che la soluzione si fa satura da lasciar separare l'acetato sodico nel liquido riscaldato in ultimo a b. m.; si tratta poi la massa con acqua che precipita una sostanza fioccosa di color giallo ranciato che si raccoglie, si lava e si cristallizza ripetutamente dall'alcool, dal quale solvente si separa sempre colorata e fonde verso 180°. Trattata per tre o quattro volte con alcool, si riprende poi successivamente per altrettante volte con benzol bollente, e si ottiene così una massa bianca voluminosa di cristallini aghiformi flessibili, che fondono fra 180°-181°, e che analizzati ci hanno forniti i dati seguenti:

I. gr. 0,41,20 di sostanza fornirono gr. 0,8225 di CO_2 e gr. 0,1566 di H_2O.
II. gr. 0,2948 di sostanza fornirono gr. 0,5863 di CO_2 e gr. 0,1157 di H_2O.

« Ciò per 100

	Trovato		Medie
	I.	II.	
Carbonio	54,19	54,24	54,21
Idrogeno	4,22	4,35	4,19

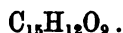
da cui si ricava la formula $C_5H_4O_3$ per la quale si calcola

$$C = 53,57$$
$$H = 3,57$$

« Abbiamo eseguita la determinazione del peso molecolare di questa sostanza con l'apparecchio di Beckmann, in soluzione benzolica, ottenendone i i seguenti risultati:

Concentrazione	Innalzamento	Trovato	Calcolato per $(C_5H_4O_3)_3$
0,83	0,070	317	336
2,49	0,198	341	

« Secondo queste determinazioni, la formula semplice ricavata dai dati analitici riferiti più sopra, va triplicata; per cui la formola del nuovo composto sarebbe:

$$C_{15}H_{12}O_9 .$$

« Questa sostanza, come dicemmo, è solubile nell'alcool, nel benzolo ed in quasi tutti i solventi comuni, ma per separarla meglio dalle materie coloranti che l'accompagnano, è conveniente scioglierla nel benzolo e poi aggiun-

gervi a caldo l'etere del petrolio (porzione bollente fra 30° e 50°) finchè il liquido comincia ad intorbidarsi, poi si aggiunge un altro poco di benzolo e si lascia raffreddare; allora la sostanza si separa bianchissima e fonde fra 180° e 181°. Il miscuglio poi di benzolo e ligroina svaporato, abbandona una sostanza rossa cristallizzata in ammassi prismatici durissimi fondentisi a 277°, e di cui, per l'esigua quantità, non ci è riuscito occuparci ulteriormente. Facendo bollire questo prodotto di riduzione per 10 ore con cloruro d'acetile, si osserva da principio un rapido ed abbondante sviluppo di acido cloridrico che decresce man mano senza che per questo il liquido si colori; poscia, distillata la massima parte del cloruro, si tratta il residuo con acqua e precipita una sostanza solida bianca che si lava con poco carbonato sodico e si cristallizza dall'alcool. Per il raffreddamento si separa una sostanza bianca in cristalli laminari fondentisi fra 149°-150°, che analizzammo.

gr. 0,4655 di sostanza fornirono gr. 0,9270 di CO_2 e gr. 0,1798 di H_2O.

« Cioè per 100

	Trovato	Calcolato per $C_{12}H_{11}(C_2H_3O)O_4$
Carbonio	54,30	53,96
Idrogeno	4,29	3,70

« Da questa sola analisi non possiamo arguire che questa sia un derivato acetilico del prodotto di riduzione, tanto più che mancandoci la materia prima per seguitare le ricerche, non ci è riuscito fare adesso una determinazione d'acetile.

Azione dell'alcoolato sodico.

« Nell'alcool, prima raffreddato, abbiamo aggiunto sodio a pezzetti sino ad avere una certa concentrazione, poi senza impedire il riscaldamento abbiamo aggiunto tanto sodio d'avere una soluzione concentrata d'alcoolato; a questa soluzione aggiungemmo gr. due di sordidina ed abbiamo riscaldato per mezz'ora a b. m.: la sordidina si sciolse subito, e trattato con acqua il prodotto della reazione, si neutralizzò con acido solforico diluito che sposta una sostanza leggermente giallastra che si raccolse, si lavò e si cristallizzò da un miscuglio di volumi eguali di acqua ed alcool, da cui si separa in bei cristalli aghiformi e leggermente colorati; i quali purificati ancora per due successive cristallizzazioni si ottengono perfettamente incolori e si fondono fra 182°-183°. Analizzati ci dettero i risultati seguenti:

I gr. 0,3825 di sostanza fornirono gr. 0,7350 di CO_2 e gr. 0,1630 di H_2O;
II gr. 0,3666 di sostanza formarono gr. 0,7050 di CO_2 e gr. 0,1555 di H_2O.

	Trovato		Calcolato per $C_{13}H_{14}O_6$
	I	II	
Carbonio	52,49	52,42	52,34
Idrogeno	4,94	4,71	4,69

« Ne abbiamo poi determinato la grandezza molecolare col metodo di Beckmann in soluzione benzolica ed eccone i risultati:

Concentrazione	Innalzamento	Peso molecolare Trovato	Peso molecolare Calcolato per $(C_{13}H_{14}O_8)_2$
1,36	0,065	571	596
2,91	0,135	577	

per cui secondo questi dati bisogna raddoppiare la formula data più sopra:

$$C_{26}\,H_{28}\,O_{16}$$

essendo probabile che la sordidina per azione dell'alcoolato sodico assorbisca una molecola d'idrogeno e si trasformi in questo nuovo composto.

« Ha reazione nettamente acida alle carte di tornasole, è solubilissimo nell'alcool, nel benzolo, nell'acido acetico, ed il miglior solvente è un miscuglio di volumi eguali di alcool ed acqua da cui si separa in bei cristalli bianchi aghiformi che fondono fra 182° e 183°.

« Si scioglie a freddo nella soda, nell'ammoniaca, nel carbonato sodico, dai quali solventi si separa nuovamente per l'aggiunta d'un acido; le soluzioni però di ammoniaca sono colorate in violetto, e si fanno pure violette se si riscaldano quelle di soda e di carbonato decomponendosi parzialmente.

« Questa sostanza ha carattere veramente acido e le soluzioni di ammoniaca e di carbonato trattate con sali metallici precipitano, dando così per doppia decomposizione dei sali insolubili; quello d'argento riscaldato si decompone colorando la soluzione in violetto intenso. Vista l'impossibilità d'avere dei sali caratterizzabili, abbiano cercato di eterificarlo sciogliendolo nell'alcool metilico e saturando la soluzione con acido cloridrico, ma l'operazione non ci è riuscita perchè il composto è rimasto inalterato; e così pure ci è fallita l'azione del pentacloruro di fosforo e l'azione dell'ammoniaca nel prodotto della reazione del pentacloruro. Ossidato con permanganato in soluzione alcalina e con acido nitrico diluito ($d = 1,20$) si distrugge completamente.

« Questi sono i risultati delle ricerche che noi abbiamo istituite nella sordidina col pochissimo materiale che avemmo a nostra disposizione (gr. 25); da queste risulta probabilissimo che la sordidina contenga un ossimetile ed un ossidrile, ma nulla ancora ci è dato di affermare sulla sua costituzione. Se, come speriamo, ci sarà dato di avere una nuova quantità di sordidina, non mancheremo di continuare lo studio di questa sostanza, che sembra molto importante ».

Matematica. — Correzione alla Nota: *Sulle linee assintotiche di una classe di superficie gobbe di genere zero* (1). Nota di Giulio Pittarelli, presentata dal Socio Cremona.

« Avendo ripreso la trattazione dell'argomento di quella Nota, mi avvidi di un errore intorno al modo di conteggiare certi punti doppî che si rispecchia nella formola 8) che dà il genere dell'assintotica. Dalle parole « ond'essa è del genere » ecc. fino alle parole « multiplo O », la correzione dev'esser fatta come segue.

« ed inoltre in ciascun ramo, che tocca in O un fattor lineare di γ, è una tacnode, cioè in quel punto sono due punti doppî infinitamente vicini, cosicchè in O sono riuniti altri $\mu - n - 1$ punti doppî, tanti quant'è l'ordine della forma γ. Perciò il genere della curva è

$$p = \frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2} - \frac{(\nu-2)(\nu-3)}{2} - (\mu - m) - (\mu - n - 1)$$

$= m + n - 3 = \mathrm{N} - 3$, risultato che coincide con quello della formola 17) della Nota a pag. 232 del precedente fascicolo.

Posto poi $\mu = m$, la curva 7) diviene:

$$k(\alpha\beta)\,\nu^2\lambda_3{}^2 - (ab) = 0$$

la quale non è ridotta alla forma *normale*, chè nel punto O figurano ancora le tacnodi. La riduzione invece della 7) si fa, qualunque sia μ, come più giù con reti di curve d'ordine $\nu - 1$ aventi in O lo stesso punto multiplo secondo $\nu - 2$, con le stesse tangenti complessivamente al numero di $2(n-1) + 2(\mu - n - 1) = 2(\mu - 2)$, passanti semplicemente per i $\mu - m$ punti doppî situati sul lato $\lambda_3 = 0$, per p dei punti di contatto, fuori di O, delle tangenti uscenti da esso O, ed infine per i $\mu - n - 1$ punti doppî infinitamente vicini al punto multiplo O.

« L'ordine ν' della curva trasformata sarà dato dalla:

$$\nu' = \nu(\nu-1) - (\nu-2)^2 - 2(\mu-2) - 2(\mu-m) - p - 2(\mu-n-1)$$
$$= 3\nu - 6\mu + p + 8 = 3(2\mu-2) - 6\mu + p + 8 = p + 2$$

ch'è la conosciuta relazione tra il genere e l'ordine minimo di una curva iperellittica normale ».

(1) Inserita a pag. 291 e seg. di questi Rendiconti, vol. VII, 1° sem., fasc. 9.

Geologia. — *Appunti sopra i terreni neogenici e quaternari dell'Isola di Candia.* Nota [1] del dott. V. Simonelli, presentata dal Socio Capellini.

« I depositi del Miocene medio, nella parte occidentale dell'isola di Candia, son principalmente sviluppati intorno al golfo di Kisamo, nei piani e nelle collinette littorali all'ovest di Canea, nell'Akrotiri del C. Maleka e in quasi tutta la regione che cinge i fianchi nord-est degli Asprovouna. Seguono poi con rare interruzioni lungo la costa settentrionale fino al Capo Kodro, raggiungendo a sud i monti d'A. Vasilios e i primi contrafforti del Psiloriti. All'est di questo sistema montuoso, nella parte centrale dell'isola, occupano l'area vastissima del Temenos, arrivando a levante fino al piede dei monti di Lassiti, a sud fino ai piani di Messara, e a nord fino alla spiaggia di Megalokastron. Formano in generale colline e terrazzi di elevazione assai modesta, in confronto a quella raggiunta dai calcari cretacei. Il punto più alto a cui salga il Miocene nei luoghi da me visitati è il colle d'A. Thomas, a 550 m. sul livello del mare.

« La natura di questi depositi è molto svariata. Le due *facies* predominanti sono l'elveziana e la langhiana, rappresentata questa da marne bianche di mare profondo, quella da calcari nulliporici della zona a laminarie. Ma non mancano neppure le formazioni decisamente littorali (scogliere madreporiche di Prosnero e di Kutù, molasse e puddinghe d'Inia), nè quelle, così dette tortoniane, della zona coralligena (argille di Xopoli e di Miros). Generalmente i calcari nulliporici stanno sopra a tutti gli altri depositi, compresi, come vedremo, certi strati di tripoli e di marne gessifere.

« Per dare un'idea dei rapporti che corrono fra le diverse formazioni, descriverò sommariamente qualcuno fra i moltissimi tagli che ho potuto osservare. — Fra Larani ed Evgeniki ad est del Psiloriti: 1) calcari cretacei, sui quali riposano successivamente, con uniforme pendenza di circa 12° verso est: 2) strati di grossolana puddinga e di molassa con grandi ostriche; 3) marne bianche; 4) puddinga come al n. 2; 5) calcari nulliporici con *Chlamys latissima* Br., *Ostrea crassissima* Lam., *Pholadomya gigantea* Raul.; 6) calcari marnosi a lastre, con *Amussium* cfr. *Philippii*, Michti e numerose *Orbitolites*; 7) calcari nulliporici come al n. 5. — Fra Xopoli ed Almyros nell'Apokorona: in alto calcari nulliporici, in basso argille a *facies* tortoniana con *Arca Fichteli* Desh., *Corbula gibba* Olivi, numerose turritelle etc. — Alla foce dello Stavromeno stanno, in serie discendente: 1) calcari nulliporici; 2) tripoli con ittioliti; 3) marne bianche con *Chlamys Angelonii* Mgh. (*Pecten histrix* Dod.), *Cassidaria echinophora* L., *Terebratulina* aff. *sinuosa* Seg.; 4) tripoli come al n. 2. — Nella

(1) V. pag. 236.

valle del torrente Milos vicino a Retimo; in alto calcari nulliporici, inferiormente marne bianche con bivalvi mal conservate ma certamente marine, e fra le marne ammassi di gesso che i paesani scavano qualche volta. Anche presso il famoso labirinto di Gortyna i calcari nulliporici, con la solita fauna caratteristica, ricoprono marne bianche con gesso saccaroide. — All'isola di Gavdos, sempre in serie discendente: 1) Calcari con *Clypeaster altus* Lam., *Ostrea crassissima* Lam., *Heterostegina* ecc.; 2) marne fogliettate giallastre, con avanzi di pesci e di vegetali (*Laurus, Cinnamomum, Callitris Brongniarti* Endl.) ricchissime di foraminiferi e di spicule di spongiari; 3) argille azzurrognole con *Cleodora pyramidata* Leach e frammenti di briozoi, e con cristalli sparsi di selenite: 4) sabbie argillose giallognole, con impronte di foglie.

« Sperando di poter presto pubblicare una completa descrizione del ricchissimo materiale raccolto in queste come negli altri terreni di Candia, mi limito ad accennare qui soltanto alcuni fossili più abbondanti o caratteristici.

« Nei calcari: *Heterostegina depressa* d'Orb., *Clypeaster altus* Lam., *C. tauricus* Des., *C. pyramidalis* Mich., *Ostrea crassissima* Lam., *Chlamys latissima* Br., *C. scabrella* Lam., *Pecten aduncus* Eichw., *P. Besseri* Andr., *Cardita Jouanneti* Bast., *Tellina lacunosa* Chmn., *Pholadomya gigantea* Raul., *Strombus coronatus* Defr. — Nelle marne di mare piuttosto profondo: foraminiferi abbondantissimi, *Ostrea cochlear* Poli, *Chlamys spinulosa* Münst., *Amussium denudatum* Reuss, *A. Philippii* Michti, *Arca pectunculoides* Scacchi, *Lima subauriculata* Mont., *Cuspidaria cuspidata* Olivi, *Cleodora pyramidata* Leach, *Cavolinia peraffinis* Seg. — Nelle argille della zona coralligena: *Arca Fichteli* Desh., *Corbula gibba* Olivi, *Conus* cfr. *Puschi* Michti, *Chenopus Uttingerianus* Risso, *Natica millepunctata* Lam., *Turritella* sp. ecc. — Nei tripoli: oltre a numerose bacillariee (*Coscinodiscus, Navicula, Grammatophora, Rhabdonema, Biddulphia, Triceratium* ecc.) foraminiferi di dimensioni estremamente piccole (*Globigerina bulloides* d'Ord., *Bolivina punctata, Virgulina schreibersiana* Czjzek, *Pulvinulica Haueri* d'Orb., ecc.) e radiolari, prevalentemente Cirtoidi e Discoidi, assai ben conservati e di forme in gran parte nuove.

« Le formazioni d'acqua dolce o leggermente salmastra che riferisco al piano levantino, compariscono in aree piuttosto limitate. Le vidi la prima volta all'est di Canea, presso la fortezza di Kalami, dove i calcari cretacei son coperti da calcari bianchi compatti, somigliantissimi a quelli di Daphni in Grecia, tutti pieni d'impronte di dreissene, melanie e *Melanopsis* aff. *costata* Fér. Un altro lembo ricomparisce a breve distanza, fra Kondopoulo e Malaxa, con calcari giallognoli a lastre, che contengono in copia resti vegetali, *Melanopsis*, idrobie e neritine assai mal conservate. Ritrovai depositi analoghi percorrendo la regione sud-est dell'Apokorona, presso allo sbocco della valle compresa fra le alture di Xopoli e Karamiti da una parte, e quelle di Prosnero dall'altra. Quivi una collinetta alta un centinaio di metri, che

s'allunga nella direzione della vallata, mostra nel suo fianco sud calcari marnosi duri, con qualche fossile di acqua dolce, e più in basso calcari bianchi terrosi che ricoprono marne grigie lignitifere con grandi melanie benissimo conservate, neritine, numerosi ostracodi e girogoniti di *Chara*. Venendo ancora verso levante, s'incontrano, nella valle di Kolipa presso Apostolous, dei calcari a lastre grigi, fetidi sotto il colpo del martello, che contengono le stesse impronte di fossili già vedute a Kalami. Nel fondo del bacino di Paleolutra, cinto tutt'intorno dai calcari cretacei, sotto a potenti strati di una brecciola fatta con tritumi di schisti cristallini, di quarzo e di calcare, legati da cemento marnoso, appariscono argille grigiastre untuose, che contengono i banchi di lignite coltivati al tempo di Mehemet Alì e dove si trova qualche mal conservata melania. Ho seguìto quei terreni fin verso Koxares e li ho ritrovati poi tali e quali dopo avere attraversato il Kordaliotikon Pharangi nella valle fra i monti Krioneriti e la catena littorale di Preveli. L'argilla untuosa lignitifera di Asomatos, nel fianco nord di questa valle, conteneva discreti esemlpari di *Planorbis*, *Hydrobia* ecc., e qualche impronta di foglie di *Sabal*. Un ultimo lembo della formazione medesima si presenta a Khersonesos, sulla costa settentrionale, a circa 25 chilometri da Megalo-kastron, appoggiato verso sud ai calcari cristallini della catena littorale di Pediadha e verso nord ai calcari elveziani. Gli strati levantini, che quivi raggiungono in complesso una potenza di una trentina di metri, son costituiti inferiormente da argille cenerognole gremite di fossili (*Melanopsis abnormis* Jenk., *Goniochilus abnormis* Jenk., *Neritina Spratti* Jenk., *Unio cretensis* Jenk.), quindi da sabbie giallicce quasi sciolte con rare *Melanopsis*, e in alto finalmente da calcari bianchi ad impronte di *Unio* e *Melanopsis*, in tutto identici a quelli di Kalami presso Canea. Non ho visto le alternanze con letti a *Potamides* accennate dal De Stefani, sulla fede di Jenkins, parlando di questo medesimo giacimento [1].

« I terreni quaternari, prescindendo dai depositi tuttora in via di formazione che colmano certi bacini interni, dalle *terre rosse* e via dicendo, comprendono importanti depositi ossiferi, panchine e grossolani conglomerati che appariscono in più luoghi lungo le coste. Le panchine, costituite da minutissimi frammenti di conchiglie marine e da foraminiferi agglutinati da cemento calcare, son principalmente sviluppate presso le coste di Canea e di Retimo. Oltre a numerosi molluschi, delle medesime specie che vivono attualmente nel mare vicino, contengono qualche volta avanzi umani, fra i quali ricorderò lo scheletro quasi completo che M.r Caporal trovò molti anni fa presso il lazzeretto di Canea, una porzione di cranio, denti ed ossa lunghe in cattivo stato, che io stesso raccolsi vicino al fanale della medesima città. Nella panchina

[1] De Stefani, *Les terrains tertiaires supérieurs du bassin de la Méditerranée*, p. 145. Liége, 1893.

si osservano frequentemente cavità imbutiformi, di 30-40 centimetri in diametro, profonde qualche volta fino a due metri, che sembrano dovute ad un processo simile a quello che originò le marmitte dei giganti. Nell'isola di Gavdos questo deposito si ripete con le stesse modalità, raggiungendo l'altezza di quasi un centinaio di metri sul livello del mare.

« I più considerevoli ammassi di grossolano conglomerato quaternario si vedono lungo la costa di Sphakià fin verso lo sbocco del *Pharangi* di Asphentou, in una zona che il Raulin indicò inesattamente come costituita dal Subappennino. Son breccie a grossi elementi, per lo più di calcare grigio con selce, identico a quello che costituisce le montagne vicine; formano, sopra gli schisti cristallini, banchi dello spessore di fin 20 metri, inclinati di circa 15° verso il mare. Sembra che raggiungano il massimo sviluppo di fronte agli sbocchi delle numerose gole che dai monti di Kallikrati scendono quasi normalmente verso la costa. — Al nord dell'Akrotiri del C. Maleka vidi i conglomerati grossolani, somigliantissimi a questi di Sphakia, ricoperti dalla panchina che quivi costituisce l'angusta piattaforma littorale.

« La costa di Retimo, fra C. Karakia e Balì, presenta in più luoghi vaste caverne, che s'addentrano nelle rocce mioceniche o cretacee, a 10, 15 m. e più sul livello del mare attuale, ma che certamente debbono l'origine loro all'erosione marina, perchè presentano nelle pareti sforacchiature di litofagi. Si son depositate in queste caverne, e spesso in strati molto regolari, delle argille rosse miste a frantumi angolosi di calcare e qualche volta anche ad ossami di mammiferi. — Citerò fra questi i magnifici avanzi di *Elephas priscus* (mandibola, omero completo, atlante, diverse coste ecc.) e di cervidi non ancora determinati, che potei raccogliere nelle grotte di A. Antoni, di Kuluridi e di Balì ecc., e che ora fanno parte delle collezioni del Museo di Bologna con tutto il resto del materiale che riportai da Candia.

« Non saprei chiudere questi cenni sommarî sui risultati del mio viaggio senza una parola di ringraziamento a tutti coloro che si adoperarono perchè io potessi compierlo e contribuirono, in un modo o in un altro, a far sì che le mie ricerche non fossero del tutto infruttose; al sen. prof. Capellini, al Ministro d'Italia in Grecia Conte Fè d'Ostiani, al sig. Zanotti Bianco, Console di di Canea, a S. E. Mahmud Pascià governatore di Candia, ai signori Mancuso ed ing. Chilaidis, ed alla intelligentissima e fedele mia guida Alevisos Papalexakis di Atsipopoulo ».

Anatomia. — *Sull'origine del simpatico nei Vertebrati.* Nota del dott. G. MAZZARELLI, presentata dal Socio TRINCHESE.

« Il Balfour (1) nella sua estesa *Monografia dello sviluppo degli Elasmobranchi*, descrisse l'origine del simpatico. Per questo Autore gli abbozzi dei dei gangli di questo sistema sono rapprensentati, nel *Pristiurus* e in altri Selaci, da cumuli di cellule collocati dorsalmente rispetto alle vene cardinali, e provenienti dai gangli spinali e quindi dall'*ectoderma*. Anzi nella fig. 3 della tav. XVII del suo lavoro, il Balfour rappresenta una sezione longitudinale di un embrione di *Pristiurus*, nella quale scorgonsi dei gangli spinali che si prolungano ventralmente mediante un ramo o cordone nervoso, perpendicolare alla superficie del corpo dell'embrione, cordone nervoso la cui estremità ventrale si rigonfia, abbozzando così un ganglio simpatico. Ma l'origine dei gangli del simpatico dai gangli spinali, successivamente sostenuta dallo Schenk e dal Birdsall (2), che si valsero nelle loro ricerche di embrioni di Uccelli e di Mammiferi, fu più ampiamente dimostrata dall'Onodi (3). Questo autore infatti dal 1884 al 1886 pubblicò una serie di ricerche, istituite particolarmente su embrioni di Selaci e di Uccelli, con le quali egli veniva alla conclusione, che i « gangli del simpatico traggono la loro origine dai gangli spinali e quindi dall'ectoderma ». Secondo l'Onodi ciascun ganglio spinale, in un'epoca precoce dello sviluppo dell'embrione si allunga ventralmente, dirigendosi verso le pareti dell'aorta e della vena cardinale corrispondente. Nell'estremità ventrale di questo prolungamento verrebbe a formarsi il ganglio simpatico. Le vedute dell'Onodi, confermate dalle ricerche del Beard (4) furono accettate dal Wiedersheim (5) ed in seguito, solo però in tesi generale, anche dall'His (6). Questo autore infatti in un lavoro pubblicato nel 1890, mentre ammette col Balfour e con l'Onodi

(1) Balfour F. M., *A Monograph on the Development of Elasmobranch Fishes.* London, 1878.

(2) Schenk & Birdsall, *Die Entwicklung des Sympathicus;* in: Mitth. embr. Inst. Wien. Bd. 1. 1879.

(3) Onodi A. D., *Ueber die Entwicklung des sympathischen Nervensystemes;* in: Sitz. v. 15 Juni 1885 der Ungar. Akad. — *Ueber die Entwicklung des Sympathischen Nervensystem.* II. in: Arch. mikr. An. Bd. XXVI. *Die Entwicklungsgeschichte des sympathischen Nervensystems.* Naturwiss. u. Math. Bericht aus Ungar. III. *Ueber die Entwicklung der Spinalganglien und der Nervenwurzeln.* Mathem. u. Naturwiss. Berichte aus Ungarn. II. Sitz. v. 18 Febr. 1884.

(4) Beard J., *Morphological Studies.* II. *The Development of the Peripheral Nervous System of Vertebrates,* in: Quart. Journ. micr. Sc. v. XXIX, n. S. 1888-89.

(5) Wiedersheim R., *Lehrbuch von vergl. Anat. der Wirbelthiere.* Jena, 1886 u. *Grundriss von vergl. Anat. der Wirbelthiere* 3a Aufl. Jena, 1893.

(6) His W., *Histogenese und Zusammenhang der Nervenelemente;* in: Arch. f. Anat. u. Physiol. An. Abth. Suppl. Bd. 1890.

l'origine *ectodermica* dei gangli del simpatico, contrariamente alle sue vecchie vedute in proposito (1), sostiene d'altra parte che la formazione di tali gangli ha luogo per effetto dell'accumularsi di elementi *migrati* dagli abbozzi dei gangli spinali. L'His non crede che, dopo le ricerche dell'Onodi, possa ancora mettersi in dubbio l'origine dei gangli del simpatico dai gangli spinali, ma egli però non ammette che i gangli del simpatico vengano a formarsi per un semplice strozzamento delle estremità ventrali dei gangli spinali prolungati. Pur restando i gangli spinali a livello del canale midollare, avrebbe luogo una particolare emigrazione degli elementi dei medesimi, che ad uno ad uno si dirigerebbero verso le pareti dell'aorta e della corrispondente vena cardinale, per formarvi i gangli del simpatico. Le osservazioni dell'His furono eseguite su di embrioni di gatto. Nel medesimo senso dell'His si esprime, in generale, il Goldberg (2) in un lavoro apparso nel 1891 e così pure nel 1892 di passaggio l'His jun. (3). Parecchi altri Autori hanno infine ammessa l'origine ectodermica dei gangli del simpatico unitamente a quella dei gangli spinali e ricorderò tra questi particolarmente il Golowine (4) e il Kupffer (5), ma nessuno ha più trattato dopo l'His di proposito la quistione dell'origine ectodermica dei gangli del simpatico.

« Intanto nel 1891 e nel 1892, cioè dopo il lavoro dell'His, sono apparsi due lavori notevolmente estesi, l'uno del Paterson in Inghilterra (6) e l'altro del Fusari in Italia (7), secondo i quali l'origine dei gangli del simpatico non dovrebbe più cercarsi tra elementi provenienti ad ogni modo dall'*ectoderma*, ma tra elementi provenienti invece dal *mesoderma*. Anzi le ricerche di questi Autori, eseguite le une su di embrioni di Mammiferi, le altre particolarmente su di embrioni di Uccelli (pollo), dando ragione alle antiche osservazioni del Götte (8), e a quelle ancora più antiche dell'His (9), menano senz'altro alla

(1) His W., *Untersuchungen über die erste Anlage des Wirbelthieres. — Die erste Entwicklung des Hühnchens im Ei.* 1868.

(2) Goldberg M., *Ueber die Entwicklung der Ganglien bei Hühnchen;* in: Arch. mikr. Anat. 37 Bd. 1891.

(3) His W. jun, *Ueber die Entwicklung des Sympathicus bei Wirbelthieren mit besonderer Berücksichtung der Herzganglien;* in Verhandl. Anat. Gesellsch. 6ª. Versamml. in Wien. 7. 9 Juni 1892.

(4) Golowine E., *Sur le dèveloppment du système ganglionnaire chez le poulet;* in: Anat. Anz. 1890.

(5) Kupffer C., *Die Entwicklung der Kopfnerven der Vertebraten;* in: Verh. Anat. Gesellsch. 5. Versamml. in München. Jena, 1891.

(6) Paterson A. M., *Development of the Sympathetic Nervous System in Mammals;* in. Phil. Trans. vol. CLXXXI. 1891.

(7) Fusari R., *Contribuzione allo studio dello sviluppo delle capsule surrenali e del simpatico nel pollo e nei Mammiferi.* in: Arch. per le Sc. med. XVI. Torino, 1892.

(8) Götte, *Die Entwicklungsgeschichte der Unke.* Leipzig, 1872.

(9) His W., Op. cit. 1868.

conclusione che l'*origine dei gangli del simpatico è del tutto distinta da quella dei gangli spinali*. Mentre infatti i primi secondo gli Autori menzionati sarebbero di origine *mesodermica*, gli altri invece sarebbero di origine *ectodermica:* solo più tardi essi entrerebbero in rapporto tra loro (¹).

« Avendo testè intrapreso delle ricerche tendenti ad illustrare nel miglior modo possibile la morfologia del simpatico nella serie dei Vertebrati, ho stimato necessario di cercare sin dal principio di assodare possibilmente l'origine, come si è visto notevolmente controversa, dai gangli del simpatico.

« Le ricerche da me intraprese sono state sinora eseguite su embrioni di Selaci (*Pristiurus*, *Torpedo*), di Anfibi (*Rana*), di Rettili (*Tropidonotus*, *Zamenis*)e di Uccelli (*Passer*). Le osservazioni che ora presento riguardano però in modo particolare embrioni di Passero, materiale gentilmente comunicatomi dall'egregio dott. Cirincione, al quale esprimo i miei più sentiti ringraziamenti.

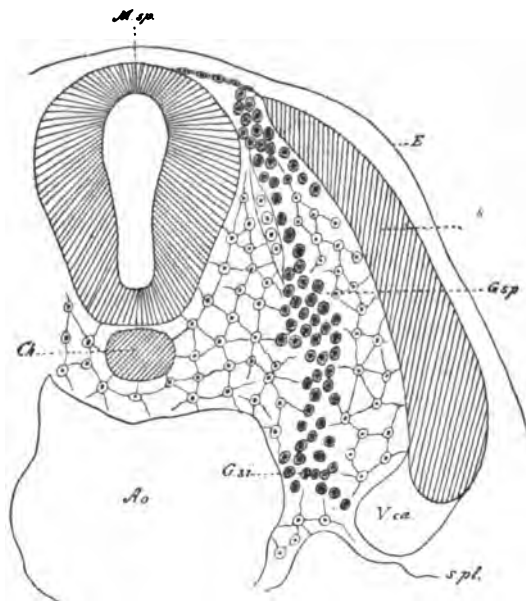
« Due di questi embrioni, in due stadi consecutivi, mi hanno precisamente servito allo scopo cui miravo. Nel primo di questi la doccia midollare era interamente chiusa e il canale midollare che ne deriva, mentre nella regione anteriore del corpo dell'embrione si era maggiormente affondato nel mesoderma sottostante, nella regione posteriore era restato tuttora aderente all'ectoderma. Gli abbozzi ganglionari laterali vedonsi in questo stadio assai distintamente, rappresentate da cumuli di cellule collocate da ciascun lato in immediato contatto con la porzione latero-dorsale delle pareti del canale midollare. Nella regione posteriore del corpo si scorge nettamente che non v'è ancora alcun accenno di gangli del simpatico. Ma se si esaminano invece le sezioni che interessano la regione anteriore del medesimo, verso il capo, si scorge che tratto tratto dagli abbozzi ganglionari laterali partono dei prolungamenti i quali, perpendicolarmente all'asse longitudinale del corpo, si dirigono ventralmente. Questi prolungamenti sono costituiti di elementi provenienti senza dubbio per proliferazione dagli abbozzi ganglionari. Tali elementi sono abbastanza isolati gli uni dagli altri, dimodochè non costituiscono dei cumuli molto fitti, e trovansi per la loro struttura in uno stadio corrispondente ai « neuroblasti » dell'His. Essi presentano cioè dei processi, anzi si scorge abitualmente un sol processo diretto ventralmente rispetto al corpo dell'embrione. Il loro protoplasma si colora (ematossilina) molto più vivacemente di quello degli elementi mesenchimatici circostanti, e così pure il loro nucleo.

« Infine in qualche sezione, interessante sempre la regione anteriore del corpo dell'embrione, si notano degli elementi affatto simili ai precedenti, e

(¹) Lascio da parte per ora le questioni relative alla così detta « nota ganglionare » (*Ganglienleiste* degli autori tedeschi), massime in rapporto con le vedute del Goronowitsch (Morph. Jahsb. 20 Bd. 1893) e della Platt (Arch. mikr. Anat. 43 Bb. 1894). Di esse mi occuperò, esponendo le mie ricerche in proposito, nel lavoro completo che pubblicherò tra breve.

che sembrano soltanto privi di processi (= cellule germinali [Keimzellen] dell'His), i quali, sparsi qua e là nel mesenchima circostante, si estendono dall'estremità ventrale del prolungamento sopra descritto sino alle pareti dell'aorta primitiva corrispondente, insinuandosi tra queste e quelle della vena cardinale dello stesso lato.

« Nell'altro embrione di passero che ho preso a studiare, e che trovasi in uno stadio di sviluppo più avanzato, si nota che gli elementi ora descritti, aumentati grandemente in numero, non si presentano più rari e lontani gli uni dagli altri, ma invece si accumulano in modo da costituire la continuazione dei prolungamenti ventrali delle note ganglionari.

« A questo stadio di sviluppo si osservano quindi negli embrioni di passero dei « cordoni » simmetrici di elementi nervosi, che partono tratto tratto rispettivamente da ciascun abbozzo ganglionare a livello delle pareti latero-dorsali del canale midollare, si dirigono ventralmente verso le pareti dell'aorta e quelle della corrispondente vena cardinale, e tra le une e le altre terminano rigonfiandosi in modo particolare (vedi la figura). Questa sorta di « cordone », osservato nelle sezioni che interessano la regione anteriore del corpo di questo medesimo embrione, si presenta nettamente diviso in due in senso trasversale. Di esso non restano quindi gradatamente che la porzione dorsale (*G. sp.*) e la ventrale. La prima, notevolmente rigonfiata, a livello della parete laterale del canale midollare, costituisce l'accenno di un ganglio spinale, l'altra (*G. si.*), rigonfiata anch'essa, collocata tra le pareti dell'aorta e quelle della vena cardinale corrispondente, costituisce invece l'abbozzo di un ganglio simpatico. Questo fatto del distaccarsi tra loro delle due porzioni dorsale e ventrale di un cordone trasversale, che, come abbiamo visto, avviene relativamente tardi nello sviluppo dell'embrione è stato invece considerato come precoce dal Paterson e dal Fusari. Questi due autori credono che lo stadio da loro rappresentato nel pollo e nei Mammiferi, e che

Sezione trasversale semischematica di un embrione di PASSER mostrante l'origine del simpatico. (Sublimato, Ematossilina) - Leitz oc. 3 obb. 7 - Camera lucida Nachet.

M. sp. midollo spinale; *E.* ectoderma; *s.* somite; *G. sp.* ganglio spinale; *V. ca.* vena cardinalis; *s. pl.* somatopleura; *G. si.* ganglio simpatico; *Ao.* aorta; *Ch.* corda dorsale.

corrisponde all'ultimo da me descritto, sia lo stadio « iniziale » dello sviluppo del simpatico. Siccome in questo stadio il simpatico è ben distinto dal ganglio spinale da cui ha tratto origine, e trovasi quasi del tutto circondato dal mesoderma, così i due autori menzionati hanno creduto di poterne trarre la conclusione « che l'origine del simpatico è affatto distinta da quella dei gangli spinali », e che i gangli del simpatico si formano « per differenziamento dei nuclei delle protovertebre » (Fusari), e quindi nel mesoderma. Evidentemente nè il Paterson nè il Fusari sarebbero giunti a tali conclusioni se avessero potuto studiare degli stadi di sviluppo meno avanzati.

« Solo più tardi i singoli abbozzi dei gangli del simpatico, riunendosi tra loro in senso longitudinale, vengono a costituire i così detti « cordoni limitrofi del simpatico » — che il Paterson considera come primitivi —, da cui poi si differenzieranno i gangli simpatici definitivi.

« Da queste osservazioni io credo di poter concludere in primo luogo, che l'origine dei gangli del simpatico dai gangli spinali, e quindi dall'ectoderma, non può più ormai esser messa in dubbio. In secondo luogo poi, quanto alle modalità di quest'origine, io credo poter affermare, che essa ha luogo mediante una proliferazione in senso ventrale dagli abbozzi ganglionari. Gli elementi che si producono per effetto di questa proliferazione, gradatamente si vanno accumulando dorsalmente, e poi a poco a poco si estendono sin verso le pareti dell'aorta e quelle delle vene cardinali. Essi dapprima sono sparsi qua e là nel mesenchima in modo da giustificare pienamente le osservazioni dell'His. In seguito però, moltiplicandosi maggiormente, tutti questi elementi vengono a costituire un vero « cordone » nel senso voluto dall'Onodi, cordone che l'His non ha osservato nei Mammiferi, ma di cui a torto egli non ammette l'esistenza, perchè esso esiste invece, come scorgesi nella figura sopra riportata, ed io l'ho osservato anche, in modo evidentissimo, nel *Pristiurus*, dove è stato ben descritto dall'Onodi.

« Questo cordone poi strozzandosi trasversalmente nel modo voluto dall'Onodi dà origine dorsalmente a un ganglio spinale, ventralmente a un ganglio del simpatico.

« Le suesposte osservazioni sono state ripetute, oltre che su embrioni di Selaci (*Pristiurus*, *Torpedo*) anche su embrioni di anfibi (*Rana*) e di Rettili (*Tropidonotus*), e dovunque sono abbastanza evidenti i « cordoni nervosi trasversali » perpendicolarmente disposti rispetto all'asse longitudinale dell'embrione. Solo è da notare che il numero degli elementi che proliferano con direzione ventrale dagli abbozzi ganglionari laterali, è molto maggiore nei Selaci e scema gradatamente procedendo verso gli Uccelli. È probabile che nei Mammiferi esso sia ancora minore che negli Uccelli, in modo tale da lasciar sospettare in questi animali l'esistenza di un processo di emigrazione (His) che d'altra parte probabilmente non è che apparente ».

PERSONALE ACCADEMICO

Giunse all'Accademia la dolorosa notizia della morte del Socio straniero N. PRINGSHEIM, mancato ai vivi in Berlino il 6 ottobre 1894; apparteneva il defunto Socio all'Accademia dal 7 novembre 1893.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 18 novembre 1894.

F. BRIOSCHI Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica terrestre. — *Terremoto calabro-messinese del 16 novembre 1894.* Nota del Socio P. TACCHINI.

« Sul movimento sismico verificatosi avant'ieri in Sicilia e Calabria ulteriore-prima pervennero all'U. c. di meteorologia e geodinamica in Roma le seguenti notizie telegrafiche relative alle tre fasi del fenomeno:

16 nov. $6^h.15^m$. Reggio-Calabria. Scossa ondulatoria N. S.
 " 6. 15. Messina. Scossa ondulatoria NW-SE, durata 4^s avvertita generalmente. Mineo scossa leggera.

16 nov. $18^h.52^m$. Messina. Intensissima scossa sussultoria-ondulatoria durata 10^s circa: continuano intervalli numerose altre scosse di intensità decrescente, accompagnate da rombi. Moltissime case assai lesionate, qualche individuo ferito.
 " 18.55. Reggio-Calabria. Violenta scossa, seguita da altre 3 leggere, con spavento nella popolazione. A Gerace-calabro la popolazione uscì all'aperto. A Palmi Seminara, S. Eufemia, S. Procopio, gravi danni agli edifizî e vittime.

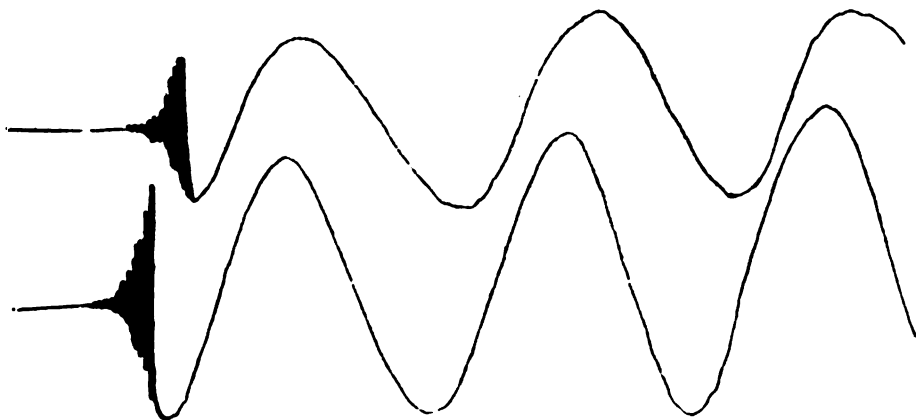
16 nov. 18^h.59^m. Stromboli. Scossa fortissima ondulatoria, durata 10^s. Case lesionate, chiesa e campanile più gravemente.
» 18.55. Zafferana Etnea. Fortissima scossa ondulatoria E. W, 8^s. Panico generale.
» 18,55. Acireale. Forte scossa sussultoria-ondulatoria durata 10^s. Panico generale.
» 19. 0. Milazzo. Forte scossa sussultoria-ondulatoria 15^s. Nessun danno, popolazione allarmatissima.
» 18.52. Catania. Scossa forte sussultoria-ondulatoria NE-SW, forte pure a Giarre, Belpasso, Biancavilla, Palagonia, mediore Nicolosi, Viagrande, avvertita pure S. Venerina e Vizzini, e fortissima Randazzo, Linguaglossa, Bronte, Paternò.
» 18.56. Mineo. Tre scosse sussultorie-ondulatorie SE-NW; l'ultima più forte avvertita intera popolazione che uscì all'aperto.
» 18.51, Cotrone. Lieve scossa ondulatoria.
» 19. 0. Catanzaro. Forte scossa di terremoto, avvertita pure in parecchi comuni della provincia.
» 18.50. Tiriolo. Scossa ondulatoria.
» 18.53. Ischia. Ondulazioni sismiche avvertite istrumenti.
» 18.54. Benevento. Agitazione istrumenti sismici.
» 18.53. Rocca di Papa. Movimento sismico, indicato dagli apparecchi registratori.
» 18.52. Roma C. R. Movimento sismico, indicato dagli apparecchi registratori.
» 19. 0. Siena. Grandi oscillazioni microsismografiche.
» 18.56. Pavia. Prime ondulazioni sismiche.
» 23.20. Milazzo. Scosse di terremoto. Panico nella popolazione.
» 23.35. »
» 23.24. Scosse minori a Lipari, Messina, Randazzo, Linguaglossa, Palagonia, Vizzini, Acireale.
» 23.27. A Catania e Mineo avvertita scossa ondulatoria meno intensa della precedente.
» 23.41. Stromboli, scossa più leggera della precedente.
» 23.38. A Tiriolo altra scossa.

17 nov. 1^h.40^m. Milazzo. Avvertite scosse di terremoto.
» 2.30. »

« Reggio Calabria, nel mattino altre scosse forti.

« Nel mattino fino a 7$^h \frac{1}{2}$ scosse leggere a Lipari, Messina, Palagonia, Mineo e Vizzini.

« Dai dati contenuti nei surriferiti telegrammi risulta chiaro, che si

tratta di un terremoto disastroso localizzato e che non si estende con carattere rovinoso al di là della costa di Messina per lo stretto fino a Palmi, e che per ciò fa ricordare il grande terremoto del 1783, che riuscì ben più disastroso, specialmente sul versante occidentale della provincia di Reggio-Calabria e nel Valdemone, cioè nella piana di Messina e nelle Eolie pure come nel caso presente. E da notarsi poi, che in questa occasione i vulcani etneo-eolici non presentarono fenomeni straordinarî secondo quanto fino ad ora ci fu telegrafato. Presento intanto all'Accademia il diagramma ottenuto dal sismonotrografo a doppia velocità, ideato dal dott. Agamennone e di cui altra volta ho intrattenuto l'Accademia stessa. In detto diagramma si vedono nel modo migliore le successive oscillazioni del pendolo, mentre sulle stesse traccie si discergono i piccoli spostamenti dovuti realmente alle vibrazioni del suolo, così che solo queste piccole irregolarità devono prendersi in conto per determinare le oscillazioni del terreno, mentre col sistema finora usato di piccole velocità di scorrimento una cosa si sovrappone all'altra senza possibilità di separazione; con ciò resta così provato, che per risolvere alcune interessanti questioni di sismologia, si rende assolutamente necessario l'impiego di un apparecchio eguale o analogo a quello ora in prova al Collegio Romano, il cui pendolo ha la lunghezza di 16 metri e la massa chilogrammi 200.

« Solo dopo 2 minuti, cioè a $18^h.54^m.25^s$, dal principio del movimento sismico si osservano le ondulazioni di grande ampiezza, causate appunto dal fatto della grande velocità della carta, che non potè aver luogo subito, perchè appositamente tenuto l'istrumento in queste condizioni necessarie nell'at-

tuale suo collocamento provvisorio nella torre. Delle due curve, la superiore si riferisce alla componente NW-SE e l'inferiore alla NE-SW; si deve notare che lo spostamento delle due curve è dovuto al fatto che le pennine scriventi non possono tenersi allineate. L'ampiezza delle grandi ondulazioni nella figura corrisponde precisamente a quella del pendolo, mentre, come fu avvertito, i varî e piccoli movimenti dell'edificio sono indicati dalle dentellature, che si trovano nelle curve stesse e che nel diagramma originale sono naturalmente più distinte ».

Chimica. — *Sul polimero dell'epicloridrina.* Nota del Socio E. Paternò.

« In una Nota pubblicata alcuni mesi addietro insieme al prof. V. Oliveri (1) abbiamo riportato con riserva alcune determinazioni crioscopiche da me fatte nel 1889, allo scopo di determinare il peso molecolare del polimero dell'epicloridina, e nel trascrivere le quali, evidentemente dovette incorrersi in qualche errore. Ho creduto perciò necessario di ripetere tali esperienze, ed anzi ho determinato il peso molecolare del polimero dell'epicloridrina col metodo crioscopico, in soluzione nella benzina e nell'acido acetico, e col metodo ebulliometrico in soluzione benzolica.

« Il polimero dell'epicloridrina fu preparato come è indicato nella cennata Nota. Una porzione (A) fu purificata sottoponendo il prodotto all'azione prolungata del vapor d'acqua per eliminare l'epicloridrina che conteneva, un'altra porzione (B) fu invece purificata sciogliendo il prodotto, prima ben lavato con soluzione di carbonato sodico ed acqua, in alcool, filtrando, svaporando l'alcool, riscaldando per un quarto d'ora a 130° e finalmente abbandonandolo nel vuoto sopra l'acido solforico per parecchi giorni.

« All'analisi si ebbero i seguenti risultati:

I. Porzione A. gr. 0,3752 di sostanza diedero gr. 0,5438 di AgCl, ossia gr. 0,1345 di cloro;

II. Porzione B. gr. 0,4645 di sostanza diedero gr. 0,668 di AgCl, ossia gr. 0,1654 di cloro.

« E per 100 parti:

	trovato		calcoluto
	I	II	
Cloro	35,84	35,60	38,37.

(1) Gazz. Chim. T. XXIV, parte I, p. 305.

« Si vede adunque che il prodotto non era purissimo, cosa del resto difficile a conseguirsi.

« Per il peso molecolare si ebbero i risultati seguenti:

I. *Determinazioni crioscopiche in benzina.*

Porzione A

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare	Peso molecolare
1,847	0°,220	0,119	11,007	420,17
3,805	0, 390	0,103	9,527	
7,922	0, 695	0,088	8,140	
13,252	0, 830	0,062	5,735	
22,914	1, 300	0,057	5,272	
35,557	1, 640	0,046	4,225	1086,9

Porzione B

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare	Peso molecolare
2,017	0°,220	0,109	10,082	458,71
6,657	0, 585	0,088	8,140	
12,484	0, 895	0,072	6,660	
24,283	1, 46	0,060	5,55	
44,646	2, 13	0,047	4,337	1063,83

II. *Determinazioni crioscopiche in acido acetico.*

Porzione A

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare	Peso molecolare
2,395	0°,30	0,125	11,56	312

Porzione B

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare	Peso molecolare
1,213	0°,14	0,115	10,637	339,13
4,124	0, 425	0,103	9,527	
8,919	0, 84	0,094	8,695	
20,842	1, 84	0,088	8,140	
37,716	3, 185	0,082	7,585	475,61

III. *Determinazioni ebulliometriche in benzina.*

Concentrazione	Innalzamento termometrico	Coefficiente d' innalzamento	Innalzamento molecolare	Peso molecolare
0,67	0°,033	0,049	181,30	550
1,92	0, 140	0,072	266,40	367
2,99	0, 200	0,066	244,20	400
3,98	0, 268	0,067	247,90	397
5,29	0, 380	0,071	259,00	372

« I pesi molecolari sono stati calcolati scegliendo 50 per costante della benzina e 39 per l'acido acetico.

« Il peso molecolare dell'epicloridrina C_3H_5ClO è 92,5 e perciò si ha per

$(C_3H_5ClO)_3$ 277,5
$(C_3H_5ClO)_4$ 370,0
$(C_3H_5ClO)_5$ . . . . 462,5.

« Confrontando questi numeri con i risultati ottenuti, a noi sembra possa prima d'ogni altro escludersi che si tratti d'un polimero trimolecolare dell'epicloridrina; tutto fa invece supporre che il polimero sia invece tetramolecolare e corrisponda perciò alla formola $C_{12}H_{20}Cl_4O_4$.

« Una conseguenza importante che si trae dal comportamento crioscopico di questa sostanza in soluzione benzolica, è che essa ha funzione marcatamente alcoolica. Il p. m. che è di poco più di 400 per una concentrazione di circa il 2 %, sale rapidamente e perviene a più di 1000 per una concentrazione del 35 %.

« Questo comportamento, come è stato provato da me fin dal 1889 e recentemente confermato da K. Anwers, è caratteristico delle sostanze a funzione alcoolica e può servire alla loro diagnosi.

« In quanto alla costituzione di questo polimero dell'epicloridrina, per le difficoltà di averlo completamente puro e per la natura dei derivati che fornisce, non sono in grado, per ora, di poter aggiungere gran cosa.

« Dirò soltanto che il cloro ch'esso contiene si presta facilmente al doppio scambio. L'epicloridrina trattata con potassa alcoolica fornisce quantitativamente l'etere bietilico della glicerina $CH^2.OC_2H_5.CH.OH.CH_2.OC_2H_5$; il polimero reagisce similmente, già a freddo con la potassa alcoolica al 10 %; si separa abbondantemente del cloruro potassico, e resta in soluzione nell'alcool un'olio che distilla alla pressione ordinaria fra 250° e 300° scomponendosi un poco. Questa sostanza non è però affatto priva di cloro, del quale

non perde le ultime traccie nemmeno per la ebollizione con un eccesso di potassa alcoolica. Il prodotto da me ottenuto conteneva ancora 1,47 °/₀ di cloro.

« Esso è però senza dubbio un derivato ossietilico. Una determinazione di ossietile fatta col metodo di Zeisel fornì

$$52,68\ \%\ \text{di}\ OC_2H_5.$$

« Però è chiaro che in questa determinazione il ioduro d'argento dovea contenere cloruro, proveniente dal cloro tuttora contenuto nella sostanza. Non è quindi improbabile che si tratti d'un composto $C_{12}H_{20}(OC_2H_5)_4O_4$ e per il quale si calcola: 44,11 % di O,C_2H_5 ».

Astronomia. — *Osservazioni ed elementi ellittici di* (303) *Josephina in* IV^{ta} *opposizione*. Nota del Corrispondente E. MILLOSEVICH.

« Del pianetino (303) Josephina vi è una mia Nota, presentata dal prof. Blaserna, e inserita nel Rendiconto di questa Accademia del primo marzo 1891, giusto all'epoca, nella quale lo scopersi (12 febbraio 1891). Gli studi orbitali, e i risultati delle perturbazioni per Giove e Saturno, trovarono posto in una serie di Note inserite nel Giornale degli Spettroscopisti italiani e nelle Astronomische Nachrichten. L'ultima di quelle porge gli elementi osculanti in IV^{ta} opposizione, che sono i seguenti:

T = 1894 ottobre 2,0 Berlino (equinozio medio 1892.0)

$$\begin{aligned} M &= 314^\circ\ 59'\ 20''.4 \\ L &= 14\ \ 3\ \ 16.2 \\ \pi &= 59\ \ 3\ \ 55.8 \\ \varphi &= 3\ \ 39\ \ 53.8 \\ \mu &= 643''.77066 \\ \log a &= 0,494184 \\ \Omega &= 345^\circ\ 14'\ 17''.5 \\ i &= 6\ \ 54\ \ 28.9 \end{aligned}$$

« Con questi elementi, e in base ad una effemeride pubblicata nelle A.N. il pianeta venne osservato in IV^{ta} opposizione da Charlois a Nizza il 20 settembre 1894, da Cerulli a Teramo il 23, e da me il 3 e 5 ottobre.

« Il luogo normale che risultò da queste osservazioni è (1894.0) 1894 Sept 28 12^h B $\begin{cases} 0^h\ 25^m\ 58^s.28 \\ +7^\circ\ 9'\ 30''.0 \end{cases}$ e la correzione alla mia effemeride fu:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha \cos\delta\ (0 - C) &= +\ 4^s.66 \\ \Delta\delta &= +46''.4\,. \end{aligned}$$

« L'opposizione di quest'autunno era favorevole per la correzione degli elementi, e le piccole correzioni geocentriche avvertono che gli elementi hanno bisogno di piccole modificazioni, le quali vennero da me apportate coi metodi noti in astronomia, e il nuovo sistema osculante in IV^ta^ opposizione è diventato il seguente:

T = 1894 ottobre 2,0 Berlino (equinozio 1892.0)

		(Sistema nuovo meno sistema precedente)
M =	315° 3′ 8″.5	(+ 3′ 48″.1)
L =	14 4 0. 3	+ 0 44. 1
π =	59 0 51. 8	— 3 4. 0
φ =	3 39 59. 0	+ 5. 2
μ =	643″.81632	+ 0″.04566
Ω =	345 14 1. 1	— 16. 4
i =	6 54 28. 6	— 0. 3

« Se si mettono in conto le perturbazioni già calcolate si ottengono quattro sistemi osculanti alle quattro opposizioni già revolute, i quali rappresentano bene le osservazioni da febbraio 1891 a ottobre 1894.

« Così ad es.: I nuovi elementi osculanti in III^za^ opposizione rappresentano il luogo normale 1893 agosto 11,5 coi residui minimi $+ 0^s.13$; $- 1''.6$ (O—C), e quelli scritti or ora rappresentano il luogo normale sopra citato coi residui pur minimi e di segno diverso $- 0^s.13$; $+ 1''.5$.

« Si deve quindi conchiudere che gli elementi così corretti debbono essere assai vicini ai veri. Una quinta opposizione permetterà, dopo il calcolo delle perturbazioni, di sottoporli alla prova delle osservazioni ».

Chimica. — *Sull'ossidazione dell'acido canforico* (1). Nota del Corrispondente L. Balbiano.

« Nell'ultima Nota (2) scritta su quest'argomento ho stabilito, che il prodotto principale dell'ossidazione dell'acido canforico col permanganato potassico in soluzione alcalina ed alla temperatura ordinaria, era un'acido bibasico $C^8H^{12}O^5$ di cui descrissi allora le proprietà fisiche ed un sale di calcio cristallizzato con 2 mol. di acqua.

« Ho ossidato ora un kg. di acido canforico nelle condizioni prima esposte (3) ed ho ottenuto gr. 180 di sale calcico dell'anzidetto acido, seccato a 100°-140°, cioè privo dell'acqua di cristallizzazione e nello stesso tempo ho ricuperato gr. 450 di acido canforico inalterato; perciò dei 550 gr.

(1) Lavoro fatto nell'Istituto di Chimica farmaceutica della R. Università di Roma.
(2) Rend. Acc. Lincei. Vol. II, 2° sem., p. 240.
(3) Idem. Vol. I, p. 278.

di acido canforico che hanno subìto l'ossidazione, il 27 °/₀ s'è trasformato in acido $C^8H^{12}O^5$.

« Ho modificato l'estrazione del nuovo acido nel modo seguente:

« Dopo aver eliminato colla distillazione in corrente di vapor d'acqua gli acidi volatili dalla massa degli acidi siropposi ottenuta mediante estrazione con etere, la soluzione acquosa degli acidi fissi, si neutralizzò esattamente con idrato sodico, ed alla soluzione diluita e riscaldata a 60°-80° si aggiunse una piccola quantità di soluzione di cloruro calcio al 15 °/₀. Si filtrò dalla piccola quantità di ossalato di calcio formatosi e nella soluzione limpida si versò un eccesso della soluzione di cloruro di calcio. Riscaldando all'ebollizione per qualche tempo, incominciò il deposito del sale di calcio $C^8H^{10}O^5Ca, 2H^2O$, che si completò col raffreddamento della massa. Per evitare l'impiego di grandi quantità d'acqua nelle cristallizzazioni, sciolsi tutto il sale di calcio nella quantità strettamente necessaria di acido cloridrico diluito, indi riprecipitai il sale di calcio neutralizzando la soluzione calda con idrato sodico. Ripetendo un paio di volte quest'operazione lo ottenni perfettamente puro.

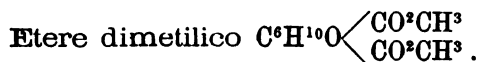
« Analisi:

trovato	calcolato per $C^8H^{10}O^5Ca,2H^2O$.	
14,02-14,07	H^2O	13,74
17,64-17,90	Ca	17,69.

« L'acido libero presenta i caratteri descritti nella Nota citata (2).

« Analisi:

trovato				calcolato per $C^8H^{10}O^5$			
C	51,03	H	6,90	C	51,06	H	6,38
C	51,05	H	6,59				

Etere dimetilico $C^6H^{10}O\langle{CO^2CH^3 \atop CO^2CH^3}$.

« Si ottenne saturando con acido cloridrico gassoso e secco una soluzione di 30 gr. di acido in 36 gr. di alcole metilico, non impedendo il riscaldamento che si produce nella reazione ed abbandonando per 48 ore la miscela alla temperatura ordinaria. In queste condizioni si eterificò solo il 55 °/₀ nell'acido e si produsse esclusivamente l'etere dimetilico.

Analisi:

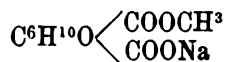
trovato		calcolato per $C^{10}H^{16}O^5$	
C	55,41	C	55,55
H	7,64	H	7,40.

« Quest'etere è un liquido denso, incoloro, di odore aggradevole resinoso, di sapore pungente; insolubile nell'acqua, solubile nell'alcole e nell'etere. Bolle indecomposto alla pres. di 20 mm. di mercurio alla temperatura cor-

retta di 164°-165°. Il suo peso specifico a 15° riferito all'acqua a 15° è 1,145. Raffreddato a —10° diventa vischioso, ma non si solidifica.

« L'acido rimasto inalterato venne convertito in sale di calcio e mediante frazionamento di questo sale si constatò l'omogeneità dell'acido residuo.

« Saponificando l'etere dimetilico colla quantità richiesta di alcoolato sodico in soluzione alcoolica, perchè si formasse un sale

$$C^6H^{10}O\left\langle\begin{matrix}COOCH^3\\COONa\end{matrix}\right.$$

si ottenne invece il sale sodico neutro $C^6H^{10}O(CO^2Na)^2$ ed etere inalterato.

« Per dimostrare la presenza di un' ossidrile alcoolico nell'acido $C^8H^{12}O^5$ se ne preparò i derivati benzoilico ed acetilico.

« Il derivato benzoilico $C^6H^9(OC^7H^5O)\left\langle\begin{matrix}CO^2CH^3\\CO^2CH^3\end{matrix}\right.$ si ottenne facendo bollire a ricadere l'etere metilico con un eccesso di cloruro di benzoile. È un liquido scolorito, oleoso, di odore aggradevole, che bolle verso i 200° alla pressione di 20 mm. di mercurio. Saponificato con alcoolato sodico dette acido benzoico e l'acido $C^8H^{12}O^5$, caratterizzato dal sale di calcio.

« Analisi :

	trovato		calcolato per $C^{17}H^{20}O^6$
C	63,48	C	63.75
H	7,16	H	6,25.

« Il derivato acetilico $C^6H^9(OC^2H^3O)\left\langle\begin{matrix}CO^2CH^3\\CO^2CH^3\end{matrix}\right.$ si ottiene facendo bollire a ricadere l'etere metilico con un eccesso di anidride acetica ed acetato sodico fuso. È un liquido oleoso, di odore un po' pungente, che distilla a 165°-166°, alla pressione di 22 mm. di mercurio.

« Analisi :

	trovato		calcolato per $C^{12}H^{18}O^6$
C	55,58	C	55,81
H	7,47	H	7,47.

Questo derivato saponificato con alcoolato ridà acido acetico e l'acido $C^8H^{12}O^5$.

Riduzione coll'acido jodidrico.

« Per effettuare questa riduzione si adoperò acido jodidrico bollente a 127° e si fece bollire a ricadere l'acido $C^8H^{12}O^5$ con un leggero eccesso di detta soluzione ed un po' di fosforo rosso.

« Si ottennero due acidi, uno rappresentato dalla formola $C^8H^{12}O^4$, l'altro

dalla formola $C^8H^{14}O^4$, che si separarono mediante il sale di calcio. Il sale $C^8H^{12}O^4Ca$ è quasi insolubile nell'acqua bollente, mentre si discioglie a freddo.

« Per la separazione non si ha da far altro, che saturare esattamente la miscela dei due acidi, separati dall'acido jodidrico mediante estrazione con etere, con idrato sodico, e la soluzione dei sali sodici si fa bollire con soluzione al 30 °/₀ di cloruro di calcio. Coll'ebollizione si deposita in piccoli cristalli tabulari, bianchi, microscopici, il sale $C^8H^{12}O^4Ca, 2^1/_2H^2O$.

« Analisi :

	trovato		calcolato
H^2O	16,83-18,07	H^2O	17,50
Ca	18,76-18,78	Ca (sul secco)	18,86

« L'acido libero $C^8H^{14}O^4$ cristallizza dall'acqua riscaldata a 80° in bei cristalli prismatici, bianchi, duri; se l'acido si discioglie nell'acqua bollente, esso si deposita dapprima oleoso e dopo col raffreddamento si concreta in una massa cristallina. Fonde a 88°-89°, è molto solubile nell'etere acetico e nell'acqua a caldo, meno in detti veicoli freddi; poco solubile nel benzolo, quasi insolubile nel solfuro di carbonio e negli eteri di petrolio (50°-60°).

« Analisi :

	trovato		calcolato
C	54,95-54,73	C	55,17
H	8,3-8,37	H	8,04.

« La sua composizione è quella di un' acido dimetiladipico, ma le sue proprietà non coincidono con quelle dell'acido α_1—α_2 dimetiladipico di N. Zelinsky (1) ripreparato recentemente da I. Kitzing (2). Sono occupato a tentare la sintesi di un isomero di quest'acido adipico dimetilato, avente i due metili attaccati allo stesso atomo di carbonio α per confrontarlo col mio, e spero fra breve presentare i risultati della ricerca.

« Le acque, dalle quali s'è separato il sale di calcio coll'ebollizione, decomposte con acido cloridrico ed estratte con etere, danno un acido che si ha facilmente puro cristallizzandolo diverse volte da una miscela di etere acetico, benzolo ed eteri di petrolio (50°-60°).

« Questo nuovo acido cristallizza in bei prismi appiattiti, poco solubili nell'acqua fredda, di più nella calda, solubile nell'alcool e nell'etere, poco nel benzolo freddo e negli eteri di petrolio. Fonde senza decomporsi alla temperatura corretta di 163°-164°.

« Analisi :

	trovato		calcolato per $C^8H^{12}O^4$
C	55,46	C	55,81
H	7,23	H	6,97.

(1) Berl. Ber. 24, p. 3997.
(2) Berl. Ber. 27, p. 1578.

« La composizione ed il punto di fusione m'avevano fatto dapprima sospettare di avere tra le mani l'acido cis-esaidroisoftalico di Perkin (1), ma ho dovuto convincermi che esso non era quello supposto, perchè per ebollizione a ricadere col cloruro di acetile non dà l'anidride fusibile a 187°-189°, ma rimane inalterato.

« Se si ossida col permanganato potassico in soluzione alcalina ed a caldo l'acido $C^8H^{12}O^4$, una parte si distrugge dando acido ossalico, ed un'altra parte si ossida nell'acido $C^8H^{12}O^5$, caratterizzato mediante l'analisi e le proprietà del sale di calcio.

« Lo studio di questi due acidi verrà continuato per discutere la costituzione dell'acido canforico dal quale derivano ».

Morfologia vegetale. — *Sulla germinazione e sulla struttura della piantina della Keteleeria Fortunei* (Murr.) Carr. Nota del Corrispondente R. Pirotta.

« Nel 1887 io facevo conoscere l'infiorescenza maschile di questa interessante Conifera, rilevando l'importanza della struttura morfologica della infiorescenza medesima a favore del distacco di questa pianta dai generi *Abies, Pinus* e *Pseudotsuga,* nei quali era stata collocata rispettivamente dal Murray, dal Parlatore e dal Bertrand, ed a favore della istituzione per essa di un genere a parte, *Keteleeria,* fondato dal Carrière.

« Più tardi, nel 1890, io esponevo sommariamente i risultati delle mie ricerche sulla struttura del corpo vegetativo (radice, caule, foglia) della stessa pianta adulta, mettendo in rilievo i caratteri anatomici e istologici speciali, che essa offriva, e che ancora corroboravano l'opinione della validità del genere *Keteleeria.*

« Colla presente Nota faccio ora conoscere, pure sommariamente, la maniera con cui si compie la germinazione del seme nella *Keteleeria,* e la struttura morfologica e anatomica della piantina che ne proviene, contribuendo ancora a far sempre maggiormente spiccare i caratteri differenziali di questa pianta dalle altre Abietinee, colle quali si colloca.

« *Seme* (1). — Il seme somiglia molto a quello dei Pini, degli Abeti ecc. E nel complesso irregolarmente obovato, lungo da 10-15 mm., e fornito nel suo terzo superiore di un'ampia ala membranosa, consistente, lunga da 20 a 25 mm., larga circa 15 mm., di color bruno chiaro, diritta da un lato,

(1) Chem. Soc. 1891 I, 798.

(1) Debbo alla squisita cortesia dei signori fratelli Rovelli, egregi e noti orticoltori di Pallanza, e della Direzione dell'Orto Botanico di Firenze, il materiale occorrente alle mie ricerche.

curva nel resto, a margine intero. L'endosperma è abbondantissimo; l'embrione è fornito di due cotiledoni, lineari, lunghi, simili alle foglie normali.

« *Germinazione.* — Messo nelle condizioni favorevoli per la germinazione, disteso sopra il suolo orizzontalmente o coperto dal terreno, il seme gonfia considerevolmente e perde ben presto per decomposizione la sua ala. La radichetta coll'asse ipocotile breve ma grosso esce dal micropilo e si curva geotropicamente in basso, penetrando nel suolo, dove si allunga verticalmente in un distinto fittone.

« I cotiledoni non escono dalla buccia del seme, ma vi stanno racchiusi, avvolti dall'endosperma, finchè quest'ultimo è stato in parte riassorbito, e si decompogono soltanto dopo che la piantina è completamente sviluppata. I due cotiledoni però allungano considerevolmente la loro base di inserzione, a guisa di piccioli, che si curvano pure in basso, mentre il seme rimane sdraiato sul suolo. Poi la piumetta o asse epicotileo sporge tra i piccioli cotiledonari e rapidamènte cresce verticale verso l'alto.

« La radice primaria ha lo spessore di circa un mm. verso la base e all'epoca del completo sviluppo della piantina, che si si fa in tempo relativamente breve. È alla superficie di color bruno sempre più intenso verso la base del fusticino; produce prestissimo le prime radici laterali.

« I piccioli cotiledonari esterni al seme sono pure bruni, lunghi circa 10 mm., grossi un mezzo mm. circa.

« Il caulicino epicotileo, a causa dell'allungamento della base dei cotiledoni, si svolge lontano circa un centimetro dal seme, è eretto, cilindrico, alto a completo sviluppo circa 4½-5 centim., verde bruniccio in basso, dove è più grosso, verde in alto. Nella porzione inferiore, per un tratto di un centimetro è nudo, poi per circa due centimetri porta da otto a dieci catafilli brevi, piccoli, squamiformi, sessili, appressati al caule, ovato-acuminati, bruno-rossicci in basso, poi mano mano coloriti in verde, sparsi e con disposizione non molto regolare, talora avvicinati due a due.

« Ad essi seguono i nomofilli, dei quali i primi due sono brevi (misurano circa 5 mm. in lunghezza), appena divergenti dal caule, e formano evidentemente passaggio alle vere foglie normali, alle quali del resto sono simili per colore e per forma. Queste sono in numero di 14 a 16, più lunghe quelle di mezzo per posizione (fino a 28 mm.), sparse, ad internodî relativamente brevi ma ben distinti, distese in direzione leggermente obliqua verso l'alto. Misurano 2-3 mm. in larghezza, sono piuttosto rigide, lineari-piane, un po' ristrette verso la base, dove presentano un piccolo rigonfiamento o cuscinetto, intere nel margine, acute o mucronate all'apice, colla nervatura mediana sporgente specie nella faccia superiore, di color verde chiaro superiormente con una larga striscia glauca ai lati della nervatura mediana inferiormente.

« L'apice del fusto, a completo sviluppo della piantina, termina con una

piccola gemma ricoperta di squammettine verdicce, terminate in punta breve come i catafilli.

« *Struttura.* — La struttura dei *cotiledoni*, per quanto ho potuto conoscere dallo studio di materiale avariato, è assai semplice. In un taglio trasversale la sezione si presenta ovale nel complesso, convessa nel lato superiore, un po' concava nell'inferiore. L'epidermide è ben distinta, gli stomi mancano; il mesofillo è omogeneo e fatto di grandi cellule; manca l'ipoderma, mancano i canali resiniferi; il fascio vascolare è poco differenziato, però già distinto dal lato dello xilema in due lobi.

« La struttura delle *foglie normali* della piantina presenta i gradi di passaggio da quella poco più complicata dei cotiledoni, data dalle brevi foglie inferiori, a quella ben differenziata e simile alla struttura delle foglie adulte, date dalle foglie mediane più grandi.

« Verso la metà della sua lunghezza una di queste foglie offre la seguente struttura. La sezione trasversale ha forma di un ovale molto lungo, convesso verso la metà tanto nella faccia superiore, che nella inferiore. L'epidermide manifesta è a cellule con parete ispessita fortemente su tutto il contorno ma più verso l'esterno. Si riscontra un ipoderma uniseriato in corrispondenza della sporgenza del nervo mediano tanto dal lato superiore che dall'inferiore, nel quale ultimo è spesso raddoppiato. Gli stomi occupano, da ciascun lato della zona ipodermica inferiore, quindi della sporgenza della nervatura mediana, un largo tratto, disposti in tre serie longitudinali abbastanza slontanate l'una dall'altra. Il mesofillo è differenziato, essendo la struttura nettamente dorsoventrale. Il tessuto a palizzate forma dal lato superiore una zona interrotta nel mezzo dall'ipoderma superiore, e che si estende ai lati di questo fin verso il margine della foglia, cioè fino in vicinanza dei canali resiniferi. È biseriato, a cellule esterne più lunghe che larghe nel senso radiale, rettangolari in sezione trasversale, talora ramificate come nei Pini; la seconda di cellule più corte in serie regolare. Il palizzata occupa 1/6-1/5 della sezione totale; il resto del diachima è costituito da un parenchima a cellule irregolari verso il margine e la faccia inferiore, allungate verso il mezzo dove si dispongono in giro alla serie delle cellule della guaina vascolare.

« I canali resiniferi stanno presso il margine e contro l'epidermide inferiore avvolti dal loro ipoderma.

« Il fascio è ben differenziato, grosso coll'ampia porzione legnosa divisa incompletamente in due masse, ed è limitato da una distinta guaina vascolare a grandi cellule circolari in sezione trasversale.

« La sezione trasversale della *radice primaria* verso l'apice vegetativo ci mostra sotto l'epiblema un ampio parenchima corticale di circa sei serie di cellule a sezione circolare, elittica o poligonale, delle quali più grandi quelle delle due serie mediane. L'endodermide è distinta, il periciclo è fatto

di 3-4 serie di cellule, i raggi vascolari sono tre o quattro e non giungono ad incontrarsi al centro della radice, ma lasciano un midollo relativamente ampio, nel mezzo del quale sta un largo canale resinifero assile.

« La sezione trasversale dell'*asse epicotileo* poco sopra l'inserzione dei cotiledoni è a contorno ondulato. All'epidermide semplice a pareti cuticolarizzate fa seguito un parenchima corticale distinto in una porzione esterna di circa tre serie di cellule, un po' schiacciate, scolorite, ed in una porzione interna ampia a cellule ricche di contenuto, nella quale, e più verso la periferia, stanno dei canali resiniferi disposti in una serie unica interrotta. Il legno secondario già molto abbondante a completo sviluppo della piantina è senza canali resiniferi. Il midollo è ampio e pure senza canali resiniferi.

« Il modo di comportarsi della *Keteleeria* nella germinazione del seme mostra che essa è a tipo ipogeo. Ora, per quanto è noto, le *Conifere* nella grande maggioranza e le *Abietinee* tutte sono a germinazione epigea, cioè i cotiledoni escono dalla buccia del seme più o meno presto e formano sulla piantina il primo verticillo fogliare, a distanza più o meno considerevole dal livello del suolo. Così pure sono a germinazione epigea le *Gnetacee*, cioè le *Gimnosperme* più evolute; sono invece a germinazione ipogea le *Cicadacee*, cioè le meno evolute e le più antiche delle *Gimnosperme*. E fra le *Conifere* sono precisamente quelle che sono più affini alle *Cicadacee* e più antiche (*Gingko*, *Podocarpus*) quelle che presentano germinazione ipogea.

« Questo carattere pertanto riscontrato nella *Keteleeria Fortunei* (e che pare si riscontri in un'altra pianta che il Masters ascrive al genere *Keteleeria* benchè non se ne conoscano i fiori maschili, l'*Abies Davidiana*) ha dunque valore e importanza di carattere ancestrale. Tanto più sono indotto ad ammetterlo, perchè le *Gimnosperme* a germinazione ipogea presentano due altri caratteri comuni, e cioè i seguenti. L'epicotile porta in basso un numero più o meno considerevole di catafilli i quali in modo più o meno rapido passano ai nomofilli e questi ultimi sono già nella piantina simili per forma, dimensione, inserzione, disposizione e struttura a quella della forma adulta.

« In secondo luogo è importante la costanza nel numero dei cotiledoni. Mentre questo numero in tutte le Abietinee, secondo Lubbock, è superiore a due, nella *Keteleeria Fortunei* (ed anche nella *K.? Davidiana* secondo Masters) sono due, come sono due in tutte le altre Conifere ipogee.

« La *Keteleeria* pertanto e per i caratteri morfologici e per il modo di germinazione è un tipo di Conifere, che si appalesa molto antico, e che da una parte si collega colle Abietinee vere, dall'altra se ne scosta per avvicinarsi a forme più antiche a germinazione ipogea ».

Meccanica. — *Sulle equazioni dell'elasticità negli iperspazii.* Nota di E. Cesàro, presentata dal Socio Beltrami.

« I calcoli accennati dal prof. Beltrami nella Memoria *Sulle equazioni generali dell'elasticità* [1] si possono eseguire con una certa speditezza, non priva di eleganza, anche per uno spazio curvo a quante si vogliano dimensioni, facendo uso della segnatura da noi adoperata nella Nota sulle *Formole di Codazzi negli iperspazii* [2]. Prima osserviamo che i coefficienti di allungamento sono dati dalle formole

$$\theta_i = \frac{\partial u_i}{\partial s_i} + \sum g_{ij} u_j ,$$

in cui le u_i sono le componenti dello spostamento, e le g_{ij} sono quelle che nella predetta Nota abbiamo chiamate le *curvature geodetiche* dello spazio. La loro espressione è, per $i \gtrless j$,

$$g_{ij} = \frac{1}{Q_i Q_j} \frac{\partial Q_i}{\partial q_j} , \tag{1}$$

in un sistema qualunque di coordinate curvilinee ortogonali. Per $i = j$ converrà supporre $g_{ij} = 0$. La dilatazione unitaria è

$$\Theta = \sum \theta_i = \sum \left(\frac{\partial}{\partial s_i} + g_i \right) u_i ,$$

rappresentando con g_i la somma di tutte le g, che hanno il secondo indice uguale ad i. Avremo inoltre da considerare i mutui scorrimenti ω_{ij} degli elementi lineari coordinati, e le doppie componenti ϑ_{ij} della rotazione del mezzo. Le loro espressioni si ricavano dalle formole

$$\frac{1}{2}(\omega_{ij} + \vartheta_{ij}) = \frac{\partial u_i}{\partial s_j} - g_{ji} u_j , \quad \frac{1}{2}(\omega_{ij} - \vartheta_{ij}) = \frac{\partial u_j}{\partial s_i} - g_{ij} u_i , \tag{2}$$

che si riducono in sostanza ad una sola se si osserva che

$$\omega_{ij} = \omega_{ji} \quad , \quad \vartheta_{ij} = -\vartheta_{ji} .$$

Tutte queste formole si potrebbero dimostrare assai semplicemente supponendole stabilite prima in uno spazio lineare, ed applicando poi i metodi *intrinseci* a misurare gli effetti della curvatura dello spazio. Così, per esempio, per trovare le espressioni delle ϑ, che ordinariamente si ottengono con una trasformazione d'integrali multipli, basta immaginare una particella come immersa in uno spazio lineare con una dimensione di più, e calcolare la ro-

(1) Annali di matematica, 1881.
(2) Rend. dell'Acc. di Napoli, 12 Maggio 1894

tazione della normale alla particella, nel moto rigido di questa, mercè le formole fondamentali della Geometria intrinseca degli iperspazii. A questa sola rotazione si debbono, nelle espressioni delle ϑ, le parti lineari nelle u.

« Ciò premesso, quando si assume

$$-\frac{1}{2}(A\Theta^2 + B\sum \vartheta_{ij}^2) \tag{3}$$

come sola parte efficace del potenziale per la formazione delle equazioni indefinite, si perviene, col solito procedimento, alle equazioni

$$X_i + A\frac{\partial\Theta}{\partial s_i} + B\sum\left(\frac{\partial}{\partial s_j} + \mathfrak{g}_j - \mathfrak{g}_{ij}\right)\vartheta_{ij} + 2Ba_i = 0\,, \tag{4}$$

prive, nel primo membro, dell'ultimo termine. È questo termine che bisogna calcolare affinchè le (4) siano, a prescindere dalla variazione delle costanti d'isotropia, le equazioni generali dell'elasticità dei mezzi isotropi in qualsiasi spazio o iperspazio curvo. Intanto, seguendo il processo tenuto dal prof. Beltrami per trovare le formole (4) della sua Memoria, si ottengono, invece delle nostre (4), le equazioni

$$X_i = \left(\frac{\partial}{\partial s_i} + \mathfrak{g}_i\right)\Theta_i - \sum \mathfrak{g}_{ji}\,\Theta_j + \sum^{(i)}\left(\frac{\partial}{\partial s_j} + \mathfrak{g}_j + \mathfrak{g}_{ij}\right)\Omega_{ij}\,, \tag{5}$$

nelle quali le Θ_i e le Ω_{ij} sono le tensioni degli elementi (lineari e superficiali) coordinati. L'indice i posto all'ultimo segno sommatorio serve a ricordare che bisogna escludere dalla corrispondente somma il termine definito dal valore i di j. Le formole (5) sono indipendenti dalla natura geometrica dello spazio come dalla costituzione fisica del mezzo. Quando questa si particolarizza introducendo l'ipotesi dell'isotropia, si ha

$$\Theta_i = -(A-2B)\,\Theta - 2B\,\theta_i \quad , \quad \Omega_{ij} = -B\omega_{ij}\,,$$

e le equazioni (5) diventano

$$X_i + A\frac{\partial\Theta}{\partial s_i} - 2B\frac{\partial}{\partial s_i}\sum^{(i)}\theta_j + 2B\sum \mathfrak{g}_{ji}(\theta_i - \theta_j) + B\sum^{(i)}\left(\frac{\partial}{\partial s_j} + \mathfrak{g}_j + \mathfrak{g}_{ij}\right)\omega_{ij} = 0.$$

Ora il paragone con (4) dà subito, osservando le (2),

$$a_i = -\frac{\partial}{\partial s_i}\sum^{(i)}\theta_j + \sum \mathfrak{g}_{ji}(\theta_i - \theta_j)$$

$$+ \sum^{(i)}\left(\frac{\partial}{\partial s_j} + \mathfrak{g}_j\right)\left(\frac{\partial u_j}{\partial s_i} - \mathfrak{g}_{ij}\,u_i\right) + \sum \mathfrak{g}_{ij}\left(\frac{\partial u_i}{\partial s_j} - \mathfrak{g}_{ji}\,u_j\right). \tag{6}$$

Intanto

$$\frac{\partial}{\partial s_i}\sum^{(i)}\theta_j = \sum^{(i)}\frac{\partial^2 u_j}{\partial s_j\,\partial s_i} + \frac{\partial}{\partial s_i}\sum\left(\mathfrak{g}_j - \mathfrak{g}_{ij}\right)u_j\,.$$

D'altra parte, in virtù della nota condizione d'integrabilità

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_i} + \mathfrak{g}_{ji}\right)\frac{\partial}{\partial s_j} = \left(\frac{\partial}{\partial s_j} + \mathfrak{g}_{ij}\right)\frac{\partial}{\partial s_i}\,,$$

si ha pure

$$\sum^{(i)} \frac{\partial^2 u_j}{\partial s_j \partial s_i} = \sum^{(i)} \left(\frac{\partial}{\partial s_j} + \mathcal{G}_j\right) \frac{\partial u_j}{\partial s_i}$$

$$+ \mathcal{G}_i \frac{\partial u_i}{\partial s_i} - \sum \mathcal{G}_{ji} \frac{\partial u_j}{\partial s_j} - \sum (\mathcal{G}_j - \mathcal{G}_{ij}) \frac{\partial u_j}{\partial s_i} .$$

Quindi

$$\frac{\partial}{\partial s_i} \sum^{(i)} \theta_j = \sum^{(i)} \left(\frac{\partial}{\partial s_j} + \mathcal{G}_j\right) \frac{\partial u_j}{\partial s_i}$$

$$+ \mathcal{G}_i \frac{\partial u_i}{\partial s_i} - \sum \mathcal{G}_{ji} \frac{\partial u_i}{\partial s_j} + \sum u_j \frac{\partial}{\partial s_i} (\mathcal{G}_j - \mathcal{G}_{ij}) .$$

Poi, sostituendo in (6),

$$a_i = \mathcal{G}_i \left(\theta_i - \frac{\partial u_i}{\partial s_i}\right) - \sum \mathcal{G}_{ji} \left(\theta_j - \frac{\partial u_j}{\partial s_j}\right)$$

$$- u_i \sum \left(\frac{\partial \mathcal{G}_{ij}}{\partial s_j} + \mathcal{G}_j \mathcal{G}_{ij}\right) - \sum \left(\frac{\partial}{\partial s_i} (\mathcal{G}_j - \mathcal{G}_{ij}) + \mathcal{G}_{ij} \mathcal{G}_{ji}\right) u_j .$$

Così è dimostrato che a_i è una forma lineare delle u:

$$a_i = \sum a_{ij} u_j$$

Raccogliendo i termini che moltiplicano u_j si ottiene

$$a_{ij} = (\mathcal{G}_i - \mathcal{G}_{ji}) \mathcal{G}_{ij} - \frac{\partial}{\partial s_i} (\mathcal{G}_j - \mathcal{G}_{ij}) - \sum \mathcal{G}_{ki} \mathcal{G}_{kj} \tag{7}$$

per $i \gtrless j$. Invece

$$a_{ii} = -\frac{\partial \mathcal{G}_i}{\partial s_i} - \sum \left(\frac{\partial \mathcal{G}_{ij}}{\partial s_j} + \mathcal{G}_j \mathcal{G}_{ij} + \mathcal{G}_{ij}^2\right) . \tag{8}$$

La formola (1) permetterebbe ora di esprimere i coefficienti a mediante le funzioni Q; ma è più conveniente introdurre le *curvature normali* $\mathfrak{N}$ e le *torsioni geodetiche* $\mathfrak{T}$, tenendo presenti i gruppi (γ) e (δ) delle formole generali di Codazzi, dimostrate nel citato lavoro. La formola (8) si può scrivere nel seguente modo:

$$a_{ii} = -\sum \left(\frac{\partial \mathcal{G}_{ij}}{\partial s_j} + \frac{\partial \mathcal{G}_{ji}}{\partial s_i} + \mathcal{G}_{ji}^2 + \mathcal{G}_{ij}^2\right) - \sum (\mathcal{G}_j - \mathcal{G}_{ij}) \mathcal{G}_{ij} .$$

La seconda somma è uguale a

$$\sum_j \sum_k^{(i)} \mathcal{G}_{kj} \mathcal{G}_{ij} = \sum_k^{(i)} \sum_j \mathcal{G}_{kj} \mathcal{G}_{ij} = \sum_j^{(i)} \sum_k \mathcal{G}_{ik} \mathcal{G}_{jk} .$$

Dunque

$$a_{ii} = -\sum^{(i)} \left(\frac{\partial \mathcal{G}_{ij}}{\partial s_j} + \frac{\partial \mathcal{G}_{ji}}{\partial s_i} + \mathcal{G}_{ji}^2 + \mathcal{G}_{ij}^2 + \sum \mathcal{G}_{ik} \mathcal{G}_{jk}\right) ,$$

ovvero, per le (γ),

$$a_{ii} = \sum (\mathfrak{N}_i \mathfrak{N}_j - \mathfrak{G}_{ij}^2) , \qquad (9)$$

senza escludere esplicitamente alcun valore di j, purchè $\mathfrak{G}_{ii}$ si consideri come uguale a $-\mathfrak{N}_i$. Similmente alle (7) si può dare la forma

$$a_{ij} = \mathcal{G}_{ij} \sum^{(j)} \mathcal{G}_{ki} - \frac{\partial}{\partial s_i} \sum^{(i)} \mathcal{G}_{kj} - \sum \mathcal{G}_{ki} \mathcal{G}_{kj}$$
$$= - \sum^{(i,j)} \left(\frac{\partial \mathcal{G}_{kj}}{\partial s_i} + (\mathcal{G}_{kj} - \mathcal{G}_{ij}) \mathcal{G}_{kj} \right) ,$$

cioè, in virtù delle (δ),

$$a_{ij} = - \sum (\mathfrak{N}_k \mathfrak{G}_{ij} + \mathfrak{G}_{ik} \mathfrak{G}_{jk}) \ . \qquad (10)$$

Questa formola mostra che $a_{ij} = a_{ji}$. Si è dunque condotti a considerare la forma quadratica

$$U = \frac{1}{2} \sum a_{ij} u_i u_j , \qquad (11)$$

le cui derivate parziali prime sono appunto le a_i. Per esempio, nel caso d'uno spazio a due dimensioni, si ha, chiamando α la curvatura totale,

$$a_{11} = a_{22} = \mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2 - \mathfrak{G}^2 = \alpha , \quad a_{12} = 0 ;$$

quindi $U = \frac{\alpha}{2} (u_1^2 + u_2^2)$, e le equazioni (4) diventano

$$\begin{cases} X_1 + A \dfrac{\partial \Theta}{\partial s_1} - B \dfrac{\partial \vartheta}{\partial s_2} + 2B \alpha u_1 = 0 , \\ X_2 + A \dfrac{\partial \Theta}{\partial s_2} + B \dfrac{\partial \vartheta}{\partial s_1} + 2B \alpha u_2 = 0 . \end{cases}$$

Esse restano inalterate nelle deformazioni della superficie, supposta flessibile ma inestendibile.

« Alle equazioni (4) saremmo egualmente pervenuti assumendo come parte efficace del potenziale l'espressione (3) aumentata di 2BU. Ciò si può esprimere dicendo che la curvatura dello spazio produce una *perdita di energia* elastica, come se una parte di questa energia venisse spesa dal corpo a vincere le difficoltà che incontra per deformarsi in uno spazio non lineare. Può tuttavia accadere che sia $U < 0$, ed allora l'energia elastica è invece più intensa di quella che si avrebbe in uno spazio lineare, come se la forma dello spazio fosse tale da agevolare piuttostochè contrariare le deformazioni elastiche. In altri termini, se immaginiamo lo spazio irrigidito nella sua essenza geometrica, e d'altra parte supponiamo la materia dotata d'una specie d'*inerzia*, in virtù della quale essa tenda sempre a deformarsi come se si trovasse in uno spazio lineare, possiamo dire che contro tale tendenza reagisce lo spazio con forze che ammettono il potenziale 2BU.

« Notevoli fra gli spazii che favoriscono le deformazioni elastiche sono quelli che hanno nulla la prima curvatura media. Solo in tali spazii può esistere un *sistema assintotico* ortogonale. Assumendo questo come sistema di riferimento, sono nulle tutte le curvature $\mathfrak{N}$, e dalle formole (9) e (10) si ha

$$a_{ij} = -\sum \mathfrak{T}_{ik} \mathfrak{T}_{jk} \ ,$$

quindi

$$U = -\frac{1}{2} \sum (\mathfrak{T}_{1k} u_1 + \mathfrak{T}_{2k} u_2 + \mathfrak{T}_{3k} u_3 + \ldots .)^2 \ .$$

« Abbiamo visto che, sopra una superficie, la perdita di energia è proporzionale al quadrato dello spostamento ed alla curvatura totale della superficie nel punto che si considera. Per uno spazio qualunque avviene qualche cosa di analogo. Immaginiamo infatti che lo spazio sia riferito al suo *sistema di curvatura*. Sono allora nulle tutte le torsioni $\mathfrak{T}$, e dalle (10) si ha $a_{ij} = 0$. Dalle (9) si vede che a_{ii} è la somma delle curvature totali di tutte le superficie coordinate che contengono la linea q_i. Ora, rappresentando con u_{ij} la projezione dello spostamento sulla superficie $q_i q_j$, e con α_{ij} la curvatura totale di questa, l'eguaglianza (11) diventa

$$U = \frac{1}{2} \sum \alpha_{ij} u_{ij}^2 \ .$$

La perdita di energia elastica in uno spazio ad n dimensioni è dunque uguale alla somma delle perdite dovute alle $\frac{1}{2} n(n-1)$ superficie di curvatura ».

Elettricità. — *Sul ritardo della polarizzazione nei dielettrici* (1). Nota di Riccardo Arnò, presentata dal Socio G. Ferraris.

« Ewing e Miss Klaassen (2) hanno dimostrato: 1° che il lavoro w consumato per l' isteresi magnetica nel ferro si può rappresentare, in funzione dell' induzione magnetica b, per mezzo di una relazione della forma

$$w = kb^{\varepsilon},$$

ove ε e k hanno valori che variano col variare dei limiti di b; 2° che le variazioni dell'esponente ε corrispondono ai passaggi dall'uno all'altro dei successivi stati nel processo della magnetizzazione, e che precisamente i valori relativamente elevati di ε corrispondono agli stati iniziale e finale, ove la permeabilità magnetica è piccola, mentre in corrispondenza degli stati inter-

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano in Torino.

(2) *The Electrician* 13 aprile 1894, p. 668: *Magnetic qualities of iron.*

medî, ove è maggiore la permeabilità magnetica, i valori di ε diventano notevolmente più piccoli [1].

« D'altra parte, da una serie di esperienze, i cui risultati sono esposti in alcune Note precedenti [2], io fui condotto a stabilire: 1° che in un cilindro dielettrico, collocato in un campo elettrico rotante, avviene una dissipazione di energia, poichè il cilindro si trova soggetto ad una coppia che tende a farlo rotare nella direzione del campo stesso; 2° che la relazione tra l'energia dissipata W nel cilindro dielettrico e l' induzione elettrostatica B, in un punto qualunque del campo rotante, è della forma

$$W = KB^{x},$$

ove x e K hanno valori che variano col variare dei limiti di B; 3° che per la carta paraffinata l'esponente di B, nella relazione tra W e B, è rispettivamente uguale a 1,83; 1,65; 1,90, secondo che i valori di B, con cui si sperimenta, sono compresi fra 0,06 e 0,17; 0,95 e 2,65; 9,90 e 14,58 unità elettrostatiche C. G. S.

« Questi risultati, posti a confronto con quelli delle esperienze di Ewing e Miss Klaassen sulle proprietà magnetiche del ferro, pongono in chiaro l'analogia che sembra sussistere fra la legge dell' isteresi magnetica nei corpi magnetici e la legge del fenomeno che sto studiando nei corpi dielettrici, e fanno prevedere: 1° che il fenomeno della rotazione di un cilindro dielettrico in un campo elettrico rotante sia dovuto ad un ritardo con cui la polarizzazione del dielettrico segue la rotazione del campo elettrico, precisamente come in un campo magnetico rotante un cilindro di ferro, sezionato per modo che in esso non si possono produrre correnti di Foucault, si pone in rotazione in grazia del ritardo col quale la magnetizzazione del ferro segue la rotazione del campo magnetico; 2° che i valori dell'esponente x, nella relazione tra W e B, abbiano a corrispondere a stati diversi nel processo della polarizzazione e che, analogamente a quanto succede nella magnetizzazione dei corpi magnetici, i valori di x relativamente più grandi abbiano a corrispondere agli stati iniziale e finale, e quelli relativamente più piccoli agli stati intermedî.

[1] Per il campione di ferro sperimentato e per valori di b compresi fra 200 e 500; 500 e 1.000; 1.000 e 2.000; 2.000 e 8.000; 8.000 e 14.000 unità elettromagnetiche C. G. S. è stato infatti trovato ε rispettivamente uguale a 1,9; 1.68; 1,55; 1,475; 1,70.

[2] Rendiconti, fascicoli del 16 ottobre 1892, p. 284; 30 aprile 1893, p. 341; 12 novembre 1893, p. 260; 18 marzo 1894, p. 272; 17 giugno 1894, p. 585: *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'isteresi etettrostatica. — Sulla dissipazione di energia in un campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica. — Ricerche quantitative sulla dissipazione di energia nei corpi dielettrici in un campo elettrico rotante. — Esperienza con un sistema di condensatori a coibente mobile. — Sulla legge della dissipazione di energia nei dielettrici sotto l'azione di campi elettrici di debole intensità.*

« Una serie di nuove ricerche, i cui risultati sono riassunti in questa Nota, confermano tali previsioni.

« Gli apparecchi usati ed il cilindro dielettrico sperimentato sono quelli stessi che servirono alle ricerche, i cui risultati sono esposti nell'ultima delle mie Note sovracitate. La frequenza della corrente alternativa era uguale a 40. La distanza fra le lastre, racchiudenti lo spazio in cui si generava il campo elettrico rotante, era di 4,4 cm. e la distanza dello specchio dalla scala di 2660 mm. Il cilindro dielettrico sperimentato era di carta paraffinata, aveva l'altezza di 26 mm., il diametro esterno di 30 mm., la grossezza di 1 mm., ed il peso di 2,011 grammi.

« In tali condizioni ed in corrispondenza di settanta valori diversi dell' induzione elettrostatica B, compresi fra 0,030 e 5,30 unità elettrostatiche C. G. S. [1], si eseguirono altrettante esperienze, le quali vanno raggruppate a dieci a dieci in sette serie di esperimenti, ciascuna delle quali si riferisce ad una determinata sensibilità dell'apparecchio. Ad ottenere poi, per ognuna di tali serie di esperimenti, lo stesso peso nelle misure, ho disposto, per mezzo di trasformatori di conveniente rapporto di trasformazione, le cose in guisa che il valore dell' induzione elettrostatica in unità elettrostatiche C. G. S. si avesse a dedurre, in ogni esperimento, della misura, fatta per mezzo di un voltometro di Cardew, di una differenza di potenziale sempre compresa fra gli stessi limiti (40 e 112 volt.).

« Nelle prime colonne della seguente tabella sono indicati i risultati dei miei esperimenti, per ciascuno dei quali sono registrate, rispettivamente nella seconda, terza e quarta colonna, la differenza di potenziale alternativa efficace V indicata dal voltometro, l' induzione elettrostatica B e la lettura d fatta col canocchiale. Quest'ultima, a cui è proporzionale il lavoro W in erg fatto dalle forze elettriche deviatrici nell'unità di tempo, si riferisce, a seconda dei limiti di B fra cui si è sperimentato, a sette sensibilità diverse dello strumento, ottenute col variare sia il peso P sostenuto dalla sospensione bifilare, sia la lunghezza della medesima, sia la distanza superiore a ed inferiore b fra i due fili costituenti la sospensione stessa [2].

(1) Per ottenere valori dell' induzione elettrostatica molto diversi fra di loro, ho adoperato, nei miei esperimenti, trasformatori con un rapporto di trasformazione rispettivamente da 1 a 2, 1 a 4, 1 a 18, 1 a 250.

(2) Nella tabella è indicata per ciascuna serie di esperienze, corrispondente ad una determinata sensibilità dell'apparecchio, la temperatura t con cui le esperienze stesse furono eseguite.

N°			V in volt.	B in unità elettrostatiche C. G. S.	d in mm. osservato	d in mm. calcolato	Δ	— %
	P = 5,575 gr.	1	40	0,030	11,7	11,30	+ 0,40	+ 3,4
	l = 31,5 cm.	2	48	0,036	16,1	15,79	+ 0,31	+ 1,9
	a = 0,075 cm.	3	56	0,042	20,3	20,99	— 0,69	— 3,4
	b = 0,075 cm.	4	64	0,048	26,1	26,84	— 0,74	— 2,8
I	t = 22° C.	5	72	0,054	32,6	33,33	— 0,73	— 2,2
	—	6	80	0,060	40	40,52	— 0,52	— 1,3
		7	88	0,066	48,5	48,22	+ 0,28	+ 0,6
	x = 1,843	8	96	0,072	57,2	56,65	+ 0,55	+ 1,0
		9	104	0,078	66	65,72	+ 0,28	+ 0,4
	K = 327,593	10	112	0,084	77	75,29	+ 1,71	+ 2,2
	P = 11,438 gr.	11	40	0,060	18	17,31	+ 0,69	+ 3,8
	l = 30,4 cm.	12	48	0,072	23,4	24,15	— 0,75	— 3,2
	a = 0,075 cm.	13	56	0,084	30,8	32,03	— 1,23	— 4,0
	b = 0,075 cm.	14	64	0,096	39,8	40,90	— 1,10	— 2,8
II	t = 20° C.	15	72	0,108	50	50,70	— 0,70	— 1,4
	—	16	80	0,120	61.2	61,55	— 0,35	— 0,6
		17	88	0,132	73,2	73,46	— 0,26	— 0,4
	x = 1,830	18	96	0,144	85,6	85,86	— 0,26	— 0,3
		19	104	0,156	100,4	99,50	+ 0,90	+ 0,9
	K = 287,240	20	112	0,168	113,2	113,87	— 0,67	— 0,6
	P = 11,438 gr.	21	40	0,120	18,4	17,38	+ 1,02	+ 5,5
	l = 30 cm.	22	48	0,144	25,2	24,58	+ 0,62	+ 2,5
	a = 0,15 cm.	23	56	0,168	31,6	32,97	— 1,37	— 4,3
	b = 0,15 cm.	24	64	0,192	39,6	42,52	— 2,92	— 7,4
III	t = 23° C.	25	72	0,216	50,4	53,18	— 2,68	— 5,5
	—	26	80	0,240	62,4	65,08	— 2,68	— 4,3
		27	88	0,264	73,8	78,24	— 4,44	— 6,0
	x = 1,905	28	96	0,288	86,8	92,03	— 5,23	— 6,0
		29	104	0,312	101	107,30	— 6,30	— 6,2
	K = 385,782	30	112	0,336	115	123,47	— 8,47	— 7,4
	P = 11,438 gr.	31	40	0,270	24	23,02	+ 0,98	+ 4,1
	l = 30 cm.	32	48	0,324	32	31,61	+ 0,39	+ 1,2
	a = 0,30 cm.	33	56	0,378	40	41,36	— 1,36	— 3,4
	b = 0,30 cm.	34	64	0,432	50	52,20	— 2,20	— 4,4
IV	t = 26° C.	35	72	0,486	63	64,06	— 1,06	— 1,7
	—	36	80	0,540	76	77,05	— 1,05	— 1,4
		37	88	0,594	91	90,83	+ 0,17	+ 0,2
	x = 1,743	38	96	0,648	106	105,80	+ 0,20	+ 0,2
		39	104	0,702	123	121,76	+ 1,24	+ 1,0
	K = 352,513	40	112	0,756	142	138,44	+ 3,56	+ 2,5
	P = 11,438 gr.	41	40	0,54	30	28,87	+ 1,13	+ 3,8
	l = 30 cm.	42	48	0,65	40	39,67	+ 0,33	+ 0,8
	a = 0,55 cm.	43	56	0,76	51	51,95	— 0,95	— 1,9
	b = 0,55 cm.	44	64	0,87	63	65,60	— 2,60	— 4,1
V	t = 26° C.	45	72	0,98	79	80,53	— 1,53	— 1,9
	—	46	80	1,09	97	96,90	+ 0,10	+ 0,1
		47	88	1,20	115	114,28	+ 0,72	+ 0,6
	x = 1,747	48	96	1,31	134	133,15	+ 0,85	+ 0,6
		49	104	1,42	155	153,29	+ 1,71	+ 1,1
	K = 445,096	50	112	1,53	177	174,34	+ 2,66	+ 1,5

N°			V in volt.	B in unità elettrostatiche C. G. S.	d in mm. osservato	d in mm. calcolato	Δ	= %
VI	P = 35,528 gr.	51	40	0,94	29	27,98	+ 1,02	+ 3,5
	l = 30 cm.	52	48	1,13	38	37,86	+ 0,14	+ 0,4
	a = 0,55 cm.	53	56	1,32	48	48,94	— 0,94	— 2,0
	b = 0,55 cm.	54	64	1,51	59	61,11	— 2,11	— 3,6
	t = 27° C.	55	72	1,70	73	74,28	— 1,28	— 1,8
	—	56	80	1,89	89	88,99	+ 0,41	+ 0,5
		57	88	2,08	105	103,65	+ 1,35	+ 1,3
	x = 1,663	58	96	2,27	121	119,89	+ 1,11	+ 0,9
		59	104	2,46	138	137,08	+ 0,92	+ 0,7
	K = 509,251	60	112	2,65	156	154,95	+ 1,05	+ 0.7
VII	P = 81,935 gr.	61	40	1,88	30	30,03	— 0,03	— 0,1
	l = 32 cm.	62	48	2,26	41,5	40,77	+ 0,73	+ 1,8
	a = 0,85 cm.	63	56	2,64	53	52,84	+ 0,16	+ 0 3
	b = 0,50 cm.	64	64	3,02	64,5	66,13	— 1,63	— 2,5
	t = 27° C.	65	72	3,40	80	80,57	— 0,57	— 0,7
	—	66	80	3,78	96	96,27	— 0,27	— 0,3
		67	88	4,16	112	112,82	— 0,82	— 0,7
	x = 1,681	68	96	4,54	130	130,69	— 0,69	— 0,5
		69	104	4,92	149	149,66	— 0,66	— 0,4
	K = 518,240	70	112	5,30	172	169,40	+ 2,60	+ 1,5

« Se in un sistema di due assi coordinati ortogonali si portano come ascisse i valori di log B e come ordinate i valori di log W, ricavati, per uno qualunque dei sette gruppi di esperimenti, dalla precedente tabella, si trovano punti, il luogo geometrico dei quali è, con sufficiente approssimazione, una linea retta. Ciò dimostra che i valori medesimi soddisfano ad una relazione della forma

$$W = KB^{x},$$

ove x e K sono, per ciascuna serie di esperimenti, delle costanti, le quali furono determinate col metodo dei minimi quadrati e registrate nella tabella precedente. A dette costanti corrispondono valori di W tali che per essi d assume i valori registrati nella quinta colonna della tabella. Le differenze Δ e le corrispondenti percentuali si trovano rispettivamente indicate nelle due ultime colonne della tabella stessa ».

Fisica. — *Intorno ad una modificazione della bilancia di Mohr e ad un semplice apparato per la misura del volume dei solidi* (1). Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio BLASERNA.

« *Modificazione della bilancia di Mohr.* Questa bilancia che con la sola pesata di un apposito corpo immerso in un liquido, dà immediatamente un valore abbastanza esatto della densità del liquido, richiede che la quantità di questo sia non troppo piccola, circa 100 cm^3., quindi talvolta assai maggiore di quella di cui si può disporre.

« Collo stesso strumento è possibile ottenere con una sola pesata ed immediatamente un valore altrettanto esatto della densità di un liquido di cui non si hanno che pochi centimetri cubi. Perciò basta usare il metodo della boccetta, applicando ad esso semplificazioni analoghe a quelle che nelle bilance di Mohr e di Reimann si trovano applicate al metodo della bilancia idrostatica.

« Si può cioè: 1°. Usare un contrappeso, preparato una volta per sempre, che faccia equilibrio alla boccetta vuota. 2°. Regolare la capacità della boccetta in modo che il peso dell'acqua in essa contenuta sia uguale all'unità di peso che si è adottata (che generalmente pesa 5 grammi), e così il numero di pesi che aggiunti al contrappeso suddetto fanno equilibrio alla boccetta piena d'un liquido sarà uguale alla densità del liquido. 3° Come nella bilancia di Mohr si potranno usare i pesi 1, 0,1, 0,01, 0,001 in forma di cavalletto, da collocarsi lungo i bracci della bilancia, diminuendo così il numero dei pesi e rendendo più rapido e comodo l'ottenimento dell'equilibrio; oppure come nell'areometro di Reimann si potranno collocare i pesi nel modo solito in un piatto appeso ad una estremità del giogo, per evitare gli errori provenienti dall'imperfetta mobilità dei cavalletti e dalla indeterminatezza del punto del giogo in cui essi sono applicati; oppure finalmente si potranno combinare i vantaggi dei due sistemi ed appendere i pesi maggiori 1, 0,5, 0,2, 0,1 all'estremità del giogo ed i pesi minori 0,1, 0,01, 0,001 lungo il giogo, poichè per questi ultimi le cause d'errore suddette sono senza dubbio del tutto trascurabili.

« Per l'uso di questo metodo, colla bilancia di Mohr non occorre che la boccetta di 5 cm^3 e il suo contrappeso, e solo nel caso che per maggior esattezza o per risparmiare liquido si usi una boccetta di 10 cm^3 o una di 1 cm^3, occorrerà altresì pei liquidi più densi dell'acqua un peso di 10 gr. o uno di 1 gr. rispettivamente, che si dovranno prendere per unità di peso.

(1) Gabinetto fisico della R. Università di Cagliari.

« Siccome la bilancia di Mohr di solito viene fornita dai costruttori con due piatti per le pesate ordinarie, e con un piattello con uncino per determinare la densità dei solidi col metodo idrostatico, l'aggiunta di una o più boccette servirebbe a completare, con poca spesa, la bilancia suddetta come strumento per la misura dei pesi e delle densità, e ad estenderne l'uso in anche ai casi cui si dispone di poca quantità di liquido.

« Con una boccetta da 10 grammi si potrebbe anche determinare con discreta esattezza il coefficiente di dilatazione dei liquidi; però è da notare che le variazioni di temperatura e l'azione dei bagni per il riscaldamento, esporrebbero la boccetta a variazioni di capacità e di peso che renderebbero necessaria una frequente verificazione di queste due quantità, e perciò sarebbe conveniente che per le dilatazioni si usasse una boccetta diversa da quella che serve per le densità.

« Queste boccette si possono costruire con molta facilità e senza molta perdita di tempo tirando alla lampada un tubo d'assaggio in modo che prenda la forma di dilatometro, avendo cura di lasciar ispessire molto le pareti nel punto che si riscalda, e di tirare leggermente in modo che il tratto capillare riesca corto p. es. 1 cm. e a pareti spesse e quindi poco fragile. Si prepara una volta per sempre un grosso filo d'ottone che faccia equilibrio al tubo e all'uncino che serve di sostegno, e si pesano nel tubo 5 cm^3 di mercurio, che servono per indicare il punto dove si deve scaldare il tubo (occorre scaldare in un punto 5 mm. circa al disopra della posizione del livello del mercurio, altrimenti il bulbo riesce troppo piccolo) e per verificare se il bulbo ha la capacità voluta. Scaldando il fondo del tubo finchè il vetro si rammollisce e soffiando o no si riesce ad aumentare o ridurre la capacità.

« Usando una boccetta in forma di dilatometro è comodo per riempirla, vuotarla, asciugarla ecc. far uso di un tubo o pipetta affilata a un capo in tubo capillare; però avviene spesso che questo si rompe dentro il tubo capillare della boccetta e vi rimane conficcato. Si può estrarlo facilmente col seguente artifizio.

« Si prende un filo metallico che entri molto comodamente nel frammento di tubo che si vuole estrarre, si ricopre l'estremità del filo di un sottile strato di ceralacca, si introduce questa estremità nel frammento, si scalda il tubo in modo che la ceralacca fonda e si lascia raffreddare senza muovere il filo. In tal modo la ceralacca serve di cemento fra il tubetto ed il filo, tirando questo vien fuori anche il tubetto.

« *Apparecchio per la misura del volume dei solidi.* Generalmente il volume dei solidi viene dedotto dalla determinazione coi noti metodi del peso d'un volume uguale di un liquido di nota densità. Questo metodo molto preciso è altresì comodo quando, come nelle determinazioni della densità, occorre conoscere il peso del solido; se invece ciò non è necessario, torna più comodo e spiccio di immergere il solido in un liquido e misurare l'aumento

apparente del volume di questo, oppure misurare il volume del liquido che bisogna togliere perchè il livello ritorni alla posizione di prima.

« La causa d'errore principale inerente a questo metodo si è che qualora il solido non sia riducibile in frammenti, occorre che il recipiente ove è contenuto il liquido sia piuttosto largo, quindi un piccolo errore nell'apprezzare la posizione del livello produce un errore non trascurabile nella misura del volume; l'uso di tappi o coperchi smerigliati terminanti in un tubo capillare non eliminano questa causa d'errore nel caso di recipienti piuttosto larghi. Un altro errore pure non trascurabile si ha nella possibile differenza della quantità di liquido che rimane aderente alle pareti e nel menisco prima e dopo l'immersione del solido.

« Credo che il seguente apparato elimini o riduca le suddette cause di errore meglio di moltissimi finora proposti; esso inoltre ha il vantaggio di poter essere facilmente e rapidamente composto, delle dimensioni che si ritengono più opportune, con recipienti d'uso comune nei Laboratori.

« Esso si compone d'un bicchiere di vetro A, ad orlo smerigliato, nel cui interno trovasi fissata stabilmente alle pareti, con ceralacca o altrimenti, una astina di vetro o di platino *a* ricurva all'insù, la cui estremità è affilata, distante dalle pareti 5 a 10 mm. e termina nel piano dell'orlo. Una buretta di Mohr B, munita alla parte superiore di un tubo di gomma, permette di lasciare effluire nel bicchiere o di aspirare dal medesimo un volume noto di liquido.

« Affinchè l'astina termini esattamente nel piano dell'orlo del bicchiere, la si fissa per es. con ceralacca press'a poco ad altezza conveniente, poscia, mentre il mastice adoperato è ancor molle, si capovolge il bicchiere su di un piano, e così l'estremità dell'astina cade o viene sollevata sino al piano suddetto.

« Per misurare il volume d'un solido si spalma leggermente con grasso o paraffina la superficie piana e resa orizzontale dell'orlo del bicchiere, si riempie questo d'acqua e di questa si regola la quantità insino a che essa nel bicchiere affiori esattamente alla punta dell'astina e che nella buretta il livello si trovi alla parte inferiore della graduazione. Quindi si aspira nella buretta un volume di acqua maggiore di quello del solido, s'introduce questo nel bicchiere e si lascia effluire acqua dalla buretta finchè il livello affiora nuovamente alla punta suddetta. L'aumento del volume dell'acqua rimasta nella buretta è uguale al volume del solido, che si suppone coperto interamente dall'acqua del bicchiere (1).

(1) L'astina *a* potrebbe anche trovarsi fuori del liquido, colla punta rivolta all'ingiù e terminante nel piano dell'orlo del bicchiere. L'affioramento è indicato dal salire che fa il liquido lungo la punta, che deve essere asciugata ogni volta, per adesione; la determinazione è meno esatta che colla punta immersa, ma più facile.

« In questo modo si evita completamente l'errore che può provenire dalla variazione della quantità d'acqua rimasta aderente alle pareti del bicchiere, poichè questo è pieno fino all'orlo; si evita altresì l'errore che può derivare da variazioni della forma del menisco e della quantità d'acqua in esso contenuta, poichè il menisco manca affatto e la superficie libera dell'acqua è piana in tutta la sua estensione; finalmente l'errore derivante da una possibile differenza della posizione del livello dell'acqua prima e dopo l'immersione del solido, è reso se non nullo, almeno molto piccolo.

« La sensibilità di questo modo di ridurre il livello d'un liquido sempre a una stessa posizione è, almeno teoricamente, grandissima. Difatti un elemento qualsiasi della superficie liquida, vicino alla verticale passante per la punta dell'astina, costituisce uno specchietto piano, orizzontale, mobilissimo, perfettamente equilibrato, il quale viene a ruotare d'un angolo relativamente grande quando il livello comincia ad essere anche menomamente deformato dalla punta.

« Se quindi osserviamo l'immagine d'una linea (p. es. la linea di separazione d'un campo o di un oggetto oscuro da uno brillante) prodotta per riflessione sulla superficie del liquido, le parti della immagine che si trovano sulle visuali passanti presso la punta appariranno spostate e quindi l'immagine apparirà deformata, qualora la punta abbia fatto deviare anche in grado minimo la superficie del liquido. Spostando l'occhio in modo che la punta s'avvicini all'immagine della linea suddetta e anche l'attraversi, si trova facilmente il punto di dove la deformazione di questa appare maggiore o per lo meno si osserva più facilmente e con maggior sicurezza. — Se la rotazione della superficie del liquido è molto grande, lo spostamento dell'immagine è così grande che guardando verso la punta apparirà un punto luminoso in campo oscuro, o una macchia oscura in un campo brillante.

« In pratica è difficile ottenere tutta la sensibilità e specialmente tutta la precisione che risultano teoricamente; è probabile che la distanza alla quale la punta comincia a deformare sensibilmente la superficie liquida non sia rigorosamente costante neppure per uno stesso liquido in condizioni apparentemente immutate; tuttavia il grado di sensibilità e di precisione realmente ottenibili sono sufficienti per lo scopo attuale; e così per una differenza di 0,001 mm. fra le due posizioni del livello prima e dopo l'immersione del solido, l'errore nel volume di questo è solamente di 0,1 mm^3. per ogni cm^2 dell'area della sezione della bocca del recipiente.

« Avviene talvolta che l'acqua non bagna bene la punta, e quando questa trovasi ancora a distanza relativamente grande sotto la superficie dell'acqua, questa si spezza formando una depressione che termina sulla punta, più o meno vicino alla sua estremità, e che non sparisce se non quando la punta si trova ancora molto più al disotto del livello. Ho cercato di evitare questo inconveniente, che rende impossibile di ridurre con qualche esattezza il li-

vello ad una stessa posizione, ed ho trovato che se l'astina è di vetro, l'arroventare la punta per liberarla da traccie di grasso riesce piuttosto dannoso che utile; il lavarla con ammoniaca, soluzione di carbonato sodico, acido nitrico bollente, e così pure l'aggiungere all'acqua un po' di glicerina per aumentarne la scorrevolezza riesce pressochè inutile. Trovai invece utile lo sciogliere nell'acqua un po' di sapone (usai quello cosidetto di glicerina) che probabilmente rende possibile che sussista al disopra della punta una pellicola liquida anche sottile; la soluzione deve essere recente e deve esser la stessa prima e dopo l'immersione del solido, per evitare che la punta possa cominciare a deformare la superficie liquida a distanze diverse. È utile altresì di provare la punta prima di fissarla al bicchiere (il vetro vecchio pare meno adatto di quello recente) immergendola ripetutamente nell'acqua, e scegliendone una che non manifesta alcuna tendenza a dar origine alla suddetta depressione. Questo inconveniente si evita pure completamente usando, invece di acqua, petrolio.

« Qualora il volume del solido che si vuol determinare sia maggiore della capacità della buretta, si potrà con una pipetta calibrata aspirare dal bicchiere in una o più volte un volume sufficiente e misurato di liquido; oppure si potrà far uso di una pipetta non calibrata e misurare il volume di liquido tolto coi soliti recipienti graduati. Si dovrà poi al solito ottenere l'esatto affioramento del livello dell'acqua alla punta mediante la buretta.

« È comodo altresì l'uso d'una buretta chiusa in fondo da un rubinetto a tre vie invece che da uno semplice; si può così aspirare successivamente un volume misurato di liquido e lasciarlo effluire per la terza via, ripetendo l'operazione, finchè si è tolto dal bicchiere un volume sufficiente di liquido.

« Molte misure eseguite con questo metodo diedero valori concordanti, entro i limiti d'esattezza della buretta ».

Fisica terrestre. — *Alcune considerazioni sui differenti metodi fino ad oggi adoperati nel calcolare la velocità di propagazione del terremoto andaluso del 25 dicembre 1884.* Nota del dott. G. Agamennone, presentata dal Socio P. Tacchini.

« Tra le molte relazioni pubblicate intorno a questo terremoto, le più notevoli sono senza dubbio quella della Commissione italiana [1] e l'altra della Commissione francese [2]. In entrambe si ritiene che, ad eccezione dell'ora

[1] *I terremoti andalusi cominciati il 25 dicembre 1884.* Memoria di T. Taramelli e G. Mercalli, pubblicata negli Atti della R. Acc. dei Lincei, anno CCLXXXIII, 1885-86.

[2] *Mission d'Andalusie. Études relatives au tremblement de terre du 25 décembre, 1884* etc. Mémoires présentés par divers savants à l'Acad. des Sc. de l'Inst. Nat. de France,

ottenuta all'Osservatorio astronomico di S. Fernando presso Cadice, tutti i dati di tempo osservati nella Spagna, lasciano molto a desiderare in quanto ad esattezza. Così le diverse ore, fornite da città anche assai importanti, sono talmente incerte ed in contraddizione tra loro, che la Commissione italiana credette bene di rinunciare a qualsiasi calcolo sulla velocità di propagazione delle onde sismiche. Stando alla Commissione francese, le indicazioni orarie fornite in Spagna sia dagli orologi dei privati, sia da quelli degli stabilimenti pubblici, sia infine da quelli delle ferrovie, variano da $9^h\ 9^m$ a $9^h\ 34^m$ p.! Tanta diversità nei dati del tempo non può spiegarsi colla sola differenza di longitudine, ma deve per la maggior parte attribuirsi agli orologi mal regolati; di guisa che anche la Commissione francese venne alla conclusione che non solo era impossibile di servirsi delle varie ore per la determinazione della velocità di propagazione del movimento, ma eziandio di fissare, a mezzo delle stesse, la posizione e la forma dell'epicentro.

« Ma nella Relazione francese si trova riportata a pag. 22 la seguente osservazione interessante, fatta in Andalusia, che a prima vista parrebbe condurre ad una soddisfacente soluzione nella ricerca della velocità: « ..... au « moment de la première et principale secousse, deux employés de l'administration des télégraphes, l'un à *Malaga*, l'autre à *Velez Malaga*, étaient « en train de correspondre. Ce dernier, surpris par la secousse, cesse brusque« ment la correspondance. Son collègue s'étonne de cet arrêt subit, lorsque, « 6 secondes environ après l'interruption de la dépêche, il sent à son tour la « secousse. Or la distance de Velez Malaga à Malaga est d'environ 30 kilo« mètres, et si l'on tient compte de la distance de ces deux localités au point « médian de la zone centrale, d'où l'on peut supposer que partait à peu près « le mouvement, il en résulte que l'ébranlement se serait propagé avec une « vitesse d'au moins 1500 mètres pas seconde. La vitesse ainsi déterminée « est un minimum, car le chiffre de 6 secondes constaté entre l'arrivée du « mouvement ondulatoire à Velez Malaga et à Malaga est un maximum. En « réalité, la durée de la transmission du mouvement sismique a été de 4 à « 6 secondes, et, par suite, la vitesse observée a été comprise entre 1500 e « 2200 mètres; mais si l'on tient compte de ce que la position de la partie « médiane de la zone centrale n'est pas exactement connue, il faut en conclure « que la vitesse de propagation en question a pu dépasser ces nombres ». Ed infatti, attenendoci alla posizione dell'epicentro stabilita nella Relazione italiana, si trova che Velez Malaga e Malaga distando rispettivamente circa 22 e 44 km. dall'epicentro, la distanza percorsa dalle onde sismiche sarebbe ap-

---

t. XXX, n. 2. — Gran parte delle notizie ivi contenute sono riportate nell'opera del sig. F. Fouqué: *Les tremblements de terre*. Paris, 1889 a pag. 120 e 286-307; come pure nel t. C dei Comptes Rendus di Parigi, 1° sem. 1885, pag. 598, 1049, 1113, 1436.

prossimativamente di 22 km.; il che darebbe una velocità di 3666 o di 5500 metri al secondo, a seconda che si assuma nel calcolo l'intervallo massimo di 6 secondi o quello minimo di 4 (1). Ma da questi calcoli noi non possiamo attenderci alcun risultato serio, perchè la velocità dipende dalla posizione dell'epicentro, la quale è naturalmente alquanto indeterminata; e la prova ne è che, stando alla Commissione francese, Malaga sarebbe soltanto 9 km. più distante di Velez Malaga per rispetto all'epicentro, invece che 22. Adunque, essendo così indeterminata la distanza vera, percorsa dalle onde sismiche, e troppo incerto il tempo impiegato a percorrerla, non deve recare maraviglia il trovare tanta discordanza tra i valori della velocità che si possono dedurre dall'osservazione fatta all'ufficio telegrafico di Malaga. Un'altra ragione per non prendere in alcuna considerazione le predette velocità si è che, stando alla Relazione italiana, sembra che si tratti di una replica (del 26 dicembre 1884) e non della grande scossa del 25 dicembre come si dice nella Relazione francese nel brano testè riportato (2).

« Però le onde sismiche, propagandosi a distanze ben più ragguardevoli al di fuori della Spagna, giunsero a perturbare i magnetografi a registrazione continua di Lisbona, Parigi, Greenwich e Wilhelmshaven; e le ore del loro passaggio nelle suddette località risultando sufficientemente garantite, tenuto conto delle ragguardevoli distanze, si potevano prestare assai bene al calcolo della velocità. Se non che la Commissione italiana non credette utilizzare tali ore, perchè si trattava di fenomeni troppo isolati per poter concludere con certezza che essi fossero veramente l'effetto dell'arrivo del movimento sismico andaluso fino a quei punti così distanti, anzichè dipendenti da fenomeni locali. Ma in occasione dell'altro non meno celebre terremoto ligure del 23 febbraio 1887 si verificarono nuovamente consimili perturbazioni nei magnetografi d'Europa, anzi questa volta in maggior numero di osservatorî.

« Nella relazione della Commissione francese sul terremoto dell'Andalusia, pubblicata appunto dopo il terremoto ligure, si utilizzano i nuovi fatti e si discute sulle possibili cause di siffatte perturbazioni. In tale discussione si è maggiormente inclinati verso l'ipotesi che quest'ultime siano dovute alla conseguenza diretta d'una trasmissione del movimento nel suolo anzichè allo sviluppo di correnti elettriche; ed in seguito, senza volersi pronunciare definitivamente su tale questione, allora molto dibattuta, si fa un tentativo nel

(1) Nella Relazione italiana si dubita che la stessa velocità di 3666 metri al secondo sia troppo grande, perchè quasi 9 volte maggiore della media (416 metri) delle velocità trovate in sette terremoti da Schmidt, Mallet, Seebach e Lasault.

(2) Nel rapporto del Fouqué: *Explorations de la Mission chargée de l'étude des tremblements de terre de l'Andalusie*, pubblicato nei Comptes Rendus di Parigi (t. C, 1° sem. 1885, pag. 1049) si trova pure riportata quasi con le stesse parole l'osservazione fatta a Malaga; ma il fatto viene riferito al 26 dicembre 1884, come appunto si dice nella Relazione italiana.

calcolare la velocità di propagazione in base alle ore di Cadice ($9^h 18^m$) Lisbona ($9^h 19^m$), Greenwich ($9^h 25^m$) e Wilhelmshaven ($9^h 29^m$), ore tutte espresse in t. m. di Parigi. Ecco il risultato a cui giunse la Commissione francese:

« Combinando Cadice con Lisbona si trova una differenza di distanza delle stesse da Alhama (assai vicina all'epicentro) di circa 220 km. e una velocità di metri 3600 per secondo.

« Combinando Alhama con Greenwich si trova, sopra una distanza di 1650 km., una velocità di 4500 metri.

« Combinando Alhama con Wilhelmshaven si trova, sopra una distanza di 2040 km., una velocità di 3100 metri.

« Combinando Greenwich con Wilhemshaven si ottiene una differenza di distanza delle medesime da Alhama di 390 km. ed una velocità di 1600 metri.

« Però, quasi tutti questi calcoli sono inesatti a causa di parecchi equivoci commessi. Così nel 1° calcolo si attribuisce a Lisbona una maggior distanza di 220 km. da Alhama per rispetto a Cadice, mentre in realtà tale valore è assai più grande. Nel 2° e 3° calcolo, mentre si combinano le ore di Greenwich e Wilhelmshaven con quella di Cadice, le distanze invece si assumono da Alhama, ed in tal modo le medesime risultano circa 200 km. più grandi. Finalmente nel 3° calcolo, non si sa perchè, sembra che siasi diminuita di un intero minuto la differenza tra le ore di Cadice e Greenwich.

« Rifacendo i calcoli a dovere, conservando gli stessi dati orarî della Commissione francese, e correggendo le sole distanze, contate a partire dall'epicentro, si ottiene quanto segue:

Combinando	Cadice con Lisbona	si ottiene	la velocità di	4830	metri
»	Cadice con Greenwich	»	»	3430	»
»	Cadice con Wilhelmshaven	»	»	2820	»
»	Greenwich con Wilhelmshaven	»	»	1750	»

« Nonostante le correzioni apportate, questi valori, se da una parte accennano in generale ad una forte velocità, sono però sempre molto divergenti tra loro e non ispirano davvero una grande fiducia (1). Tant'è vero che il capi-

(1) Nella *Meteorologische Zeitschrift* del febbraio 1885 a pag. 76 si trova una breve Nota del dott. Eschenhagen, in cui dopo aver descritti gli effetti del terremoto andaluso sopra gli strumenti magnetici di Wilhelmshaven, egli termina col fare alcune considerazioni sulla velocità di propagazione. In mancanza di dati orari più sicuri per la zona epicentrale, il dott. Eschenhagen assunse l'ora $8^h 53^m$ (t. m. l.) osservata a Madrid ed uguale a quella di Siviglia, e così trovò che le onde sismiche impiegarono 7 minuti per percorrere la distanza di 1650 km. dall'epicentro fino a Greenwich, 11,4 minuti per la distanza di 2040 km. dall'epicentro fino a Wilhelmshaven, e per conseguenza 4,4 minuti per percorrere

tolo sulla velocità di propagazione viene così chiuso nella Relazione francese: « Avec les données actuelles, il est impossible d'apporter plus de précision « dans les calculs de ce genre et, par suite, d'en tirer aucune conséquence « sérieuse ».

« Di tale parere non è stato però il dott. Cancani, il quale in un recente lavoro (¹) è ritornato sulla questione; ed utilizzando anche l'ora di Parigi, sebbene meno attendibile rispetto alle altre, ha trovati i seguenti valori, che su per giù s'accordano con quelli precedenti da me ricalcolati:

Alhama	— Lisbona,	distanza di	530 km.,	velocità di	4200	metri
»	— Parigi,	»	1350 »	»	3200	»
»	— Greenwich,	»	1620 »	»	3600	»
»	— Wilhelmshaven,	»	2000 »	»	2800	»

« Il Cancani ritenendo eccellenti i dati orarî su i quali ha fondato il precedente calcolo, ne conclude: « ..... si vede chiaramente come col dimi« nuire la distanza, la velocità che si deduce va crescendo, appunto perchè « col diminuire la distanza si fa maggiormente sentire sugli apparecchi l'effetto « delle onde longitudinali ». Anzi egli si fonda in special modo su questa velocità così variabile nel terremoto andaluso, per vedere pienamente confermato quanto il Wertheim (²) scriveva già fin dal 1849, sulla possibilità cioè che nei terremoti si riscontri realmente l'esistenza delle onde longitudinali e trasversali contemplate nella teoria dell'elasticità dei corpi solidi, le quali si propagano nell'interno di una massa indefinita, la prima con una velocità circa doppia della seconda.

« Dinanzi ad una questione così importante io credo che valga la pena di studiare ancora più a fondo il presente terremoto andaluso, per vedere realmente fino a che punto possa il medesimo confermare le viste del Wertheim.

« Intanto non posso fare a meno di rilevare che col metodo adottato dal

---

la distanza di 390 km., che rappresenta la maggior distanza di Wilhelmshaven per rispetto a Greenwich contata dall'epicentro. Ecco le velocità che ne conseguono:

Combinando l'epicentro con Greenwich	circa	4000	metri.
» l'epicentro con Wilhelmshaven	»	3000	»
» Greenwich con Wilhelmshaven	»	1500	»

Questi valori s'accordano abbastanza con quelli di sopra trovati. In base ad essi, il dott. Eschenhagen crede che forse la velocità diminuisce considerevolmente colla distanza, ed aggiunge che non bisogna dimenticare che Wilhelmshaven è circondata da suolo paludoso, il quale potrebbe aver ritardata la propagazione delle onde sismiche. Su tale interpretazione io mi riservo di tornare in altra circostanza.

(¹) *Sulle ondulazioni provenienti da centri sismici lontani*. Ann. dell'Uff. Centr. Met. e Geodinamico It., ser. 2ª, vol. XV, parte I, 1893, pag. 13.

(²) *Mémoire sur la propagation du mouvement dans les corps solides et dans les liquides*. Ann. de chimie et de physique. Sér. 3ª, t. XXXI, p. 19.

Cancani si prende per punto di partenza l'ora di Cadice e con essa si confrontano successivamente le ore delle altre località più distanti. Ne consegue che se per una qualsiasi ragione l'ora di Cadice fosse troppo alta, anche di un sol minuto, tale errore basterebbe a spiegare a maraviglia il diminuire della velocità col crescere della distanza. Ed infatti, diminuendo di un sol minuto primo l'ora di Cadice, le velocità sopra riportate del Cancani si ridurrebbero rispettivamente a 2850, 2800, 3200, 2600, e così sparirebbe la presunta variazione colla distanza. Una spiegazione consimile si può dare nel calcolo, fatto dall'Offret, della velocità di propagazione del terremoto ligure del 23 febbraio 1887; poichè se l'ora di Mentone, sulla quale egli si è completamente basato, fosse realmente troppo bassa di qualche minuto soltanto, ciò spiegherebbe appuntino l'accrescimento della velocità colla distanza, legge del tutto opposta a quella notata dal Cancani pel terremoto andaluso.

« Mi si accuserà giustamente di un pessimismo troppo spinto nel voler io supporre l'ora di Cadice errata d'un intero minuto primo, essendo notorio che la medesima fu dedotta dall'arresto di due pendoli astronomici del vicino osservatorio di S. Fernando. Io non ho difficoltà alcuna ad ammettere che quei pendoli fossero esattamente regolati fino entro pochi secondi; ma poichè lo scuotimento del suolo a Cadice avrà certamente avuta una sufficiente durata, chi sa dire a quale fase della scossa sarà avvenuto l'arresto dei pendoli? Quel che è certo si è, come vedremo in seguito, che le ore dedotte dai magnetografi di Lisbona, Parigi, Greenwich e Wilhelmshaven si riferiscono al principio della perturbazione, mentre potrebbe darsi benissimo che l'ora di Cadice si riferisse al massimo e fors'anco ad una fase ancor più inoltrata della scossa. Tale questione si trova pure accennata nella Relazione italiana, dove si ritiene che la scossa a Cadice dovette naturalmente cominciare 2 o 3 secondi prima dell'istante in cui si fermarono i pendoli. Anche nella Relazione francese si fa osservare che la discordanza nelle varie ore della Spagna può dipendere, oltre che da molte altre cause di errore, anche dalla circostanza che l'arresto degli orologi a pendolo non avvenne istantaneamente, bensì soltanto dopo un lasso di tempo variabile a partire dal momento della scossa e potè dipendere dal senso in cui giunse il movimento; e si fa inoltre notare assai giustamente che un orologio può arrestarsi al momento di una scossa consecutiva, mentre non è stato arrestato da una prima scossa, benchè più violenta, ma in direzione differente. Una bella conferma di ciò si ha nel grande terremoto degli Stati Uniti del 31 agosto 1886, in cui nella stessa Charleston, città assa vicina all'epicentro, degli orologi a pendolo, perfettamente regolati, fornirono ore assai diverse, perchè alcuni si arrestarono alla 1ª fase della scossa ed altri, diversamente orientati, alla 2ª fase della stessa, verificatasi circa 50 secondi dopo [1]. Stando alla Relazione della Commis-

[1] Nell'importante relazione del Capt. Dutton, *The Charleston Earthquake* ecc. (United States Geolog. Survey, Ninth Ann. Report, 1887-88) si parla molto a lungo, a

sione spagnuola, la durata della scossa ha variato da pochi secondi fino a 60 secondi (a Cadiar) secondo le differenti località della Spagna. Ad Alhama, presso l'epicentro, ed a Cadice la durata si pone di 15 secondi; ma questo dato si deve forse ritenere come grossolanamente approssimato. Ad ogni modo io debbo fare osservare che l'uomo suole in generale apprezzare la durata del movimento assai minore di quella che sussiste in realtà; ed i diagrammi che si ottengono di continuo da adatti strumenti, tanto al Giappone quanto in Italia, stanno a provarlo irrefutabilmente. Dunque non solo non ripugna, ma è molto probabile l'ipotesi che l'ora di Cadice, per il solo fatto di essere stata fornita dall'arresto di pendoli, si riferisca ad una fase piuttosto avanzata della scossa, mentre si sa che le ore delle località più distanti si riferiscono invece al principio. Questa circostanza potrebbe, da sola, essere senz'altro la causa della decrescenza della velocità colla distanza, sopra accennata.

« Il metodo poi adoperato dal Cancani e dall' Offret, che consiste nel combinare direttamente l'ora più bassa con tutte le rimanenti, sarebbe irreprensibile solo quando le ore fossero tutte esatte fino entro pochi secondi (segnatamente quella della località più prossima all'epicentro, che si prende nel calcolo per punto di partenza), ovvero quando le distanze di quest'ultima località da tutte le altre fossero così ragguardevoli da non farsi sensibilmente sentire un errore, anche di qualche minuto, nei dati del tempo. Ma nel caso

---

pag. 384-385, del fatto che l'arresto di un orologio a pendolo può avvenire assai dopo il principio della scossa. In generale, qualora è stato possibile comparare gli orologi arrestati con buone osservazioni personali, i primi mostrarono invariabilmente un tempo più alto. La differenza, dice il Dutton, è evidentemente dovuta al fatto che in generale si richiede un tempo considerevole prima che l'accumulazione degli effetti della vibrazione del fabbricato giunga ad arrestare un orologio a pendolo. A titolo di esempio mi piace qui riportare le differenze che si sono riscontrate in alcune località dagli Stati Uniti, tra le ore dedotte dall'arresto degli orologi e quelle osservate direttamente, in quei casi dove il confronto si rese possibile.

Nome della località	Distanza dall'epicentro	Intervallo decorso tra il principio della scossa all'epicentro e		Differenza
		il principio del movimento osservato personalmente	l'istante d'arresto dei pendoli	
Nashville. . . .	km. 705	144 s	186 s	42 s
Covington . . .	785	155	235	80
Cincinnati . . .	790	155	195	40
Pittsburgh. . .	845	174	234	60
Brooklyn. . . .	1035	204	234	30
New York . . .	1040	204	249	45

del terremoto andaluso non verificandosi nè l'una, nè l'altra di queste condizioni, è prudente il non dare la preferenza ad alcuna delle ore osservate, per non essere esposti ad ottenere strani risultati. Facendo altrimenti, equivarrebbe ad accordare all'ora prescelta quale punto di partenza, un peso tante volte maggiore delle altre ore, il che non è giusto fare senza speciali circostanze. Invece, tutte le ore possedute debbono ugualmente entrare nel calcolo, e tanto meglio se siasi in grado di accordare a ciascuna di esse il relativo peso, in seguito ad una conveniente discussione dei dati. Inspirato a questi concetti è precisamente il metodo adoperato dai signori Dutton e Newcomb nel calcolo della velocità di propagazione del terremoto di Charleston, metodo al quale mi sono io stesso attenuto nello studio dei terremoti di Zante del 1893 (1), avendolo trovato pienamente soddisfacente e superiore a tanti altri fin qui adoperati, e specialmente per il fatto che in questo metodo vengono di molto attenuate le conseguenze di qualche errore nei dati del tempo. È pur vero che il medesimo si basa sull'ipotesi che la velocità rimanga costante col variare della direzione e della distanza; ma se ciò in realtà non si verificasse prossimamente in natura, noi dovremmo aspettarci di trovarne la prova nei residui delle equazioni di condizioni da noi stabilite per il calcolo de' minimi quadrati.

« In una prossima Nota mi riservo di far conoscere il risultato dei calcoli da me condotti a termine, basati sopra le ore relative alle cinque località prese in considerazione dal Cancani. Naturalmente nel calcolare la velocità del terremoto andaluso, parto anch' io dall' ipotesi che le perturbazioni riscontrate nei varî magnetografi siano realmente da attribuirsi al passaggio delle onde sismiche, ipotesi che ormai si avvicina alla certezza, in seguito all'esperienza avuta in tanti altri terremoti posteriori a venire fino a' nostri giorni (2).

(1) Vedi il capo VI della Relazione del prof. Issel e dott. G. Agamennone: *Intorno ai fenomeni sismici osservati nell'isola di Zante durante il 1893* (Ann. dell'Uff. Centr. Met. Geod. It., vol. XV, parte I, 1893, p. 65, od anche i Rend. della R. Accad. dei Lincei, Classe di sc. fis., mat. e nat. Sedute del 17 dicembre 1893 e 15 aprile 1894).

(2) Su di ciò possono consultarsi le seguenti mie Note:

Sopra la correlazione dei terremoti con le perturbazioni magnetiche. Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. VI, p. 21; seduta del 5 genn. 1890.

I terremoti e le perturbazioni magnetiche. Id., vol. II, p. 479; seduta del 21 maggio 1893.

Vedo con piacere che le idee, da me espresse in queste due Note, sono pienamente condivise dal sig. H. Wild in un suo importante articolo comparso nel *Journal de S.t-Pétersbourg* (dimanche 17 (19) juillet 1894) in cui egli riporta che anche il magnetografo di Pavlovsk fu perturbato in occasione del terremoto di Costantinopoli del 10 luglio 1894.

Chimica fisica. — *Ancora sulla dissociazione elettrolitica in relazione col potere rotatorio ottico.* Nota di G. CARRARA e G. GENNARI, presentata dal Corrispondente NASINI.

Chimica fisica. — *Sulla rifrazione atomica del Selenio.* Nota di I. ZOPPELLARI, presentata dal Corrispondente NASINI.

Chimica. — *Sul trisolfuro di etenile.* Nota del dott. P. CANDIANI, presentata dal Corrispondente NASINI.

Chimica. — *Osservazioni sulle relazioni tra il peso molecolare e la densità ne' corpi solidi e liquidi. — Sali alogenati.* Nota di UGO ALVISI, presentata dal Corrispondente NASINI.

Chimica fisica. — *Dissociazione elettrolitica e legge della diluizione nei solventi organici.* Nota di G. CARRARA, presentata dal Corrispondente NASINI.

Chimica. — *Nuova sintesi di Cumarine.* Nota di P. BIGINELLI, presentata dal Corrispondente BALBIANO.

Chimica. — *Sopra un nuovo alcool della lanolina.* Nota di G. MARCHETTI, presentata dal Corrispondente BALBIANO.

Chimica. — *Sull'esistenza della Coniina nel Sambucus nigra.* Nota del dott. G. DE SANCTIS, presentata dal Corrispondente BALBIANO.

Le precedenti Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

T. DEL BECCARO. *Sui resti quadratici.* Presentata dal SEGRETARIO.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi ricorda brevemente le perdite fatte dalla Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, durante le ferie, nelle persone dei Socî stranieri H. von Helmholtz e N. Pringsheim.

Il Segretario Blaserna dà comunicazione delle lettere di ringraziamento, per la loro recente nomina, inviate dal Socio nazionale Tacchini, dal Corrispondente Piccini, e dai Socî stranieri: von Baeyer, Hall, Prestwich, Rowland.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le numerose pubblicazioni giunte in dono all'Accademia durante le ferie, segnalando quelle inviate dai Corrispondenti: Arcangeli, Millosevich, Nasini, Veronese; e dai Socî stranieri: Cayley, Klein, Lévy, Poincaré. Presenta inoltre un volume, inviato dalla vedova del prof. Hertz, contenente le *Le lezioni sui princìpî di Meccanica*, fatte all'Università di Bonn dal defunto Socio straniero. Lo stesso Segretario Blaserna segnala inoltre all'attenzione degli accademici un volume del *Catalogo di pubblicazioni scientifiche*, edito dalla Società Reale di Londra; un volume delle *Opere di Fermat* edite sotto gli auspici del Ministero della Pubblica Istruzione di Francia; il 7° fascicolo contenente i *Risultati scientifici delle campagne del Principe di Monaco*.

Il Socio Todaro presenta il 3° e 4° volume del periodico di morfologia animale da lui diretta, colle seguenti parole:

« Fo omaggio all'Accademia del terzo volume e dei due primi fascicoli del quarto volume delle *Ricerche fatte nel Laboratorio di Anatomia normale di Roma ed in altri Laboratorî biologici*.

« La pubblicazione di questo periodico venne iniziata nel 1873, anno in cui apparve il primo volume. Il secondo volume venne pubblicato nel 1878. Dopo tale anno ne era stata sospesa la pubblicazione, a motivo che la maggior parte dei lavori del predetto laboratorio vennero pubblicati nei Rendiconti e nelle Memorie dell'Accademia. Ma una pubblicazione speciale della morfologia animale, oramai che in Italia si sono accresciuti notevolmente i cultori di questa scienza, s'impone necessariamente da sè; e però io ho voluto riprendere l'antica pubblicazione, col renderla atta a raccogliere quanto d'importante si fa presso noi in tale scienza.

« Nei due volumi che vi presento troverete infatti, non solo i lavori eseguiti nel laboratorio che io dirigo, ma altresì lavori notevoli dei migliori cultori della morfologia in Italia, lavori che si conterranno anche nel fascicolo che chiude il volume dell'anno attuale, già in corso di stampa, e nel primo fascicolo del prossimo anno, pel quale i lavori sono già pronti.

« A me pare che con tale pubblicazione si venga a tutelare meglio la produzione scientifica italiana, nè gli stranieri potranno più addurre il motivo di ignorare quanto in questa scienza si fa in Italia, trovandosi ora riunite in un periodico le memorie di morfologia animale che prima venivano disperse in varî giornali di natura diversa ».

CONCORSI A PREMIO

Il Segretario Blaserna dà comunicazione dell'elenco dei lavori presentati al Concorso Santoro, scaduto il 30 giugno 1894.

1. Gatti Mario. — *Soluzione del problema delle rotative, del problema della motrice ad aria compressa calda ecc. applicate alla filatura.*

2. Notari Pietro. — *Filatura meccanica ed automatica della lana di legno.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Amsterdam; le Società di scienze naturali di Emden e di Chemnitz; il Museo di geologia pratica di Londra; il Museo Nazionale di Buenos Aires.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Ministero di agricoltura, industria e commercio di Amsterdam; la Società scientifica di Santiago; la Società geologica di Calcutta; lo Universita di Basilea, di Halle, di Marburgo, di Tokyo; la Scuola politecnica di Berna; l'Osservatorio v. Kuffner di Vienna; l'Osservatorio Radcliffe di Oxford.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 18 novembre 1894.

Albert I^er, prince souverain de Monaco. — Résultats des Champagnes scientifiques accomplies sur un Yacht. Fasc. VII. Monaco, 1894. 4°.

Bilancio tecnico della Società di mutuo soccorso in Napoli detta Fondo del Grano. Roma, 1894. 8°.

Bochicchio N. — Contibuzione allo studio delle fermentazioni casearie. Modena, 1884. 8°.

Id. — Nota chimico-batteriologica sul vino cotto abruzzese. Casalbordino, 1894. 8°.

Id. — Nuovo contributo allo studio del gonfiamento dei latticini italiani. Modena, 1894. 8°.

Catalogue of scientific papers (Royal Society). Vol. X. London, 1894. 4°.

Choffat P. — Flore fossile du Portugal. Nouvelle contribution à la Flore mésozoïque. Lisbonne, 1894. 4°.

Fischer Th. — Uebersicht ueber die wissenschaftliche Litteratur zur Länderkunde Südeuropas. S. l. 1893. 8°.

Giannelli L. — La forma del cervello nei plagiocefali. Siena, 1894. 8°.

Id. — Nuovo processo di topografia della scissura di Rolando ecc. Siena, 1894. 8°.

Id. — Sopra alcune anomalie dei vasi. Siena, 1894. 8°.

Id. — Topografia cranio-rolandica nei plagiocefali. Siena, 1894. 8°.

Ginzel F. K. — Untersuchungen über die Bahn des Olbers'schen Cometen. I Th. (Veröff. d. Rechen-Inst. d. K. Sternw. zu Berlin N. 3). Berlin, 1893. 4°.

Harperath L. — Die Welt-Bildung. (Chemische Briefe. V.). Köln, 1894. 8°.

Klein C. — Optische Studien an Granat, Vesuvian und Pennin. Berlin, 1894. 8°.

Klossovsky A. — Distribution annuelle des orages à la surface du globe terrestre. Odessa, 1894. 4°.

Id. — Organisation de l'étude climatérique spéciale de la Russie etc. Odessa, 1894. 8°.

Langley. — Nouvelle recherches sur la région infra-rouge du spectre solaire. Paris, 1894.

Leighton V. — The development of the wing of Sterna Wilsonii. Tufts College, 1894. 8°.

Levy M. et *Pavie G.* — Étude des moyens mécaniques et électriques de traction des bâteaux. Paris, 1894. 4°.

Mc Adie A. — Protection from lighting. Washington, 1894. 8°.

Millosevich E. — L'èra volgare. Roma, 1894. 8°.

Monticolo A. — Ciclesigrafo, nuovo strumento da disegno. Rio marina, 1893. 4°.

Id. — Planimetro ortogonale. Milano, 1894. 8°.

Namias R. — Fotochimica dei sali di Mercurio e processi fotografici basati sul loro impiego. Modena, 1894. 8°.

Oldham R. D. — A manual of the geology of India. Calcutta. 1893. 8°.

Riccò A. e *Arcidiacono S.* — Osservazioni puteometriche eseguite nell'Osservatorio di Catania. Catania, 1894. 8°.

Id. e *Saija G.* — Confronto della temperatura all'Osservatorio etneo ed all'Osservatorio di Catania. Catania, 1894. 8°.

Ricerche fatte nel laboratorio di Anatomia normale della R. Università di Roma ecc., pubblicate da F. Todaro. Vol. III, IV, 1-2. Roma, 1893-94.

Ricerche sperimentali eseguite nell'anno 1893 nell'Istituto di chimica generale della R. Università di Padova, diretto dal prof. R. Nasini. Padova, 1894. 8°.

Setti E. — Osservazioni sul Distomum gigas Nardo. Genova, 1894. 8°.

Stone E. J. — Catalogue of 6424 Stars for the epoc 1890. Oxford 1894. 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 25 novembre 1894.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica terrestre. — *Velocità superficiale di propagazione delle onde sismiche, in occasione della grande scossa di terremoto dell'Andalusia del 25 dicembre 1884.* Nota del dott. G. AGAMENNONE, presentata dal Socio P. TACCHINI.

« Facendo seguito ad una mia precedente Nota (1) sullo stesso argomento, comincio dal premettere i dati orarî che servirono a stabilire le equazioni di condizione, per risolvere il problema proposto col metodo de' minimi quadrati:

« Cadice. — All'Osservatorio astronomico di S. Fernando, presso Cadice, si arrestarono per la scossa due orologi a pendolo a $8^h\ 43^m\ 55^s$ (t. m. l.), la quale ora corrisponde a $9^h\ 18^m\ 5^s$ (t. m. Parigi) (2). Trattandosi di orologi astronomici, questo dato orario sarebbe senza dubbio sicuro entro pochi secondi, se non vi fosse l'incertezza, abbastanza ragguardevole, relativa alla fase della

(1) *Alcune considerazioni sui differenti metodi fino ad oggi adoperati nel calcolare la velocità di propagazione del terremoto andaluso del 25 dicembre 1884.* V. pag. 303.

(2) L'ora $9^h\ 18^m$, che si trova nel Fouqué (*Les tremblements de terre*) e nella Relazione francese, è evidentemente data in cifra rotonda, non essendosi tenuto conto dei pochi secondi in più.

scossa in cui avvenne l'arresto dei pendoli. Tenuto conto di siffatta questione, già da me accennata nella Nota precedente, non credo di esagerare nel supporre che l'ora di S. Fernando possa contenere un'errore di $\pm 0^m, 5$.

« Lisbona. — La perturbazione registrata in quest'Osservatorio magnetico fu estremamente netta. Le curve della comp.^e orizzontale, della comp.^e verticale e della declinazione furono tutte e tre bruscamente interrotte a $8^h 33^m$ (t. m. l.), ora che si riferisce senza dubbio al principio della perturbazione, e che corrisponde a $9^h 19^m 5^s,6$ (t. m. Parigi) (1). La perturbazione è stata più forte nel declinometro e minore nella bilancia di Llyod. In tutti e tre gli strumenti magnetici la perturbazione ha perdurato circa 12 minuti e sembra sia stata prodotta da un unico urto; poichè le tracce, forti da principio, vanno poi gradatamente e assai regolarmente decrescendo, ciò che non sarebbe stato se altri urti fossero sopraggiunti, come appunto si era verificato tre giorni prima, in occasione di altra scossa. A Lisbona la carta fotografica, su cui si ottengono le curve magnetiche, si muove colla velocità di circa 15^{mm} all'ora, ed a parere dello stesso direttore sig. Ioão Capello, l'incertezza nell'ora del principio della perturbazione può essere di $\pm 1^m$ e difficilmente può raggiungere $\pm 2^m$.

« Parigi. — All'Osservatorio magnetico del Parc Saint-Maur, la perturbazione in quel magnetografo fu così piccola che da principio era passata inosservata; ma in seguito il sig. Moureaux costatò una lieve indicazione, che dà $9^h 24^m$ (t. m. Parigi) per l'ora del principio. Poichè nei magnetografi francesi la carta fotografica scorre con una velocità di soli 10^{mm} all'ora, così è ovvio che l'ora suddetta è meno attendibile di quella di Lisbona. E forse appunto per questa ragione non si è voluto tener conto dell'ora di Parigi nel calcolo della velocità, che si trova nella Relazione francese.

« Greenwich. — Esaminandosi attentamente le curve di quell'Osservatorio magnetico, scrive il direttore W. Ellis (2), si riscontrò una lieve perturbazione nel declinometro e nel bifilare a $9^h 15^m$ (t. m. l.). Entrambi i magneti furono

(1) Il Fouqué (*Les tremblements de terre*, pag. 295) riporta l'ora $9^h 19^m$, che certamente è la stessa di sopra, ma arrotondata; e la medesima ora, data in cifra rotonda, si trova a pag. 11 e 23 della Relazione francese. Ma quivi a pag. 13 viene pure riportata l'ora alquanto diversa $9^h 20^m$, che probabilmente è l'arrotondamento dell'ora $9^h 19^m 57^s$, la quale si trova scritta sopra il diagramma delle perturbazioni magnetiche, inserito a pag. 12. Non è poi improbabile che l'ora $9^h 19^m 57^s$ sia stata sostituita per equivoco alla vera ora $9^h 19^m 5^s, 7$, quasi identica a quella da me sopra calcolata; e con ciò resterebbe pienamente spiegata la differenza di un minuto in più. Questo mio modo di vedere sarebbe confermato dal fatto che anche negli altri due diagrammi, riportati nella stessa pagina, relativi alle scosse del 22 dicembre 1884 e del 23 febbraio 1887, si trovano scritte le ore $4^h 15^m 57^s$ e $5^h 51^m 57^s$ (t. m. Parigi) invece delle rispettive $4^h 15^m 5^s, 7$ e $5^h 51^m 5^s, 7$, che corrispondono appunto alle ore $3^h 29^m$ e $5^h 5^m$ (t. m. Lisbona), essendo precisamente di $46^m 5^s, 7$ la differenza di longitudine, espressa in tempo, tra Lisbona e Parigi.

(2) « Nature » t. XXXI, 1885, p. 262.

contemporaneamente posti in oscillazione, ma i movimenti non ebbero affatto il carattere di quelli magnetici; e se in realtà essi furono prodotti dal terremoto andaluso, sono un semplice effetto dell'urto, poichè i magneti sono pesanti sbarre, appese a fili di seta di alcuni piedi di lunghezza. Circa 10 minuti dopo si riscontra, nel bifilare, indizio non dubbio di una 2ª perturbazione. In corrispondenza alle perturbazioni magnetiche, nessuna anomalia nelle curve delle correnti telluriche. Riducendo l'ora di Greenwich al t. m. di Parigi si ottiene $9^h\ 24^m\ 21^s$, riportata tal quale dal Fouqué (1), il quale dice che la medesima si riferisce al principio della perturbazione, ed aggiunge che questa, benchè sia meno marcata di quella di Lisbona, nondimeno è ancora assai nettamente indicata. — Poichè a Greenwich la velocità della carta fotografica è presso a poco di 15^{mm} all'ora, così si può ritenere che l'ora relativa a questa località possa contenere un errore all'incirca uguale a quello di Lisbona (2).

« Wilhelmshaven. — Secondo il dott. Eschenhagen (3), dei tre strumenti magnetici solo la bilancia di Lloyd mostrò una percettibile traccia, mentre il declinometro rimase in perfetto riposo e non si potè ricavar nulla dal bifilare, perchè la curva relativa era interrotta in quel punto per causa accidentale. La perturbazione incominciò a $9^h\ 52^m$ (t. m. l.) e perdurò quattro minuti. Nuovi urti ebbero luogo a $9^h\ 59^m$, $10^h\ 0^m$, $10^h\ 2^m$, $10^h\ 5^m$. Il dott. Eschenhagen ritiene che la bilancia di Lloyd abbia indubbiamente funzionato in questa occasione come una specie di sismografo. Il principio della perturbazione corrisponde a $9^h\ 28^m\ 47^s$ (t. m. Parigi), ora riportata tal quale dal Fouqué (4), il quale aggiunge che sebbene la perturbazione fosse, al pari di quella di Greenwich, meno marcata di quella di Lisbona, pure fu nettamente registrata. In quanto alla precisione dell'ora di Wilhelmshaven dirò che, in occasione del terremoto ligure del 1887, essendo stato nuovamente perturbato quel magnetografo, il dott. Eschenhagen ebbe a dire che l'errore possibile nell'ora poteva stare entro un minuto, di cui mezzo dovuto al rilevamento sulla curva e mezzo all'orologio.

(1) *Les tremblements de terre*, pag. 295. — Invece nella Relazione francese una volta si riporta l'ora $9^h\ 24^m$ ed un'altra volta $9^h\ 25^m$, che certamente stanno a rappresentare l'ora da me data, ma arrotondata la 1ª volta fino al minuto immediatamente inferiore e la 2ª volta fino a quello immediatamente superiore.

(2) In occasione del successivo terremoto ligure del 1887, il sig. W. Ellis, direttore dell'Osservatorio magnetico di Greenwich, interpellato in proposito, rispose che le ore ricavate dalle proprie curve magnetiche potevano essere affette dall'errore di circa un minuto.

(3) *Met. Zeit.* del febbraio 1885, pag 76. — « Nature » XXXI, 1885, p. 491.

(4) *Les tremblements de terre*, pag. 295. — Invece nella Relazione francese si riporta l'ora $9^h\ 29^m$, evidentemente data in cifra rotonda. Devesi pure ritenere inesatta l'ora 9.28.4 che il Fouqué riporta a pag. 1051 del t. C, dei C. R., secondo che egli stesso dice in altra successiva Nota a pag. 1436; ma è curioso ch'egli poi qui cambi quell'ora nell'altra del tutto diversa 9.19.26.

« Poichè nelle varie relazioni sulla grande scossa del terremoto andaluso si riporta la notizia che essa fu registrata anche negli osservatorî italiani di Moncalieri, Velletri e Roma, così sento l'obbligo di spendere su ciò qualche parola. — In quanto all'Osservatorio meteorico di Moncalieri, presso Torino, non mi è riuscito di rintracciare notizie precise in proposito, neppure nello stesso Boll. Mens. di Moncalieri e nel Bull. del Vulc. Ital. del prof. De Rossi; ma il fatto che non è stata da alcuno riportata l'ora, neppure approssimata, in cui la scossa fu osservata in questa città, fa giustamente supporre che non abbia quivi funzionato alcun sismoscopio o sismografo, ma che il passaggio delle onde sismiche abbia forse posto il sòlo tromometro in oscillazione. — Per l'Osservatorio meteorico di Velletri, presso Roma, trovo che si ebbe nel sismodinamografo del prof. Galli una leggerissima scossa alle 10^h p. (t. m. Roma) [1], corrispondenti a $9^h\,19^m\,25^s$ (t. m. Parigi), vale a dire ad un'ora superiore di pochi secondi a quella registrata a Lisbona, che pur dista dall'epicentro tre volte meno al confronto. Nella Relazione italiana si pone giustamente in rilievo l'inattendibilità dell'ora di Velletri, facendosi osservare che se essa fosse esatta, se ne dovrebbe inferire l'enorme velocità di circa 17000 metri al secondo. Perciò è a dubitare che il terremoto andaluso abbia realmente agito sul sismodinamografo di questa città, potendosi trattare di semplice coincidenza casuale, tanto più se si pensi che con lo stesso strumento si registrarono ben 104 scossette dal 25 al 31 gennaio, ossia in soli 7 giorni. Riguardo a Roma, il prof. De Rossi [2] dice che a $10^h\,15^m$ (t. m. Roma) ossia a $9^h\,34^m\,25^s$ (t. m. Parigi) egli trovò al tromometro eccessive ondulazioni. Roma si trova per rispetto all'epicentro ad una distanza intermedia a quelle di Parigi e Greenwich; e poichè a quest'ultime due località abbiam visto corrispondere all'incirca l'ora $9^h\,24^m$ (t. m. P.), così non è improbabile che il tromometro abbia realmente risentito il passaggio delle onde sismiche, e che l'ora riportata dal De Rossi sia appunto elevata, perchè lo strumento fu forse casualmente osservato parecchi minuti dopo che dalla scossa venne posto in oscillazione [3].

[1] Bull. del Vulc. Ital. del prof. De Rossi, XII, 1885, pag. 23.

[2] Bull. del Vulc. Ital. del prof. De Rossi, XII, 1885, pag. 25.

[3] Il De Rossi dal fatto che si ebbero indicazioni sismiche a Roma ed a Velletri, ne inferisce che di tutta l'Italia la zona romana e centrale fu più pronta a vibrare in conseguenza dell'urto iberico. Imperocchè i registratori automatici, che esistevano anche in moltissimi altri osservatorî d'Italia avrebbero, dice egli, indicato il moto del suolo se si fosse notevolmente propagato al di fuori dell'Italia centrale. Io non posso condividere siffatta opinione, anzitutto perchè contro di essa starebbe l'osservazione di Moncalieri al nord della penisola italica, in secondo luogo perchè si può spiegare assai più facilmente la mancanza d'indicazioni strumentali nel resto d'Italia. Infatti, è assai più verosimile ammettere che anche i tromometri di tutti gli altri osservatorî italiani siano stati perturbati al pari di quello di Roma; ma la perturbazione essendo cominciata a notte assai inoltrata

« Da tutto ciò si vede l'impossibilità di poter trarre il menomo profitto dai dati orarî ottenuti in Italia. Lo stesso è a dirsi di alcune osservazioni fatte in altre regioni europee, come nel Belgio, in Svizzera, in Inghilterra e perfino in Norvegia, come ora vengo ad accennare brevemeute.

« Nella Relazione spagnuola si riferisce che il passaggio delle onde sismiche fu rilevato da un astronomo, mentre all'Osservatorio di Bruxelles stava osservando una stella [1]. Stando però al giornale inglese « Nature » (XXXI, 1885, p. 249) risulterebbe soltanto che la sera stessa del terremoto il sig. Lagrange, mentre all'Osservatorio di Bruxelles era in procinto di fare alcune osservazioni, notò che il grande telescopio era spostato. Di più, l'indomani si trovò arrestato un pendolo astronomico e gli altri marciare irregolarmente. — La sera del 25 dicembre, si ebbero due scosse a Zernetz nell'Engadina in Svizzera a 8^h 17^m ed a 11^h (t. m. Berna) vale a dire rispettivamente a $7^h . 56^m . 35^s$ e $10^h . 39^m . 35^s$ (t. m. P.) [2]. Ciò dimostra che la prima di esse avvenne circa mezz'ora avanti la grande scossa andalusa, e la seconda più di un'ora dopo. — Nella località The Rookery, Ramsburg, Wilte in Inghilterra, circa le 10^h 20^m p. del 25 dicembre, il sig. Alfredo Batson, stando in letto ed in eccellenti condizioni di quiete, sentì un sensibile urto di terremoto in direzione sud-nord. Io non so in qual tempo sia espressa la suddetta ora, ma in una comunicazione che lo stesso signore ha fatta al giornale inglese « Nature » (XXXI, 1885, p. 200) si dice che l'ora corrisponde bene col tempo dell'avvenimento del terremoto andaluso [3]. — Finalmente trovo nella Relazione italiana che il terremoto si sentì fino in Norvegia, essendosi sperimentata una trepidazione nel paese di Lesjeskegen.

« Nella Relazione italiana si dice che questi leggeri ed isolati movimenti di Lesjeskegen sono da ritenersi, al pari di quelli di Zernetz, di Greenwich e di Wilhelmshaven, dipendenti da fenomeni locali, e che se realmente il movimento sismico andaluso avesse attraversata tutta l'Europa, si sarebbe reso sensibile almeno in più di quattro punti. A sostegno di tale tesi si fa riflettere che non si osservò la minima alterazione nelle curve magnetiche registrate

---

(dopo le 10^h p., t. m. Roma) vale a dire un'ora più tardi dell'ultima ora regolamentare d'osservazione, potè la medesima passare del tutto inosservata. In quanto ai registratori automatici posseduti allora nei varî osservatorî italiani, si sa bene che i medesimi non potevano avere quella sensibilità che oggi hanno i recenti strumenti; e quindi non deve arrecare alcuna maraviglia se nulla indicarono, nella stessa maniera appunto che nulla indicò nella stessa Roma il *protosismografo* e *microsismografo De Rossi*.

(1) Ciò si trova in una Nota del P. T. Bertelli nel Bull. Mens. di Moncalieri. Ser. 2ª, vol. V, p. 171, come pure nel Bull. del Vulc. Ital. XII, 1885, p. 150, e nella Relazione francese.

(2) Da una comunicazione di F. A. Forel nel giornale inglese « Nature » XXXI, 1885 p. 289.

(3) Tale notizia è pure riportata nel Bull. Mens. di Moncalieri. Ser. 2ª, vol. V, p. 11.

dagli strumenti pure delicatissimi del R. Osservatorio astronomico di Madrid e dei numerosi osservatorî astronomici d'Italia e di Francia, molto più vicini all'epicentro in confronto di Greenwick e Wilhelmshaven. A questo proposito però io devo far riflettere che a quell'epoca nè in Spagna nè in Italia esistevano strumenti magnetici a registrazione continua, come disgraziatamente non esistono neppure oggi; e quanto alla Francia, è a dire che non aveva ancora cominciato a funzionare nel 1884 il magnetografo di Perpignan, assai vicino ai Pirenei, ma furono ben perturbati i magneti di Parigi quantunque assai più distanti. Di più, a causa della diversa sensibilità in cui si trovano gli strumenti magnetici nei varî osservatorî d'Europa, non dovrebbe far meraviglia se alcuni tra essi, benchè più vicini all'epicentro abbiano potuto nulla indicare (¹). Pur non negando la possibilità che lo scoppiare di un forte terremoto in una data regione possa provocare altre scosse in contrade assai lontane, mi pare, dall'insieme dei fatti sopra esposti, che si possa più ragionevolmente supporre che, se non tutti, almeno gran parte dei fenomeni verificatisi in Europa la sera del 25 dicembre, siano l'effetto della propagazione delle onde sismiche irradiate dall'Andalusia, poichè queste non si resero sensibili soltanto in Svizzera, Inghilterra, Germania, e Norvegia, ma eziandio nel Portogallo, in Francia e nell'Italia, come di sopra si è visto. E questo mio modo di vedere sarebbe confermato dal comportarsi delle onde sismiche nel successivo terremoto della Liguria del 1887 ed in tanti altri notevoli verificatisi negli ultimi anni.

***

« Da tutte le precedenti discussioni consegue che non possiamo disporre che di soli 5 dati orarî da prendersi in considerazione, e cioè quelli di Cadice, Lisbona, Parigi, Greenwich e Wilhelmshaven. Abbiam visto che questi dati non hanno tutti lo stesso peso. Per semplicizzare alquanto il calcolo assegnerò il minimo errore di $\pm 0^m,5$ all'ora di Cadice, di $\pm 1^m$ a quelle di Lisbona, Greenwich e Wilhelmshaven (dove la carta fotografica dei magnetografi scorre in ragione di circa 15^{mm} all'ora) e di $\pm 2^m$ all'ora di Parigi, dove la velocità della carta è di soli 10^{mm} (²). Per il computo delle distanze

(¹) Di ciò si è avuta una prova luminosa, per non parlare di altri, nei recenti terremoti della Grecia del 1893 e 1894, nei quali si è visto rimanere inerti i magnetografi di Pola e Vienna, mentre furono perturbati quelli di Osservatorî ben più lontani. È curioso, a tal proposito, anche notare che mentre il terremoto andaluso fu indicato dagli strumenti magnetici del Parc St.-Maur, a Parigi, non lo fu invece da quelli dell'Osservatorio di Montsouris, situato in questa stessa città, come viene detto nella stessa Relazione francese.

(²) Ciò si trova in sufficiente accordo con quanto si asserisce nella Relazione francese a pag. 13: « En effet, les différents enregistreurs magnétiques en usage sont réglés de tèlle « sorte que le tracé des courbes s'allonge suivant les instruments de 10 à 15 millimètres « à l'heure. Un millimètre de longueur y correspond donc à un laps de temps de 4 à 8 » minutes, et comme on peut aisément apprécier le tiers de millimètre, il s'ensuit que « l'erreur possible est au plus de 2 à 3 minutes, et ancore doit-on considérer une telle limite « d'erreur comme exagérée ».

delle predette località dal centro di scuotimento, dichiaro di aver preso per punto di partenza l'epicentro stabilito nella Relazione italiana, il quale si trova all'incirca alla lat. 36° 58′ 30″ N e long. 6° 22′ W da Parigi. Ho creduto di esprimere le distanze in miriametri ed in cifra rotonda, e le ore fino ai decimi di minuto primo, allo scopo di agevolare non poco i calcoli e colla convinzione che l'errore di qualche chilometro nelle distanze e di qualche secondo nei tempi non può modificare sensibilmente i risultati, tenuto conto, al paragone, dell'incertezza dei dati orarî posseduti ed anche della posizione dell'epicentro. Seguono i dati, su i quali il calcolo fu basato, ed il risultato dello stesso (1).

Nome della località	Distanza dall'epicentro	Ora osservata	Ora calcolata	Differenza
		h m m	h m	m
Epicentro	Mm. 0		9.16,9	
Cadice (S. Fernando). . .	20	9.18,1 ± 0,5	9.18,0	+ 0,1
Lisbona.	49	9.19,1 ± 1,0	9.19,5	— 0,4
Parigi (Parc. St.-Maur) .	141	9.24,0 ± 2,0	9.24,3	— 0,3
Greenwick	164	9.24,4 ± 1,0	9.25,6	— 1,2
Wilhelmshaven	206	9.28,8 ± 1,0	9.27,8	+ 1,0

Ora all'epicentro . . . . $9^h 16^m, 9$

Velocità di propagazione . metri 3150 ± 190 al secondo (2).

« Ne' miei calcoli sulla velocità dei terremoti di Zante del 1893 e poi di quelli della Grecia del 1867 avendo io attribuiti differenti pesi ai dati orarî, precisamente come ho fatto nel presente terremoto, è stato avanzato da qualche mio collega il dubbio che i risultati da me ottenuti potessero cambiare notevolmente col variare dei pesi, nell'assegnamento dei quali entra realmente alquanta arbitrarietà. Per togliere, a proposito di ciò, qualsiasi obiezione sull'attendibilità del precedente risultato, ho creduto conveniente ripetere il calcolo facendo a meno dei pesi, vale a dire ritenendo ugualmente

(1) I calcoli furono condotti collo stesso metodo già da me adoperato per i terremoti di Zante del 1893.

(2) Prendo qui l'occasione per rettificare un equivoco da me commesso in una mia Nota precedente nell'assegnare l'errore probabile alle velocità di propagazione dei terremoti della Grecia del 19 e 20 settembre 1867 (Rend. della R. Acc. dei Lincei, seduta del 6 maggio 1894). Poichè in quelli calcoli adottai per la prima volta per unità di misura il miriametro ed il minuto primo, nel calcolare l'errore probabile della velocità, per una inavvertenza deplorevole, adottai invece il chilometro ed il minuto secondo. Rifacendo il calcolo a dovere, si trova che gli errori probabili di quelle velocità, già pubblicati, devono farsi tutti sei volte più piccoli e precisamente come segue.

a pag. 445, velocità di propagazione . . . . metri 450 ± 70 al secondo
» 448 » » » 1320 ± 310 «
» » « » » 2300 ± 110 »

buone, ciò che a mio parere non è giusto, tutte le ore accettate. Il risultato del nuovo calcolo porta ai seguenti valori, assai vicini a quelli superiormente ottenuti.

Ora all'epicentro . . . . . . $9^h 16^m.6$

Velocità di propagazione . . metri 3060 ± 220 al secondo.

« Da ciò si vede che il dubbio sopra esposto non ha ragione di sussistere. Ad ogni modo io ritengo che il 1° risultato sia sempre il più probabile, perchè nel 1° calcolo si è appunto tenuto conto del fatto che non tutte le ore sono ugualmente buone. Si potrà più o meno sbagliare nel classificare i varî dati orarî secondo la loro bontà; ma a mio parere sarà sempre da preferirsi un assegnamento di peso, che lasci alquanto a desiderare, piuttosto che farne a meno del tutto.

« Per le 5 principali scosse di terremoto di Zante del 1893 [1] io trovai, come valori medi, le velocità di metri 2450 ± 70 e 3340 ± 230, a seconda che le ore introdotte nel calcolo si riferivano alla fase massima od al principio dello scuotimento registrato nelle varie località. Il valore di metri 3150 ± 190, di sopra trovato per il terremoto andaluso, è intermedio alle due anzidette velocità, accostandosi di preferenza a quella più elevata. La ragione di ciò devesi forse ricercare nel fatto che mentre l'ora di Cadice, la località più prossima all'epicentro, appartiene probabilmente ad una fase piuttosto avanzata della scossa ed è dotata del massimo peso, al contrario tutte le restanti ore, di peso minore, si riferiscono al principio del movimento. Ad ogni modo bisogna convenire che l'accordo è più che soddisfacente, tenendo conto degli scarsi dati orarî posseduti e delle difficoltà ancora inerenti a simile genere di ricerche. Io credo che la velocità di circa 3000 metri, da me trovata pel terremoto andaluso, non si possa molto discostare dal vero, perchè gettando uno sguardo sull'ultima colonna della tabella riportata, noi troviamo tra le ore osservate e quelle calcolate differenze, che sono dello stesso ordine dei limiti di errore relativi ai dati orarî posseduti; anzi, per le prime tre località, tali differenze sono bene al di sotto dell'errore probabile ammesso. Nei miei calcoli io ho supposta uniforme la velocità; ma se questa ipotesi fosse realmente lontana dal vero, noi dovremmo accorgercene dalle stesse differenze ora accennate, poichè le medesime dovrebbero andare crescendo o decrescendo secondo una data legge. Ora niente di tutto questo si verifica nel nostro caso, dappoichè il senso di lieve accrescimento che si verifica nelle differenze fino a Greenwich, invece di mostrarsi più spiccato, cambia perfino segno per Wilhelmshaven, per la qual località la legge sarebbe pur dovuta restare meglio assodata. Certamente non è impossibile l'esistenza di una

[1] Vedi il Capo VI della Relazione del prof. A. Issel e dott. G. Agamennone: *Intorno ai fenomeni sismici osservati nell'isola di Zante durante il 1893* (Ann. dell'Uff. Centr. Met. e Geod. It. Ser. 2ª, vol. XV, parte I, 1893); od anche i Rend. della R. Accad. dei Lincei: sedute del 17 dicembre 1893 e 15 aprile 1894.

più o meno piccola variazione nella velocità delle onde sismische, quale potrebbe esser causata da una modificazione di densità ed elasticità della crosta terrestre secondo le varie direzioni e le distanze, ma con i dati da noi posseduti non è possibile metterla in evidenza e tanto meno misurarla. Stando così le cose, l'ipotesi che la velocità di propagazione del terremoto andaluso sia rimasta presso a poco invariata fino alla maggiore distanza osservata, mi sembra l'espressione più naturale dei fatti ».

Chimica fisica. — *Ancora sulla dissociazione elettrolitica in relazione col potere rotatorio ottico* (1). Nota di G. Carrara e G. Gennari, presentata dal Corrispondente Nasini.

« In un precedente lavoro sullo stesso argomento, comunicato alla R. Accademia dei Lincei nell'agosto 1893 e pubblicato nel vol. II, 1° sem., serie V^{a}, fascicolo 5° dei Rendiconti di detta Accademia, uno di noi (G. Carrara), dopo aver largamente riassunto i precedenti lavori sopra questa interessante questione, e tra gli altri quello eseguito quasi contemporaneamente in questo laboratorio dal dott. Zecchini sulla coniina ed i suoi sali, mostrava: come soluzioni equimolecolari di parecchi sali di nicotina avessero un potere rotatorio specifico così vicino fra loro da ritenersi uguale, date le difficoltà sperimentali che lo studio di dette soluzioni presentava e le grandissime differenze che i sali di nicotina mostrano quando si osservano in soluzioni concentrate.

« In detto lavoro, discutendosi i risultati fino ad allora ottenuti, si mostrava come la teoria della dissociazione elettrolitica fosse in accordo col fatto che i sali attivi in soluzione acquosa, si riferiscano essi ad un acido o ad una base attiva, hanno lo stesso potere rotatorio quando in modo opportuno si facciano i confronti. All'obbiezione poi che il potere rotatorio dell'acido o della base in soluzione diluita dovrebbe essere uguale a quello dei sali, mentre invece non lo è, nella massima parte dei casi, si osservava che l'obbiezione era più apparente che reale perchè nei casi osservati trattasi di acidi e basi deboli e perciò poco dissociati in soluzione, mentre se si fosse trattato di acidi o basi forti questo fatto avrebbe dovuto avverarsi; ed a questo punto fu detto: « Io sto ora lavorando sul potere rotatorio dell'acido amil-
« solforico e dei suoi sali. Questo è un acido energico e, se la teoria è vera,
« esso deve avere lo stesso potere rotatorio dei suoi sali. Anche lo studio che
« ho intrapreso sopra i sali di diisoamilammina e della triisoamilammina, la
« prima delle quali è una base assai energica, spero mi darà buoni re-
« sultati ».

« Nel fascicolo 4° del vol. XII della Zeitschrift für physikalische Chemie,

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.

uscito il 24 Ottobre 1893, Hugo Hädrich pubblicò un lavoro assai interessante sopra questo argomento. L'autore esaminò alcuni sali di alcaloidi e precisamente il cloridrato, nitrato, solfato, amigdalato ecc. di morfina, chinina, conchinina, cinconidina, brucina, stricnina, metilmorfina e alcuni sali doppî dell'acido tartrico trovando, in generale, una perfetta concordanza nel potere rotatorio molecolare dello stesso alcaloide sotto forma salina diversa e allo stesso grado di diluizione. Per esempio:

Peso molecolare in 80 litri di	Cloridrato	Nitrato	Solfato	Tricloro-acetato	Amigdalato
Morfina	— 374	— 369	— 374	— 374	— 369
Chinina	— 584	— 584	—	—	— 584
Conchinina . .	+ 726	+ 726	+ 726	—	+ 726
Cinconidina . .	— 402	— 402	— 402		— 402
Peso molecolare in 40 litri di					
Stricnina. . . .	— 113	— 113	— 112	—	— 113
Brucina.	— 136	— 136	—	—	—

Lo stesso fatto trovò per i tartrati doppî confermando così in gran parte i risultati già avuti dal Landolt.

« L'autore si pose pure la stessa obbiezione, concludendo che bisognava esaminare degli acidi o basi forti e perciò completamente dissociati. Queste sostanze però sono soltanto in piccolo numero fornite di potere rotatorio; fra esse rivolse l'attenzione sopra l'acido amilsolforico; ma per le difficoltà incontrate nella separazione dell'acido attivo da quello inattivo, per le quali bisogna partire da grandissima quantità di alcool, l'autore non potè effettuare questa ricerca e si propose di ritornare in seguito sull'argomento.

« Ora noi non abbiamo creduto di tralasciare il lavoro che uno di noi aveva annunciato circa due mesi prima del sig. Hädrich e questo specialmente dopo che da un anno il sig. Hädrich non si è più occupato dell'argomento.

« La preparazione dell'acido amilsolforico attivo è un'operazione assai lunga e noiosa, come fece giustamente osservare Ley (1).

« Noi lo abbiamo preparato partendo da un alcool che dava la deviazione $\alpha = 4.10$ per 30 cent. di lunghezza, abbiamo usato il processo suggerito da Cahours, mescolando all'alcool un egual peso di acido solforico concentrato e lasciando in riposo per un giorno e trasformandolo poscia nel sale baritico

(1) Berl Ber. VI, pag. 1362.

corrispondente, che poi venne cristallizzato frazionatamente, in modo da accumulare nelle porzioni più solubili l'amilsolfato attivo, secondo le prescrizioni di Pasteur.

« Dopo una serie di cristallizzazioni la solubilità del sale per 100 d'acqua era 9.26 °/₀ a 12° nelle prime porzioni, salì poi a 10.57 a 10°, a 10.62 a 11° per raggiungere nelle ultime porzioni 11.81 a 12°. Queste ultime sono assai prossime a quelle del Ley [1], il quale trovò nelle ultime porzioni una solubilità del 12.1 °/₀; naturalmente non possiamo escludere che vi fosse pure in presenza una certa quantità di sale inattivo; ma non crediamo che ciò possa avere grande influenza sui risultati perchè avendo per ogni serie di esperienze adoperato sempre lo stesso acido, i confronti tra il potere rotatorio dei diversi sali stanno egualmente.

« Il sale baritico dell'acido amilsolforico venne trasformato nell'acido corrispondente in soluzione acquosa per mezzo dell'esatta quantità di H_2SO_4, evitando per quanto era possibile il riscaldamento prolungato, il quale come è noto scompone l'acido. Nella soluzione da noi avuta non c'era nè acido solforico libero, nè bario.

« Le determinazioni di concentrazione venivano poscia controllate per mezzo di una soluzione normale di potassa. I sali li abbiamo ottenuti aggiungendo gli alcali titolati a soluzioni eguali d'acido di concentrazione nota fino all'esatta neutralizzazione e poscia portandoli tutti allo stesso volume; in tal modo si avevano per ognuna delle due serie così esaminate soluzioni di concentrazione tale, che contenevano un egual peso di sostanza attiva allo stesso grado di diluizione.

« Le osservazioni le facemmo con un eccellente polarimetro a penombre Landolt-Lippich della fabbrica Schmidt e Haensch di Berlino di proprietà del prof. Nasini. Questo istrumento permette l'approssimazione di 1 centesimo di grado. Abbiamo usato pel solito la luce del sodio e per gli angoli piccolissimi una lampada a gas di Hinks a tre becchi.

« I pesi specifici delle soluzioni si riferiscono all'acqua a 4° e le pesate sono ridotte al vuoto. Il calcolo del potere rotatorio specifico della sostanza disciolta lo abbiamo fatto con la nota formola:

$$[\alpha]^t_D = \frac{\alpha \cdot 10^4}{l\, p\, d^t_4}$$

dove α è l'angolo osservato, l la lunghezza del tubo in millimetri, d^t_4 il peso specifico, p sarebbe il percentuale di sostanza disciolta; ma noi avendo determinato direttamente c, la concentrazione, cioè la quantità di sostanza sciolta in 100 cc. di soluzione, al valore $p\, d^t_4$ sostituiamo il valore di c trovato sperimentalmente, perchè $p\, d^t_4 = c$.

[1] Id. id.

« Abbiamo poi calcolato il potere rotatorio molecolare moltiplicando il valore $[\alpha]^t_D$ per M che è il peso molecolare della sostanza disciolta.

I SERIE.

SOLUZIONI	t	l	d^t_4	C	α	$[\alpha]^t_D$	$M[\alpha]^t_D$
Acido amilsolforico. . . .	26.8	300	1.03352	14.688	+0.72	1.63	274
Amilsolfato potassico. . .	25.6	»	1.05867	18.010	+0.69	1.28	263
» sodico	26.0	»	1.05570	16.611	+0.74	1.48	281
» ammonico . .	26.5	»	1.02613	16.180	+0.72	1.48	274

II SERIE.

SOLUZIONI	t	l	d^t_4	C	α	$[\alpha]^t_D$	$M[\alpha]^t_D$
Acido amilsolforico. . . .	25.7	300	1.04662	20.853	+0.99	1.58	265
Amilsolfato potassico. . .	25.6	»	1.08223	25.565	+0.88	1.15	237
» sodico	24.6	»	1.07374	23.583	+0.92	1.30	247
» ammonico . .	21.2	»	1.03841	22.963	+0.86	1.26	233

« Come si vede se noi teniamo conto del fatto che gli angoli osservati sono piccoli e che perciò gli errori di osservazione, che per ripetute prove fatte non sono maggiori di 1 a 2 centesimi di grado nella media delle 20 letture eseguite per ogni osservazione, possono influire in modo sensibile, dobbiamo concludere che l'accordo fra i risultati sperimentali e le previsioni della teoria è assai soddisfacente, specialmente nella prima serie di esperienze, appunto là dove, per trovarsi l'acido e i sali in soluzione più diluita, la teoria è applicabile.

« Una piccola eccezione sembrerebbe che la facesse il sale potassico, per il quale le differenze col potere rotatorio molecolare delle altre soluzioni sono più grandi di quelle imputabili ad errori d'osservazione; ma, come mostreremo in seguito, questa eccezione è più apparente che reale, perchè appunto il sale potassico è quello che è meno dissociato in soluzione, come lo dimostrano gli abbassamenti molecolari del punto di congelamento delle sue soluzioni.

« Nella serie II di soluzioni più concentrate l'accordo è meno soddisfacente che nella I, ma però sempre tale da non contraddire affatto le previsioni della teoria, specialmente se si prende in considerazione che la concentrazione qui è abbastanza elevata e tale da non potersi più considerare le soluzioni come veramente diluite.

« Ecco ora i risultati delle determinazioni crioscopiche fatte sopra dette soluzioni:

			Concentrazione	Abbass. termom.	Coefficente d'abbass.	Abbass. molecolare
I Serie	amilsolfato	potassico	20.499	3.79	0.1848	38
	»	sodico	18.688	4.23	0.2263	43
	»	ammonico	18.091	4.13	0.2283	42
II Serie	amilsolfato	potassico	30.938	4.99	0.1603	33
	»	sodico	28.144	5.58	0.1982	38
	»	ammonico	27.403	5.61	0.2047	37

« L'acido amilsolforico non venne esaminato, ma si sa del resto che gli acidi alchilsolforici, secondo le esperienze di Ostwald, sono acidi assai energici e completamente dissociati.

« Da quanto abbiamo sopra esposto dunque crediamo che si possa concludere che soluzioni equimolecolari di acidi otticamente attivi completamente dissociati, hanno lo stesso potere rotatorio dei loro sali. Era dunque assai importante vedere se questo si verificava anche per le basi e perciò abbiamo preparato ed esaminato la diisoamilammina, base assai energica, sperando che fosse abbastanza solubile in acqua da poterne misurare l'angolo di rotazione, ma disgraziatamente vi è pochissimo solubile e perciò ci venne a mancare il termine di confronto più importante. Ci limitammo quindi a studiare alcuni suoi sali.

« La preparazione della diisoamilammina attiva è altrettanto lunga e noiosa quanto quella dell'acido amilsolforico attivo. Abbiamo prima concentrato otticamente l'alcool amilico attivo seguendo il processo Le Bel; facendo cioè passare una corrente di H Cl gassoso e secco nell'alcool amilico scaldato a 100°, distillando il cloruro d'amile formatosi; frazionando l'alcool rimasto; ripetendo questo trattamento per parecchi giorni; in modo da non avere in ultimo che un alcool bollente a 127°-128°.

« Riuscimmo così ad avere un alcool che deviava —6.1 per 300 mm. Questo alcool venne trasformato nel bromuro d'amile corrispondente, per mezzo del bromuro di fosforo; ottenemmo così un bromuro d'amile che bolliva a 117°-120° ed aveva tutti i caratteri descritti dal Le Bel (1). Questo bromuro d'amile venne trasformato nella diisoamilammina corrispondente, seguendo il processo di Plimpton (2), con ammoniaca alcoolica in tubi chiusi.

« In questa preparazione come è noto si formano miscugli di mono- e di triisoamilammina; noi siamo riusciti dopo parecchie distillazioni frazionate ad ottenere la diisoamilammina bollente tra 180°-185° con tutti i caratteri

(1) Boll. de la la Soc. Chim. de Paris, 25, 545.
(2) Journ. Chem. Soc. I. 39° 331-342.

descritti da Plimpton; aveva un peso specifico $d_4^{17} = 0.76964$ e deviava per 100 mm. $\alpha = 1.85$.

« Anche per questa non si può escludere che vi fosse insieme diisoamilammina inattiva; ma per le stesse ragioni dette già per l'acido amilsolforico crediamo i risultati perfettamente comparabili.

« I sali esaminati furono il solfato, l'acetato, ed il propionato; questi sali li abbiamo ottenuti neutralizzando un certo peso dell'ammina con soluzioni di acido titolato.

« Ecco ora i risultati avuti:

SOLUZIONI	t	l	d^t_4	c	α	$[\alpha]^t$	$M[\alpha]^t$
Solfato d'isoamilammina	20°.6	100	1.01935	12.915	+0.28	2.17	446
Acetato »	19°.8	100	1.00068	13.604	+0.27	1.98	430
Propionato »	21°.0	100	1.00045	14.482	+0.27	1.86	430

« Dall'esame della soprascritta tabella appare anche per la diisoamilammina, base assai energica, un soddisfacente accordo tra il potere rotatorio molecolare dei suoi sali, accordo tanto più interessante in quanto che si tratta di angoli assai piccoli, pei quali anche un errore di 1 o 2 centesimi di grado possono produrre sensibili differenze nel risultato finale. Concludendo dunque: anche queste nuove osservazioni da noi portate all'interessante argomento non fanno che confermare sempre più le previsioni della teoria della dissociazione elettrolitica, togliendo di mezzo una delle più forti obbiezioni ».

Chimica fisica. — *Sulla rifrazione atomica del Selenio* (1). Nota di I. Zoppellari, presentata dal Corrispondente Nasini.

« Sul poter rifrangente del selenio non si trovano che pochissime determinazioni, e la sua rifrazione atomica può dirsi che non sia conosciuta. Il Gladstone (2) assegnò veramente come rifrazione atomica al selenio il numero 30,5; ma questo valore non va d'accordo con quello che si ricaverebbe da alcune esperienze del Gladstone stesso sull'acido selenioso e selenico che condurrebbero a un numero molto più piccolo. È probabile che il Gladstone

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

(2) Amer. Journ. of Science, (3), vol. XXIX, pag. 55. Anno 1885, *Present state of our Knowledge of Refraction Equivalents.*

abbia dedotto il numero 30,5 dalle esperienze che J. L. Sirks [1] fece sopra il selenio solido e che qui riporto

	A	a	B	C	c	D
$n =$	2,654	2,692	2,730	2,787	2,857	2,98

« Queste esperienze del Sirks e quelle due del Gladstone di cui dirò in seguito sono le sole che io conosca sull'argomento.

« Ho intrapreso lo studio ottico dei composti del selenio allo scopo di dare con qualche approssimazione la rifrazione atomica dell'elemento, e nel tempo stesso per indagare quali analogie e quali differenze presentano le sue combinazioni con quelle analoghe dello zolfo [2]. Pur troppo tale studio non può farsi con esattezza che su pochi composti; quelli organici conosciuti non sono molti, e taluni facilmente si decompongono; quanto alle combinazioni inorganiche, ad eccezione dei sali degli acidi, è a dirsi presso a poco lo stesso.

« Le esperienze ottiche sono state eseguite con un eccellente spettrometro costruito da Hildebrand in Freiberg, di proprietà del prof. Nasini: questo strumento permette l'approssimazione di 10″. Il metodo eseguito è quello delle minime deviazioni prismatiche; gli indici si riferiscono alle righe α, β, γ, dello spettro dell'idrogeno, ed alla riga D, i pesi specifici all'acqua a 4° e le pesate relative sono ridotte al vuoto. Come peso atomico del selenio adottai il numero 79.

Selenio solido.

« Come fu detto il Sirks determinò l'indice di rifrazione del selenio solido; dalle sue esperienze, ammettendo che il peso specifico del selenio studiato dal Sirks sia 4,65, si ricaverebbe per la riga H_α (C dello spettro solare)

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0,38430 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 0,14903$$

$$P\,\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 30,36 \qquad P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 11,77.$$

Seleniuro di etile $Se(C_2H_5)_2$

« Lo preparai secondo il processo di Rathke [3], cioè facendo agire il pentaseleniuro di fosforo sopra l'etilsolfato potassico e idrato potassico.

« È un liquido incoloro, quasi inodoro che bolle fra 108°-109° (colonna nel vapore) alla pressione di mm. 760,2 ridotta a 0°. Il suo specifico a 27°,5 è 1,23039.

[1] Pogg. Ann. CXLIII, pag. 429. I numeri sono riportati nel Jahresbericht, anno 1874, pag. 151.

[2] Vedere il lavoro dei prof.[i] Nasini e Costa, *Sulle variazioni del potere rifrangente e dispersivo dello zolfo nei suoi composti*. Roma. 1891.

[3] Liebig's Annalen. Vol. CLII, pag. 210. Anno 1869.

« Una determinazione della densità del suo vapore eseguita secondo il metodo di V. Meyer mi diede i seguenti valori:

$p = 0{,}0373$; $V = 6{,}6$ cc. $t = 24^\circ$ $H = 759{,}6$.

	trovata	calcolata per $Se(C_2H_5)_2$
« Densità di vapore riferita all'aria.	4,80	4,74

« All'analisi ebbi i seguenti risultati:

gr. 0,1894 di sostanza diedero gr. 0,1248 di H_2O e gr. 0,2458 di CO_2

	trovato	calcolato
C %	35,37	35,03
H %	7,31	7,29.

Biseleniuro di etile $Se_2(C_2H_5)_2$

« Lo preparai aggiungendo del selenio al monoseleniuro di etile e lasciando a ricadere per circa tre ore a 70° e poi distillando.

« È un liquido giallo rossastro, di odore nauseante, che bolle tra 186°,9-187°,9 (corr.) alla pressione di mm. 758,05 ridotta a 0°. Il suo peso specifico a 21°.6 è 1,60323.

« La determinazione di densità di vapore mi diede i seguenti risultati:

$p = 0{,}0498$ $V = 5{,}9$ cc. $t = 21^\circ$ $H = 760{,}5$

	trovata	calcolata per $Se_2(C_2H_5)_2$
« Densità di vapore	7,20	7,47.

Selenoxene SeC_6H_8

« Lo preparai seguendo il metodo di Paal [1] cioè per l'azione dell'acetonilacetone sopra il pentaseleniuro di fosforo.

« È un liquido facilmente movibile, incoloro, di odore debole ma poco gradito, che ricorda quello del tioxene.

« Bolle fra 154°,7-156°,72 (corr.) alla pressione di mm. 758,2 ridotta a 0°. Il suo peso specifico a 26°,1 è 1,23186.

« La determinazione di densità di vapore mi diede:

$p = 0{,}0332$ $V = 5{,}4$ cc. $t = 22^\circ{,}2$ $H = 757{,}1$.

	trovata	calcolata per SeC_6H_8
« Densità di vapore	5,30	5,50

« All'analisi gr. 0,1826 di sostanza mi diedero gr. 0,0864 di H_2O e gr. 0,3030 di CO_2

	trovato	calcolato
C %	45,25	45,28
H %	5,26	5,03.

[1] Berl. Ber. Vol. XVIII, pag. 2255. Anno 1885.

Acido selenico H_2SeO_4

« Proveniva dalla fabbrica E. Merck in Darmstadt. Per assicurarmi della purezza del prodotto ne determinai l'acidità, e poi sopra altra parte della stessa soluzione feci la determinazione ponderale di selenio, precipitandolo con anidride solforosa dopo d'aver aggiunto alla soluzione acido cloridrico per ridurre l'acido selenico in selenioso.

« La determinazione dell'acidità diede il 41,81 %, e l'analisi ponderale il 41,47 % d'acido.

« Le osservazioni ottiche le feci sopra due soluzioni acquose contenenti l'una il 41,8112 e l'altra il 27,334 % d'acido.

« Come poter rifrangente specifico dell'acqua presi i seguenti valori

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0,3311 \qquad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0,2050$$

$$\frac{\mu_D-1}{d}=0,33352 \qquad \frac{\mu_D^2-1}{(\mu_D^2+2)\,d}=0,20609.$$

Acido selenioso H_2SeO_3

« Come accennai più sopra, l'acido selenico e l'acido selenioso sono stati studiati dal Gladstone. Per l'acido selenico in soluzione al 9,36 % trovò la rifrazione molecolare essere 24,60 per la riga A e per la formula n, per l'acido selenioso in soluzione al 15,40 % trovò per la stessa riga e per la stessa formula il valore 26,39.

« Preparai quest'acido per ossidazione del selenio con acido nitrico. La massa ottenuta la purificai mediante ripetute cristallizzazioni. L'acido così ottenuto è in cristalli esagonali un po' efflorescenti, solubili in acqua ed in alcool.

« Le osservazioni le feci sopra due soluzioni acquose, l'una al 30,593 % e l'altra al 22,9711 % d'acido.

Selenocianato potassico SeCNK

« L'ebbi secondo il processo indicato da Crookes (1), cioè per azione del selenio sopra il cianuro potassico. È in cristalli aghiformi deliquescenti all'aria, solubili in acqua ed in alcool. Purificai il prodotto mediante ripetute cristallizzazioni. Per assicurarmi della purità del composto, ho fatto la determinazione di selenio, precipitandolo con acido cloridrico. Gr. 0,6924 di selenocianato diedero gr. 0,3765 di selenio disseccato a 100°:

	trovato	calcolato
Se %	54,37	54,86.

« Nelle tabelle seguenti, che non hanno bisogno d'illustrazione, sono raccolti i risultati delle osservazioni e dei calcoli relativi.

(1) Liebig's Annalen, vol. LXXVIII, pag. 177. Anno 1851

TABELLA I.

Nome delle sostanze	t	d_4^t	μ_{H_α}	μ_D	μ_{H_β}	μ_{H_γ}	$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}$	$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}$	$\frac{\mu_D-1}{d}$	$\frac{\mu_D^2-1}{(\mu_D^2+2)d}$
Seleniuro di etile.	27°,5	1,23039	1,47331	1,47687	1,48586	1,48974	0,38468	0,22812	0,38757	0,22959
Biseleniuro di etile.	21°,6	1,60323	1,56348	1,56925	--	—	0,35146	0,20271	0,35506	0,20442
Selenoxene.	26°,1	1,23186	1,49592	1,50075	1,53549	1,54614	0,40257	0,23711	0,40649	0,23906
Acido selenico in sol. acq. al 41,8112 %. . . .	24°	1,39783	1,38885	1,39126	1,39648	1,40311	0,27818	0,16914	0,27995	0,17006
" " in sol. acq. al 27,334 %	25°,1	1,23563	1,36593	1,36802	1,37301	1,37832	0,29614	0.18124	0,29783	0,18217
Acido selenioso in sol. acq. al 22,9711 %. . . .	25°,2	1,18186	1,35825	1,36016	1,36311	1,36977	0,30312	0,18592	0,30473	0,18681
" " in sol. acq. al 30,593 %	26°,1	1,25856	1,36955	1,37189	1,37686	1,38226	0,29362	0,17952	0,29548	0,18053
Selenocianato potassico in sol. acq. al 32,7722 %	25°	1,15137	1,36651	1,36902	1,37469	1,38213	0,31832	0,19478	0,32051	0,19598
" " in sol. acq. al 43,5497 %	22°,1	1,24552	1,38935	1,39214	1,39894	1,40813	0,31260	0,19003	0,31484	0,19124

TABELLA II.

Nome delle sostanze	Formula	Peso molecolare P	$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}$	$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}$	$P\frac{\mu_D-1}{d}$	$P\frac{\mu_D^2-1}{(\mu_D^2+2)d}$	$\frac{\mu_{H_\gamma}-\mu_{H_\alpha}}{d}$	$\frac{\mu^2_{H_\gamma}-1}{\mu^2_{H_\alpha}-1}$	$\frac{\mu_{H_\beta}-\mu_{H_\alpha}}{d}$	$\frac{\mu^2_{H_\beta}-1}{\mu^2_{H_\alpha}-1}$
Seleniuro di etile.	$Se(C_2H_5)_2$	137	52,70	31,25	53,10	31,45	0,01335	1,04159	0,01020	1,03172
Biseleniuro di etile.	$Se_2(C_2H_5)_2$	216	75,91	43,78	76,79	44,15	—	—	—	—
Selenoxene.	SeC_6H_8	159	64,01	37,70	64,63	38,01	0,04112	1,2342	0,03247	1,09691
Acido selenico sol. acq, al 41,8112 %	H_2SeO_4	145	29,65	17,27	29,79	17,41	—	—	—	—
" " sol. acq. al 27,334 %	"	"	29,44	17,14	29,39	17,19	—	—	—	—
Acido selenioso sol. acq. al 22,9711 %.	H_2SeO_3	129	26,67	15,74	26,84	15,78	—	—	—	—
" " sol. acq. al 30,593 %	"	"	26,90	15,73	26,98	15,85	—	—	—	—
Selenocianato potassico sol. acq. al 32,7722 %	SeCNK	144	42,05	25,04	42,31	25,23	—	—	—	—
" " sol. acq. al 43,5497 %	"	"	41,56	24,57	41,83	24,77	—	—	—	—

TABELLA III.

Rifrazione atomica del selenio.

Nome delle sostanze	Riga α		Riga D	
	Formula n	Formula n^2	Formula n	Formula n^2
Selenio solido.	30,36	11,77	—	—
Seleniuro di etile	19,70	10,93	19,56	10,94
Biseleniuro di etile	21,45	11,73	21,57	11,82
Selenoxene	18,81	10,94	19,33	11,18
Acido selenico soluzione acquosa 41,8112 %.	15,85	8,87	16,25	9,22
Id. soluzione acquosa 27,334 % .	15,64	8,74	15,85	9,00
Acido selenioso soluzione acquosa 22,9711 %	15,67	8,92	15,95	9,12
Id. soluzione acquosa 30,593 %.	15,90	8,91	16,09	9,19
Selenocianato potassico soluzione acquosa 32,7722 % . . .	25,49	15,34	25,79	15,50
Id. soluzione acquosa 43,5497 %	25,00	14,84	25,30	15,04

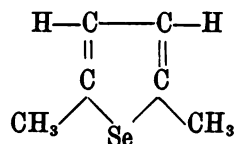
« Credo opportuno dare un'altra tabella dove confronto i composti del selenio da me studiati con quelli corrispondenti dello zolfo.

« Per l'acido selenico, selenioso e pel selenocianato potassico in questa tabella, ho preso i rispettivi valori medi: i numeri relativi ai composti solforati sono tolti dalla Memoria dei prof.[i] Nasini e Costa già citata. I valori relativi all'acido solforoso li ho calcolati aggiungendo alla rifrazione molecolare dell'anidride solforosa liquida, quella dell'acqua.

TABELLA IV.

	$P\frac{\mu_{H\alpha}-1}{d}$	$P\frac{\mu^2_{H\alpha}-1}{(\mu^2_{H\alpha}+2)d}$	$\frac{\mu_{H\gamma}-\mu_{H\alpha}}{d}$	$\frac{\mu^2_{H\gamma}-1}{\mu^2_{H\alpha}-1}$
Selenio solido	30.36	11,77		
Zolfo solido	15,75	7,95		
Differenza	14,61	3,82		
Seleniuro di etile	52,70	31,25	0,01335	1,03172
Solfuro di etile	47,28	28,32	0,01867	1,04215
Differenza	5,45	2,93		
Biseleniuro d'etile	75,91	43,78		
Bisolfuro d'etile.	61,83	36,33		
Differenza	14,08	7,45		
Selenoxene.	64,01	37,30	0,04112	1,12342
Dimetiltiofene.	57,87	34,02	0,02642	1,06021
Differenza	6,14	3,28		
Acido selenico.	29,54	17,20		
Acido solforico	22,87	13,76		
Differenza	6,67	3,44		
Acido selenioso	26,78	15,74		
Acido solforoso	21,70	13,40		
Differenza	5,08	2,34		
Selenocianato potassico .	41,80			
Solfocianato potassico . .	33,47			
Differenza	8,33			

« Il potere rifrangente atomico del selenio l'ho dedotto sottraendo dalle rifrazioni molecolari dei composti studiati, i valori che spettano agli altri elementi. Per le rifrazioni atomiche degli elementi rispetto alla riga α ho preso quelle riportate nella Memoria dei prof.[i] R. Nasini e T. Costa sullo zolfo; per la riga D quelle calcolate dal dott. Zecchini (¹) per la formula n, e quelle date dal Conrady (²) per la formula n^2. Al selenoxene ho attribuito la formula

```
      H—C——C—H
        ‖    ‖
        C    C
 CH₃ ╱  ╲  ╱  ╲ CH₃
         Se
```

ossia quella con due doppi legami; per l'acido selenico e selenioso ho attribuito agli atomi di ossigeno il valore 2,8, ossia quello del così detto ossigeno alcoolico; per ricavare la rifrazione atomica del selenio da quella molecolare

(¹) Gazzetta chimica italiana. Vol. XXII, parte 2ª, pag. 592. Anno 1892.
(²) Zeitschrift für physikalische Chemie. Vol. III, pag. 226. Anno 1889.

del selenocianato potassico ho sottratto da questa la rifrazione del cianuro potassico che ho appositamente determinato, sebbene già esistessero delle determinazioni del Gladstone in proposito. Il cianuro lo purificai per successive cristallizzazioni dall'alcool, e mi assicurai della sua purezza, giacchè il peso del cianuro adoperato per le soluzioni corrispondeva esattamente alla quantità trovata poi per titolazione col processo volumetrico di Liebig. La soluzione adoperata conteneva il 13,6962 °/₀ di sostanza ed aveva il peso specifico di 1,07782 a 20°,1

$$P \frac{\mu_{H\alpha} - 1}{d} = 16,56 \qquad P \frac{\mu^2_{H\alpha} - 1}{(\mu^2_{H\alpha} + 2)d} = 9,73$$

$$P \frac{\mu_D - 1}{d} = 16,52 \qquad P \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 9,73.$$

« Il Gladstone aveva trovato per la riga A e per la formula *n* il numero 17,20.

« Dalle diverse tabelle è facile il vedere come nei composti esaminati il selenio presenti molte analogie collo zolfo: sopratutto si nota che esso ha una rifrazione atomica molto meno elevata nei composti ossigenati che nei derivati organici, quali il seleniuro e il biseleniuro d'etile, soltanto le variazioni fra i diversi valori non sono qui così forti come per lo zolfo. Notevole è il fatto della maggior rifrazione atomica del selenio nel biseleniuro d'etile in confronto di quella che si ricava dal monoseleniuro: per lo zolfo ciò pare si verifichi, ma in grado minore: parrebbe quindi che quella causa quasi costante di aumento nella rifrazione atomica di un elemento che è l'accumularsi dell'elemento stesso nella molecola, agisse qui con maggiore energia. Nel selenoxene la rifrazione atomica del selenio è un po' minore, tanto per la formula *n* che per la formula n^2, di quella che si ricava dagli altri due composti organici: ora Nasini e Carrara nel loro lavoro sul poter rifrangente dell'ossigeno, dello zolfo e dell'azoto nei nuclei eterociclici [1] misero in rilievo un analogo comportamento pel dimetiltiofene. Una differenza notevolissima noi troviamo nella rifrazione atomica dei due elementi allo stato libero; mentre per lo zolfo libero si hanno dei valori che sono compresi tra 15,50 e 16,00 (formula *n*) e fra 7,70 e 8,20 (formula n^2) ossia dei numeri di poco superiori a quelli che si ricavano dallo studio dei solfuri organici, dei cloruri di zolfo ecc. ecc., per il selenio invece, se le esperienze del Sirks sono esatte, si hanno i numeri 30,36 (formula *n*) e 11,77 (formula n^2): in altri termini si ha qui il fatto veramente notevole di una fortissima differenza coi valori dedotti dal seleniuro e biseleniuro d'etile e dal selenoxene (20 in media) per la formula *n*, e di un accordo quasi perfetto per la formula n^2 (11,31 in media).

[1] Gazz. chimica italiana, vol. XXIX, parte 1ª, pag. 256. Anno 1894.

« Del resto al solito si nota in generale come maggior uniformità nei risultati, un maggior accordo per le rifrazioni atomiche quando si considerano i numeri relativi alla formula n^2 invece di quelli relativi alla formula n. Confrontando le rifrazioni molecolari dei composti del selenio con quelle dei composti analoghi dello zolfo, si trova in generale una differenza presso a poco costante, eccettuando bene inteso dal confronto per la formula n il selenio e lo zolfo liberi.

È molto notevole il fatto che dal selenocianuro si ricavano pel selenio dei valori elevatissimi per la rifrazione atomica, la qual cosa già era stata notata dal Nasini e dal Costa per lo zolfo: anzi fu per questa ragione che volli studiare di nuovo il poter rifrangente del cianuro potassico, nel dubbio che potessero essere troppo piccole quelle trovate dal Gladstone; invece il numero da me trovato è ancora minore, e quindi non resta dubbio tanto per lo zolfo quanto per il selenio che l'unione loro col potassio produce un esaltamento nella rifrazione, un fatto analogo essendo stato constatato dal Nasini e dal Costa anche pel solfuro di potassio.

« Confrontando l'acido selenico col selenioso si trova che la differenza tra la loro rifrazione molecolare corrisponde quasi esattamente al valore della rifrazione atomica dell'ossigeno così detto alcoolico, e naturalmente le stesse relazioni si avrebbero per i valori delle due anidridi che facilmente si possono calcolare; invece per le corrispondenti anidridi dello zolfo si hanno dei valori assai vicini fra di loro: il poter rifrangente dell'anidride solforosa è di pochissimo inferiore a quella dell'anidride solforica, sebbene ci sia in questa un atomo di ossigeno in più. Quanto alla dispersione il selenio libero secondo le esperienze del Sirks, come egli stesso fece notare, è enormemente dispersivo; per $\frac{\mu_D - \mu_A}{d}$ si avrebbe 0,07 mentre per lo zolfo non si avrebbe che 0,01: ma nei composti questa enorme dispersione non si trova più; infatti se il selenoxene ha una dispersione quasi doppia (formula di Gladstone) del dimetiltiofene, il solfuro di etile d'altra parte ha una dispersione maggiore del seleniuro d'etile.

Riassumendo, mi sembra di poter conchiudere che nei composti da me studiati il selenio si comporta in modo analogo allo zolfo: le variazioni però sono meno accentuate, cosicchè per il selenio le differenze costitutive hanno meno influenza sui valori delle rifrazioni molecolari. Il peso atomico maggiore ed il carattere metalloidico meno spiccato sono probabilmente la causa di queste differenze nel comportamento dei due elementi; è da prevedere quindi che per il tellurio e i suoi composti la rifrazione si comporterà ancor più come proprietà additiva. Anche il fatto che il poter rifrangente dell'elemento libero è così differente da quello che esso ha nei composti, avvicinerebbe il selenio ai metalli.

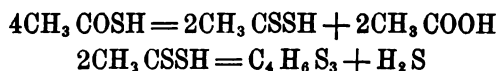
« Sono già in corso esperienze sui composti del tellurio e presto spero di pubblicarle ».

Chimica. — *Sul trisolfuro di etenile.* Nota del D^r^. P. CANDIANI, presentata dal Corrispondente R. NASINI [1].

« L'azione degli alogeni sopra l'acido tioacetico non è così semplice come a prima vista potrebbe sembrare, poichè invece della formazione dell'acido tioacetico alogenato si ottengono varî prodotti di condensazione causati da reazioni secondarie più o meno complesse.

« È notevole la diversità di comportamento dell'acido acetico e dell'acido tioacetico con il bromo. Mentre l'acido acetico all'ordinaria temperatura non reagisce affatto anche per azione della diretta luce solare, l'acido tioacetico reagisce energicamente svolgendo acido bromidrico e lasciando un residuo pecioso dal quale, per compressione tra carta e cristallizzazione dall'alcool, potei isolare una piccola quantità di una sostanza cristallizzata in laminette bianche che fondeva a 224°-225° e che poi, come vedremo, riconobbi per trisolfuro di etenile.

« Il trisolfuro di etenile venne isolato da I. Bongartz [2] trattando l'acido tioacetico con cloruro di zinco; egli fu messo sull'avviso della presenza di questo prodotto di condensazione dal fatto che, facendo passare una corrente di HCl secco attraverso una miscela di benzaldeide e acido acetico, non si otteneva che una piccolissima quantità di ditiobenzaldeide, mentre per il mercaptano e l'acido tioglicolico la reazione con le aldeidi dava risultati quasi teorici. Il Bongartz spiegava la formazione del trisolfuro di etenile con le seguenti equazioni, colle quali ammetteva la formazione intermedia dell'acido ditioacetico

$$4CH_3COSH = 2CH_3CSSH + 2CH_3COOH$$
$$2CH_3CSSH = C_4H_6S_3 + H_2S$$

« Io ho preparato notevoli quantità di trisolfuro di etenile con risultati assai buoni, operando nel seguente modo: metteva in un tubo da chiudere un peso molecolare di bromo e in un altro tubo più piccolo un peso molecolare di acido tioacetico, indi faceva scendere il tubo più piccolo nel più grande in modo che i liquidi non si mescolassero e che solo i vapori di bromo venissero in contatto con l'acido tioacetico, quindi chiudevo alla lampada e lasciavo all'ordinaria temperatura. Dopo 7 ore ordinariamente l'acido tioacetico, che aveva assunto da prima un colore rossiccio, si solidificava in una massa cristallina; lasciandolo più tempo in contatto coi vapori di bromo, quando la massa era solidificata, incominciava ad imbrunire e si aveva note-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.
[2] Berichte IX, p. 2182.

volo perdita per la formazione di quei prodotti resinosi. Aprendo il tubo si svolgeva HBr e solo un leggerissimo odore di H_2S veniva avvertito.

« La sostanza così avuta, compressa tra carta sotto il torchio e cristallizzata due o tre volte dall'alcool bollente, è del trisolfuro di etenile purissimo. Col metodo che io ho usato da gr. 5. 47 di acido puro si ottengono gr. 2.56 di trisolfuro grezzo: secondo la formola del Bongartz si dovrebbero ottenere gr. 2.70; come si vede dunque il reddito è quasi teorico.

« L'azione del bromo però qui non è che un'azione indiretta, perchè il bromo non agisce che per l'acido bromidrico che forma. Mi sono assicurato di ciò sostituendo al bromo il bromuro di fosforo e chiudendo nel tubo, oltre che il tubetto con l'acido tioacetico un altro tubicino più piccolo con acqua la quale, a chiusura finita, si poteva mandare in contatto con il tribromuro di fosforo e svolgere così HBr, senza versare l'acido tioacetico. Si aveva in tal modo l'acido tioacetico in presenza di HBr gasoso sotto pressione. Il risultato fu identico, cioè la solidificazione della massa con formazione del trisolfuro di etenile.

« Questo fondeva a 224° e all'analisi diede:

I. da gr. 0,3016 di sostanza gr. 0,1112 di acqua e gr. 0,3524 di acido carbonico.

II. da gr. 0,1778 di sostanza gr. 0,8292 di solfato baritico.

III. da gr. 0,1789 di sostanza gr. 0,8337 di solfato baritico.

per 100 si ha:

	trovato			calcolato per $C_4H_6S_3$
	I.	II.	III.	
C	31,87	—	—	32,0
H	4,09	—	—	4,0
S	—	64,05	64,0	64,0

« Il peso molecolare determinato col metodo crioscopico, adoperando il benzolo come solvente, diede risultati tali che condurebbero ad ammettere una formula doppia di quella posta dal Bongartz.

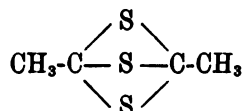
« Ecco i risultati delle mie esperienze:

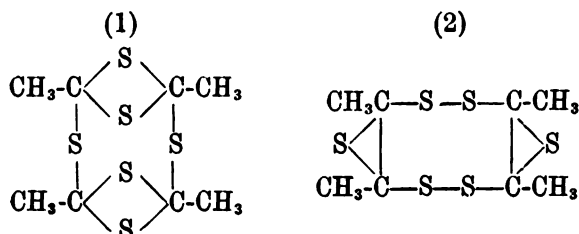
concentraz.	abbass. term.	coeffic. d'abbass.	abbass. molec. per la formula $C_8H_{12}S_6$
2,2440	0,39	0,1737	52,11
4,0322	0,70	0,1736	52,08
0,9474	0,17	0,1794	53,82
2,1864	0,39	0,1783	53,52
4,1595	0,74	0,1779	53,37

« Oltre che con il benzolo ho fatto una determinazione anche con l'acido acetico come solvente con risultati concordanti coi precedenti.

concentraz.	abbass. term.	coeffic. d'abbass.	abbass. molec. per la formula $C_8H_{12}S_6$
1,0057	0,14	0,1392	41,76

« Dunque il trisolfuro di etenile descritto dal Bongartz non è il vero trisolfuro di etenile ma un polimero di questo corpo, la cui formula di costituzione invece che

```
          S
        /   \
CH3-C— S —C-CH3
        \   /
          S
```

sarà probabilmente una delle seguenti:

```
          (1)                          (2)
           S
CH3-C<         >C-CH3        CH3C—S—S—C-CH3
    |    S      |            S<|          |>S
    S           S            CH3-C—S—S—C-CH3
    |    S      |
CH3-C<         >C-CH3
           S
```

« Onde avere qualche criterio sulla funzione di questi atomi di solfo nella molecola, e per conseguenza sulla struttura di essa, ne ho determinato il potere rifrangente in soluzione benzolica.

« Le esperienze vennero fatte con un eccellente spettrometro di Hildebrand di proprietà del prof. Nasini, permettente l'approssimazione di 5″: il peso specifico si riferisce all'acqua a 4° e le pesate furono ridotte al vuoto:

« I. soluzione

trisolfuro di etenile gr.	11,469
benzolo »	88,531
soluzione gr.	100,000

$$d_4^{15,9} = 0,92477$$

per la soluzione trovai:

$$\mu_{H_\alpha} = 1,51149\,;\quad \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0,55309\,;\quad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 0,32420$$

il benzolo impiegato aveva la seguente costante:

$$\mu_{H_\alpha}\ 1,49971\,;\quad \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0,56566\,;\quad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 0.33277$$

per cui si calcola per il trisolfuro di etenile:

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0,45610\,;\quad P\,\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 136,83$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 0,25809\,;\quad P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)\,d} = 77,437.$$

« II soluzione

trisolfuro di etenile	gr.	9,908
benzolo	»	90,092
soluzione	gr.	100,000

per la soluzione trovai:

$$\mu_{H_\alpha} = 1,51002\,;\quad \frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 0,55497\,;\quad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 0,32545$$

il benzolo impiegato era lo stesso della precedente soluzione, per cui si calcola per il trisolfuro di etenile:

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 0,45781\,;\quad P\,\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d} = 137,34$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 0,25888\,;\quad P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d} = 77,66\,.$$

« La rifrazione atomica dello solfo che risulta dalla media delle due esperienze, prendendo per il carbonio la rifrazione atomica: per la $n = 5$ e per la $n^2 = 2,48$; per l'idrogeno: per la $n = 1,3$ per la $n^2 = 1,04$, sarebbe per

$$n = 13,58\ ;\ n^2 = 7,53$$

« Da questo si vede che il comportamento ottico dello solfo di questo composto è analogo a quello dello solfo di alcuni solfuri e solfidrati organici, quantunque ad essi un po' inferiore, senza però raggiungere il limite inferiore del tiofene, infatti:

	n	n^2
solfidrato di etile	13,80	7,80
solfuro di etile	14,28	8,10
solfidrato d'isobutile	13,93	7,82
solfidrato d'isoamile	14,0	7,84
Tiofene	11,40	6,54 [1]

« Oltre a questo fatto è importante il rilevare che anche qui, come nel tiofosgene polimero studiato da G. Carrara, dove c'è un accumularsi di solfo nella molecola, si riscontra un potere rifrangente atomico abbastanza basso, mentre, come aveva fatto notare R. Nasini, si dovrebbe avere un esaltamento del potere rifrangente. Questo fatto verrebbe secondo me in appoggio alla formula ciclica del trisolfuro di etenile polimero, perchè come si è visto lo solfo del tiofene ha un potere rifrangente assai basso.

[1] R. Nasini e T. Costa.

« La reazione fra il bromo e l'acido tioacetico prende un altro indirizzo quando si opera in soluzione nell'etere assoluto e raffreddando il recipiente. L'operazione si fece in un apparecchio a ricadere munito d'imbuto a robinetto. Nel pallone stava la soluzione eterea di acido tioacetico e dall'imbuto si faceva gocciolare lentissimamente e agitando di continuo, il bromo nella proporzione di una molecola dell'uno per una dell'altro: l'etere solvente rappresentava circa il decuplo dell'acido tioacetico impiegato.

« La reazione è assai blanda, il bromo in gran parte si scolora, e poscia l'etere comincia a colorarsi in giallo, mentre si separa una sostanza oleosa che poi si scioglie per forte agitazione. Non si svolge che piccola quantità di HBr. Scacciai l'etere con una rapida distillazione e le ultime porzioni vennero evaporate nel vuoto sulla calce, perchè si svolgevano abbondantissimi fumi di HBr. Se si lascia parecchie ore nel vuoto si trova una certa quantità di zolfo cristallizzato nel liquido. Dopo scacciato tutto l'etere, la sostanza oleosa rimasta venne distillata a pressione ridotta e divisa così in tre porzioni bollenti

1.ª	75°- 80°	a 6^{mm}	di pressione
2.ª	80°-120°	»	»
3.ª	128°-135°	»	»

« La 2.ª frazione, che era la più abbondante, venne di nuovo frazionata e si raccolsero due porzioni

1.ª	103°	a 10^{mm}	di pressione
2.ª	104°-106°	»	»

« Di queste frazioni vennero esaminate le seguenti:

1.ª	bollente a	75°- 80°	a 6^{mm}
2.ª	» »	103°	a 10^{mm}
3.ª	» »	104°-106°	a 10^{mm}

« Queste frazioni erano liquide, dense, incolore la Iª fumava leggermente svolgendo acido bromidrico, le altre no.

« Ecco ora i risultati dell'analisi:

« Dalla Iª porzione bollente a 75°-80° ebbi:

da gr. 0,4754 di sostanza, gr. 0,4034 di acido carbonico e gr. 0,1519 di acqua

da gr. 0,3655 di sostanza gr. 0,4345 di bromuro d'argento e gr. 0,2790 di solfato di bario

da gr. 0,4689 di sostanza gr. 0,3520 di solfato di bario.

« Dalla IIª porzione bollente a 103° ebbi:

da gr. 0,3693 di sostanza gr. 0,3375 di bromuro d'argento e gr. 0,4655 di solfato di bario.

« Dalla IIIª porzione bollente a 104°-106° ebbi:

da gr. 0,2855 di sostanza gr. 0,3028 di acido carbonico e gr. 0,0985 di acqua

da gr. 0,3870 di sostanza gr. 0,1584 di bromuro d'argento e gr. 0,9378 di solfato di bario.

« Per 100 si ha:

	I	II	III
C	23,42	—	28,92
H	3,55	—	3,83
Br	50,58	38,88	17,39
S	10,48 10,31	17,31	33,27

« È evidente la formazione di prodotti bromurati molto instabili, i quali vanno man mano perdendo bromo sotto forma di acido bromidrico durante la distillazione.

« Dai risultati dell'analisi della I^a porzione si calcola la seguente formula p. °/₀

	trovato			calcolato per $C_6H_{10}Br_2SO_2$
	I	II	III	
C	23,42	—	—	23,53
H	3,55	—	—	3,27
Br	—	50,58	—	52,28
S	—	10,48	10,31	10,46
O	—	—	—	10,46
				100,00

« La sensibile differenza che si riscontra per il bromo è da attribuirsi alla facilità di scomposizione con eliminazione di acido bromidrico.

« È probabile che la reazione in questo caso sia da rappresentarsi con una equazione diversa da quella esposta dal Bongartz; ma la grandissima facilità con la quale queste sostanze si scompongono, dando prodotti sempre meno bromurati, non mi hanno permesso di completare lo studio di questa reazione ».

Chimica. — *Nuova sintesi di Cumarine* (1). Nota di P. Biginelli, presentata dal Corrispondente L. Balbiano.

« In una prima Nota pubblicata a quest'Accademia sulle cumarine carbossilate (2), feci cenno della reazione atta a produrre tali composti. Non nascosi fin d'allora lo scopo de' miei tentativi, che era quello di arrivare alle cumarine vere per una via relativamente facile, per applicarla a certi fenoli pei quali la reazione di Pechmann diventa difficile o di scarso rendimento.

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica-farmaceutica della Regia Università di Roma.

(2) Acc. dei Lincei. vol. III, 1° semestre, fasc. IX.

« Come applicazione ho scelto subito, tra i fenoli, l'idrochinone perchè, secondo Pechmann e Welsh, è tra quelli che reagiscono più difficilmente [1].

« In questa seconda Nota, partendo dalle cumarine carbossilate, dimostrerò come si possa arrivare alle vere cumarine, e, nel caso mio speciale, alla metaossimetilcumarina di F. Tiemann e M. Müller [2] e quindi alla metaossicumarina di H. Von Pechman e W. Welsch (l. c.).

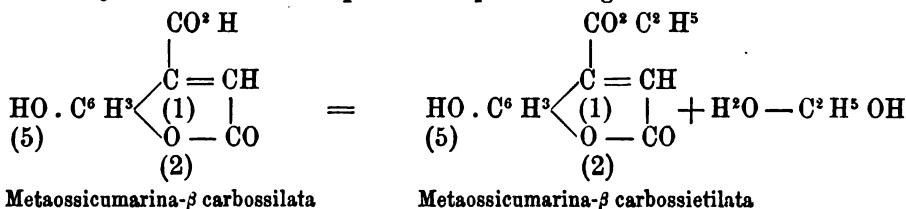
Metaossicumarine-β carbossilate.

« Se la soluzione potassica o sodica di una delle metaossicumarine-β carbossietilate descritte nella Nota precedente, si acidifica con un acido, lascia depositare una sostanza gialla formata da piccoli aghi solubili nell'alcool, nell'etere e nell'acqua specialmente a caldo. Da quest'ultima si depone in aghi più o meno lunghi e più o meno appiattiti, i quali fondono gli uni verso 279°-280°, e gli altri verso 283-284°,

« Questi aghi diedero all'analisi i seguenti risultati:
gr. 0,2296 di sostanza diedero CO^2 gr. 0,4882 e H^2O gr. 0,0672
da cui si ricava per 100 parte:

	trovato	calcolato per $C^{10}H^6O^5$
C	58,03	58,25
H	3,25	2,91

« Questa formola corrisponde all'equazione seguente:

$$\underset{\text{Metaossicumarina-}\beta\text{ carbossilata}}{\underset{(5)}{HO.C^6H^3}\left\langle\begin{matrix} C(CO^2H)=CH \\ (1)\quad | \\ O-CO \\ (2)\end{matrix}\right.} = \underset{\text{Metaossicumarina-}\beta\text{ carbossietilata}}{\underset{(5)}{HO.C^6H^3}\left\langle\begin{matrix} C(CO^2C^2H^5)=CH \\ (1)\quad | \\ O-CO \\ (2)\end{matrix}\right.} + H^2O - C^2H^5OH$$

« Questo nuovo composto è un acido, poichè è solubile nei carbonati con effervescenza e riprecipita inalterato da queste soluzioni per aggiunta di un acido qualunque. Anche di questi acidi se ne ottengono due poco diversi nella forma cristallina, tantochè l'uno è in aghi sottili terminanti in punta e l'altro in laminette aghiformi, corrispondenti alle due cumarine-β carbossietilate descritte nella Nota precedente. L'uno di questi acidi fonde a 279°-280° e l'altro a 283°-284°. La soluzione acquosa di questi acidi trattata con percloruro di ferro si colora in verdastro. Tutti e due riscaldati fra 280°-290° prima fondono poi distillano e in parte si depongono sulle pareti del vaso in lamine

(1) D. chem. G. 17. 1646. Bull. Soc. chim. (2), 44, 628.
(2) D. chem. G. 14. 1985. Bull. Soc. chim. (2), 37, 417.

gialle aghiformi che fondono poi a 289°. Verso questa temperatura però oltre a distillare in parte si scompongono e sviluppano anidride carbonica. La soluzione potassica o sodica di questi acidi precipita colle soluzioni dei principali sali metallici; non precipita nelle stesse condizioni, nè coi sali di calcio, nè coi sali di bario. Il sale di piombo ottenuto precipitando con acetato di piombo, si depone subito in aghi gialli disposti a raggi; coi sali di rame precipita in verde, e in prismi giallo-scuro coi sali di platino. Col nitrato d'argento precipita in color caffè, ma dopo poco il sale si riduce e forma uno specchio d'argento metallico.

« Il sale sodico che si ottiene trattando questi acidi con soluzione di carbonato sodico, è solubilissimo in acqua, molto più dell'acido libero, cristallizza da essa in lunghi aghi setacei disposti a sfera che contengono una molecola d'acqua di cristallizzazione. Quest'acqua la mantengono alla temperatura ordinaria, e la perdono sia mantenuti nel vuoto e sopra acido solforico, sia se scaldati in istufa per 3-4 ore verso 100°. In questo caso gli aghi si disfanno e tutto si riduce in una polvere di color giallo più pallido.

« Gli aghi diedero all'analisi i seguenti risultati:

gr. 0,4420 di sale sodico fornirono gr. 0,1273 di Na_2SO^4

» 0,4366 di sale sodico scaldato in istufa ad acqua per 4-5 ore a 96° perdette del suo peso gr. 0,0341.

« Da cui si ricava:

	trovato	calcolato per $C^{10}H^6O^4Na + H^2O$
Na°/₀	9,33	9,34
H^2O°/₀	7,81	7,31

« Il sale sodico anidro è quasi insolubile in alcool e, lasciato all'aria tende a ripigliare la molecola d'acqua colla quale cristallizza.

« Il sale sodico cristallizzato, bollito con alcool concentrato, in parte si disidrata e si fa polverulento, altra parte invece si scioglie e per raffreddamento si deposita come prismi laminari diversi dagli aghi precedenti. Se l'alcool che si adopera è alquanto diluito, allora tutto il sale sodico monoidrato si scioglie per poi deporsi sotto la nuova forma di prismi laminari. Questa nuova forma contiene alcool ed acqua riconoscibili facilmente e che non perde se non nelle stesse condizioni in cui il sale monoidrato perde l'acqua. I dati analitici portano ad un composto salino formato da due molecole di sale sodico, di cui una con una molecola d'acqua e l'altra con una molecola di alcool.

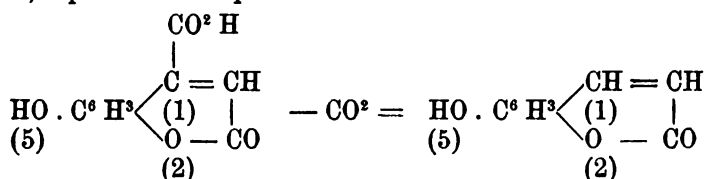
« Infatti gr. 0,4634 di sostanza tenuti per 36 ore sopra acido solforico e nel vuoto perdettero gr. 0,0561 di peso corrispondente a:

	trovato	calcolato per $\begin{cases} C^{10}H^5O^4Na + H^2O \\ C^{10}H^5O^4Na + C^2H^5OH \end{cases}$
$\left.\begin{matrix} H^2O \\ C^2H^5OH \end{matrix}\right\}$ °/₀	12,10	12,05

Anche questo sale è solubilissimo in acqua, e, come pel composto monoidrato, la sua soluzione acidificata con un acido minerale lascia deporre la metaossicumarina-β carbossilata fusibile a 280° avanti descritta.

Metaossimetilcumarina-β carbossimetilata e Metaossimetilcumarina-β carbossilata.

« Descrivendo la metaossicumarina-β carbossilata dissi che questa, riscaldata al disopra del suo punto di fusione, in parte si scompone e dà sviluppo di anidride carbonica. Probabilmente questa anidride carbonica proviene dal carbossile laterale della cumarina, il quale si elimina per sovrariscaldamento del composto. In questo caso doveva lasciare come residuo una vera metaossicumarina, e precisamente quella ottenuta da H. von Pechmann e W. Welsh.

$$\underset{(5)}{HO} . C^6H^3 \left\langle \begin{array}{l} \overset{\overset{CO^2H}{|}}{C} = CH \\ (1) \quad\ \ | \\ O - CO \\ (2) \end{array} \right. - CO^2 = \underset{(5)}{HO} . C^6H^3 \left\langle \begin{array}{l} CH = CH \\ (1) \quad\ \ | \\ O - CO \\ (2) \end{array} \right.$$

« Ottenni bensì un residuo di color caffè-scuro, solubile in una soluzione di potassa o soda caustica e riprecipitabile per mezzo di una corrente di anidride carbonica, ma il precipitato rimaneva nero e di difficile purificazione. Supponendo che questo fatto potesse provenire da polimerizzazione del composto, prodotta specialmente dall'ossidrile fenico libero a quella alta temperatura, pensai di eterificare l'ossidrile. Per questo operai nel modo seguente:

« Gr. 6,5 di metaossicumarina-β carbossilata (1 mol.) lo trattai prima con gr. 3,53 di KOH (2 mol.) sciolta in alcool metilico (soluz. 21 °/₀) e dopo avere fatta poltiglia omogenea in un mortaio, versai il tutto in un palloncino a cui aggiunsi gr. 9 di joduro di metile (2 mol.) in leggiero eccesso. Il tutto poi feci bollire a ricadere per 5-6 ore e in principio, sotto pressione di 10^{cc}-15^{cc} di mercurio. In fine distillai l'alcool metilico e l'eccesso del joduro di metile e, dopo raffreddamento, ripigliai il residuo con acqua per esportare il joduro di potassio dall'etere che doveva essersi formato. M'accorsi che parte del residuo organico si scioglieva in acqua insieme al joduro.

« Il residuo raccolto e lavato lo feci cristallizzare dall'alcool caldo, dal quale ottenni dopo raffreddamento degli aghi riuniti a mamellone che fondono a 131°-132° senza scomporsi.

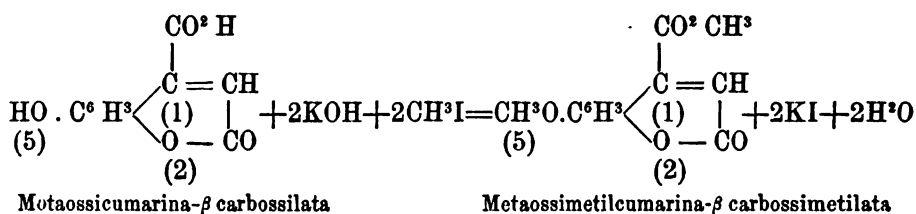
« Questi cristalli fornirono i seguenti dati analitici:
gr. 0,2167 di sostanza diedero CO^2 gr. 0,4870 H^2O gr. 0,0867.

« Da cui si ricava per 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{12}H^{10}O^5$
C	61,29	61,54
H	4,44	4,27

« Questi risultati portano alla formola della Metaossimetilcumarina-β-carbossimetilata corrispondente alla equazione seguente:

$$\underset{(5)}{HO\,.\,C^6H^3}\left\langle\begin{array}{l} \overset{\overset{\displaystyle CO^2H}{|}}{C} = CH \\ (1) \quad\;\; | \\ O - CO \\ \;(2) \end{array}\right. + 2KOH + 2CH^3I = \underset{(5)}{CH^3O.C^6H^3}\left\langle\begin{array}{l} \overset{\overset{\displaystyle CO^2CH^3}{|}}{C} = CH \\ (1) \quad\;\; | \\ O - CO \\ \;(2) \end{array}\right. + 2KI + 2H^2O$$

Metaossicumarina-β carbossilata — Metaossimetilcumarina-β carbossimetilata

« Questo composto è insolubile negli acidi, nelle soluzioni dei carbonati alcalini e negli alcali caustici a freddo. A caldo in questi ultimi si scioglie dopo breve ebollizione, e la soluzione alcalina acidificata con acido cloridrico lascia deporre degli aghi giallo-verdi fusibili a 246°-247°. Questo composto distilla inalterato verso 290°.

« La soluzione acquosa contenente il joduro di potassio, da cui si separò il composto precedente fusibile a 131°-132°, acidificata con acido solforoso, lascia deporre una polvere cristallina giallo-verde, la quale fatta cristallizzare dall'alcool si depone in laminette gialle lucenti come oro fusibili a 246°-247°. Dunque si ottenne in questo caso lo stesso composto che si ottiene saponificando cogli alcali caustici il composto precedentemente descritto. I dati analitici di questo nuovo composto corrispondono difatti all'acido derivante dalla Metaossimetilcumarina-β-carbossimetilata.

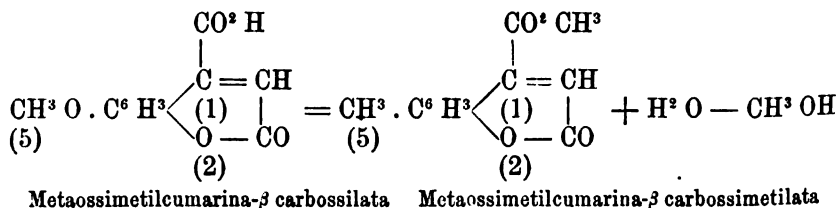
« Eccone i risultati:

gr. 0,2314 di sostanza fornirono CO^2 gr. 0,5058 H^2O gr. 0,0775 da cui si ricava per per 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{11}H^8O^5$
C	59,60	60,00
H	3,72	3,63

Questa formola porta all'equazione seguente:

$$\underset{(5)}{CH^3O\,.\,C^6H^3}\left\langle\begin{array}{l} \overset{\overset{\displaystyle CO^2H}{|}}{C} = CH \\ (1) \quad\;\; | \\ O - CO \\ \;(2) \end{array}\right. = \underset{(5)}{CH^3\,.\,C^6H^3}\left\langle\begin{array}{l} \overset{\overset{\displaystyle CO^2CH^3}{|}}{C} = CH \\ (1) \quad\;\; | \\ O - CO \\ \;(2) \end{array}\right. + H^2O - CH^3OH$$

Metaossimetilcumarina-β carbossilata — Metaossimetilcumarina-β carbossimetilata

Questo composto è solubile nei carbonati alcalini e negli alcali caustici, ma non riprecipita più inalterato per azione di una corrente di anidride carbonica; riprecipita soltanto inalterato dopo aggiunta di un acido.

« Dunque nelle condizioni dell' operazione l'eterificazione della metaossicumarina-β carbossilata fu anche parziale e si è limitata al semplice ossidrile fenico. Lo stesso fatto avviene anche partendo dal composto primitivo cioè dalla Metaossicumarina-β carbossietilata.

Metaossimetilcumarina.

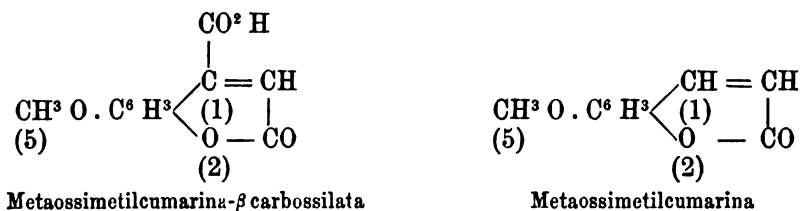
« La metaossimetilcumarina-β carbossilata avanti descritta, scaldata da sola in istrato sottile, a bagno di lega, anche fino a 300° non sviluppa più anidride carbonica, come soleva avvenire nelle stesse condizioni coll'ossiderivato, ma arrivata appena alla temperatura di fusione, sublima in parte inalterata in lamine aciculari gialle. A temperatura superiore a poco a poco annerisce e si decompone.

« Se si scalda una miscela ben polverizzata di soda caustica e di sale sodico della metaossimetilcumarina-β carbossilata, disposta in istrato sottile in una bevuta, per due o tre ore, a bagno di lega, fino ad arrivare verso 300°, una parte del composto si scompone e distilla un liquido oleoso aromatico. Per la maggior parte invece il sale rimane inalterato, dal quale si può ancora riottenere la metaossimetilcumarina-β carbossilata precipitando la sua soluzione acquosa con un acido.

« Riscaldando nello stesso modo una miscela di sale calcico e di calce, si ottengono quasi gli stessi risultati, solo che la decomposizione va un po'più lentamente.

« Sempre allo scopo di arrivare alla metaossimetilcumarina, tentai in parecchi altri modi di sostituire un atomo di idrogeno al carbossile della metaossimetilcumarina-β carbossilata, che questa differisce da quella soltanto per un carbossile nella catena laterale:

$$
\begin{array}{ll}
 & \quad\quad CO^2H \\
 & \quad\quad | \\
 & \diagup C = CH \\
CH^3O . C^6H^3 & \langle\ (1)\quad | \\
(5) & \diagdown O - CO \\
 & \quad (2)
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ll}
 & \diagup CH = CH \\
CH^3O . C^6H^3 & \langle\ (1)\quad\quad | \\
(5) & \diagdown O \;-\; CO \\
 & \quad (2)
\end{array}
$$

Metaossimetilcumarina-β carbossilata — Metaossimetilcumarina

« Il migliore metodo fra quelli provati è ancora quello di scaldare per due a tre ore, a bagno di lega fra 265°-270°, una mescolanza ben intima formata da volumi eguali di metaossimetilcumarina-β carbossilata e di polvere di ferro previamente arroventata. Le migliori condizioni poi sono quelle di disporre la miscela in istrati sottili entro bevute, e di operare con piccole proporzioni di due grammi circa di metaossimetilcumarina-β carbossilata.

« Appena che col riscaldamento si arriva di pochi gradi al disopra di 246° (punto di fusione del composto) esso si fonde e bagna tutta la massa. In

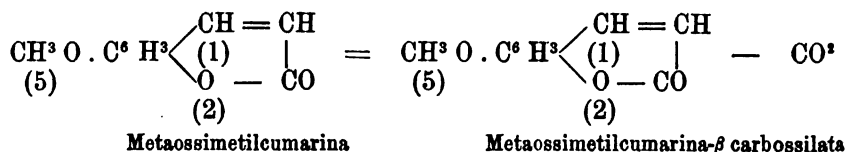
seguito una parte distilla inalterato e si depone sulle pareti del vaso in aghi gialli. Continuando il riscaldamento e portandolo fra 265-270°, alla massa cristallina aghiforme va sopprapponendosi una specie di olio gialliccio, che si mantiene tale per tutto il tempo che dura il riscaldamento. Si sviluppa contemporaneamente dalla bevuta un forte odore di cumarina. Si raccoglie quest'olio di mano in mano che si forma; per raffreddamento esso si rapprende in massa cristallina. Si fa allora sciogliere in etere e la soluzione si sbatte con soluzione di carbonato sodico per esportare tutto l'acido distillato indecomposto. L'etere separato lascia come residuo della distillazione un olio paglierino di odore di cumarina, che per raffreddamento cristallizza e dà delle lamine prismatiche, le quali dopo lavate con etere diventano perfettamente bianche e fondono a 102°-103°. Se la stessa si fa cristallizzare lentamente per evaporazione del solvente, si può pure ottenere in grossi prismi.

« Questi cristalli diedero i seguenti risultati analitici:
gr. 0,2363 di sostanza fornirono CO^2 gr. 0,5896 H^2O gr. 0,0989
da cui si ricava per 100 parti:

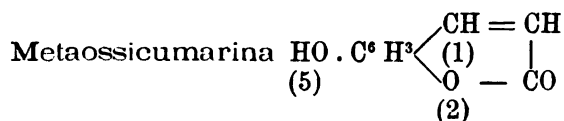
	trovato	calcolato per $C^{10} H^8 O^3$
C	68,04	68,18
H	4,64	4,54

« La formola a cui portano questi dati, corrisponde all'equazione seguente:

$$\underset{(5)}{CH^3O} . C^6 H^3 \begin{cases} CH = CH \\ (1) \quad\quad | \\ O - CO \\ (2) \end{cases} = \underset{(5)}{CH^3O} . C^6 H^3 \begin{cases} CH = CH \\ (1) \quad\quad | \\ O - CO \\ (2) \end{cases} - CO^2$$

Metaossimetilcumarina — Metaossimetilcumarina-β carbossilata

« Queste lamine sono solubili nelle soluzioni di potassa e soda caustica e da queste soluzioni riprecipitano come sostanza inalterata per azione di una corrente di anidride carbonica, e se da soluzioni sufficientemente diluite, si depone in lunghe laminette bianche come la cumarina ordinaria. Sopra questa proprietà, comune del resto a tutte le cumarine, si fonda il metodo più rapido e più sicuro di purificazione del composto.

« Dunque le proprietà fisiche e chimiche di questa cumarina corrispondono in tutto e per tutto con quelle descritte per la metaossimetilcumarina di F. Tiemann e M. Müller, che l'hanno ottenuta scaldando all'ebollizione un miscuglio di aldeide metaossisalicilica con anidride acetica in presenza di acetato sodico (l. c.).

$$\text{Metaossicumarina} \quad \underset{(5)}{HO} . C^6 H^3 \begin{cases} CH = CH \\ (1) \quad\quad | \\ O - CO \\ (2) \end{cases}$$

« Trattando a caldo la metaossimetilcumarina, avanti descritta, ben polverizzata con acido iodidrico d. 1,27, a tutta prima si scioglie, si sviluppa ioduro di metile, e dopo breve ebollizione si deposita una polvere cristallina gialliccia. Si getta allora tutto in acqua fredda, e si lascia a sè per ventiquattro ore affinchè tutto il composto abbia tempo di deporsi.

« Si filtra in seguito e si purifica il prodotto per cristallizzazione dall'alcool. Si ottengono in questo modo dei cristallini prismatici di color paglierino fusibile a 249°.

« All'analisi questo composto fornì i seguenti risultati:
gr. 0,2306 di sostanza diedero CO^2 gr. 0,5604 H^2O gr. 0,0807
da cui si ricava per 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^9 H^6 O^3$
C	66,27	66,66
H	3,88	3,70

« La formola $C^9 H^6 O^3$ a cui portano questi dati corrisponde precisamente a quella della Metaossicumarina di H. von Pechmann e W. Welsh (l. c.), ottenuta per fusione di acido malico e idrochinone e successivo riscaldamento con acido solforico concentrato.

« Il punto di fusione di questa, e tutte le altre proprietà fisiche e chimiche, corrispondono ancora perfettamente con quelle della metaossicumarina da me ottenuta.

Conclusione.

« Coll'avere ottenuta la metaossimetilcumarina di Tiemann e Müller, e la metaossicumarina di Pechmann e Welsh, resta dimostrato che anche colle cumarine carbossilate nella catena laterale, si può arrivare alle cumarine vere.

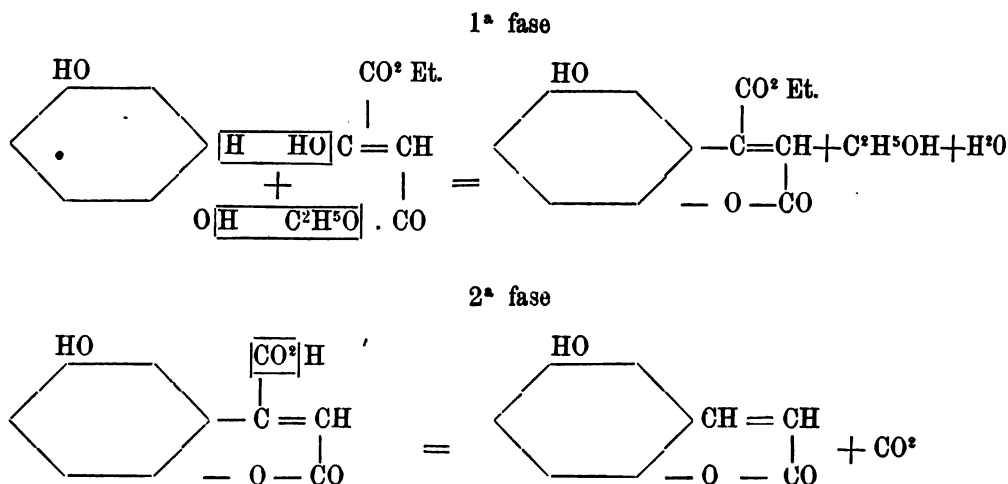
« Di questo nuovo metodo di sintesi spero di poter dare esempî migliori in seguito, applicando la reazione ad altri fenoli, ma specialmente al Diossimetilidrochinone di Will [1] pel quale, come già annunciai nella mia prima Nota, la reazione di Pechmann non mi dette risultati soddisfacenti.

« Il meccanismo della reazione generale, che avviene in tutti questi casi, è abbastanza semplice e si può dividere in due fasi nettamente distinte.

« Perciò che concerne la prima fase di tale reazione a me pare si possa ritenere come analoga a quella che avviene tra i fenoli e l'etere acetilacetico nella reazione di Pechmann e Duisberg [2], e se qualche differenza non sostanziale potrà esistere sia solo in dipendenza della più facile reazionabilità del-

(1) Berichte der chem. G. Berlin, XXI, p. 608.
(1) Berichte der chem. G. Berlin, XXVI, 2122.

l'etere ossalacetico in confronto dell'etere acetilacetico, reazionabilità prodotta molto probabilmente dal gruppo acido che quello contiene al posto del metile di questo. Come seconda fase si ha il fatto, abbastanza comune in composti a catena chiusa, dell'eliminazione di anidride carbonica per distruzione dei carbossili laterali, prodotto per sovrariscaldamento del composto acido.

« Tale meccanismo si potrà perciò rappresentare colle due equazioni seguenti che stanno ad indicare le due fasi distinte dalla reazione:

Chimica. — *Sopra un nuovo alcool della lanolina* (1). Nota di G. MARCHETTI, presentata dal Corrispondente L. BALBIANO.

« H. Buisine (2) nel 1886 separò e descrisse gli acidi contenuti nelle acque di lavaggio della lana delle pecore e il dott. Desanctis (3) l'anno scorso quelli contenuti nell'untume della lana stessa depurato, che si adopera in terapia sotto il nome di l a n o l i n a.

« La parte basica di questo composto farmaceutico, ossia quelle sostanze che si comportano come basi rispetto agli acidi in esso rinvenuti, non fu completamente studiata finora. Hartmann (4) per il primo ottenne, trattando con potassa l'untume della lana, una sostanza basica che dava le reazioni della colesterina; mentre non riuscì a constatare tracce di glicerina. Schultz (5)

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica farmaceutica della R. Università di Roma.

(2) Compt. Rend., t. 103, p. 66.

(3) Rend. Acc. Lincei, vol. II, p. 310.

(4) F. Hartmann, *Ueber den Fettschweiss der Schafwolle*. Inaug-Diss. Göttingen 1864.

(5) Zeitsch. f. Chem., 1870, p. 453. Berichte 1872 p. 1075; id. 1873, p. 251; id. 1874, p. 570.

nel 1870 dimostrò che la sostanza ottenuta da Hartmann era propriamente colesterina e di più riuscì ad isolare un isomero di questa, la isocolesterina. A ciò egli fondeva con anidride benzoica tutti gli alcooli contenuti nell'untume, e trattando poscia con alcool caldo estraeva i composti benzoilici della colesterina ed isocolesterina, mentre gli rimaneva indietro un residuo oleoso, da cui per mezzo della potassa otteneva un corpo che differiva dai due suddetti per fondere molto più basso e per contenere rispetto all'ossigeno una quantità di carbonio inferiore. Schultz non vi potè separare nessun composto definito, e per ciò ritenne che questo residuo fosse costituito da un miscuglio di alcooli. Più tardi Buisine (1) riscontrò nell'untume greggio l'alcool cerilico, che egli crede vi si trovi sotto forma di cerotato di cerile, mentre che il Lewcowitz (2) ritiene che vi si trovi allo stato libero, poichè trova un alcool di basso punto di fusione nel grasso, greggio, appunto libero e crede che si tratti di alcool cerilico. Anche questi ultimi ammettono che nell'untume si debbano trovare altri alcooli, la cui separazione presenta molte difficoltà.

« Come si vede, tutti quanti sono partiti per tali ricerche dall'untume della lana greggio. Ho creduto che si potesse riuscire a migliori risultati, partendo dalla lanolina già depurata, tal quale si adopera in farmacia; e quindi, mentre il dott. Desanctis in questo stesso Laboratorio imprendeva a fare la separazione degli acidi in essa contenuti, io ne studiava la parte basica. Ho potuto così separare dalla lanolina l'alcool cerilico allo stato di chimica purezza; e nello stesso tempo un nuovo alcool di cui la formola bruta è $C^{12} H^{24} O$ e che per la sua provenienza chiamerò *lanolinico*. Quest'alcool, di cui ho potuto caratterizzare la funzione per mezzo del derivato benzoilico, non ha numero di iodio, benchè dovesse sembrare il contrario, avuto riguardo alla quantità di idrogeno rispetto al carbonio. Ciò farebbe supporre che piuttosto che avere un doppio legame, esso sia, come si ritiene per la colesterina, un composto a catena chiusa. E invero per altre ragioni che vedremo in seguito, egli è un corpo, che pel suo comportamento chimico, credo si possa riavvicinare appunto alla colesterina.

La lanolina Liebreich, che vien messa in commercio preparata dai dottori Jaffe e Damstädter e che ho adoperata per le mie ricerche, è leggerissimamente colorata in giallo nell'interno della massa, molto più intensamente alla superficie, ove ha subito il contatto dell'aria atmosferica: fonde verso i 40° e contiene, secondo le diverse preparazioni, dall' 1 ½ al 10 $_0/^0$ di acqua emulsionata. Per la saponificazione di essa ho usato il metodo di A. Kossel e H. Obermüller (3), che consiste nel trattare i grassi con etilato sodico. A tal fine si disciolgono 30 gr. di sodio metallico in un litro di alcool assoluto,

(1) Bull. Soc. chim., 84. 42, p. 201.
(2) Monit. Scien., 1893, p. 227.
(3) Zeitsch. f. phys. Chemie, 14, p. 599.

si riscalda a bagno maria e quindi vi si versano gr. 300 di lanolina già fusa. La lanolina si discioglie completamente, mentre che il liquido va assumendo una colorazione marrone scura. Seguitando a riscaldare a b. m. ed agitando, quasi subito incominciano a depositarsi i saponi sodici, che sono insolubili nell'alcool, finchè il tutto si rappiglia in una massa gelatinosa. Si lascia a ricadere ancora per 5 o 6 ore, quindi si distilla la maggior quantità di alcool possibile, si ripiglia con acqua e si agita con etere. In tal modo una buona quantità di saponi si disciolgono nell'acqua e la colesterina, l'isocolesterina ecc., vengono sciolti dall'etere. A tal punto l'operazione diventa lunga e difficile, perchè l'acqua e l'etere si emulsionano così intimamente, che la loro separazione avviene lentissima e non è mai completa, anche se si lascia a sè per lunghissimo tempo. Cosicchè bisogna limitarsi a togliere quel poco di acqua ed etere che si chiarificano, e aggiungere ogni volta nuova acqua e nuovo etere. A mano a mano che si procede, la separazione avviene sempre più facilmente, e allora la parte rimasta indisciolta si dispone a formare uno strato sospeso tra i due liquidi. In questo strato si distinguono nettamente due parti: una sottostante di colore oscuro costituita dai saponi poco solubili nell'acqua, la soprastante bianca costituita dall'alcool lanolinico. Per separare questo dal resto dei saponi, si decanta l'acqua e l'etere e si raccoglie il tutto sopra un filtro. Si torna a porre nell'estrattore la parte solida, si tratta con acido solforico diluito per scomporre i saponi e si agita di nuovo con etere. Gli acidi grassi liberi si disciolgono tutti nell'etere, e l'alcool lanolinico rimane sospeso tra i due liquidi. Si separa poi per filtrazione.

« L'alcool cerilico passa colla colesterina ed isocolesterina, quando si tratta la prima volta con etere. Si separa per mezzo di cristallizzazioni frazionate dall'alcool, raccogliendo la porzione più solubile e successivo trattamento con carbone animale, che trattiene quel poco di sostanza bruna, che si forma quando si tratta con etilato sodico. Si ottiene così un corpo che non dà più le reazioni della colesterina e dell'isocolesterina. Il punto di fusione di esso è assai basso, e ciò potrebbe essere dovuto a piccola quantità di alcooli inferiori contenutivi, ma esso è in massima parte costituito dall'alcool cerilico; e infatti basta cristalizzare due o tre volte dal cloroformio, per averlo alla stato di perfetta purezza. Allora si presenta perfettamente bianco e sotto forma di piccoli prismi riuniti. Seccato nel vuoto sull'acido solforico, si ebbe all'analisi il seguente risultato:

da gr. 0,2115 di sostanza si ebbero gr. 0,6352 di CO^2 e gr. 0,2713 di H^2O:
quindi in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{27}H^{56}O$
C =	81,93	81,82
H =	14,27	14,14

« Il suo punto di fusione 78°-79° e così il suo comportamento riguardo ai solventi e le altre proprietà fisiche, concordano perfettamente con quelle descritte per l'alcool cerilico.

« Dal cloroformio da cui era cristallizzato l'alcool cerilico, non ho potuto separare che poca quantità di una sostanza cerosa. Forse operando su maggior quantità di sostanze si potevano avere risultati migliori, ma ho creduto meglio tener dietro all'alcool lanolinico, e per averlo più speditamente ho modificato il processo in modo da evitare il lungo lavoro dell'estrazione eterea dei saponi, trascurando di separare gli acidi della parte basica. Infatti se dopo la saponificazione, distillato l'alcool, si tratta addirittura con acido solforico diluito e si estrae con etere, questo porta in soluzione tutti gli acidi e gli alcooli insieme, mentre che l'alcool lanolinico resta indisciolto. In tal caso la estrazione eterea è resa molto più agevole, trattandosi di un liquido acido. Però una parte dell'alcool lanolinico passa in soluzione, essendo un poco solubile nella soluzione eterea dei corpi che l'accompagnano. Tuttavia è sempre in piccola quantità che si trova nella lanolina. Da 5 chilogrammi di questa, saponificata col metodo suddetto, si ottengono soltanto circa 50 gr. di alcool cristallizzato una sola volta dall'alcool etilico, in cui è pochissimo solubile a freddo. Per averlo poi perfettamente puro, bisogna ricristallizzarlo dall'alcool a 93° e quindi molte volte dal cloroformio, fino ad averlo completamente scolorato.

Alcool lanolinico.

« L'alcool lanolinico si presenta cristallizzato dal cloroformio sotto forma di polvere bianca, inodora. Lasciato per molto tempo in soluzione diluita nel cloroformio, si depone prendendo l'aspetto di concrezioni sferoidali. Osservato al microscopio non presenta struttura cristallina.

« Disseccato prima nel vuoto sull'acido solforico, poi riscaldato a 100° fino a peso costante, fu sottoposto all'analisi e si ebbero i seguenti risultati:

I da gr. 0,2094 di sostanza si ebbero gr. 0,5991 di CO^2 e gr. 0,2453 di H^2O
II » » 0,1452 » » » 0,4160 » » 0,1718 » »
III » » 0,1825 » » » 0,5228 » » 0,2173 » da cui

calcolando per 100 parti:

	trovato			calcolato per $C^{12}H^{24}O$
	I	II	III	
C =	78,02 —	78,13 —	78,13	78,26
H =	13,01 —	13,14 —	13,24	13,06

« L'alcool lanolinico è solubile a caldo nell'alcool, nella benzina e nel cloroformio, poco solubile a freddo, è insolubile nell'etere. Fonde tra 102°-104°.

« Non dà alcuna delle reazioni della colesterina ed isocolesterina, e non

ha numero di iodio. È insolubile nella potassa. Trattata con etilato sodico a caldo in parte si combina col sodio e il composto che ne risulta è insolubile nell'acqua. Trattando con acidi si riottiene l'alcool inalterato. È solubile a caldo tanto nell'acido acetico come nell'anidride acetica e da questi si ridepone a freddo, senza contrarvi combinazione e quasi completamente.

« Ho tentato di determinarne la grandezza molecolare col metodo ebulliometrico di Beckmann, ma l'alcool lanolinico non innalza per nulla la temperatura del cloroformio in cui faceva l'esperienza. Non si può neppure adottare il metodo della determinazione del punto di congelamento delle soluzioni, appunto per la sua poca solubilità a freddo in tutti i solventi.

« Riscaldato con acido bromidrico e con pentacloruro di fosforo, non ha dati buoni risultati, perchè gli acidi alogenati lo resinificano in gran parte.

« Composto benzoilico. — Si riscalda l'alcool con un eccesso di anidride benzoica a 200° circa per 2 ore in tubo chiuso. Si ottiene così una massa uniforme, bruna, che si lava prima con acqua per asportare l'acido benzoico e l'anidride rimasta inalterata. Disciogliendo poi in alcool e precipitando con etere, si ottiene l'etere benzoilico sotto forma di fiocchi bianchi che si separano per filtrazione.

« Disseccato a 100° fu sottoposto all'analisi e si ebbero i seguenti risultati:

da gr. 0,1731 di composto si ebbero gr. 0,5064 di CO^2 e gr. 0,163 di H^2O

quindi in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{12}H^{23}OC^6H^5CO$
C =	79,77	79,16
H =	10,52	9,72

« Tal composto si presenta sotto forma di una massa bianca, cerosa, solubile in alcool, insolubile in etere. Fonde tra 65° e 66°.

« Lasciato a sè per qualche tempo, subisce per l'azione dell'aria una scomposizione, diventa più untuoso e imbrunisce.

« Trattato con etilato sodico a caldo si scompone, dando nuovamente acido benzoico e l'alcool primitivo.

« Questo derivato benzoilico si può ottenere naturalmente anche trattando l'alcool con cloruro di benzoile, ma in tal caso, come si accennava sopra, si ha una profonda resinificazione dovuta all'acido cloridrico che si svolge nella reazione, cosicchè il reddito è quasi nullo.

Acido lanolinico.

« L'alcool lanolinico non viene quasi per nulla attaccato dal permanganato di potassio in soluzione alcalina. Invece si ossida molto facilmente con acido cromico.

« Gr. 5 di alcool furono posti in apparecchio a ricadere con grammi 200

di acido acetico glaciale è quindi vi si aggiunsero gr. 10 di acido cromico a piccole porzioni ed agitando continuamente. L'ossidazione incomincia di già a freddo e si completa facendo bollire per circa due ore. Distillato l'acido acetico a bagno maria nel vuoto, si ripiglia il tutto con acqua e si filtra. Sul filtro rimane la parte inalterata e il sale cromico dell'acido lanolinico. Per scomparire il sale si fa bollire con carbonato sodico; in tal modo passa in soluzione il sale sodico dell'acido. Si filtra nuovamente e si acidifica con acido solforico diluito. Si ottiene un precipitato fioccoso, bianco, che raccolto su filtro, si purifica disciogliendolo di nuovo in soda e riprecipitandolo. Infine se ne fa una soluzione nel benzolo e si precipita con etere di petrolio.

« Disseccato il prodotto nel vuoto sull'acido solforico e quindi riscaldato a 100°, fu sottoposto all'analisi e si ebbero i seguenti risultati:

I da gr. 0,1291 di sostanza si ebbero gr. 0,3185 di CO^2 e gr. 0,1222 di H^2O
II » » 0,1296 » » » 0,3006 » » 0,1224 »

da cui si calcola in 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{12}H^{22}O^3$
C =	67,29	67,47	67,29
H =	10,45	10,47	10,28

» L'acido lanolinico si presenta sotto forma di una polvere cristallina, bianca. È insolubile nell'acqua e negli eteri di petrolio, solubile in alcool, etere, cloroformio e benzina. Fonde tra 75° e 77°.

« È solubile nei carbonati alcalini. È anche disciolto dall'ammoniaca, ma basta scaldare leggermente o anche lasciare a se per qualche tempo, perchè man mano che l'ammoniaca si allontana, riprecipiti l'acido. Esso, come l'alcool lanolinico da cui deriva non ha numero di iodio.

« Sale di bario. — Si prende una quantità di acido pesata esattamente, vi si aggiunge un poco d'acqua e si tratta con una soluzione normale di soda; quando di questa si è aggiunta la quantità calcolata, l'acido è completamente disciolto. Trattando poi il liquido con leggero eccesso di cloruro di bario, si ottiene un precipitato bianco, che bisogna filtrare immediatamente alla pompa e lavare, perchè non si abbia assorbimento di anidride carbonica.

« Così preparato e disseccato nel vuoto, il sale di bario sembra che contenga una molecola d'acqua di cristallizzazione [1], che perde riscaldato a 150°. Infatti:

da gr. 0,1495 di sale si ebbe una perdita di gr. 0,0047 da cui:

	trovato	calcolato per $(C^{12}H^{21}O^3)^2Ba,H^2O$
H^2O =	3,15	3,09

[1] Avendo poca quantità di sostanza, non ho potuto controllare la determinazione.

« Il sale disseccato a 150° fino a peso costante fu sottoposto all'analisi e si ebbero i seguenti risultati:
da gr. 0,1606 di sale si ebbero gr. 0,2861 di CO^2, gr. 0,1095 di H^2O e gr. 0,0575 di carbonato di bario; da cui si calcola in 100 parti:

	trovato	calcolato per $(C^{12}H^{21}O^3)^2Ba$
C	= 50,78	51,15
H	= 7,57	7,45
Ba	= 24,82	24,33

Questo sale si presenta sotto forma di polvere bianca, pesante, insolubile completamente nell'acqua. Riscaldato non si fonde, ma si decompone.

« Mi sembra adunque che sia in tal modo ben caratterizzata la funzione alcoolica per mezzo del derivato benzoilico del nuovo corpo che si riscontra nella lanolina. Da parte sua il prodotto dell'ossidazione sta ad avvalorare quello che diceva in principio, che l'alcool lanolinico abbia un poco della natura della colesterina. Infatti esso con acido cromico fissa due atomi di ossigeno, appunto come fa la colesterina ossidata con permanganato di potassio, la quale si trasforma nella triossicolesterina. Questa è solubile nella potassa ed insolubile nell'ammoniaca. L'acido lanolinico oltre che nella potassa è solubile anche nell'ammoniaca; ma come abbiamo veduto il sale ammonico si decompone anche se si lasci a sè per qualche tempo ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Blaserna presenta la pubblicazione del Corrispondente Righi intitolata: *Sulle oscillazioni elettriche a piccola lunghezza d'onda e sul loro impiego nella produzione di fenomeni analoghi ai principali fenomeni dell'ottica*; una Memoria del dott. V. Reina sull'*Azimut assoluto di Monte Cavo sull'orizzonte della specola geodetica di S. Pietro in Vincoli in Roma;* e, a nome del Socio Cremona una *Introduzione alla teoria matematica della elasticità* del prof. E. Cesàro.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 dicembre 1894.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Studio del dimetilnaftol* (1). Nota preliminare del Socio S. Cannizzaro e di A. Andreocci.

« Affine di togliere qualsiasi dubbio sulla costituzione della santonina e dei suoi numerosi derivati, abbiamo intrapreso un accurato studio sul dimetilnaftol che proviene dalla decomposizione degli acidi: destro-santonoso, levi-santonoso, racemo-santonoso, e desmotropo-santonoso (2).

« Del prodotto di ossidazione ($C^{12}H^{12}O^{2}$) che fu descritto da Cannizzaro e Carnelutti (3) preparato per l'azione dell'acido cromico sul dimetilnaftol, abbiamo ottenuto l'idrazone e l'ossima e due anidridi di quest'ultima, l'una verde e l'altra arancio, che ci riserviamo di descrivere.

« Abbiamo inoltre convertito il dimetilnaftol nella dimetilammina corrispondente, ottenendo prima il derivato acetilico di quest'ultima mediante l'azione dell'acetamide sul naftol e saponificando poi il derivato acetilico.

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto Chimico dell'Università di Roma.

(2) Cannizzaro e Carnelutti, Gazz. Chim. ital. vol. XII, p. 406. — A. Andreocci, Gazz. Chim. ital. vol. XXIII, parte 2a, pagine 481 e 492.

(3) Gazz. chim. ital. vol. XII, pag. 408.

« La dimetilnaftilammina così ottenuta è una sostanza bianca cristallizzata in lunghi prismi, fonde a 74°, è volatile col vapor d'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere e pochissimo nell'acqua. Fa un cloridrato poco solubile a freddo nell'acqua e meno nell'alcool, ed un cloroplatinato di color arancio quasi insolubile nell'acqua ma abbastanza solubile nell'alcool ».

Cimica generale. — *Sui composti di platosomonodiammina.* Nota preliminare del Socio prof. ALFONSO COSSA.

« Proseguendo nello studio dei derivati ammoniacali del platino, ho recentemente iniziato delle ricerche sulle combinazioni di platosomonodiammina; e con questa Nota mi propongo di farne conoscere i principali risultati finora ottenuti.

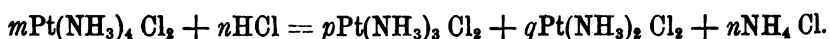
« 1.° Oltrechè per le reazioni indicate da Cleve nella sua classica Memoria sulle basi ammoniacali del platino [1], si formano insieme ad altri prodotti combinazioni di platosomonodiammina nelle reazioni seguenti:

« *a*) Azione dell'acido cloridrico sul cloruro della prima base del Reiset.

« *b*) Azione limitata dell'ammoniaca sul sale verde del Magnus, sui cloruri di platosammina, di platososèmidiammina e sul cloruro doppio di platososemiammina e di potassio.

« *c*) Azione del cloruro d'ammonio e del nitrato di ammonio in soluzione concentrate sul sale verde del Magnus e sul cloruro di platosammina.

« 2.° Il metodo più conveniente, sotto il punto di vista della quantità del prodotto, per ottenere il cloroplatinito di platosomonodiammina, che è la materia prima che serve a preparare le altre combinazioni di questa base, consiste nel fare agire a caldo l'acido cloridrico sopra una soluzione acquosa di cloruro di platosodiammina. Avviene che questo sale, in una frazione che varia colla concentrazione dell'acido e colla durata della reazione, cede gradatamente ammoniaca all'acido cloridrico e si scinde nei cloruri diplatosomonodiammina e di platososemidiammina. — Quando l'esperienza non è protratta oltre misura, la reazione avviene nettamente, senza formazione cioè di altri prodotti, e può essere rappresentata in modo generale dalla seguente equazione:

$$m\mathrm{Pt(NH_3)_4\,Cl_2} + n\mathrm{HCl} = p\mathrm{Pt(NH_3)_3\,Cl_2} + q\mathrm{Pt(NH_3)_2\,Cl_2} + n\mathrm{NH_4\,Cl}.$$

« Nelle mie esperienze si teneva per un certo numero di ore, in un apparecchio a riflusso alla temperatura dell'acqua bollente, la soluzione contenente determinate quantità di cloruro della prima base del Reiset e di acido cloridrico. Raffreddata la soluzione, si separava il cloruro di platososemidiammina, che è insolubile alla temperatura ordinaria (q). Nel liquido filtrato e

[1] *On ammoniacal platinum bases,* Stockholm, 1872.

bollente si versa in eccesso una soluzione concentrata di cloroplatinito potassico. Il sale verde del Magnus che precipita immediatamente, lavato, essiccato e pesato, moltiplicato per il fattore 0,59 indica la quantità di cloruro della prima base del Reiset che non ha preso parte alla reazione, e così per differenza si ha la quantità: m. — Dalla soluzione separata dal sale verde, concentrata per evaporazione, si depone per raffreddamento il cloroplatinito di platosomonodiammina, e da questo si può desumere la quantità p del cloruro della stessa base.

« Evidentemente il rapporto tra le due quantità p e q varia anch'esso colla concentrazione e colla durata della esperienza. — A parità di concentrazione, se si abbrevia la durata della reazione diminuisce naturalmente q rispetto a p; ma diminuendo in una più forte misura anche la quantità m, ne viene che la quantità assoluta di p riesce più piccola di quella che si avrebbe prolungando la durata dell'azione dell'acido cloridrico.

« Ecco i dati numerici dell'esperienza, che finora mi ha dato la massima quantità assoluta di cloroplatinito di platosomonodiammina. Impiegando dieci grammi di cloruro di platosodiammina cristallizzato sciolti in 150 cent. cubici di acqua distillata a cui aggiunsi 75 cent. cub. di acido cloridrico avente una densità eguale a 1,1982 a $+20°$, dopo dieci ore di riscaldamento alla temperatura nell'acqua, si ottennero:

gr. 6,75 di sale verde del Magnus $=$ 3,98 di cloruro del Reiset cristallizzato
» 3,20 di cloruro di platososemidiammina $=$ 3,77
» 2,70 di cloroplatinito di platosomonodiammina $=$ 2,11.

« La differenza di grammi 0,14 tra la quantità impiegata di cloruro di platosodiammina, e la somma dei prodotti ottenuti, ragguagliati a questo sale, è trascurabile in questo genere di determinazioni, e pertanto non infirma l'attendibilità della formola generale sovraesposta.

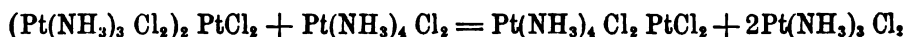
« 3.° Il cloroplatinito di platosomonodiammina cristallizza in lamine di un bel color roseo a riflesso leggermente metallico che rimangono completamente oscure tra i nicol incrociati, e da esse sorte nella luce convergente un'unica figura assiale ben centrata, avente il carattere della doppia rifrazione positiva.

« Questo sale per l'azione dell'ammoniaca, dopo essersi cangiato in parte nel sale verde del Magnus, si scioglie completamente, e rimane totalmente trasformato in cloruro di platosodiammina.

« Coll'acido nitrico reagisce assai facilmente, trasformandosi in una materia cristallina incolora, insolubilissima nell'acqua e che ha la composizione e le proprietà di un nitrato di cloroplatinomonodiammina. Infatti la sua soluzione acquosa alla temperatura ordinaria non precipita col nitrato d'argento.

« 4.° Finora si otteneva il cloruro di platosomonodiammina trattando con acido cloridrico concentrato il nitrato, che alla sua volta veniva preparato fa-

cendo agire il nitrato d'argento sul cloroplatinito (1). — Dalle mie ricerche risulta che questo sale si può molto più agevolmente ottenere, versando in una soluzione bollente di cloroplatinito di platosomonodiammina una quantità equimolecolare di cloruro di platosodiammina. La reazione è quantitativa ed avviene secondo l'equazione seguente:

$$(Pt(NH_3)_3\,Cl_2)_2\,PtCl_2 + Pt(NH_3)_4\,Cl_2 = Pt(NH_3)_4\,Cl_2\,PtCl_2 + 2Pt(NH_3)_3\,Cl_2$$

« Evaporando la soluzione, separata dal sale verde del Magnus insolubile, si ottiene come residuo il cloruro di platosomonodiammina, che può essere facilmente e completamente purificato con una sola cristallizzazione. Esso costituisce dei prismi incolori, monoclini, aventi una lucentezza sericea, che sono solubilissimi nell'acqua e insolubili nell'alcool.

« Il cloruro di platosomonodiammina per l'azione dell'acido cloridrico si trasforma assai facilmente in cloruro di platososemidiammina. Coll'ammoniaca cangiasi in cloruro di platosodiammina. Col cloroplatinato sodico produce un precipitato cristallino di colore rosso carico costituito da cloroplatinato di platosomonodiammina, che si decompone però prontamente anche alla temperatura ordinaria, riducendosi in cloroplatinito ed in altri prodotti che non ho potuto ancora ben determinare ».

Paleontologia. — *Di alcuni fossili controversi riferiti a crinoidi, foraminiferi, vermi e corallari.* Nota del Socio G. Capellini.

« In una breve Nota presentata all'Accademia nella seduta del 4 marzo u. s., tracciai la storia di un fossile stato illustrato per la prima volta in Bologna nel 1836 come riferibile al genere *Apiocrinites*, da ultimo studiato dal prof. Andreae e poscia descritto e figurato dal prof. Sacco nel 1893 come un rizopode del genere *Bathysiphon* (2).

« In quella rapida rivista storica ricordai che Bianconi (1840) e Pilla (1846) ammisero che il fossile potesse aver rapporto con l'*Apiocrinites ellipticus*, mentre il dott. Manzoni nel 1874 preferì di ravvicinarlo al genere *Rhizocrinus*. Il prof. Meneghini un anno dopo lasciava sussistere il dubbio sul proposto ravvicinamento generico, dichiarando che « era impossibile di determinare un genere di crinoide senza conoscerne il calice ».

« Al prof. Sacco era sfuggita ogni possibile identificazione del supposto crinoide del miocene bolognese con il fossile delle colline di Torino che esso, seguendo l'Andreae e il Depéret, riferiva ad un genere di foraminiferi; avver-

(1) Cleve, luogo citato.

(2) Capellini, *Rizocrinus Santagatai e Bathysiphon filiformis*. Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, classe di sc. fis. mat. e nat. vol. III, fasc. 5°. Roma, 4 marzo 1894.

tiva però che Eugenio Sismonda e Bartolomeo Gastaldi circa trent'anni addietro, avevano raccolto e studiato lo strano fossile, benchè essendo incerti della determinazione non ne avessero fatto menzione nelle loro pubblicazioni.

« Dalle note manoscritte dei due naturalisti trovate con gli esemplari nella collezione paleontologica del museo di Torino resulta che entrambi dubitarono che si trattasse di frutti di leguminose, indicandoli perciò coi nomi generici: *Carpolites* e *Leguminocarpon* (1).

« Non senza grande meraviglia che valenti naturalisti avessero potuto a volta a volta giudicare così diversamente i curiosi resti fossili caratteristici delle marne marine mioceniche del Bolognese, dopo un esame scrupoloso e in seguito ad accurati confronti, conclusi che il *Rhizocrinus Santagatai*, Mgh. e il *Bathysiphon filiformis* fossile secondo Andreae, *B. taurinensis* secondo il Sacco, erano la stessa cosa; avvertii però che forse altri fossili erano stati riferiti troppo corrivamente allo stesso genere e che non si poteva ancora eliminare ogni incertezza sulla famiglia alla quale avevano appartenuto.

« La quistione si trovava in questi termini mentre si aspettava che nelle memorie della Accademia nostra fosse pubblicato il lavoro del dott. De Angelis, *I Corallari dei terreni terziari dell'Italia settentrionale*. Di quel lavoro io era stato Commissario relatore e per più considerazioni ne aveva incoraggiato la stampa; non aveva però scrutinato per le singole diagnosi tanto da poter rilevare che la *Pavonaria miocenica*, Michelotti (*P. Portisi*, De Angelis) potesse essa pure aver che fare con il fossile che già era stato giudicato un crinoide, un frutto di leguminosa, un foraminifero e che il Michelotti avrebbe riferito ad un corollario (2).

« Ma pure sta così: e stenterei ancora a persuadermi della necessità di questa nuova identificazione, se non avessi avuto la opportunità di esaminare gli esemplari raccolti dal Michelotti e descritti dal De Angelis come corallarî della famiglia *Pennatulidae*, e se non avessi potuto constatare che la figura della sezione che questi ne ha dato a pag. 14 della citata Memoria, non corrisponde in modo alcuno a quanto si vede effettivamente, osservando senza idee preconcette.

« La struttura finamente raggiata, come è accennata dal De Angelis, non esiste e quando si fotografa ingrandita una buona sezione, si vede come realmente si presenta la massa concrezionaria inattacabile dagli acidi, con qualche grano di quarzo e con frammenti di spicule, che costituisce il grosso strato interno come aveva diligentemente osservato il prof. Andreae.

(1) Sacco F., *Le genre Bathysiphon à l'état fossile*. Bulletin de la Soc. géol. de France, 3e série, T. XX, pag. 165. Paris 1893.

(2) De Angelis G., *I corallari dei terreni terziari dell'Italia settentrionale* (*Collezione Michelotti*). Memoria della R. Accad. dei Lincei, Classe di sc. fis. mat. e nat., ser. 5a, vol. I. Roma 1894.

« Io non potrei indovinare su quali caratteri si basasse il Michelotti per riferire il fossile in quistione al genere *Pavonaria;* mi basterà di ricordare che questo genere, dai zoologi moderni giustamente riportato al genere *Funiculina* di Lamarck, secondo Blainville ha per caratteristica uno stelo calcareo a sezione quadrangolare con struttura raggiata, e quando si trattasse di questo genere non dovrebbero mancare assolutamente impronte del genere di quelle che, con maggiore probabilità, furono riferite a *Pennatulidae* (vedi anche De Stefani). Ma niente di tutto ciò; non stelo tetragono, non struttura raggiata, non impronte che si possano riferire a porzioni dello stelo polipifero, non calcare ma aggregato siliceo; e quanto più si torna ad esaminare questi strani tubi più o meno deformati, con parete più o meno grossa, sempre più si è inclinati ad ammettere che: qualora non si trattasse nè di vermi, nè di *Astrorhizinae*, meno ancora si potrebbe pensare di aver che fare con corollarî. Non credo che, per ora, questa quistione paleontologica possa essere risolta definitivamente e per conseguenza parmi opportuno di insistere ancora che mentre sono pure da identificare genericamente gli esemplari del miocene delle colline di Bologna e di Torino e quelle di San Gregorio in Sassola (Tivoli) più recentemente raccolti dal dott. De Angelis, i quali tutti meglio ricordano il genere *Bathysiphon*, per gli altri provenienti dalle arenarie eoceniche e cretaciche dell'Apennino (*B. apenninicus*, Sacco), si debbano mantenere gli intraveduti più stretti rapporti col genere *Rhabdamina*. E poichè grandemente interessa di raccogliere tutte le notizie che si riferiscono a resti di questi fossili provenienti da località diverse e in vario modo interpretati, dirò che il prof. C. De Stefani ebbe pure a farne menzione nei suoi *Studî paleozoologici sulla creta superiore e media dell'Apennino settentrionale*, e fino dal 1883, ritenendo che potessero avere rapporto con *Alcionarii*, li riferì al genere *Virgularia* (1).

« Il De Stefani cita Pontassieve (museo di Firenze), Montese (museo di Bologna) e il macigno eocenico di Ponte a Piastra in Garfagnana ove dice di avervi altra volta segnalato il fossile incerto col nome di *Batycrinus* sp. Per l'ultima località dice che, trattandosi di piccoli frammenti, non aveva potuto esaminarne la struttura microscopica della parte calcarea, ma che probabilmente anche quelli assi calcarei si riferivano ad *Alcionarii*, forse *Virgularie* o generi affini.

« Ma il De Stefani aveva esperimentato e cercato la natura dei frammenti dei quali si tratta, o si era fidato delle apparenze? Che per questi fossili controversi non si trattasse di cilindretti calcarei credo che nessuno avesse mai sospettato, prima che il prof. Andreae li avesse analizzati e con sezioni microscopiche si fosse assicurato, come feci io pure, che non si tratta

(1) De Stefani, *Studî paleozoologici sulla Creta superiore e media dell'Apennino settentrionale*. Atti della R. Accad. dei Lincei, ser. 4ª, vol. I, pag. 103. Roma 1885.

di calcare, che non vi ha struttura raggiata e che i supposti raggi o canaletti sono piuttosto da ritenersi come avanzi di spicule di spongiari come se ne riscontrano nei tubetti del *Bathysiphon* (1).

« Ho fatto fotografare alcune delle preparazioni meglio riescite ingrandite notevolmente, ed ho avuto la conferma di quanto aveva osservato senza passione e senza voler vedere quello che non esiste.

« I copiosi materiali dei quali ho potuto disporre, anche per confronti con *Astrorhizinae*, vermi tubicoli e corallarî viventi, sono nel museo geologico di Bologna a disposizione di tutti gli studiosi che desiderassero di verificare o di fare ulteriori osservazioni; per conto mio continuo a mantenere intatte le conclusioni della prima Nota del 4 marzo 1894 ».

Fisica terrestre. — *Sulla registrazione a Roma del terremoto calabro-messinese del 16 novembre 1894.* Nota del Socio P. Tacchini.

« Nella precedente Nota ho reso conto all'Accademia delle notizie telegrafiche ricevute su questo terremoto e lo scopo mio principale era di far vedere come quel movimento erasi propagato fino a noi e oltre, e come gl'istrumenti del Collegio Romano avessero registrato le onde sismiche provenienti da quella scossa lontana. Ora mi permetto di far note all'Accademia alcune mie considerazioni sui tempi della registrazione del fenomeno a Roma e in Sicilia. Dal diagramma ottenuto nel nostro sismometrografo a doppia velocità, il cui pendolo ha una lunghezza di 16 metri e la massa è di 200 chilogrammi, si ricava che il principio del movimento in Roma ebbe luogo a $18^h, 52^m, 25^s$ t. m. E. C.: dopo per effetto della grande velocità dell'apparecchio si sono ottenute registrate in larga scala le curve dovute alle oscillazioni del pendolo, le cui amplitudini andarono crescendo fino alle $18^h, 54^m, 55^s$ per poi decrescere saltuariamente. In dette curve le dentellature per un buon tratto, che comprende la massima ampiezza di oscillazione, sono alquanto più marcate di quelle dei tratti sinusoidali che precedono e seguono, come quello riprodotto nella precedente Nota; così che si ha ragione di ritenere molto probabile, che il massimo del movimento sismico per Roma cada nel tratto medio sopradetto e precisamente verso l'ora indicata, cioè in cifra tonda a $18^h, 55^m$. Come prova di ciò, sta il fatto che detto tempo si accorda benissimo con quello ricavato dalla registrazione di un altro sismometrografo, il cui pendolo ha solo sei metri di lunghezza e la massa 100 chilogrammi; da questo secondo diagramma il principio del movimento corrisponde a 18^h,

(1) Andreae A., *Das fossile Vorkommen der Foraminiferengattung Bathysiphon.* Verhandlungen der Naturhist. Med. Vereins in Heidelberg. N. F. V. B. 2, 1893.

52^m, 30^s e il massimo della fase a 18^h, 55^m, 50^s, così che si ha veramente ragione di ritenere, che il massimo del moto a Roma sia avvenuto molto prossimamente alle 18^h, 55^m, mentre con istrumenti meno sensibili il tempo della registrazione del principio della scossa deve trovarsi in ritardo.

« Infatti un terzo sismometrografo col pendolo di soli 1^m, 50^s e massa di 10 chilogrammi il principio del terremoto risultò in ritardo e precisamente a 18^h, 53^m, 20^s. Ma per la questione di cui mi occupo ora, sono i tempi del principio e massima fase che interessano e quali furono ricavati dagli istrumenti di maggiore precisione. Ritenuto come si disse il tempo del massimo eguale a 18^h, 55^m, ritenuta la distanza fra Messina e Roma di 480 chilometri e prendendo per velocità di propagazione delle onde sismiche la media velocità trovata dal dott. Agamennone per diversi terremoti, cioè chilometri 2,5 e 3, se ne poteva inferire che a Messina la scossa forte doveva aver avuto luogo 3^m, 12^s o 2^m, 40^s prima cioè a 18^h, 51, 48^s ovvero a 18^h, 52^m, 20. E infatti dai tempi segnalati telegraficamente poco dopo il disastro io trovai per Messina e Catania l'ora 18^h, 52^m. Su quei tempi non credetti di far parola nella Nota precedente, perchè è naturale, che ad essi non si poteva subito prestare intiera fiducia, ma sicurissimo come era dell'esattezza dei tempi ottenuti a Roma, mi interessai tosto di avere notizie speciali sui tempi telegrafati, e da un rapporto del direttore dell'Osservatorio di Messina risulta evidente che il tempo della scossa forte, che non fu preceduta da scosse minori sensibili, corrisponde a 18, 52^m, 0^s dall'arresto del pendolo dell'osservatorio, ed a 18^h, 52^m, 2^s e 18^h, 51^m, 31^s dall'arresto di altri due pendoli in città.

« Il pendolo dell'osservatorio era stato regolato il 12 novembre, così che tenuto conto anche che il pendolo dell'Osservatorio non si fermò mai colle scosse minori avvenute dopo, sebbene tanto sensibili, è certo che il tempo dato di 18^h, 52^m nel telegramma deve ritenersi corrispondente entro pochissimi secondi al momento della grande scossa. E anche mettendoli tutti e tre in conto, si ha per il tempo della scossa a Messina 18^h, 1^m, 51^s, cioè un tempo pressochè eguale a quello calcolato partendo dal tempo della fase massima registrata in Roma. Ma sul diagramma di Roma la registrazione incomincia alle 18^h, 52^m, 25^s cioè 2 $\frac{1}{2}$ muniti prima del massimo, cioè dall'arrivo del moto proveniente dalla scossa forte di Messina; e quindi io credo di poter concludere, *che prima della grande scossa del terremoto calabro-messinese, ebbe luogo un moto-microsismico insensibile all'uomo e agli apparecchi comuni*, ma che invece potè propagarsi e rendersi sensibile negli apparecchi a Roma, e perciò io ne concludo ancora, *che se l'apparecchio di Roma si fosse trovato installato a Messina la registrazione del moto avrebbe incominciato a manifestarsi* nell'istrumento $2^m \frac{1}{2}$ prima della scossa, cioè a 18^h, 49^m, 30^s.

« Da tutto quanto ho esposto sopra risulta evidente, come sia neces-

sario avere nei diversi luoghi di osservazione istrumenti perfettamente comparabili, e comparabile l'esattezza con cui i tempi delle diverse scosse sono determinati: ma per riescire a ciò occorrono mezzi, che non sappiamo quando si riescirà ad ottenere, e qualche speranza a questo riguardo la riponiamo nella Commissione, che molto opportunamente il Governo ha nominato per lo studio di quel fenomeno.

« Aggiungerò che da un telegramma d'oggi del Riccò, risulta che il massimo a Catania si verificò intero alle $18^h, 52^m$, ciò che aggiunge valore alle mie considerazioni ».

Astronomia. — *Osservazioni del pianeta BE 1894 e riflessioni sull'orbita.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

« Il primo novembre, col metodo fotografico, fu trovato da Wolf ad Heidelberg un pianetino, che io osservai il 4, 5, 7, 20 e 26 novembre all'equatoriale di 9 pollici dell'Osservatorio del Collegio Romano col micrometro filare e con ingrandimento di 200 volte. L'astro era di undicesima grandezza, ed ecco le cinque osservazioni.

					Ascensione retta apparente	Declinazione apparente
1894	Nov.	4	$10^h37^m48^s$	RCR	$2^h36^m47^s.00$ (9.076 n)	$+6°33'36''.2$ (0.708)
»	»	5	11 54 25	»	2 36 7. 10 (8.562)	6 3 5. 4 (0.712)
»	»	7	9 54 36	»	2 34 56. 66 (9.238 n)	5 9 15. 7 (0.725)
»	»	20	6 53 48	»	2 28 46. 96 (9.551 n)	+0 6 36. 3 (0.769)
»	»	26	8 13 56	»	2 27 18. 67 (9.310 n)	—1 36 42. 5 (0.781)

« Già dal telegramma, che annunziava la scoperta, e poi dalle due mie prime osservazioni, si metteva in evidenza lo straordinario moto in declinazione, che era di oltre 70″ all'ora, cosa eccezionalissima per i pianetini, superiore al più grande moto che Pallade possa avere in declinazione. È noto che Pallade è il pianetino, che ha l'inclinazione più forte fino ad ora conosciuta, quasi 35°. Si poteva congetturare subito che l'astro doveva essere molto vicino alla terra e notabilmente inclinato.

« Coll'osservazione della scoperta (1 Nov.) e colla mia del 7 Novembre, tentai un'orbita circolare allo scopo di poter ritrovare l'astro dopo il plenilunio.

« Il metodo, come è noto, si riduce a questo: con un dato raggio, in base alle due direzioni osservate e ai luoghi della terra corrispondenti alle due epoche delle osservazioni, risulta l'arco eliocentrico descritto, il quale deve risultare identico a quello che in base all'intervallo e col medesimo raggio risulta dalla ben nota legge di Keplero. Nell'ipotesi di $a = 2$ aveva una differenza di 10′ 7″ fra i due valori, l'arco eliocentrico dedotto colla prima via

essendo maggiore del valore dedotto dalla legge di Keplero; dovetti discendere fino ad $a = 1$, ed ancora aveva per i due valori 2°58'44" e 2°57'55", cioè l'accordo si raggiungeva per $a < 1$, locchè era paradossale, perchè l'astro era in opposizione, cioè al di là dell'orbita della terra rispetto al sole. Al medesimo risultato paradossale pervenne il celebre calcolatore Schulhof (vedi *Astronomische Nachrichten* 3264).

« Ciò dipendeva perchè in realtà l'astro era assai vicino alla terra e molto eccentrico, come appare dagli elementi ellittici calcolati da Berberich, e per lettera gentilmente trasmessimi appena dedotti. Essi sono basati sopra un piccolo intervallo di appena undici giorni, ma rappresentano bene le mie osservazioni del 20 e del 26 novembre.

« L'astro è inclinato di circa 22° e l'arco, di cui il seno è l'eccentricità, è 17°. Il primo novembre l'astro era distante dalla terra soltanto 0,70 (1 essendo la media distanza della terra dal sole); in verità quindi il 1° novembre esso distava del sole circa 1,7, cioè su per giù la distanza di Marte dal sole, quando quello è all'afelio. Se l'astro fosse in opposizione esattamente perielia, e che questa avvenisse in estate, si potrebbe avere per distanza dalla terra il valore 0,6, cioè una parallasse orizzontale di circa 14"; l'astro quindi potrebbe servire in modo ammirabile per molte ragioni meglio di Marte, ad una determinazione della parallasse orizzontale del sole ».

Matematica. — *Sopra alcune equazioni differenziali ipergeometriche*. Nota del prof. D. Besso, presentata dal Socio Beltrami.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Variazione sull'altezza di un corista prodotta dalla magnetizzazione*. Nota del dott. N. Pierpaoli, presentata dal Socio Blaserna.

« Ho voluto esaminare come si modifica la durata di oscillazione o l'altezza di un corista per effetto della magnetizzazione.

« A tal fine ho paragonato successivamente tre coristi ordinari $\{ La_3 = 870$ v. s. $\}$ con il corista normale prototipo da verifica, conservato in questo ufficio centrale del corista uniforme, seguendo il solito metodo ottico, determinando cioè il numero dei battimenti o delle rotazioni della figura di Lissajous in 1" prima e dopo avvenuta la magnetizzazione.

« In queste ricerche il corista prototipo, termine di confronto, fu fissato pel suo gambo ad un solidissimo treppiedi, e costantemente tenuto nella medesima posizione, mentre i coristi da esaminare venivano fissati a mezzo

di una vite sopra apposito montante, dal quale non venivano rimossi per tutta la durata del loro esame. Per magnetizzarli si trasportavano insieme al montante. Operai così perchè da esperienze preliminari ho potuto accertarmi che sulla durata di oscillazione del corista influiva anche il diverso modo con cui esso era fissato, giacchè stringendo più o meno forte la vite si notava una differenza sensibile, ciò che del resto è naturale e noto già riguardo al pendolo. Tenendo dunque il corista prima e dopo la magnetizzazione fissato ugualmente, ho creduto eliminare qualunque causa di errore derivante dalla fissazione del corista.

« Per magnetizzare i coristi mi sono servito di un' elettrocalamita, contro i poli della quale strofinava un certo numero di volte le due branche, e precisamente le due faccie di esse parallele al piano di oscillazione. Così anche ammettendo, che con lo strofinamento venisse a scemare la massa del corista, tale diminuzione non avrebbe potuto esercitare influenza alcuna, giacchè non avrebbe che diminuita la dimensione normale al piano di oscillazione, dalla quale, come si sa, è indipendente la durata della vibrazione. Ciononondimeno ho verificato che in realtà per lo strofinamento non si alterava menomamente la massa del corista, dappoichè prima e dopo la magnetizzazione trovai il peso del corista uguale fino al milligrammo sopra circa 220 grammi. Stante la forma poco opportuna offerta dai coristi, non ho determinato il momento magnetico.

« Persuaso che per effetto della magnetizzazione si producesse una piccola variazione nel numero delle vibrazioni, ho posto ogni cura perchè sul fenomeno non influissero altre cause, ed in particolar modo la temperatura. Ho cercato quindi per quanto mi fu possibile di eseguire le misure prima e dopo la magnetizzazione alla medesima temperatura, o per lo meno a temperature poco diverse tra loro. È vero che trattandosi qui non di misure assolute ma relative, anche avvenendo una variazione di temperatura tra un'esperienza e l'altra, questa si fa sentire tanto sul corista da esaminare quanto sul corista campione, ma rimane sempre il dubbio se essa si fa sentire sui due coristi in ugual grado; necessiterebbe perciò che essi avessero uguale coefficiente di temperatura, ciò che in generale non può ammettersi e non è, sebbene i coristi da me studiati e costruiti da König sieno fatti con la massima cura. Era dunque prudente e necessario esperimentare a temperature, se non perfettamente uguali, almeno differenti il meno possibile.

« Per essere poi sicuro che i due coristi avessero durante le singole misure la medesima temperatura, ho collocato vicino ad essi due buoni termometri, e le misure stesse cercava di farle nel più breve termine possibile, affinchè la mia presenza prolungata ed il calore irradiato dalla lampada adoperata, non alterassero sensibilmente la temperatura dell'ambiente e non stabilissero differenze sensibili nelle varie regioni di esso. Quindi, piuttosto che fare molte misure nello stesso giorno, ho preferito farne poche per giorno.

« I tre coristi che ho studiati, in acciaio non temperato, sono distinti coi numeri progressivi 51, 55, 57 e dovrebbero corrispondere ad 870 v. s. alla temperatura di 20° come il corista normale col quale li ho paragonati. Quest'ultimo, in acciaio dorato, porta l'estremità delle branche brunite, le quali funzionano da specchi; sugli altri ho dovuto invece attaccare uno specchietto, ciò che li ha naturalmente abbassati, ed ho verificato che prima e dopo la magnetizzazione essi erano più bassi del corista normale. La branca esaminata è stata per tutti la medesima, cioè la branca a destra di chi guarda l'iscrizione incisa su di essi, e per ognuno ho determinato sempre la durata di 20 battimenti semplici a mezzo di un contasecondi in quinti.

« Ho esaminato inoltre se l'orientazione del piano di oscillazione del corista esercitava qualche influenza sul fenomeno; ma facendo oscillare il corista magnetizzato nel piano del meridiano magnetico ed in un piano normale ad esso, non ho potuto notare alcuna differenza apprezzabile.

« Nella seguente tabella sono riportati i valori medî ottenuti, le durate cioè di 20 battimenti prima e dopo la magnetizzazione.

Corista N°	Durata di 20 battimenti		Differenze	Differenza media
	Prima della magnetizzazione	Dopo la magnetizzazione		
51	16,41″	17,14″	0,73″	
55	20,68	21,45	0,77	0,713″
57	16,87	17,51	0,64	

Tenuto conto di quanto ho detto sopra, che cioè i 3 coristi esaminati, prima e dopo la magnetizzazione, erano più bassi del corista prototipo, questi risultati ci dicono che la magnetizzazione ha avuto per effetto di innalzarli un pochino, avendo migliorato l'accordo con il corista normale. Ciò è reso evidente anche da questa seconda tabella in cui sono riportate le differenze nel numero delle vibrazioni dei coristi ordinari col corista normale.

Corista N°	Differenze nel numero delle vibrazioni		Differenze	Differenza media
	Prima della magnetizzazione	Dopo la magnetizzazione		
51	1, 2188 v.s.	1, 1668 v.s.	0, 0520 v.s.	
55	0, 9671	0, 9324	0, 0347	0, 0433 v.s.
57	1, 1855	1, 1422	0, 0433	

« Si avrebbe così sopra 870 v.s. una differenza di circa 4,3 centesimi di vibrazione, mentre sulla durata di un' oscillazione risulterebbe una differenza di circa 7×10^{-8} di secondo. Come si vede, si tratta di una variazione piccolissima, ma nullameno avendo con i 3 coristi notato lo stesso effetto, è indubitato ch'essa è dovuta alla magnetizzazione.

« Rimane ora ad interpretare la causa di questa variazione, a vedere cioè quale delle quantità che influiscono sull'áltezza del corista, abbia subìta una variazione in seguito alla magnetizzazione. Si sa che il numero delle vibrazioni di un corista è direttamente proporzionale allo spessore ed in ragione inversa del quadrato della lunghezza, cioè

$$n = K \cdot \frac{e}{L^2}, \tag{1}$$

in cui K è una costante che dipende dal modulo di elasticità del corpo vibrante ed uguale presso a poco per l'acciaio a 0,164V, se con V indichiamo la velocità del suono in esso. D'altra parte è noto, per le ricerche di molti fisici che si sono occupati delle variazioni delle costanti fisiche di un corpo per effetto della magnetizzazione, che la magnetizzazione non altera il volume del corpo, e mentre ne aumenta la lunghezza, lo restringe, cioè fa diminuire le altre dimensioni.

« Introduciamo quindi nella 1) la condizione dell'invariabilità del volume. Se questo lo diciamo Q, e riteniamo quadrata la sezione della branca oscillante del cronista, ciò che può sempre farsi, avremo:

$$Q = e^2 L$$

e quindi

$$n = K \cdot \sqrt{Q} \cdot \frac{1}{L^{5/2}}.$$

Così sul valore di n non possono influire altro che K ed L.

« Supponiamo ora che K rimanga costante, e diciamo n_1, n_2 i numeri delle vibrazioni del corista prima e dopo la magnetizzazione, ed L_1 e L_2 le lunghezze relative, si avrà:

$$n_1 = K \sqrt{Q} \cdot \frac{1}{L_1^{5/2}}\,; \quad n_2 = K \sqrt{Q} \cdot \frac{1}{L_2^{5/2}}$$

da cui

$$n_2 - n_1 = K \sqrt{Q} \frac{L_1^{5/2} - L_2^{5/2}}{L_1^5}.$$

« Per i risultati da me ottenuti

$$n_2 - n_1 > 0$$

mentre per la magnetizzazione

$$L_1^{5/2} - L_2^{5/2} < 0.$$

« Dunque ammettendo K costante, non si potrebbero spiegare i miei risultati e si avrebbe una contradizione. Concludo che la magnetizzazione deve aver fatto variare K, ossia dev'essere avvenuta una piccola variazione nel modulo di elasticità, e precisamente deve aver subito un incremento.

« Pongo termine a questa mia Nota col fare un'osservazione. Nello studio dei coristi elettromagnetici da me fatto tempo addietro (1), ebbi a notare una debole magnetizzazione delle due branche del corista sotto l'influenza del piccolo elettromagnete situato tra esse; e, come trovai allora, che determinando il numero dei battimenti prima e subito dopo l'azione della corrente, si aveva una piccola variazione corrispondente a circa 3 centesimi di vibrazione in meno, asserii che probabilmente ciò dipendeva dalla debole magnetizzazione delle due branche. Fu la spiegazione che mi si affacciò per prima, non essendo allora in grado di prevedere in quale senso potesse esercitarsi l'influenza della magnetizzazione. Ora però che da queste ricerche dirette si rende manifesto che la magnetizzazione, anzichè abbassare il corista, lo innalza, devo conchiudere che la piccola differenza osservata allora deve attribuirsi ad altra causa; forse ad una leggera variazione di temperatura, determinata dall'azione prolungata della corrente e dal prolungato moto vibratorio del corista.

« È certo che la magnetizzazione delle due branche del corista elettromagnetico essendo provata, si avrà anche per essa una variazione, ma dev'essere in quel caso estremamente piccola, se questa trovata ora con una magnetizzazione diretta è per sè stessa già così piccola; e si comprende quindi come possano prevalere le altre cause che tendono invece ad abbassare il corista.

« Ho voluto anche constatare se per caso si trattasse per il corista elettromagnetico di una magnetizzazione trasversale, che producesse un effetto contrario, ma producendo lo spettro magnetico, ho veduto che, anche per azione dell'elettromagnete, le branche del corista elettromagnetico si magnetizzano longitudinalmente ».

Fisica terrestre. — *Sulla variazione di velocità di propagazione dei terremoti, attribuita alle onde trasversali e longitudinali.* Nota del dott. G. AGAMENNONE, presentata dal Socio P. TACCHINI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Rendiconti Acc. dei Lincei. Vol. II, 1° semestre, fasc. 8, pag. 337.

Mineralogia. — *Appunti di mineralogia italiana.* — *Antimonite di Cetine.* Nota del dott. E. ARTINI, presentata a nome del Socio STRUEVER.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sull' esistenza della Coniina nel Sambucus nigra.* Nota del dott. G. DE SANCTIS [1], presentata dal Corrispondente A. BALBIANO.

« Il fatto, già da molti [2] esperimentato, che il decotto dei fusti e delle foglie del *Sambucus nigra* ha un' azione elettiva sul sistema nervoso e sul tubo intestinale, mi è stato sprone ad intraprendere lo studio di questa pianta conosciuta fin dai tempi più remoti.

« Seguendo il consiglio e le norme del prof. Errera [3] ho incominciato a fare la ricerca del principio attivo del sambuco a mezzo del microscopio. Ho trovato infatti che alcune cellule che accompagnano i fasci fibro-vascolari dánno, quando vengano trattate con una soluzione di joduro di potassio jodurato, un precipitato marrone assai caratteristico, il quale non scompare con l'ulteriore trattamento dell'acido cloridrico, a differenza del precipitato che si ottiene col medesimo reattivo nei canali tanniniferi del sambuco.

« Sicuro ormai dell'esistenza di un alcaloide, mi sono proposto di isolarlo servendomi dei mezzi che verrò qui sotto esponendo.

« Ho raccolto da me stesso una gran quantità di fusti e foglie di sambuco e ne ho fatto un decotto acido per acido solforico. Dopo un riscaldamento blando, prolungato per parecchie ore, ho colato il liquido a cui ho aggiunto dell'acetato neutro di piombo. Si ottiene così un abbondantissimo precipitato risultante da composti piombici delle sostanze tanniche e di una parte delle materie estrattive. Si filtra, ed il liquido filtrato si precipita con acetato basico di piombo, avendo cura di aggiungere con molta precauzione il reattivo, perchè un eccesso può disciogliere il precipitato formatosi.

« Il liquido da cui sono stati eliminati i composti piombici, viene dapprima evaporato il più che sia possibile, poscia vi si aggiunge acido solforico fino a completa precipitazione dell'eccesso di acetato di piombo e da ultimo, dopo filtrazione, si tratta con lo joduro doppio di bismuto e potassio.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico-farmaceutico della R. Università di Roma.

[2] Sydenham, Boerhaave, Borgetti ecc.

[3] *Sur la distinction microchimique des alcaloïdes et des matières protéiques*, par L. Errera.

Si ottiene in questa operazione un abbondante precipitato di colore rosso minio, assai caratteristico, di jodobismutato della base esistente nel *Sambucus nigra*. Ho raccolto e lavato con cura il sale doppio, e, sospesolo nell'acqua, l'ho decomposto mediante l'acido solfidrico: da una parte m'è precipitato il solfuro di bismuto e dall'altra ho ottenuto in soluzione lo jodidrato dell'alcaloide. Questo sale cristallizza in grossi cristalli nel vuoto secco, ma è poco maneggevole a causa della sua estrema deliquescenza. Esso tramanda un odore assai pungente e nauseante, odore che incomincia ad avvertirsi allorquando si concentrano i liquidi per la precipitazione col reattivo di Dragendorff.

« La soluzione dello jodidrato dell'alcaloide, che col riscaldamento diviene rosa e poi in seguito verdastra, quando venga trattata con ossido idrato di argento, lascia in libertà la base, mentre si precipita lo joduro d'argento.

« La base che ho estratto dal sambuco è un liquido incoloro, quando sia di recente preparato, oleoso, più leggero dell'acqua, dotato di un odore penetrante e disgustoso; odore che ricorda quello degli escrementi dei topi. Emette dei vapori alla temperatura ordinaria: è molto alterabile e si colora presto in bruno passando per tinte intermedie assai belle e molto variate. Si scioglie un po' nell'acqua a cui comunica l'odore suo caratteristico: si scioglie nell'alcool, nell'etere, nel cloroformio.

« Una volta avuto per le mani l'alcaloide libero, ho cercato di prepararne qualche sale, benchè la quantità della base fosse sì piccola da non permettere una ricerca molto estesa.

« Il cloridrato cristallizza in grosse lamine incolore ed è oltremodo deliquescente. Lasciato all'azione della luce si colora in rosso brunastro.

« Il solfato, l'acetato sono incristallizzabili a motivo della loro massima deliquescenza.

« Il cloroaurato è una polvere gialla cristallina, che si ottiene a stento trattando il cloridrato della base con cloruro d'oro. Se si riscalda la soluzione del cloroaurato, si deposita sul fondo e sulle pareti del recipiente un velo di oro metallico assai bello e assai splendente, mentre si avverte marcatissimo l'odore dell'alcaloide. L'incertezza di ottenere puro questo sale mi fece abbandonare l'idea di potermene servire per le mie determinazioni.

« Il cloroplatinato cristallizza in prismi quadrangolari; è un po' solubile a freddo nell'acqua, nell'alcool, nell'etere; ma è solubilissimo nell'alcool bollente. A 100° si decompone come il cloroaurato, però in modo molto meno sensibile.

« Tutte le soluzioni dei sali che ho potuto preparare precipitano, anche se diluitissime, con i reattivi generali degli alcaloidi: però lo joduro doppio di bismuto e potassio è, secondo il mio parere, il reattivo più caratteristico e, ciò che più monta, il più maneggevole: le acque che tramandino appena un leggero odore della base dànno un precipitato apprezzabile o tutt'al più un arrossamento allorchè vengano trattate con il reattivo di Dragendorff.

« Per poter determinare la formula di questo alcaloide ho potuto soltanto analizzare il cloroplatinato, stantechè è questo, come avanti ho accennato, l'unico sale ben cristallizzato e puro che fino ad ora abbia potuto ottenere:

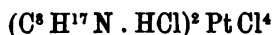
gr. 0,1759 di sostanza diedero di anidride carbonica gr. 0,1871, di acqua gr. 0,0854.

gr. 0,1922 di sostanza diedero di azoto a 0° e a 760^{mm} cc. 4,63

gr. 0,1351 di sostanza diedero di cloro gr. 0,0433.

gr. 0,2807 di sostanza diedero di platino gr. 0,0822 da cui calcolando per cento si ha

C — 29,00
H — 5,39
Az — 4,41
Cl — 32,05
Pt — 29,28

e per

$(C^8 H^{17} N . HCl)^2 Pt Cl^4$
C — 28,94
H — 5,42
Az — 4,22
Cl — 32,10
Pt — 29,30

« Dalle analisi suddette risulta che il cloroplatinato della base ha per formula $(C^8 H^{17} N . H Cl.)^2 Pt Cl^4$.

« Ora da tutto il complesso delle reazioni, dall'odore caratteristico della base libera, e, ciò che più monta, dall'analisi del cloroplatinato, si può senza fallo argomentare che l'alcaloide estratto dal sambuco è niente altro che la Conicina. Ho determinato anche lo jodio nello jodidrato dell'alcaloide e pure tale analisi comprova la mia asserzione, infatti:

	trovato	calcolato per $(C^8 H^{17} N. H Cl)^2 Pt Cl^4$
J	49,52	49,80

« Non contento di tali risultati, ho voluto esperimentare se l'azione fisiologica del mio alcaloide fosse identica a quella della vera coniina che si estrae dal *Conium maculatum*. E qui debbo ringraziare il dott. Dutto del Laboratorio di Fisiologia dell'Università di Roma, il quale iniettando del cloridrato della base nelle rane, venne nella convinzione che si trattasse di un veleno curarizzante, come è appunto la Coniina del *Conium maculatum*. Ma nasce ora spontanea una domanda: Questa base estratta dal sambuco è un α-propilpiperidina come la coniina, ovvero una sua isomera?

« I sali che ho potuto preparare e studiare sono identici a quelli che ho ottenuto lavorando su vera coniina. La mia base dà un composto ramico di color azzurro, come fa appunto l'alcaloide della cicuta. Ho cercato anche di preparare uno jodocadmiato, sale che servì a Lademburg per iscoprire se la coniina estratta dal vegetale era identica a quella sintetica; ma per quanto mi sia affaticato, non sono riuscito ad ottenere un composto cristallino.

« Dopo quanto ho detto mi piace far notare che son partito da un quintale di foglie e fusti secchi di sambuco, e che ho ottenuto da questa massa di vegetale appena gr. 3,5 di cloridrato della base. Esperienze sull'uso dell'estratto idroalcoolico di sambuco si stanno eseguendo ora nell'Istituto di Clinica medica della R. Università di Roma, applicandolo in casi di affezioni nervose, e completate le ricerche verranno pubblicate.

« La coniina, che fino ad ora non s'era riscontrata che in una ombrellifera, vale a dire nel *Conium maculatum*, compare ora nella famiglia delle caprifogliacee e propriamente nel *Sambucus nigra* ».

Chimica. — *Osservazioni sulle relazioni tra il peso molecolare e la densità ne' corpi solidi e liquidi. — Sali alogenati.* Nota di Ugo Alvisi, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« Già fin dal 1821 M. A. Le Royer e J. A. Dumas [1] avevano tentato di stabilire per i volumi *atomici* de' corpi solidi una legge analoga a quella scoperta da Gay-Lussac per i volumi de' gas. Ma in una Memoria: *Sulla densità dei corpi solidi e liquidi*, letta all'Accademia di Torino nel 1824, M. Avogadro da una serie di osservazioni deduceva che « la distanza tra i centri molecolari sarebbe la medesima per tutti i corpi in ciascuno de' due stati, cioè la loro densità sarebbe proporzionale alla massa di queste molecole, se queste distanze e queste proporzionalità non venissero più o meno alterate per differenti circostanze dipendenti dalla costituzione di questi corpi, cosa che non ha luogo nello stato gassoso, dove le molecole sono troppo lontane le une dalle altre perchè la loro influenza possa esercitarsi e dove perciò *il volume della molecola*, cioè lo spazio che occupa col calorico o l'etere che la circonda, non differisce da un corpo all'altro che in ragione delle stesse circostanze ».

« Questo concetto in generale si è serbato sino ad oggi; tuttavia senza entrare nella questione della natura di queste reciproche influenze molecolari nei solidi e ne' liquidi, sembra naturale l'ammettere o l'uno o l'altro di questi due ordini di fenomeni:

[1] Journ. de phys. 92-409.

« 1.° O queste influenze dipendono dalla natura specifica di ciascun corpo (che si esplichi o nella forma differente o in altra proprietà) e quindi perturbano le leggi determinate da una distanza regolare de' centri molecolari; tale ipotesi non fu ancora in modo assoluto dimostrata.

« 2.° O rientrano anch'esse in quella specie di proprietà dette *molecolari* e quindi il loro andamento non può turbare la costatazione di leggi semplici della medesima natura; in favore di tale ipotesi esisterebbe qualche prova, p. es. la regolarità nel volume molecolare delle serie de' sali isomorfi e di analoga formola e funzione chimica.

« Non mi fermerò sull'istoria delle ricerche sui volumi molecolari e sui pesi specifici de' corpi solidi e liquidi, lunga e nota anche da pregevoli riassunti e monografie; le conclusioni generali si possono brevemente riassumere:

« 1.° Il volume de' corpi gassosi è, secondo l'espressione di M. Wundt, una proprietà *colligativa*.

« 2.° I volumi molecolari de' liquidi (serie organiche) sono delle proprietà *additive*, sottomesse all'influenza di proprietà *costitutive*.

« 3.° Per i volumi molecolari de' solidi parrebbe anche trattarsi di proprietà *additive* (ammessi, s'intende, de' coefficienti di contrazione), ma regnano grandi incertezze; regolarità spiccate si riscontrano solo tra le serie de' sali isomorfi di formola chimica o analoga o paragonabile.

« Il problema che io riprendo, cioè di trovare una relazione generale tra la grandezza molecolare e la densità ne' corpi solidi e liquidi, è antico e, di fronte alle esagerate speranze o ai troppo rigidi scoraggiamenti concepiti in questo campo di studî, potrebbe sembrare una pretesa il ritornarvi; tuttavia in questo momento, in cui le conoscenze sulle leggi che governano la materia allo stato gassoso o di soluzione diluita sono così avanzate, mi è parso di qualche utilità il ritentare la questione, partendo da un punto di vista molto semplice e servendomi in queste prime Note de' dati forniti dai diversi autori, salvo poi a trattare in avvenire sperimentalmente qualche quesito che si presenti.

« Premetto intanto:

« 1.° Che mi servirò del *volume molecolare* come d'un *semplice rapporto* tra peso molecolare e peso specifico, senza pregiudicare la questione che cosa esso rappresenti; sostituendo al peso molecolare quello equivalente, avremo il *volume equivalente*.

« 2.° Non mi occuperò affatto del volume che può avere un elemento nelle sue combinazioni.

« 3.° I lavori, di cui mi sono servito per queste e per le ricerche che verrò pubblicando, sono i seguenti:

« Per la parte generale: W. Ostwald, *Lehrbuch der Allgemeinen Chemie*. Stöchiometrie-Leipzig, 1891.

« Per i pesi specifici delle sostanze organiche: F. Beilstein, *Handbuch der organischen Chemie*. Hamburg und Leipzig, 1893-1894.

« Per i pesi specifici delle sostanze inorganiche: Landolt und Börnstein, *Physikalisch-chemische tabellen*. Berlin, 1894.

« Per i pesi specifici de' minerali: M. Websky, *Min. Studien-Erst. Theil. Die min. Species nach den für das spec. Gew. derselben angenommenen und gefundenen Werthen* etc. Breslau. 1868.

« Per i volumi molecolari già calcolati de' corpi organici ed inorganici: i lavori di H. Schröder, di H. Kopp (*Liebig' Ann.*) e di R. Hermann (*J. pr. Chem.* vol. XIII, p. 28. 1876).

« Fuori di questi ho sempre citato volta per volta le Memorie.

« Più strettamente collegate con le mie sono le seguenti ricerche:

« 1.° F. Ammermüllr (1) nel 1840 dimostrò che « i volumi *atomici* delle combinazioni, che contengono lo stesso elemento in rapporti differenti, sono molte volte tra loro uguali o stanno tra loro in rapporti razionali », e lo Schröder più tardi che: « lo stesso corpo in composti diversi ha volumi specifici diversi, ma in rapporti razionali ». Queste leggi presentano delle eccezioni.

« 2.° Hugo Schiff (2) nel 1858 dimostrò che, esaminando i volumi *equivalenti* di diversi cloruri, bromuri e ioduri, si riscontrano in ciascuna serie delle eguaglianze notevoli; fanno eccezione i sali di potassio, ammonio e mecurosi. Ma lo Schiff esaminò un numero molto limitato di corpi e non trasse dalla regolarità rilevata nessuna conclusione che interessi il problema in questione.

« 3.° Il Mendelejeff (3), volendo dimostrare che i volumi molecolari de' cloruri non sono la somma de' volumi degli elementi, rileva che i volumi di $RCl^n = n.\ 27$, mentre il volume del Cl è $= 27$. Così per esempio vol. $TiCl^4 = 108 = 4 \times 27$.

« Per trattare la questione che mi sono proposta è necessario l'esame accurato di un gran numero di composti, sopra tutto tenendone di mira l'andamento generale. Comincerò da' sali alogenati.

(1) Pogg. 49-341; ib. 50-5-406.
(2) Ann. der Chem. und Pharm., vol. CVIII, p. 21.
(3) B. der Chem. Ges., IV, 931. 1871.

Cloruri	Volume molecolare	Volume equivalente	Bromuri	Volume molecolare	Volume equival.	Joduri	Volume molecolare	Volume equival.
Cl	22,8 (1) -27	22,8-27	Br	27,8 (1)	27,8	J	37,5 (1)	37,5
HCl	24,3-29	24,3-29	—	—	—	—	—	—
LiCl	20,87	20,87	LiBr	27-28,1	27-28,1	LiJ	38,5	38,5
BCl^3	85,5-87,7	28,5-29,2	BBr^3	92,6	30,8	BJ^3	118,1	39,3
$=CCl^2$ . . .	50,3-51,4	25,1-25,7	—	—	—	—	—	—
CCl^4	94,5-97,4	23,6-24,3	CBr^4	97	24,2	CJ^4	122,6	30,6
$CHCl^3$	78	26	—	—	—	—	—	—
NCl^3	72,9 ?	24,3	—	—	—	—	—	—
NaCl	27,2-27,91	27,2-27,91	NaBr	34,1	34,1	NaJ	42,2	42,2
$MgCl^2$ . . .	43,7	21,8	—	—	—	—	—	—
	—	—	$AlBr^3$	105,1	35	AlJ^3	151,3 ?	50,1
$-SiCl^3$ . . .	85,1	28,3	—	—	—	—	—	—
$SiCl^4$	114,3-111,6	27,9-28,5	$SiBr^4$	123,8	30,9	—	—	—
$SiHCl^3$ . . .	82,1	27,3	$SiHBr^3$	107,6	35,8	$SiHJ^3$	121,9	40,6
PCl^3	85,3; eb. 87,1-93,6	28,4 ; 29-31,6	PBr^3	92,6 a fus. 108,6	30,8-36,2	—	—	—
$CaCl^2$	50	25; max=27,2	$CaBr^2$	62	31	—	—	—
$TiCl^4$	107,9	26,9	—	—	—	—	—	—
VCl^4	103,4-105,1	25,8-26,2	—	—	—	—	—	—
$CrCl^2$	44,7	22,3	—	—	—	—	—	—
$CrCl^3$	67,1	22,3	—	—	—	—	—	—
$MnCl^2$	50,8	25,4	—	—	—	—	—	—
$FeCl^2$	50,2	25,1	—	—	—	—	—	—
$CoCl^2$	44	22	—	—	—	—	—	—
$NiCl^2$	50,5-50,8	25,2-25,4	—	—	—	—	—	—
Cu^2Cl^2 . . .	51,5	25,1	Cu^2Br^2	64	32	Cu^2J^2	86	43
$CuCl^2$	50,6	25,3	—	—	—	—	—	—
$ZnCl^2$	49,4	24,7	$ZnBr^2$	regolare 61,8	30,9	ZnJ^2	67,9	33,9
$GaCl^3$	74,8	24,9	—	—	—	—	—	—
$GeCl^4$	113,4	28,3	—	—	—	—	—	—
$AsCl^3$	82,4-83,8	27,4-27,9	$AsBr^3$	86	28,9	$As J^3$	104,1	34,7
	—	—	—	—	—	AsJ^5	180,1	36
$SrCl^2$	50-51,7	25-25,8	$SrBr^2$	62-63,4	31-31,7	$Sr J^2$	77,2	38,6
AgCl	25,7-26,6	25,7-26,6	AgBr	30-31	30-31	Ag J	41,8-40,3	41,8-40,3
$CdCl^2$	50,4	25,2	$Cd Br^2$	55,4-57,8	27,7-28,9	$Cd J^2$	61,2-64,8	30,6-32,4
	—	—	$Sn Br^2$	54,3	27,1	—	—	—
$SnCl^4$	116,4	29,1	$Sn Br^4$	131,8	32,9	$Sn J^4$	133,3	33,3
$SbCl^3$	a fus. 84,6; sol. a 26° 73,9	28,2-24,6	$Sb Br^3$	86,7-98,8	28,9-32,9	$Sb J^3$	esag. a 26°=103,3	34,4-35,7
$SbCl^5$	a 20° = 126,8	25,3	—	—	—	—	mon. a 22°=105	

(1) Kopp. H., *Nelle combinazioni organiche.*

Cloruri	Volume molecolare	Volume equivalente	Bromuri	Volume molecolare	Volume equival.	Joduri	Volume molecolare	Volume equival.
JCl^3	75	25	—	—	—	—	—	—
$BaCl^2$	51,4-54,0	25,7-27	$BaBr^2$	70,2	35,1	BaJ^2	79,5	39,7
$PtCl^2$	45,6	22,8	—	—	—	—	—	—
AuCl	25	25	—	—	—	—	—	—
$HgCl^2$	49,9-50,2	24,9-25,1	$HgBr^2$	rombico 60,8	30,4	HgJ^2	r. 72,5- g. 74,9	36,2-37,4
$TlCl^3 . 3TlCl$	174,3	29	—	—	—	—	—	—
$PbCl^2$	47,7-51,33	23,8-25,6	$PbBr^2$	55,6	27,8	PbJ^2	74,6	37,3
$PbCl^4$	a 0° = 109,3 (1)	27,3	—	—	—	—	—	—
$BiCl^3$	69,4	23,1	$BiBr^3$	79,9	26,6	BiJ^3	101,2-104,2	33,7-34,7
K^2SnCl^6 . . .	152	25,3	—	—	—	—	—	—
$(NH^4)^2SnCl^6$	153	25,5	—	—	—	—	—	—
$(NH^4)^2PtCl^6$	152	25,3	—	—	—	—	—	—
$K^2PtC.^6$ . . .	146	24,3	—	—	—	—	—	—
$(NH^4)^2JrCl^6$.	154,7	25,7	—	—	—	—	—	—
$—CCl^3$ . . .	58,9	19,6	—	—	—	—	—	—
VCl^3	52,5	17,5	—	—	—	—	—	—
$CrCl^3$	57,5	19,1	—	—	—	—	—	—
$FeCl^3$	57,9	19,3	—	—	—	—	—	—
SCl	39,5	39,5	SBr	42,6	42,6	—	—	—
KCl	37,7-38,9	37,7-38,9	KBr	44	44	KJ	54	54
SeCl	39,4	39,4	SeBr	44,1	44,1	—	—	—
CsCl	42,17	42,17	CsBr	47,9	47,9	CsJ	57,25	57,25
HgCl	33,1	33,1	HgBr	38,3	38,3	HgJ	42,4	42,4
TlCl	34,1	34,1	TlBr	37	37	TlJ	46,9	46,9
NH^4Cl	35	35	NH^4Br	40,7-41,2	40,7-41,2	NH^4J	59,3	59,3
SCl^2	63,5	31,7	—	—	—	—	—	—
$(NH^4)^2PtCl^4$	132	33	—	—	—	—	—	—
$(NH^4)^2ZnCl^4$	137	34	—	—	—	—	—	—
K^2SnCl^4 . . .	136,6	33	—	—	—	—	—	—
RbCl	54,5	54,5	RbBr	59,3	59,3	RbJ	70,1	—
JCl	51,7	51,7	—	—	—	—	—	—

(1) Monat. f. chem. 14 B. VIII, Hef. 515.

« Per chi rifletta alle grandi incertezze che regnano intorno alla determinazione del peso specifico ed al fatto che non sappiamo a quali condizioni riferirci perchè i risultati sieno paragonabili, le cifre su riferite non possono non rappresentare una rimarchevole regolarità e le eccezioni sono tali da avere di per sè stesse già un notevole significato.

« Circa $^3/_4$ de' volumi equivalenti de' cloruri oscillano intorno al numero medio 26, una proporzione maggiore per i bromuri intorno al n. 32 e per i ioduri intorno al n. 38. L'ipotesi più semplice riguardo a ciascun gruppo esaminato è che in uguali volumi sieno contenuti egual numero di equivalenti. Scegliendo p. es. per i cloruri la costante 26, avremo:

$$(1)\ \frac{\text{Peso equivalente}}{\text{densita}} = \text{costante 26, donde naturalmente (2) } 26 \times d = \text{pes. eq.}$$

« E quando si pensi alle relazioni semplici tra peso equivalente e peso molecolare, l'analogia con l'ipotesi fatta da Avogadro e da Ampère per i gas è evidente.

« Per i liquidi e più per i gas è necessario porsi in condizioni paragonabili di temperatura e di pressione; per i solidi tale condizione diventa di minore entità, data la piccola loro dilatazione tra limiti di temperatura anche abbastanza lontani, quindi è che in essi le regolarità de' volumi vengono più facilmente costatate. Quel che interessa rilevare è che (come vedremo anche in seguito) per ogni gruppo conviene ammettere differenti costanti; ma ciò, se turba la semplicità della legge, non ne muta la natura nè ne altera il significato. Quel che dobbiamo rimarcare è l'andamento generale e le specie delle eccezioni che si presentano.

« Anche avendo de' volumi equivalenti vicini alle costanti suaccennate, se ne allontanano in più i cloruri bromuri, ecc. de' metalloidi; se ne allontanano grandemente i cloruri, bromuri ecc. di metalli e metalloidi che funzionano o quando funzionano da monovalenti (S.K,NH^4 ecc.) p. es. Vol. eq. di $ICl^3 = 25$, di $ICl = 51,7$; di $HgCl^2 = 25,1$, di $HgCl = 33,1$; di $TlCl^3$ $3TlCl = 29$, di $TlCl = 34,1$; di $(NH^4)^2PtCl^6 = 25,3$, di $(NH^4)^2PtCl^4 = 34$ ecc. Invece i cloruri, bromuri ecc. dei metalli della serie magnesiaca presentano le maggiori regolarità. Tutti questi fatti li vedremo ripetersi per i gruppi de' composti ossigenati. Inoltre come i sali della medesima costituzione chimica hanno presso a poco lo stesso abbassamento molecolare (M. De Coppet), così il volume molecolare più vicino è dato dai sali isomorfi e di analoga costituzione chimica. Già Avogadro (1) aveva dimostrato che il volume molecolare diventa sempre più considerevole a misura che i corpi sono più elettropositivi. Il fatto che i volumi molecolari degli ossidi del Cd, Cu, Hg, Pb, Zn, Co, Mn, Ni, Pb ecc., sorpassano della medesima quantità i volumi degli elementi corrispondenti (2) non si verifica più per gli ossidi di Ba, Ca, Mg,

(1) Ann. de Chim. et de Phys. 24-330.

(2) H. Schröder poi H. Kopp, Ann. de Chim. et de Phys. 3ª serie, t. IV, p. 462.

K, Na, Sr. Tutto concorre a dimostrare che fra i centri molecolari di questi sali ci sieno distanze maggiori delle normali.

« Una seconda eccezione viene presentata dal gruppo de' cloruri $C^2 Cl^6$, $Fe^2 Cl^6$, $Cr^2 Cl^6$, che hanno un volume equivalente più piccolo del normale.

« Finalmente le differenze regolari tra cloruri, bromuri e ioduri dello stesso elemento e della stessa forma di combinazione rientrano nella legge di *parallelosterismo* di H. Schröder. Le relazioni tra queste serie e quelle organiche saranno oggetto di un'altra Nota, come pure lo saranno le analoghe ricerche sui composti ossigenati.

« Dovrei prima di terminare questo lavoro accennare a' fluoruri, ma solo per pochi fu determinato il peso specifico e le conoscenze sono molto limitate. Essi presentano spesso un volume equivalente circa = alla metà di quello de' corrispondenti cloruri (già Hermann stabiliva il volume del Fluore = 12,5 e del Cloro = 25) e lo stesso loro andamento. P. es.:

	Volume molecolare	Volume equivalente		Volume molecolare	Valore equivalente
$Ba Si Fl^6$. . . .	65,2	10,8	$Na Fl$	15,1	15,1
$Na^2 Si Fl^6$ . . .	70,1	11,6	$Pb l^2$	29,6	14,8
$Ca Si Fl^6$. . . .	68,3	11,3	$Ba Fl^2$	36,2	18,1
$KB Fl^4$	49,6	12,4	$Sr Fl^2$	29,5	14,7
$K^2 Si Fl^6$. . . .	82,5	13,7	$Ni Fl^2$	33	16,5
$Cd Fl^2$	25,02	12,5	$As Fl^3$	48,2-49,5	16-16,5
$Ce Fl^4 Ce Fl^3$ . .	87,9	12,5	$Bi Fl^3$	49,8	16,6
$Ca Fl^2$	24.5	12,2			
$Mg Fl^2$	26,2	13,1	$H Fl$	20	20
$Al Fl^3 3 Na Fl$ . .	70,23	11,37 (criolite)	$K Fl$	23	23
$2 Al Fl^3 3 Na Fl$.	94,23	10,47 (chiolite)	$Ag Fl$	38 ?	38
$2 Na Fl Al Fl^3$.	54,8	10,9 (nifolite)	$HK Fl^2$	47	23,5
$K^2 Zr Fl^6$. . . .	78,7	13,1	$Cs^2 Si Fl^6$ . . .	120,8	20,1
$Li Fl$	9,9-10	9,9-10			
$B Fl^3$	29	9,6			
$Al Fl^3$.	27	9			

« La semplicità delle relazioni fin qui accennate e di quelle che spero di pubblicare ancora, starebbero ad indicare come la disposizione molecolare ne' solidi e ne' liquidi non sia *forse* un fenomeno così complesso (come per lo più si crede) almeno per determinate classi di corpi ».

Chimica fisica. — *Dissociazione elettrolitica e legge della diluizione nei solventi organici.* [1] Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« In due miei precedenti lavori [2] considerai l'andamento della velocità di reazione tra il solfuro d'etile e il joduro d'etile soli o in presenza d'acqua o di alcuni alcooli, e feci notare come certi solventi avevano la proprietà di accelerare grandemente la reazione senza che vi prendessero parte alcuna, e concludevo che l'influenza della natura del solvente spettasse esclusivamente alla sua costituzione chimica anzichè alle sue proprietà fisiche. Il Menschutkin [3], il solo che si fosse occupato prima di me di un simile argomento studiando la formazione del ioduro di tetraetilammonio, accennava alla probabilità che esistesse una certa relazione tra la facoltà acceleratrice e la facoltà di conservare la conducibilità degli elettroliti, ed io nel mio lavoro sopra citato appoggiavo tale ipotesi mostrando come fosse a preferenza negli alcool, i quali come corpi del tipo acqua favoriscono la dissociazione, che si riscontrava la maggiore velocità di reazione.

« Nel presente lavoro espongo i risultati delle esperienze eseguite per vedere quanto i fatti confermano l'ipotesi che la dissociazione elettrolitica per parte dei solventi stia in intimo rapporto con la loro azione acceleratrice. A questo scopo studio la conducibilità elettrica del joduro di trietilsolfina in quei solventi dei quali avevo già studiata l'azione acceleratrice.

« A prima vista questo processo può sembrare non troppo logico, e sembrerebbe invece che si dovesse studiare l'azione disgregante del solvente sopra le sostanze che prendono parte alla reazione cioè il solfuro d'etile e il joduro d'etile; ma se si pensa che queste due sostanze non sono elettroliti, è facile prevedere quello che l'esperienze fatte hanno confermato, e che cioè sciolte in solventi più o meno dissocianti si conserveranno pure non elettroliti. Intesa in questo modo la teoria della dissociazione elettrolitica non sarebbe affatto applicabile a spiegare l'azione acceleratrice; invece, intesa nel senso

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova. Sunto di una Memoria che verrà pubblicata nella Gazzetta Chimica italiana.

[2] *Sulla velocità di reazione tra il joduro d'etile e il solfuro d'etile soli o in presenza d'acqua.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. II, 2° sem., fascicolo 12°, dicembre 1893. — *Azione di solventi neutri sulla velocità di formazione del joduro di trietilsolfina.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. III, 1° sem., fascicolo 3°, febbraio 1894.

[3] *Ueber die Affinitätskoeffizienten der Alkylhaloide und der Amine.* Zeitschrift für Physikalische Chemie VI, pag. 41, anno 1890.

che la dissociazione elettrolitica del prodotto formatosi può e deve essere in diretta relazione con la velocità di formazione la teoria, diventa applicabilissima. Infatti nel caso da me studiato, e considerazioni analoghe potrebbero farsi per quello studiato dal Menschutkin, la formazione del joduro solfinico dal joduro d'etile e solfuro d'etile è limitata dalla reazione inversa; scomposizione del joduro solfinico (elettrolite) nei componenti (non elettroliti) solfuro d'etile e joduri d'etile; si stabilirà un equilibrio tra il joduro e i suoi prodotti di scomposizione come avviene in tutti questi casi e la velocità diminuirà avvicinandosi allo stato di equilibrio: se avessimo mezzo di togliere il joduro già formatosi, nuovo se ne formerebbe e si avrebbe quindi una velocità maggiore. Ora se il solvente facilita la dissociazione elettrolitica del joduro formatosi noi otteniamo appunto lo scopo di eliminarlo: dal sistema joduro di etile, solfuro d'etile e joduro solfinico passiamo all'altro joduro d'etile, solfuro d'etile, iodione e trietilsolfinione, così il joduro solfinico o non ci sarà più o in alcuni casi ci sarà in quantità minore: in questo modo del nuovo composto potrà formarsi e la velocità sarà maggiore.

« Considerazioni analoghe a queste esposi brevemente nel mio lavoro già citato per spiegare l'azione acceleratrice dell'acqua sulla formazione del joduro di trietilsolfina, l'acqua non scioglie i prodotti che reagiscono, scioglie e dissocia elettroliticamente il prodotto della reazione.

« Anche prescindendo dalle relazioni che si potessero trovare tra la dissociazione elettrolitica effettuata dai solventi e la loro azione acceleratrice, questo mio studio sarà sempre un contributo ad una delle questioni più interessanti della Chimica fisica attuale; cioè se e come si mantenga nei varî solventi neutri la conducibilità di quelle sostanze che conducono allorchè sono sciolte nell'acqua e se valgono per essi quelle importantissime leggi stabilite da Arrhenius, Ostwald, Nernst sul valore limite verso cui tendono le conducibilità molecolari degli elettroliti. Fra tutte importantissima è la verifica della legge della diluizione, la quale costituisce il più sorprendente ravvicinamento tra la teoria delle soluzioni diluite e la teoria dei gas. Già disse il Nernst (1) che per mezzo di simili ricerche era principalmente da sperarsi di giungere a conoscere l'essenza della dissociazione elettrolitica.

« In questa questione esistono alcuni lavori di Vicentini, Cattaneo, Fitzpatrik, Kablukoff, fatti qualche anno fa, ma che non portarono un contributo diretto alla questione sopra accennata.

« In questo anno, quando le mie ricerche erano pressochè ultimate, comparve (2) un lavoro di Völlmer il quale studiando la conducibilità elettrica di

(1) Nernst, *Theoretische Chemie*, pag. 314.

(2) B. Völmer, *Die electrische Leitfähigkeit von einigen Salzen in Aethyl- und Methylalkool.* Wied. Ann. Bd. LII, pag. 328, anno 1894.

alcuni sali nell'alcool etilico e metilico, trovò che la conducibilità molecolare è sempre minore che nell'acqua, è assai più grande in soluzione nell'alcool metilico che nell'etilico e con l'aumentare della diluizione si avvicinava ad un limite. Calcolò questi limiti cioè $\mu\infty$ per estrapolazione, e potè stabilire che la legge della diluizione non si verifica: solo in qualche caso, come implicitamente ammette l'Ostwald, si ha una prima approssimazione di essa. In base a esperienze di Wölfer sopra i punti di ebullizione di alcune soluzioni alcooliche potè comparare i valori di i per i sali da lui studiati, e trovò che, sopra sette, solo per tre si avevano valori concordanti. Völlmer crede che si possa affermare con sicurezza che con l'aumentare del peso molecolare del solvente la conducibilità limite diventa più piccola. Sopra questo lavoro avrò occasione di ritornare.

« A. Schlamp (1) si propose direttamente la questione del confronto fra i valori di i, e esaminò ebullioscopicamente alcuni sali in soluzione nell'acqua e nell'alcool propilico, e la conducibilità elettrica delle soluzioni propiliche; calcolò per estrapolazione il valore di $\mu\infty$, ma non si occupò di verificare la legge della diluizione. Per i valori di i trovò notevoli disaccordi, e sempre nel senso che i punti di ebullizione conducono a numeri che non accennano a dissociazione, mentre la conducibilità elettrica porterebbe ad ammetterla e assai progredita. Anche su questo lavoro avrò occasione di ritornare.

« Mejer Wildermann (2), ricercando se il metodo di Kohlrausch è applicabile alle soluzioni di sostanze assai poco dissociate, e stabilendo poi per queste un metodo più esatto, ebbe occasione di esaminare le soluzioni in alcool etilico, non determinò i valori di $\mu\infty$, ma indirettamente come dirò, cercò di dimostrare mantenersi in alcuni casi la legge della diluizione in altri no.

« Nelle mie ricerche ho adottato senza modificazioni il metodo di Kohlrausch. I solventi vennero tutti purificati con cure speciali e deacquificati sulla calce, sull'ossido di bario ripetutamente e per alcuni si usò il solfato di rame anidro ed il sodio. Per ognuno venne determinato il peso specifico ed esattamente il punto d'ebullizione. — Venne tenuto conto della piccola conducibilità dell'acqua; e si mostrò, sia determinandola direttamente, sia determinando la conducibilità di miscuglio equimolecolare di joduro d'etile e solfuro d'etile in soluzione nei vari solventi, la piccolissima conducibilità propria del solvente.

(1) A. Schlamp, *Zur Dissociationstheorie der Lösungen*. Zeitschrift für physikalische Chemie. Bd. XIV, pag. 972, fascicolo uscito il 15 giugno 1894.

(2) Zeitschrift für physikalische Chemie, XIV 2°, pag. 231.

Valori di μ	Acqua	$\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$	Alcool metilico	$\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$	Alcool etilico	$\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$	Alcool propilico	$\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$	Alcool isopropil.	$\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$	Alcool isobutilico	Alcool isoamilico	Trimetil-carbonil	Alcool allilico	$\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$	Alcool benzilico	Acetone	$\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$
μ 8	81,80		—		15,07		5,59		4,10		1,84	—	—	13,54		2,54	—	
		1,035				1,163		1,128		1,187					1,162			
» 16	84,68		60,23		17,52		6,31		4,87		2,35	0,88	—	15,73		2,28	46,19	
		1,043		1,162		1,199		1,220		1,220					1,165			1,282
» 32	88,32		70,00		20,94		7,70		5,94		2,10	1,00	—	18,32		2,27	59,23	
		1,058		1,128		1,218		1,231		1,185					1,239			1,239
» 64	93,53		79,00		25,51		9,48		7,13		2,58	1,28	0,31	22,70		2,49	73,40	
		1,044		1,117		1,204		1,220		1,243					1,185			1,249
» 128	97,66		88,26		30,71		11,57		8,86		2,73	1,49	0,38	26,90		—	91,67	
		1,017		1,094		1,161		1,220		1,240					1,058			1,182
» 256	99,30		96,56		35,67		14,12		10,99		—	1,96	0,50	28,45		—	108,43	
		1,013		1,100		1,152		1,198		1,272								1,181
» 512	100,57		106,25		41,19		16,91		13,98		—	—	—	—		—	128,01	
		1,010		1,133		1,149		1,171										
» 1024	101,60		120,89		47,33		19,81		—		—	—	—	—		—	—	
» ∞	107,6		134,00		54,0		26,0		22,0		3,0	2,0	0,5	32,0		2,5	167	

« Assieme ai valori di μ_v viene calcolato il valore del rapporto $\frac{\mu_{v1}}{\mu_v}$ cioè quelli di due conducibilità vicine per confrontarlo con quello $\sqrt{\frac{v_1}{v}}$ che nel mio caso è $\sqrt{2} = 1.414$.

« Dall'esame della tabella appare un fatto assai strano e fino ad ora mai osservato, e cioè che nell'alcool metilico e nell'acetone per le soluzioni più diluite si ha una conducibilità maggiore che in soluzione acquosa, mentre per concentrazioni più forti avviene il contrario.

« Riguardo alla correlazione tra l'attitudine dei solventi a dissociare elettroliticamente le sostanze disciolte e ad accelerare le reazioni che avvengono in essi si può in prima approssimazione dire che si tratta di proprietà correlative, almeno in base alle mie esperienze ed a quelle del Menschutkin, come si può vedere dalla seguente tabella. Le anomalie probabilmente sono dovute alla diversità delle temperature.

SOLVENTI	Valori di μ a 25°				Valori delle A C a 100°	
	μ_{256}	μ_{512}	μ_{1024}	μ_{∞}	Carrara $IS(C_2H_5)_3$	Menschutkin $IN(C_2H_5)_4$
Alcool metilico . .	96,56	106,25	120,39	134	0,0929	0,0516
» etilico . . .	35,67	41,19	47,33	54	0,0146	0,0366
» propilico . .	14,12	16,91	19,81	26	0,0084	—
» isopropilico	10,99	13,98	—	22	—	—
» isobutilico .	μ_{128}=2,73	—	—	3	0,00078	0,0258
» isoamilico .	1,96	—	—	2	0,00040	—
Trimetilcarbinol. .	μ_{128}=0,5	—	—	0.5	—	—
Alcool allilico. . .	28,45	—	—	32	0,0297	0,0433
» benzilico . .	μ_{64}=2,49	—	—	2.5	0,0587	0,133
Acetone	108,43	128,01	—	167	0,0015	0,0608

« Riguardo ai valori $\mu\infty$ esposti nella tabella, solo per l'acqua si tratta di un valore dedotto con sicurezza in base alla legge di Kohlrausch; per gli altri solventi dovetti accontentarmi di calcolarlo per estrapolazione. Tanto Völlmer che lo Schlamp ricorsero ad artifizî simili, e perciò si può esser certi che tanto i valori dati dai cennati autori quanto i miei non possono essere che numeri approssimati.

« In base al valore $\mu\infty$ venne fatta la verifica della formula $\frac{m^2}{v(1-m)} = K$ essendo $m = \frac{\mu}{\mu\infty}$ ossia della importantissima legge della diluizione, la quale, come è noto, non si verifica affatto per le soluzioni acquose degli acidi e dei sali fortemente dissociati, come si potrà vedere nella seguente tabella. Per gli altri solventi diversi dall'acqua pochissimo o nulla era stato fatto fin qui. Völlmer asserì che la legge non si verificava per soluzioni in alcool metilico ed etilico. Anche per le soluzioni in alcool propilico Schlamp trovò un comportamento del tutto analogo.

« Wildermann non si occupò affatto di calcolare i valori di $\mu\infty$ e ricorse ad un metodo indiretto per vedere se si verificava la legge della diluizione. Questo metodo che io non credo abbastanza giustificato per ragioni che ho esposto nella Memoria dalla quale questa Nota viene estratta e che qui troppo lungo sarebbe esporre, consiste nel confrontare l'andamento del rapporto $\frac{\mu^2_{v_1}}{\mu^2_v}$ con $\frac{v_1}{v}$ (essendo $v_1 > v$). Secondo Wildermann, per soluzioni concentrate e dove la sostanza è poco dissociata, $\frac{\mu^2_{v_1}}{\mu^2_v}$ dovrebbe differire di poco da $\frac{v_1}{v}$; e per le soluzioni più diluite a dissociazione più progredita i valori $\frac{\mu^2_{v_1}}{\mu^2_v}$ differiranno sempre più dai valori $\frac{v^1}{v}$ e cioè saranno sempre più piccoli. Egli trovò che ciò si avverava per l'acido tricloroacetico in soluzione alcoolica, mentre per l'acido dicloroacetico il rapporto $\frac{\mu^2_{v_1}}{\mu^2_v}$ è maggiore assai del rapporto $\frac{v_1}{v}$, il che non si può accordare con la legge della diluizione. Wildermann però non accennò alla questione che incidentalmente perchè si proponeva tutt'altro scopo.

« Ecco ora riunito nella tabella seguente i valori di m e di K da me calcolati:

V	Acqua		Alcool metilico		Alcool etilico		Alcool propilico		Alcool isopropilico		Alcool allilico		Acetone	
	m	K	m	K	m	K	m	K	m	K	m	K	m	K
16	0,787	0,181	0,449	0,0228	0,324	0,0097	0,243	0,0048	0,221	0,0039	0,491	0,0292	0,276	0,0066
32	0,821	0,117	0,522	0,0178	0,389	0,0076	0,296	0,0039	0,270	0,0031	0,572	0,0239	0,355	0,0061
64	0,869	0,090	0,589	0,0132	0,472	0,0066	0,365,	0,0033	0,342	0,0024	0,709	0,0269	0,439	0,0054
128	0,908	0,070	0,658	0,0099	0,569	0,0059	0,445	0,0028	0,403	0,0021	0,840	0,0344	0,549	0,0052
256	0,923	0,043	0,721	0,0073	0,661	0,0050	0,543	0,0025	0,500	0,0019	0,889	0,0278	0,649	0,0047
512	0,935	0,026	0,793	0,0059	0,763	0,0048	0,650	0,0024	0,635	0,0021	—	—	0,766	0,0049
1024	0,944	0,015	0,898	0,0077	0,877	0,0061	0,762	0,0024	—	—	—	—	—	—

« Per ciò che riguarda le relazioni tra il rapporto $\frac{\mu_{v_1}}{\mu_v}$ e $\sqrt{\frac{v_1}{v}}$ per nessuna delle soluzioni da me esaminate si ha il fatto che $\frac{\mu_{v_1}}{\mu_v} > \sqrt{\frac{v_1}{v}}$. I valori $\frac{\mu_{v_1}}{\mu_v}$ per ogni soluzione variano assai poco fra di loro e per il solito senza regola alcuna. Quanto ai valori di K la legge non è affatto applicabile per le soluzioni acquose, come già si sapeva; per le soluzioni in alcool metilico siamo ancora assai lontani dalla costanza, ma nondimeno le variazioni non sono per diluizioni più forti, cioè da μ_{32} in avanti, che nel rapporto di 1 : 2.25, mentre nelle esperienze del Völlmer citate dall'Ostwald nel suo classico trattato e per le quali egli dice che la legge è: *nur in erster Annäherung gültig*, sono nel rapporto di 1 : 2.28. Per gli altri solventi, non escluso l'acetone, si può dire che la legge è applicabile: certo i numeri non sono dei migliori, ma bisogna tener conto che il metodo adottato non è il più esatto che poteva adoperarsi; che la preparazione di solventi organici purissimi è assai meno sicura che la purificazione dell'acqua e più di tutto che i valori di $\mu\,\infty$ non si possono considerare, per il modo col quale sono stati calcolati, che quali numeri approssimati. Tenuto conto di tutto questo mi pare che si possa ritenere dimostrato che la legge della diluizione si applica anche a solventi differenti dall'acqua.

« Se osserviamo i valori di *m* i quali dovrebbero indicare il grado di dissociazione, dovremmo concludere che il joduro solfinico è fortemente dissociato nei vari solventi, quasi ugualmente in tutti per diluizioni forti, ed allora poco meno che nell'acqua quantunque i valori di $\mu\,\infty$ sieno differentissimi fra loro; ma qui si presenta il problema: si può dalla conducibilità molecolare dedurre il grado di dissociazione trattandosi di solventi diversi dall'acqua? Ho cercato di risolvere la questione esaminando a quali risultati si giungeva col metodo ebullioscopico; ma stante la facile decomponibilità del composto per azione del calore non ho potuto esperimentare che sulle soluzioni in quei liquidi che bollono a temperatura più bassa e cioè alcool metilico, alcool etilico, e acetone. Ecco i risultati ottenuti.

Solvente.	Concentrazione.	Innalzamento termico.	Coefficente d'innalzamento.	Innalzamento molecolare per $JS(C_2H_5)_3$.	Innalmento teorico.
Alcool metilico	4,283	0,19	0,044	10,82	9,2
»	8,009	0,34	0,042	10,33	»
Alcool etilico	2,814	0,12	0,042	10,33	11,5
Acetone	3,257	0,22	0,067	16,48	16,7
»	4,958	0,295	0,597	14,68	»

« Sembrerebbe che i numeri non lasciassero dubbio in proposito e che la sostanza non fosse affatto dissociata; però si deve osservare che le concentrazioni sono assai forti, circa il doppio e anche più di quello che si richiede per $v = 8$; che gli innalzamenti termometrici sono assai piccoli; d'altra parte le esperienze sono state fatte a temperatura più elevata e perciò la dissociazione con tutta probabilità dovrebbe essere aumentata, ed il fatto di ottenere numeri così vicini al normale lascia sorgere dubbi fondati che la teoria della dissociazione elettrolitica non vada qui d'accordo con ciò che si deduce dalla applicazione delle leggi di Van t'Hoff. Su questo però mi propongo di ritornare usando metodi nella determinazione del peso molecolare, i quali non sieno sottoposto a tante cause d'errore, per esempio l'abbassamento della tensione di vapore eseguendolo alla temperatura di 25°.

« Io credo, però tenuto conto di tutto, che non sempre sia giusto dopo aver dedotto il valore di $\mu \infty$ di calcolare i valori di m, anche quando bene inteso le μ_v abbiano un andamento tale che accenni ad un limite e che le variazioni per soluzioni estremamente diluite sieno tali da autorizzare l'estrapolazione; anche quando poi coi numeri adottati si abbia la costanza nei valori di K.

« Mi sembra ben possibile che in certi determinati casi, soltanto una parte delle molecole subisca la dissociazione elettrolitica anche per diluizioni infinitamente grandi, e che l'equilibrio si stabilisca tra un certo numero di molecole dissociate e forse anche di molecole più complesse: si spiegherebbero così le divergenze tra i valori di i dedotti dai metodi crioscopici ed ebullioscopici e le forti differenze tra i valori di $\mu \infty$. La determinazione dei valori di $\mu \infty$ con metodi indipendenti da quelli di μ_v potrà decidere la questione a cui ho accennato.

« Quanto all'ipotesi di Völlmer che con l'aumentare del peso molecolare del solvente la conducibilità limite diventa più piccola non è giustificata; al più potrà avverarsi ove non si comparino che termini omologhi di una serie. Facendo il rapporto dei valori di μ_v per una stessa diluizione fra i vari solventi si vedono esistere delle relazioni, quali per esempio una certa costanza per le varie concentrazioni e per uno stesso aumento nella molecola. Questa costanza si estende ai casi di isomeria e fa pensare alla possibilità, quando gli studî sieno opportunamente estesi, di poter prevedere la conducibilità molecolare di una sostanza nei vari solventi.

« Se si paragonano le costanti dielettriche ed i coefficienti di attrito interno dei vari solventi con le conducibilità molecolari μ_v per diluizioni molto forti, si vede esistere una perfetta correlazione senza però arrivare alla relazione quantitativa che lo Schlamp aveva fatto notare

$$\frac{\mu \infty \text{ (alcool etilico}}{\mu \infty \text{ (alcool propilico)}} = \frac{\text{attrito interno (alcool propilico)}}{\text{attrito interno (alcool etilico)}}$$

perchè i rapporti della conducibilità sono assai maggiori dei rapporti dei coefficenti di attrito ».

SOLVENTI	Coefficienti d'attrito a 20°	Costanti dielettriche	Valori di μ			
			μ_{256}	μ_{512}	μ_{1024}	μ_{∞}
Acqua	56,2	—	99,30	100,57	101,60	107,6
Alcool metilico . .	68,9	35,364	96,56	106,25	120,39	134
» etilico	34,4	26,493	35,67	41,19	47,33	54
» propilico nor.	125,7	22,472	14,12	16,91	19,81	26
» isopropilico .	137,1	—	10,99	13,98	—	22
» isobutilico. .	227,4	18,739	—	—	—	3
» isoamilico. .	251,6	16,673	1,96	—	—	2
» allilico. . . .	92	—	28,45	—	—	32
Acetone	22	—	108.43	128,01	—	167

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario BLASERNA presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra queste l'opera del Socio straniero NOETHER e del dott. BRILL, intitolata: *Sviluppo della teoria delle funzioni algebriche in tempi recenti e antichi.*

Il Socio CAPELLINI fa omaggio del suo lavoro a stampa: *Rinoceronti fossili del Museo di Bologna.*

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario BLASERNA dà comunicazione di una lettera del Socio generale FERRERO, il quale rappresentò l'Accademia in Berlino alla celebrazione del centenario della nascita del Socio straniero generale von BAEYER, lettera contenente una descrizione della anzidetta solennità scientifica. Lo stesso Segretario partecipa anche i ringraziamenti del nuovo Socio straniero A. von BAEYER, per le onoranze che, nella occasione sopra accennata, l'Accademia volle tributare a suo padre.

Essendo usciti di carica il Segretario ed il Segretario della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, a termini degli articoli 4 e 14 dello Statuto accademico, si procede alle nuove elezioni.

Fatto lo spoglio dei voti dai Soci GEMMELLARO e DINI, il Presidente proclama il risultato della votazione che è il seguente:

Per la elezione del Segretario:

Votanti 15 — BLASERNA 14; TOMMASI-CRUDELI 1
Eletto BLASERNA (riconferma).

Per la elezione del Segretario aggiunto:

Votanti 15 — TOMMASI-CRUDRLI 14; TACCHINI 1
Eletto TOMMASI-CRUDELI (riconferma).

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 2 dicembre 1894.

Baratta M. — Intorno ai recenti fenomeni endogeni avvenuti nella regione etnea. Roma, 1894. 8°.

Capellini G. — Rinoceronti fossili del Museo di Bologna. Bologna, 1894. 8°.

Comes O. — Relazione sulla coltivazione sperimentale dei tabacchi nel regno durante la campagna 1893. Napoli, 1894. 4°.

Ginzel F. K. — Ueber einen Versuch, das Alter der vedischen Schriften aus historischen Sonnenfinsternissen zu bestimmen. Prag, 1894. 8°.

Mazzarella G. — Sulla localizzazione delle macchie solari. Catania, 1894. 4°.

Noether M. e *Brill A.* — Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit. Berlin, 1893. 8°.

Processo verbale delle sedute della Commissione geodetica italiana tenute in Bologna nei giorni 31 marzo e 1° aprile 1894. Firenze, 1894. 4°.

Sclavo A. — Di un nuovo apparecchio per la raccolta del siero di sangue (M.° dell'Interno). Roma, 1894. 4°.

Id. e *Mannelli C.* — Sulle cause che determinano nella pratica delle disinfezioni la scomparsa del Mercurio dalle soluzioni di sublimato corrosivo (M.° dell'Interno). Roma, 1894. 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 dicembre 1894.

A. Messedaglia Vicepresidente

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra alcune equazioni differenziali ipergeometriche.* Nota di Davide Besso, presentata dal Socio Beltrami.

« L'equazione differenziale lineare del terz'ordine soddisfatta dalle forme quadratiche di due integrali fondamentali dell' ipergeometrica del second'ordine

$$x(1-x)\,y''+(f+gx)\,y'+hy=0 \qquad \text{I}$$

è anch' essa, in alcuni casi, ipergeometrica, o riducibile a tale quando la funzione incognita sia moltiplicata pel prodotto di una potenza di x per una potenza di $1-x$. Questi casi sono esaminati nella presente Nota, e ne sono fatte alcune applicazioni.

I.

« 1. Trasformando la I colla sostituzione

$$y=x^{-\frac{1}{2}f}(1-x)^{\frac{1}{2}f_1}\,\mathrm{Y} \qquad (1)$$

in cui è

$$f_1=f+g$$

e ponendo

$$a=-\frac{1}{4}g^2-\frac{1}{2}g-h\,,\quad b=h-f-\frac{1}{2}fg\,,\quad c=\frac{1}{2}f-\frac{1}{4}f^2$$

$$\mathrm{P}=ax^2+bx+c\,,\qquad \varrho=\frac{\mathrm{P}}{x^2(1-x)^2}$$

essa diviene

$$\mathrm{Y}''+\varrho\mathrm{Y}=0 \qquad \mathrm{I}'$$

« L'equazione differenziale lineare del terz'ordine soddisfatta dai prodotti di due soluzioni della I' è

$$Z''' + 4\varrho Z' + 2\varrho' Z = 0$$

ossia

$$x^3(1-x)^3 Z''' + 4x(1-x)\,PZ' + \Big(4P(2x-1) + 2x(1-x)\,P'\Big)\,Z = 0 \qquad \text{II}$$

e questa colla sostituzione

$$Z = x^{\lambda}\,(1-x)^{\mu}\,U \qquad (2)$$

si trasforma nella

$$x^3(1-x)^3U''' + 3x^2(1-x)^2\Big(\lambda-(\lambda+\mu)x\Big)U'' + x(1-x)M_2U' + M_3U = 0 \qquad \text{II}'$$

in cui è

$$M_2 = 3\lambda_1\,(1-x)^2 - 6\lambda\mu x\,(1-x) + 3\mu_1 x^2 + 4P$$

$$M_3 = \lambda_2\,(1-x)^3 - 3\lambda_1\,\mu x\,(1-x)^2 + 3\lambda\mu_1 x^2\,(1-x) - \mu_2 x^3$$
$$+ 4P\,\Big(\lambda - 1 - (\lambda+\mu-2)\,x\Big) + 2P'x\,(1-x)$$

$\lambda_1 = \lambda(\lambda-1)$, $\mu_1 = \mu(\mu-1)$. $\lambda_2 = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)$, $\mu_2 = \mu(\mu-1)(\mu-2)$.

« E dalle (1) (2) risulta che ogni soluzione della II' è eguale al prodotto di

$$x^{-\lambda+f}\,(1-x)^{-\mu-f_1}$$

per una forma quadratica di due integrali fondamentali della I.

« 2. Ora, perchè la II' sia della forma

$$x^2\,(1-x)\,U''' + x\,(B_1 - A_1 x)\,U'' + (B_2 - A_2 x)\,U' - GU = 0 \qquad \text{III}$$

dev'essere M_2 divisibile per $1-x$ ed M_3 divisibile per $x\,(1-x)^2$.

« I polinomi M_2 ed M_3 sono divisibili rispettivamente per $1-x$ e per $(1-x)^2$ quando siano soddisfatte le tre equazioni

$$3\mu^2 - 3\mu - 2f_1 - f_1^2 = 0 \qquad (3)$$

$$(\mu-1)(\mu^2 - 2\mu - f_1^2 - 2f_1) = 0 \qquad (4)$$

$$3\lambda\mu_1 + 3\mu_2 + (2a+b)(4\mu-2) - (f_1^2 + 2f_1)(\lambda+\mu-2) = 0 \qquad (5)$$

le quali, escluso il caso di $h = 0$, hanno le soluzioni comuni

a) $\quad f_1 = f + g = -2, \quad \mu = \begin{cases}0\\1\end{cases}, \quad h = 2 + g;$

b) $\quad f_1 = -\dfrac{3}{2}, \quad \mu = \dfrac{1}{2};$

c) $\quad f_1 = -\dfrac{1}{2}, \quad \mu = \dfrac{1}{2}.$

« Coi valori a) si ottiene

$$\frac{M_2}{1-x} = (3\lambda_1 - 8 - 6g - g^2) - (3\lambda_1 - 8 - 6g - g^2 + 6\lambda\mu)\,x\,,$$

$$\frac{M_3}{(1-x)^2} = (\lambda-1)(\lambda-g-4)(\lambda+g+2)(1-x) + \Big(g^2 + 6g + 8 - 3\lambda(\lambda-1)\Big)\mu x,$$

e prendendo

$$\lambda = \begin{cases} 1 \\ g+4 \\ -g-2 \end{cases}$$

risulta

$$\frac{M_3}{x(1-x)^2} = \left(g^2+6g+8-3\lambda(\lambda-1)\right)\mu.$$

« Dunque, quando abbiano luogo le due relazioni

$$f+g=-2, \quad h=2+g,$$

la II′ assume la forma

$$x^2(1-x)U'''+x(B_1-A_1x)U''+(B_2-A_2x)U'-GU=0 \qquad \text{III}$$

in cui è

$$(\alpha)\begin{cases} A_1=3(\lambda+\mu), & A_2=3\lambda(2\mu+\lambda-1)-(g^2+6g+8), \\ B_1=3\lambda \quad , & B_2=3\lambda(\lambda-1)-(g^2+6g+8), \\ & G=\left(3\lambda(\lambda-1)-(g^2+6g+8)\right)\mu, \\ \lambda=\begin{cases} 1 \\ g+4 \\ -g-2 \end{cases} & \mu=\begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad ; \end{cases}$$

ed ogni soluzione dell' ipergeometrica del terz'ordine III sarà eguale al prodotto di

$$x^{-g-2-\lambda}(1-x)^{2-\mu}$$

per una forma quadratica di due integrali fondamentali della I.

« È da osservare che, prendendo $\mu=0$, si ha $G=0$, e che, in conseguenza, la III è soddisfatta da $U=$ costante. Risulta da ciò che la I, ossia la

$$x(1-x)y''+(-2-g+gx)y'+(g+2)y=0$$

ha due soluzioni il cui prodotto è eguale a $x^{\lambda+g+2}(1-x)^{-2}$, epperò essa possiede i due integrali fondamentali

$$(1-x)^{-1}, \qquad x^{g+3}(1-x)^{-1},$$

per $g \gtrless -3$; e

$$(1-x)^{-1}, \qquad (1-x)^{-1}\log x,$$

per $g=-3$.

« 3. Consideriamo ora gli altri casi in cui i polinomi M_2 ed M_3 sono divisibili rispettivamente per $1-x$ e per $(1-x)^2$.

« Coi valori $b)$ $\quad f_1=-\frac{3}{2}$, $\mu=\frac{1}{2}$, ed attribuendo a λ uno dei valori 1, f, $2-f$, si trova

$$\frac{M_3}{x(1-x)^2} = -\left(\lambda-\frac{1}{2}\right)(\lambda^2-\lambda-f^2-f-4h),$$

e la II' avrà la forma III con

$$(\beta)\quad \begin{cases} A_1 = 3\lambda + \frac{3}{2}\,, & A_2 = 3\lambda^2 - 4h - f^2 - f\,, \\ B_1 = 3\lambda & , B_2 = 3\lambda(\lambda - 1) + 2f - f^2\,, \\ G = \left(\lambda - \frac{1}{2}\right)(\lambda^2 - \lambda - f^2 - f - 4h)\,. \end{cases} \qquad \lambda = \begin{cases} 1 \\ f \\ 2 - f \end{cases}$$

« Coi valori c) $f_1 = -\frac{1}{2}\,, \mu = \frac{1}{2}$, si trovano ancora gli stessi valori per λ, e si giunge alla III in cui è

$$(\gamma)\quad \begin{cases} A_1 = 3\lambda + \frac{3}{2}\,, & A_2 = 3\lambda^2 - 4h - f^2 + f\,, \\ B_1 = 3\lambda & , B_2 = 3\lambda(\lambda - 1) + 2f - f^2\,, \\ G = \left(\lambda - \frac{1}{2}\right)(\lambda^2 - \lambda - f^2 + f - 4h)\,. \end{cases} \qquad \lambda = \begin{cases} 1 \\ f \\ 2 - f\,, \end{cases}$$

« Dunque: Se $f + g$ è eguale a $-\frac{3}{2}$, ogni soluzione della III, le cui costanti sono date dalle (β), è eguale al prodotto di $x^{f-\lambda}(1 - x)$ per una forma quadratica di due integrali fondamentali della I.

« E se $f + g$ è uguale a $-\frac{1}{2}$, ogni soluzione della III, quando le sue costanti abbiano i valori (γ), è eguale al prodotto di $x^{f-\lambda}$ per una forma quadratica di due integrali fondamentali della I.

« Segue da ciò:

1) I prodotti di due soluzioni della

$$x(1 - x)\,y'' + \left(f - \left(f + \frac{3}{2}\right)x\right)y' + hy = 0\,,$$

moltiplicati per $1 - x$, sono le soluzioni dell'ipergeometrica del terz'ordine.

$$x^2(1 - x)\,U''' + x\left(3f - \left(\frac{3}{2} + 3f\right)x\right)U'' +$$

$$+ \left(2f^2 - f - (2f^2 - f - 4h)x\right)U' - (f + 2h)(1 - 2f)\,U = 0\,.$$

2) I prodotti di due soluzioni della

$$x(1 - x)\,y'' + \left(f - \left(f + \frac{1}{2}\right)x\right)y' + hy = 0$$

sono le soluzioni della

$$x^2(1 - x)\,U''' + x\left(3f - \left(3f + \frac{3}{2}\right)x\right)U'' +$$

$$+ \left(2f^2 - f - (2f^2 + f - 4h)\,x\right)U' - 2h(1 - 2f)\,U = 0$$

« 4. Se nella I si effettua la sostituzione $x = 1 - t$, essa diviene

$$t(1-t)\frac{d^2y}{dt^2} + (-f-g+gt)\frac{dy}{dt} + hy = 0$$

« E dal teorema dimostrato al N. 3 risulta:
1) I prodotti di due soluzioni della

$$x(1-x)y'' + \left(\frac{3}{2} + gx\right)y' + hy = 0 ,$$

moltiplicati per x, sono le soluzioni della

$$t^2(1-t)\frac{d^3U}{dt^3} + t(B_1 - A_1 t)\frac{d^2U}{dt^2} + (B_2 - A_2 t)\frac{dU}{dt} - GU = 0 \qquad \text{III}'$$

in cui è

$A_1 = -3g - 3$, $A_2 = 2g^2 + 7g - 4h + 6$,

$B_1 = -3g - \frac{9}{2}$, $B_2 = 2g^2 + 7g + 6$ $\qquad G = (4h - 2g - 3)(g + 2)$.

2) I prodotti di due soluzioni della

$$x(1-x)y'' + \left(\frac{1}{2} + gx\right)y' + hy = 0$$

sono le soluzioni della III′, in cui è

$A_1 = -3g$, $A_2 = 2g^2 + g - 4h$,

$B_1 = -3g - \frac{3}{2}$, $B_2 = 2g^2 + 3g + 1$, $G = 4h(g+1)$.

« 5. Se la I. si trasforma colla sostituzione $4x(1-x) = \xi$, e nell'ipotesi che sia

$$g + 2f = 0 ,$$

si ottiene la

$$\xi(1-\xi)\frac{d^2y}{d\xi^2} + (f' + g'\xi)\frac{dy}{d\xi} + h'y = 0 ,$$

con

$$f' = f , \; f' + g' = -\frac{1}{2} , \; h' = \frac{1}{4}h .$$

« Risulta da ciò, e da quanto è stato dimostrato al N. 3, che, nell'ipotesi fatta, i prodotti di due soluzioni della I sono le soluzioni della

$$\xi^2(1-\xi)\frac{d^3U}{d\xi^3} + \xi(B_1 - A_1\xi)\frac{d^2U}{d\xi^2} + (B_2 - A_2\xi)\frac{dU}{d\xi} - GU = 0 \qquad \text{III}''$$

in cui è

$A_1 = 3f + \frac{3}{2}$, $A_2 = 2f^2 + f - h$,

$B_1 = 3f$, $B_2 = 2f^2 - f$, $G = h\left(\frac{1}{2} - f\right)$.

II.

« 6. L'integrale ellittico completo di prima specie di modulo k, e quello corrispondente al modulo complementare, sono, come è noto, due integrali fondamentali della

$$k(1-k^2)\frac{d^2y}{dk^2}-(1-3k^2)\frac{dy}{dk}-ky=0\ ,$$

la quale, colla sostituzione $x=k^2$, si trasforma nell'ipergeometrica

$$x(1-x)\frac{d^2y}{dx^2}+(1-2x)\frac{dy}{dx}-\frac{1}{4}y=0\ .$$

« Questa appartiene alla classe considerata al N. 5, e, in conseguenza, i prodotti di due sue soluzioni sono le soluzioni della III″ in cui è

$$A_1=\frac{9}{2}\,,\ B_1=3\ ,\ A_2=\frac{13}{4}\,,\ B_2=1\ ,\ G=\frac{1}{8}\,,$$

$$\xi=4x(1-x)=4k^2(1-k^2)\ .$$

« Ora quest'ipergeometrica del terz'ordine è soddisfatta, per mod. $\xi \leqq 1$ dalla

$$F\begin{pmatrix} a_1\,,\,a_2\,,\,a_3\,, \\ b_1\,,\,b_2\,,\,\xi \end{pmatrix}$$

in cui le a sono le radici della

$$a^3+(3-A_1)a^2+(A_2+2-A_1)a-G=0\ ,$$

e le b sono le radici della

$$b^2+(1-B_1)b+B_2=0\ .$$

« Perciò, indicando con C_1, C_2, C_3 altrettante costanti, sarà

$$F\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\,,\frac{1}{2}\,,\frac{1}{2}\,, \\ 1\,,\,1\,,\,\xi \end{pmatrix}=C_1K^2+C_2KK_1+C_3K_1^2$$

con

$$k^2=\frac{1\mp\sqrt{1-\xi}}{2}$$

« Ma, quando ξ tende a zero, il primo membro ha per limite 1, e, prendendo il segno superiore nella formola di k^2, K tende a $\frac{\pi}{2}$, mentre K_1 tende all'infinito; in conseguenza dev'essere

$$C_2=C_3=0\ ,\ C_1=\frac{4}{\pi^2}\ ,$$

e la precedente relazione diviene

$$F\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\,,\frac{1}{2}\,,\frac{1}{2}\,, \\ 1\,,\,1\,,\,\xi \end{pmatrix}=\frac{\pi^2}{4}K^2\ ,$$

ossia

$$1+\left(\frac{1}{2}\right)^3 \xi+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^3 \xi^2+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^3 \xi^3+\dots=$$

$$\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6+\dots\right]^2$$

ove lo variabili ξ e k sono legate dalla

$$k^2=\frac{1-\sqrt{1-\xi}}{2}.$$

« 7. Il sig Laguerre ha trovata la formola

$$\int_0^1\int_0^1 \frac{dx\, dy}{(1-\xi^2 x^2 y^2 \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}}=\frac{\pi}{2}\,\mathrm{K}(\xi)$$

per mod. $\xi<1$, sviluppando in serie la frazione $\frac{1}{1-\xi^2 x^2 y^2}$, e integrando poi ciascun termine ([1]).

« In modo analogo si può dimostrare che è, per mod $\xi<1$, ed anche per mod $\xi=1$,

$$\mathrm{J}=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \frac{dx\, dy\, dz}{(1-\xi^2 x^2 y^2 z^2)\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)(1-z^2)}}=$$

$$=\left(\frac{\pi}{2}\right)^3 \sum_0^\infty \left(\frac{1.3\dots(2n-1)}{2.4\dots.2n}\right)^3 \xi^{2n},$$

dalla quale, e dalla relazione poc'anzi ottenuta, risulta

$$\mathrm{J}=\frac{\pi}{2}\,\mathrm{K}^2,$$

con

$$k^2=\frac{1-\sqrt{1-\xi^2}}{2}.$$

« Osservo anche che la serie trovata al n. 6 si deduce dalla

$$1+\left(\frac{1}{2}\right)^2 \lambda^2+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \lambda^4+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \lambda^6+\dots=\frac{2}{\pi}\,\mathrm{K}(\lambda)$$

ponendovi $\lambda=\sqrt{\xi}\,\mathrm{sen}\,\theta$ e integrando, rispetto a θ, da 0 a $\frac{\pi}{2}$, vale a dire che è

$$1+\left(\frac{1}{2}\right)^3 \xi+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^3 \xi^2+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^3 \xi^3+\dots=\frac{4}{\pi^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{K}(\lambda)\, d\theta.$$

« Sarà in conseguenza

$$\int_0^1 \frac{\mathrm{K}(ax)}{\sqrt{1-x^2}}\, dx=\mathrm{K}^2\left(\sqrt{\frac{1-\sqrt{1-a^4}}{2}}\right).$$

([1]) Hermite, *Cours professé à la faculté des sciences de Paris*, 3me édition 1887, pag. 85 e seg.

« 8. L'equazione considerata al n. 6

$$x(1-x)\frac{d^2y}{dx^2}+(1-2x)\frac{dy}{dx}-\frac{1}{4}y=0,$$

ossia la

$$\xi(1-\xi)\frac{d^2y}{d\xi^2}+\left(1-\frac{3}{2}\xi\right)\frac{dy}{d\xi}-\frac{1}{16}y=0,$$

in cui essa si trasforma colla sostituzione $4x(1-x)=\xi$, è un caso particolare della

$$\xi(1-\xi)\frac{d^2y}{d\xi^2}+\left(1-\frac{3}{2}\xi\right)\frac{dy}{d\xi}+\frac{1}{4}n(n+1)y=0 \qquad (a)$$

la quale, per n intero e positivo, posto $\xi=1-z^2$, è soddisfatta dalla funzione sferica $P_n(z)$.

« Ora, dal teorema dimostrato al n. 3, risulta che i prodotti di due soluzioni della (a) sono le soluzioni della

$$\xi^2(1-\xi)\frac{d^3U}{d\xi^3}+\xi\left(3-\frac{9}{2}\xi\right)\frac{d^2U}{d\xi^2}+\left(1-\left(3-n(n+1)\right)\xi\right)\frac{dU}{d\xi}+$$
$$+\frac{1}{2}n(n+1)U=0,$$

la quale è soddisfatta, per mod $\xi<1$, dalla serie

$$1-\frac{1}{2}\frac{n(n+1)}{1^3}\xi+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{(1.2)^3}\xi^2-$$
$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}\frac{(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)}{(1.2.3)^3}\xi^3+\ldots,$$

che, per n intero e positivo, si riduce ad un polinomio del grado n^{mo}.

« Osservando poi che la (a), con n intero e positivo, possiede i due integrali fondamentali

$$P_n(z) \quad \text{e} \quad P_n(z)\log\frac{1+z}{1-z}+R_{n-1}(z),$$

in cui $R_{n-1}(z)$ significa una funzione intera del grado $(n-1)^{mo}$ (1), il secondo dei quali tende all'infinito quando ξ tende a zero, e che è $P_n(1)=1$, si conchiude

$$P_n^2(z)=1-\frac{1}{2}\frac{n(n+1)}{1^3}\xi+$$
$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{(1.2)^3}\xi^2-\ldots+(-1)^n\frac{1}{2}\frac{3}{2}\cdots\frac{2n-1}{2}\frac{1.2\ldots.2n}{(1.2\ldots n)^3}\xi^n$$

ove le variabili sono legate dalla $z^2=1-\xi$ (2) ».

(1) Heine, *Handbuch der Kugelfunctionen*. Zweite Auflage. Erster Band, pag. 96.

(2) Integrando i due membri di quest'eguaglianza da 0 ad 1, ed applicando la formola di Legendre

$$\int_0^1 P_n^2(z)\,dz=\frac{1}{2n+1},$$

si ottiene

$$1-\frac{1}{3}\frac{n(n+1)}{1^2}+\frac{1}{5}\frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{(1.2)^2}-\ldots+\frac{(-1)^n}{2n+1}\frac{1.2\ldots2n}{(1.2\ldots n)^2}=\frac{1}{2n+1}.$$

Matematica. — *Sopra alcune considerazioni geometriche che si collegano alla teoria delle equazioni differenziali lineari.* Nota di GINO FANO, presentata dal Socio CREMONA.

Matematica. — *Sopra certe curve razionali di uno spazio qualunque, e sopra certe equazioni differenziali lineari, che con queste curve si possono rappresentare.* Nota di G. FANO, presentata dal Socio CREMONA.

Queste due Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Fisica terrestre. — *Sulla variazione della velocità di propagazione dei terremoti, attribuita alle onde trasversali e longitudinali.* Nota del dott. G. AGAMENNONE, presentata dal Socio P. TACCHINI.

« In due precedenti mie Note (¹) ho trattato della velocità di propagazione del terremoto andaluso del 25 dicembre 1884. Nella 2ª di esse dedussi dai miei calcoli il valore di poco più di 3 km. al secondo, mentre nella prima si vede che, stando al dott. Cancani, la velocità varierebbe da 2,8 a 4,2 km. (²). Egli attribuisce tale ragguardevole differenza soltanto alla diversa natura delle onde sismiche, e precisamente la minor velocità alle onde da lui ritenute per le *trasversali* della teoria, e la maggiore a quelle *longitudinali*. Io non posso condividere questo modo di vedere del Cancani, non perchè io neghi la possibilità che si riscontrino anche nel nostro globo le onde trasversali e longitudinali, quali si considerano nello studio dell'elasticità dei corpi solidi indefiniti, ma perchè non mi sembra ancora sufficientemente conosciuta la loro maniera d'intervenire nei terremoti. Di più, temo che il Cancani abbia fatto confusione, come in altra circostanza già dissi, tra le onde trasversali, contemplate nella

(¹) *Alcune considerazioni sui differenti metodi fino ad oggi adoperati nel calcolare la velocità di propagazione del terremoto andaluso del 25 dicembre 1884.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, vol. III, 2° sem., pag. 303, seduta del 17 nov. 1894. — *Velocità superficiale di propagazione delle onde sismiche, in occasione della grande scossa di terremoto dell'Andalusia del 25 dicembre 1884.* Id., p. 317, seduta del 2 dicembre 1894.

(²) *Sulle ondulazioni provenienti da centri sismici lontani.* Ann. dell'Uff. Centr. Met. e Geod. It., vol. XV, Parte 1ª, 1893, p. 13.

teoria e quelle che per mezzo di delicati strumenti noi vediamo propagarsi sulla superficie terrestre sotto forma di ondulazioni a lento periodo, che deflettono apparentemente la verticale in ciascun luogo del loro passaggio. È bensì vero che nei vari terremoti noi troviamo velocità diverse, secondo che nei diagrammi degli strumenti registratori si prenda il principio o la fase massima della perturbazione, come io stesso ho posto in evidenza nello studio dei terremoti di Zante del 1893; ma allo stato delle odierne cognizioni, mi sembra che non siano per anco dimostrate a sufficienza le asserzioni esplicite del Cancani. Ad ogni modo parmi di avere assodato che non può invocarsi neppure il terremoto andaluso come dimostrazione dell'esistenza delle due specie di onde contemplate nella teoria. E siccome in altra mia Nota (¹) dimostrai che nel terremoto della Grecia del 20 settembre 1867, propagatosi fino a Pulkowa, dovevasi ritenere più attendibile la velocità di 2,3 km. al secondo, invece di quella di 3,7 calcolata dal Cancani, così mi sembra che la tabella, dal medesimo riportata a pag. 22 del suo lavoro sopra citato, non possa più ora in alcun modo considerarsi come una prova del suo modo di vedere. Alla medesima conclusione io era già pervenuto nello studio che feci sulla velocità dei terremoti di Zante del 1893, poichè allora io trovai una velocità di circa 3 km. tanto per località abbastanza vicine alla Grecia, quali Mineo e Catania, dove la scossa fu intesa dalle persone, quanto per località assai più distanti, come Nicolaiew, Strasburgo e Potsdam, dove il movimento fu solo registrato da delicati strumenti.

« Il Cancani in una posteriore Nota (²), per togliere la contraddizione ch'io aveva rilevata tra le sue viste ed i risultati da me trovati per Zante, fa riflettere che a Mineo ed a Catania l'uomo ha avvertite le sole onde longitudinali, mentre gli strumenti di queste due località, al pari di quelli di tutte le altre più lontane (e tra essi i pendoli orizzontali di Nicolaiew e Strasburgo ed il magnetografo di Potsdam) avrebbero indicato il passaggio delle sole onde trasversali. Questa asserzione del Cancani, se giunge opportuna alle sue viste, resta d'altra parte ad essere dimostrata; e trattandosi di una questione d'importanza non comune per la sismologia, permetta il mio egregio collega ch'io risponda alla suddetta Nota, rilevando alcune difficoltà che si affacciano spontanee alla mente.

« Anzitutto, come mai gli strumenti di Catania e Mineo non sono stati in grado di registrare, in occasione dei terremoti di Zante, un movimento di suolo che fu risentito dall'uomo? E si noti che a Catania esisteva il sismometrografo Brassart a tre componenti, il quale, in seguito a lunga esperienza già fatta, per essere munito di corto pendolo con una massa di

(¹) Rend. della R. Accad. dei Lincei, seduta del 6 maggio 1894, vol. III, 1° sem. p. 443.

(²) *Intorno ad alcune obbiezioni relative alla velocità di propagazione delle onde sismiche*. R. Accad. dei Lincei, vol. III, 2° sem., p. 30. 1° luglio 1894.

soli 10 kg., sarebbe stato senza dubbio più adatto ad essere influenzato dalle onde longitudinali che da quelle trasversali. Inoltre, i sismoscopi di Mineo sono di tale sensibilità che non v'è terremoto locale, inteso dalle persone, che non venga dagli stessi registrato: anzi, non di rado essi si scaricano in seguito a menome scosse locali, senza che le persone s'accorgano di nulla. Di più, poichè tanto nel terremoto d'Andalusia del 1884, quanto in quello della Liguria del 1887, è stato ormai assodato che il passaggio delle onde sismiche fu avvertito dall'uomo anche ad enormi distanze dall'epicentro, comparabili a quelle in cui rimasero perturbati alcuni magnetografi d'Europa, così è poco probabile il supporre che il movimento di suolo, che ha potuto agitare tali strumenti, sia stato diverso e posteriore a quello che si rese sensibile alle persone.

« Resta pure a spiegare come mai il magnetografo di Potsdam non abbia potuto risentire che le sole onde trasversali dei terremoti di Zante del 1893, mentre gli strumenti magnetici di Greenwich e Parigi ed ancora più quelli di Lisbona sarebbero stati influenzati, stando al Cancani, anche dalle onde longitudinali, provenienti dal terremoto andaluso del 1884. Il Cancani dice che gli apparecchi magnetici non sono capaci di sceverare le une dalle altre le differenti specie di onde (1); ma io non veggo la ragione perchè il principio delle perturbazioni riscontrate nei fotogrammi non debba esclusivamente corrispondere alle onde che marciano con maggiore velocità, quali sarebbero appunto le longitudinali. Tutto al più non si potrebbe riconoscere l'istante in cui cessano le longitudinali e quello in cui cominciano le trasversali, perchè in parte esse si possono sovrapporre; ma io confesso chiaramente di non arrivare a comprendere l'influenza delle onde trasversali nel diminuire la velocità calcolata in base all'arrivo di quelle longitudinali, il quale costituirebbe appunto il principio della perturbazione riscontrata negli strumenti.

« Se le onde longitudinali, stando al Cancani, sono le sole che producono gli effetti disastrosi sussultorî e ondulatorî, e le trasversali invece producono ondulazioni lente nel terreno, non avvertite dall'uomo ma rivelate sol-

(1) Ecco le testuali parole del Cancani a proposito delle velocità contenute nella 2ª metà della tabella, di sopra citata: « Per gli altri cinque casi (*relativi cioè al terre-* « *moto della Grecia del 1867 ed a quello d'Andalusia del 1884*) le distanze essendo state « minori (*di 3000 km.*) sono giunte sugli apparecchi registratori anche le onde longitudi- « nali, e non essendo stati capaci questi apparecchi a sceverare le une (*trasversali*) dalle « altre (*longitudinali*), la velocità che se ne è ricavata non spetta nè alle onde trasversali, « nè alle longitudinali, ma è un valore intermedio. Negli ultimi quattro esempî della « tabella, che si riferiscono al terremoto di Andalusia, e nei quali i dati orarî sono eccel- « lenti, si vede chiaramente come col diminuire la distanza, la velocità che si deduce va « crescendo, appunto perchè col diminuire la distanza si fa maggiormente sentire sugli « apparecchi l'effetto delle onde longitudinali ».

tanto da speciali strumenti, ed hanno inoltre la proprietà di giungere a distanze assai più grandi in confronto delle prime, io mi domando come mai non sia stato avvertito dall'uomo in Europa il terremoto del Giappone del 22 marzo 1894, mentre il Cancani [1] ed il Grablovitz [2] riscontrano nei diagrammi ottenuti in Italia, anzitutto le tracce dovute alle onde longitudinali e poi quelle prodotte dall'arrivo ben posteriore delle trasversali. E si noti che la grandezza delle tracce, attribuite alle onde longitudinali, non sono meno pronunciate di quelle che si possono ottenere in occasione di terremoti vicini che si rendono anche sensibili alle persone nel luogo stesso ove si trovano gli strumenti.

« Nei lavori testè citati, tanto il Cancani quanto il Grablovitz si sono mostrati così convinti di ritrovare nei terremoti le due specie di onde, che in base alla velocità di km. 5 per le longitudinali e di km. 2,5 per le trasversali, hanno voluto calcolare per il terremoto del Giappone del 22 marzo 1894 quale doveva essere l'ora in cui il medesimo era avvenuto all'epicentro. Come splendida conferma delle loro viste essi ottennero appunto dal calcolo un'ora abbastanza coincidente con quella osservata nel Giappone. Ma in seguito a notizie più sicure inviate dal sig. J. Milne, è risultato che tale coincidenza è soltanto illusoria, poichè i signori Cancani e Grablovitz hanno ritenuta l'ora del Giappone espressa in t. m. di Tokio, mentre in realtà essa è espressa in t. m. del 135° meridiano ad est da Greenwich, ciò che fa una differenza di quasi 20 minuti primi [3].

« Da ultimo credo opportuno ch'io spenda qualche parola intorno al terremoto di Charleston del 1886, nel quale il Cancani crede trovare una buona

[1] *Sugli strumenti più adatti allo studio delle grandi ondulazioni provenienti da centri sismici lontani.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, vol. III, 1° sem., p. 551; seduta del 2 giugno 1894.

[2] *Sulle indicazioni strumentali del terremoto giapponese del 22 marzo 1894.* Id., vol. III, 2° sem., p. 61; 15 luglio 1894.

[3] Il Cancani desumendo dal diagramma di Rocca di Papa le ore $11^h\,37^m$ e $12^h\,6^m$ rispettivamente per il principio delle onde longitudinali e trasversali, si era basato sulla differenza di 29 minuti per calcolare l'ora $11^h\,8^m$ (t. m. E. C.) all'epicentro. Ma la vera ora $11^h\,27^m\,47^s$ (t. m. E. C.), in cui il terremoto fu in realtà risentito a Tokio, è tanto discordante da quella calcolata che evidentemente cadono tutte le deduzioni del Cancani a sostegno della sua tesi.

È bensì vero che a Tokio la scossa principale fu preceduta, stando al Milne, da altra più lieve, e che nel diagramma di Rocca di Papa si riscontrano due gruppi distinti di onde longitudinali, precedenti rispettivamente di 35 e 20 minuti quelle trasversali. ma anche ammettendo che il 1° gruppo sia dovuto alla scossetta precedente e che il 2° gruppo (col principio a $11^h\,52^m$) sia quello realmente prodotto dalla grande scossa, e perciò da mettersi in relazione colle onde trasversali principiate a $12^h\,6^m$, ecco i risultati a cui porterebbe il calcolo, introducendo le ore $11^h\,52^m$ e $12^h\,6^m$, nelle formole date dal Cancani. Per il tempo all'origine si avrebbe $11^h\,38^m$, ora posteriore di ben 10 minuti a quella di Tokio, nonostante che questa località si trovi ad una ragguardevolissima

conferma delle sue idee. Infatti egli così si esprime nel 1° de' suoi lavori qui citati: « Nell'importantissimo studio fatto dal Newcomb e Dutton (1) sul « terremoto di Charleston del 1886, che è uno dei migliori lavori che esistano, « specialmente per ciò che riguarda lo studio della velocità di propagazione, » essi ebbero per questa il valore di 5 chilom. a secondo. Le distanze che « essi presero in considerazione nel calcolare la velocità furono notevolmente « grandi, quindi potrebbe far meraviglia il valore così elevato di 5 chilome- « tri. Ma è da notare che in tutti i luoghi da cui essi ricevettero i dati « orarî, L'ONDULAZIONE SISMICA FU DI CARATTERE LONGITUDINALE E NON « TRASVERSALE ; infatti in tutti quei luoghi il movimento fu avvertito dalle « persone, mentre le persone non si accorgono delle ondulazioni trasversali ». Ma avvi una circostanza assai importante, ignorata dal Cancani, ed è che tra le località più distanti, ove fu risentita la scossa dall'uomo, si trova anche Toronto (Canadà), città situata a ben 1180 km. dall'epicentro. La scossa oltre a farsi distintamente sentire dalle persone a Toronto, non mancò di perturbare, benchè lievemente, gli strumenti magnetici del *Meteorological Office*. In ciò si ha un mezzo prezioso per verificare se realmente la velocità che si può calcolare in base all'ora ricavata dal magnetografo è metà di quella dedotta dal Dutton in base alle migliori ore, osservate personal-

---

distanza a sud dell'epicentro: per la distanza poi di quest'ultimo da Rocca di Papa verrebbe fuori un valore di 4200 km.. che è appena metà del vero!

Ma altre ragioni basterebbero da sole a rendere poco attendibile l'ipotesi testè avanzata, vale a dire che il 1° gruppo di rapide oscillazioni sia dovuto esclusivamente alla prima lieve scossa. Infatti, l'intervallo di 15 minuti, riscontrato dal Cancani tra i due anzidetti gruppi di onde longitudinali è inferiore all'intervallo ($20^m \frac{1}{2}$) decorso a Tokio tra la prima scossa leggera e la grande successiva. Di più, a quest'ultima avendo fatto seguito, dopo circa 21^m, una terza scossetta, non si capisce perchè questa, al pari della prima, non abbia potuto lasciar traccia di sè nel diagramma di Rocca di Papa nella parte ove ancora persistono le onde a lento periodo. Del resto, queste due scossette secondarie, di cui l'una precedè e l'altra seguì la grande, dovettero essere entrambe relativamente di poca intensità se, registrate a Tokio, non lo furono del pari nella vicina Yokohama (The Seism. Journ. of Japan. vol. III, p. 86); è quindi poco probabile che soltanto la prima di esse abbia originato onde longitudinali così energiche da perturbare i nostri strumenti. Ma v'ha ancora di più. Dai bellissimi diagrammi, ottenuti dagli strumenti di Siena e Roma (Coll. Rom.) risulta all'evidenza che i due gruppetti, in questione, di rapide oscillazioni registrati a Rocca di Papa, non sono altro che due rinforzi nel movimento del suolo, il quale cominciato a $11^h 37^m$ ha perdurato con variabile intensità, ma senza interruzione, fino al sopraggiungere delle lente ondulazioni. Anzi dai diagrammi abbastanza concordanti tra loro di Siena e Roma, quantunque ricavati da strumenti diversi, risulta che il 1° rinforzo è alquanto più pronunciato del 2°. Ora come sarebbe ciò potuto avvenire se realmente il primo rinforzo fosse dovuto alle onde longitudinali della 1ª lieve scossa al Giappone, ed il 2° (il più debole) fosse causato dalle onde. pure longitudinali della grande scossa consecutiva?

(1) *The Charleston Earthquake* ecc. United States Geolog. Survey, Ninth Ann. Report, 1887-88.

mente in numerose località degli Stati Uniti, ore quest'ultime che il Cancani dice riferirsi al passaggio delle sole onde longitudinali. Nel lavoro del Dutton testè citato, l'ora del magnetografo di Toronto non solo non viene utilizzata nei varî calcoli sulla velocità, ma disgraziatamente non viene neppure riportata, sebbene se ne parli in parecchi punti, come a pag. 332, 339, 358, 370 e 488; anzi, a pag. 358 si dice perfino che essa è una tra le migliori ore possedute [1]. Stando così le cose si pensò di scrivere direttamente a Toronto per avere l'ora esatta, relativa al terremoto di Charleston; e non è molto che il direttore di quel *Meteorological Office* si è compiaciuto rispondere che il principio della perturbazione, calcolato sui fotogrammi originali, corrisponde a $9^h\ 37^m\ 30^s$ (t. m. l.), ossia a $9^h\ 55^m\ 3^s$ espresse nel tempo del 75° meridiano ad W di Greenwich, tempo appunto adottato agli Stati Uniti. Ora poichè nella Relazione del Dutton si stabilisce, appoggiandosi all'ora esattissima di Charleston, che l'ora all'epicentro corrisponde a $9^h\ 51^m\ 6^s$, così se ne deduce che le onde sismiche impiegarono $3^m\ 57^s$ per percorrere 1180 km., quanti appunto se ne hanno dall'epicentro fino a Toronto; e così vien fuori una velocità di propagazione di quasi 5 km. esatti al secondo, vale a dire un valore che s'accorda perfettamente con quello ricavato dal Dutton in base alle numerose ore osservate dalle persone. Dunque gli strumenti mamagnetici di Toronto accusarono il passaggio delle stesse onde sismiche, risentite dall'uomo.

« Per dimostrare vieppiù che le onde longitudinali possano essere effettivamente registrate anche dai pendoli orizzontali e dai magnetografi, riporterò i seguenti fatti. In occasione del terremoto del Giappone del 22 marzo 1894, i pendoli orizzontali di Charkow e Nicolaiew in Russia diedero rispettivamente $11^h\ 34^m\ 30^s$ e $11^h\ 35^m\ 0^s$ (t. m. E. C.) per il principio della perturbazione, ore queste che s'accordano assai bene con quelle, pure relative al principio delle onde longitudinali, ricavate dai più sensibili sismometrografi italiani. E perfino nel magnetografo di Potsdam, forse a causa della sua squisita sensibilità, il principio della perturbazione risale a $11^h\ 45^m\ 44^s$ (t. m. E. C.), ora questa che difficilmente si potrebbe far corrispondere col principio delle successive onde a lento periodo, ritenute dal Cancani per le trasversali della teoria. — E similmente, in occasione dell'altro ancor più recente terremoto del 27 ottobre 1894, registrato in Europa, che sembra essere provenuto dall'Argentina, mentre il sismometrografo di Roma ed il microsismografo di Siena

[1] Infatti l'Osservatorio di Toronto, uno dei più importanti di tutto il globo può completamente rassicurare sulla bontà del tempo campione ivi posseduto. Di più, le perturbazioni si riscontrano distinte e col principio ben netto in tutti e tre gli strumenti, vale a dire nel declinometro, nel bifilare e nella bilancia di Lloyd, come si vede nelle stesse copie dei fotogrammi, che ci furono gentilmente inviate. Finalmente importa notare che il tempo è tracciato di due in due ore sulla stessa carta fotografica, la quale si muove colla ragguardevole velocità di 18^{mm} all'ora.

dànno rispettivamente $22^h\ 7^m\ 35^s$ e $22^h\ 12^m\ 0^s$ (t. m. E. C.) per il principio del movimento, troviamo che i pendoli orizzontali di Charkow e Nicolaiew forniscono valori poco diversi, ossia rispettivamente $22^h\ 8^m\ 36^s$ e $22^h\ 12^m\ 6^s$ (t. m. E. C.). E poichè in quest' ultimo terremoto le oscillazioni a lento periodo (le trasversali del Cancani) si mostrano negli strumenti italiani circa una mezz'ora dopo, così bisogna concludere che anche i pendoli orizzontali furono capaci di registrare le onde longitudinali.

« La conclusione quindi è che nessuno dei terremoti fino ad oggi studiati si può portare come prova seria a sostegno del modo di vedere del Cancani. Io son certo che mediante i modernissimi strumenti si potrà in occasione di altri terremoti chiarire a sufficienza le idee, che ancora oggi si hanno poco chiare intorno al meccanismo delle onde sismiche, ben contento del resto se l' ipotesi così semplice del Wertheim, ripresa ora dal Cancani, potesse rendere plausibile spiegazione di tutti i fatti osservati. Dal canto mio, ripeto, io non dubito menomamente che nel centro di scuotimento di un terremoto possano originarsi le due specie di onde considerate nella teoria dei corpi elastici indefiniti; ma trattandosi nel caso nostro di urti che avvengono quasi sempre ad una relativamente debole profondità al di sotto della superficie terrestre, e perciò in seno ad una massa non indefinita e tutt'altro che omogenea, ho ragione di ritenere che sulla superficie terrestre si verifichino movimenti ben più complicati, anche perchè influenzati, come è probabile, dalla forza di gravità, quantunque essi possano ripetere la causa prima dalle onde longitudinali e trasversali della teoria.

« A tal proposito mi piace riportare un brano del Fouqué per far vedere appunto quanto ancora siano poco mature le nozioni che al giorno d'oggi si posseggono intorno alle onde longitudinali e trasversali, relative al nostro globo, sebbene fin dal tempo del Wertheim già s'intravedesse assai giustamente che esse potessero avere una parte non indifferente nella produzione dei fenomeni sismici. Il passaggio del Fouqué, che qui riporto, si riferisce appunto al terremoto dell'Andalusia del 1884 (1) : « Chaque ébranlement souterrain produit « des vibrations longitudinales, qui progressent rapidement et se transmettent « à des grandes distances (Greenwich et Wilhelmshafen), et des vibrations tran-« sversales qui se propagent plus lentement et s'éteignent relativement très « vite. Les premières sont celles qui déterminent le commencement du son, les « secondes sont essentiellement la cause des destructions. Les observations « citées de Greenwich et de Wilhelmshafen donnent 1600 (*metri al secondo*) « pour la vitesse de propagation V des vibrations longitudinales, et la théorie

(1) *Relations entre les phénomènes présentés par le tremblement de terre de l'Andalusie et la constitution géologique de la région qui en a été la siège.* C. R., t. C, 1e sem , 1885, p. 1116.

« analytique complétée par les expériences de M. Cornu permet d'en déduire,
« pour la valeur v des vibrations transversales, une valeur de 923^m ».

« NOTA. — Ce chiffre de 1600^m est obtenu en prenant la différence des « distances des deux observatoires à l'épicentre et divisant cette différence « par le temps employé par les vibrations pour se transporter d'une station « a l'autre. On a choisi ces stations lointaines parce que les vibrations se « régularisent loin du centre d'ébranlement et que l'influence des vibrations « transversales cesse de se faire sentir » (¹).

« Come si vede, il Cancani si trova proprio agli antipodi del Fouqué, per ciò che concerne il modo di comportarsi nei terremoti delle onde trasversali e longitudinali, contemplate nella teoria.

« Chiudo la presente Nota col fare alcune riflessioni sull'importanza che avrebbe l'esatta conoscenza delle proprietà delle due anzidette specie di onde per risolvere il problema della determinazione del centro di scuotimento (ipocentro) nei terremoti, seguendo il metodo di Falb, il quale, come si sa, è fondato sulla misura dell'intervallo di tempo nell'area epicentrale tra il momento d'arrivo del rombo e quello della scossa consecutiva. Chiamando con t il detto intervallo e con v e V le velocità rispettive delle onde trasversali e longitudinali, la profondità x dell'epicentro si calcola immediatamente colla formola:

$$x = t \frac{v\mathrm{V}}{\mathrm{V} - v}.$$

« Ora, per il terremoto dell'Andalusia del 1884, il valore di t essendo stato trovato in media di 5 secondi, come riferisce il Fouqué, e stando ai valori $v = 923$, $\mathrm{V} = 1600$ metri, riportati dallo stesso autore nel brano sopra citato, si deduce senz'altro il valore di $x =$ km. 11, che è assai vicino a quello calcolato nella Relazione italiana col noto metodo di Mallet. Ma se al contrario, si suppone che la velocità di 1600 metri, dedotta utilizzando i due soli dati orarî delle località maggiormente distanti quali Greenwich e Wilhelmshaven, si riferisca non alle onde longitudinali, sibbene alle trasversali, seguendo le viste del Cancani, in tal caso, avendosi $v = 1600$ e $\mathrm{V} = 2780$, x sarebbe uguale ad una ventina di chilometri. Finalmente, se alle onde trasversali si attribuisse la velocità di 2500 metri, già stabilita dal Cancani, x si avvicinerebbe ad una trentina di chilometri.

« Da tutto ciò parmi poter ragionevolmente concludere quanto poco attendibile sia il risultato al quale può oggi condurre il metodo del Falb; poichè oltre alla grande incertezza relativa alla misura dell'intervallo di tempo decorso tra il principio del rombo e quello della scossa successiva, regna ancora una grande confusione d'idee intorno alla vera natura delle due specie di onde sismiche che si vogliono considerare nei terremoti ».

(¹) Le stesse idee si trovano a pag. 51 della Relazione francese.

Fisica terrestre. — *Sulle due velocità di propagazione del terremoto di Costantinopoli del 10 luglio 1894.* Nota del dott. A. CANCANI, presentata dal Socio TACCHINI.

« Nel volume XV (1893) degli *Annali dell'Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica* fu pubblicata una mia Memoria *Sulle ondulazioni provenienti da centri sismici lontani*, le cui principali conclusioni erano le seguenti: 1° si debbono distinguere due specie di movimenti ondulatori emananti nel medesimo istante da un centro sismico; 2° le onde di una specie (che chiamo trasversali e che sono paragonabili a quelle della superficie del mare) (1) si propagano con una velocità di chilometri 2,2 a 2,5 a secondo, le onde dell'altra specie (che chiamo longitudinali e che sono paragonabili a quelle del suono nell'aria), si propagano con una velocità presso a poco doppia.

« Dall'epoca della pubblicazione di quella Memoria fino ad oggi, parecchi sismologi hanno pubblicato degli studî sulle velocità di propagazione delle onde sismiche, ma o che essi non siano venuti a cognizione del lavoro mio sopra citato, o che, per qualunque ragione, non abbiano accettato le mie idee, non hanno tenuto conto della distinzione da me accennata. Soltanto il Grablovitz nella sua importante nota *Sulle indicazioni strumentali del terremoto giapponese del 12 marzo 1894* (2) ammette non solo le due differenti

(1) Le onde della superficie del mare sono chiamate generalmente trasversali. Vi è chi non ammette in tale caso questa locuzione perchè una particella d'acqua nel suo movimento non segue costantemente la normale alla direzione della propagazione, come avviene precisamente in una corda tesa, che venga scossa ad una estremità con un urto normale alla sua direzione. Io ho portato il paragone del movimento superficiale del mare, non perchè quel movimento sia in tutto e per tutto identico a quello della superficie terrestre, ma perchè meglio d'ogni altro si presta a dare un'idea del fenomeno.

(2) Rend. della R. Acc. dei Lincei, vol. III, 2° sem. serie 5ª, fasc. 2°. Colgo questa occasione per rettificare un errore in cui, per inesatte informazioni ricevute, incorsi nel l'ultima mia Nota inserita in questi Rendiconti (seduta del 2 giugno 1894) in cui parlando di quel terremoto giapponese dissi che la scossa ebbe luogo a Tokio alle $7^h 27^m 49^s$ pom. t. m. di Tokio. Quest'ora deve riferirsi invece al 135° meridiano E da Greenwich e corrisponde alle $11^h 27^m 49^s$ t. m. E. C. Dal mio calcolo risultava che l'ora della scossa doveva essersi intesa nel Giappone alle $11^h 8^m$ t. m. E. C. Cadrebbe dunque l'accordo fra le deduzioni da me ricavate dal diagramma inserito nella Nota predetta ed il risultato dell'osservazione. Se non che per l'istesso mezzo con cui seppi che l'ora andava riferita al 135° meridiano E da Greenwich, seppi anche che appunto 20 minuti prima vi fu un'altra scossa nel Giappone, sebbene meno intensa. Io ritengo come cosa molto probabile che i due gruppi di piccole ondulazioni che si trovano nel diagramma suaccennato siano in relazione con quelle due scosse. La difficoltà che s'incontra nello assumere notizie sicure ed esatte da luoghi così lontani costituisce un immenso ostacolo nel nostro ordine di studî.

specie di movimenti ondulatorî, ma le cifre stesse per le due velocità da me sopra citate, ed il Milne in un breve articolo [1], in cui accenna al mio lavoro suddetto e non si mostra contrario alle mie idee, così esprime la sua opinione « I therefore imagine that the velocities of 2 or 3 kiloms. per second « refer to the propagation of a motion not unlike the swell upon an ocean ».

« Scopo della presente Nota, è di far vedere come i metodi d'osservazione perfezionati ed il progresso degli studî siano venuti a confermare sempre meglio le idee da me espresse nella Memoria citata. E per dimostrare ciò, mi varrò di un terremoto per il quale si sono potuti raccogliere numerosi dati da molti osservatorî di prim'ordine italiani ed esteri.

« Il 10 luglio scorso un fortissimo terremoto ebbe il suo epicentro nelle vicinanze di Costantinopoli. Molti apparecchi destinati a scopi differenti e situati a grandissime distanze registrarono le ondulazioni del terreno e fornirono dati orarî in gran parte eccellenti,

« Il Davison, raccolti molti di questi dati orarî, ha fatto uno studio interessante sulla velocità di propagazione delle onde sismiche [2]. Egli dispone di tre dati orarî relativi a Costantinopoli, e cioè dell'ora fornita dal direttore di quell'imperiale Osservatorio meteorologico, e di quelle fornite dal Console generale inglese ed avute da due pendoli regolatori che trovavansi presso due differenti orologiai e che si fermarono al momento della scossa. Queste tre ore espresse in tempo medio di Costantinopoli, sono rispettivamente $12^h\,24^m$ pom., $12^h\,20^m\,30^s$ e $12^h\,21^m\,45^s$. Io ritengo che siano da accettare come più prossime al vero le ultime due, e fra queste la prima, per più ragioni. Anzi tutto perchè essendo fornite da due pendoli che si sono fermati, e quindi si sono potuti osservare con agio, è da escludere in esse un errore materiale di lettura facilissimo altrimenti a commettersi; in secondo luogo perchè essendosi tenuto conto in esse anche della frazione di minuto appariscono più attendibili, in terzo luogo perchè sono due ore quasi concordanti che stanno di fronte ad una terza notevolmente discordante, in quarto luogo perchè escludendo i dati orarî di Costantinopoli, e combinando fra loro i dati orarî di Nicolajew, Potsdam, Wilhelmshaven, Parc S. Maur e Kew, le quali stazioni è noto che sono solite fornir l'ora con precisione più o meno grande, si ottengono delle velocità per i rispettivi percorsi parziali che, come vedremo, combinano molto bene e fra loro e con quelle che si ottengono adottando le ore fornite dai due pendoli e specialmente dal primo, ma si accordano poco bene con quelle che risultano dall'ora fornita dall'Osservatorio meteorologico di Costantinopoli; in quinto luogo finalmente perchè accettando quest'ultim'ora e combinandola con quelle fornite dalle principali stazioni sismiche italiane, ed in ispecie con quella di Roma, il cui valore è indiscutibile, risulterebbe la velocità di pro-

(1) Seismological Journal, vol. III, pag. 89.

(2) « Nature » Thursday, september 6, 1894, p. 450.

pagazione di 18 chilometri a secondo, cifra questa che nello stato attuale della sismologia nessuno potrebbe seriamente ammettere, trattandosi specialmente di una distanza come quella che separa Roma da Costantinopoli, per la quale cioè non può avere influenza alcuna sensibile la profondità più o meno grande dell'epicentro.

« Le stazioni prese in considerazione dal Davison ed i risultati da lui avuti in base all'ora dell'Osservatorio meteorologico di Costantinopoli sono i seguenti

Stazioni	Distanze dall'epicentro in chilometri	Intervallo di tempo in secondi	Velocità in chilometri per secondo
Bucharest	416	131	3,18
Nicolajew	707	156	4,53
Pola	1303	517	2,52
Potsdam	1742	504	3,46
Wilhelmshaven (declin.)	2097	595	3,52
» (bifil.)	»	655	3,20
» (Lloyd's bal.)	»	625	3,36
Utrecht	2185	540	4,05
Parc S. Maur.	2240	720	3,11
Kew	2518	780	3,23

Da questa tabella risulta il valore medio per la velocità 3,42 ± 0,13 km. a secondo. Ma il Davison nota che se si prendono le ore fornite dai due pendoli fermati si ottengono rispettivamente i valori medî 2,30 e 2,56 km. a secondo. Ed infatti coi dati orarî dei due pendoli fermati ottengo la seguente tabella

Stazioni	Differenza di tempo in secondi rispetto al pendolo A	Velocità che se ne deduce in chilometri a secondo	Differenza di tempo in secondi rispetto al pendolo B	Velocità che se ne deduce in chil. a secondo
Bucharest	341	1,2	266	1,6
Nicolajew	366	1,9	291	2,4
Pola	727	1,8	652	2,0
Potsdam	714	2,4	639	2,7
Wilhelmshaven (declin.)	805	2,6	730	2,9
» (bifil.)	865	2,4	790	2,6
» (Llyd's bal.)	835	2,5	760	2,8
Utrecht	750	2.9	675	3,2
Parc S. Maur.	930	2,4	855	2,6
Kew	990	2,5	915	2,7

Da questa tabella si ottengono per la velocità i valori medî 2,26 ± 0,16 e 2,55 ± 0,15 km. a secondo.

« Per le ragioni già dette sono da accettare come più vicini al vero questi due valori.

« Ed infatti escludiamo del tutto i dati orarî di Costantinopoli e combiniamo in tutti i modi possibili le ore delle stazioni sopra accennate come quelle che sono più attendibili e si ha la seguente tabella

Stazioni	Differenze delle distanze dell'epicentro in chilometri	Differenze di tempo in secondi	Velocità nei percorsi parziali in chilom. a secondo
Nicolajew-Potsdam	1035	348	3,0
» Wilhelmshaven (decl.)	1390	439	3,2
» » (bifil.)	1390	499	2,8
» » (Lloyd's ball.)	1390	469	3,0
» Parc S. Maur	1533	564	2,7
» Kew	1811	624	2,9
Potsdam-Wilhelmshaven (decl.)	355	91	3,9
» » (bifil.)	355	151	2,4
» » (Lloyd's bal.)	355	121	2,9
» Parc S. Maur	498	216	2,3
» Kew	776	276	2,8
Wilhelmshaven (decl.) - Parc S. Maur	143	125	1,1
» Kew	421	185	2,3
» (bifil.) - Parc S. Maur	143	65	2,2
» Kew	421	125	3,3
» (Lloyd's bal.) - Parc. S. Maur.	143	95	1,5
» Kew	421	155	2,7
Parc S. Maur . . . . Kew	278	60	4,6

Da questa risulta per la velocità di propagazione il valore medio 2,75 ± 0,19 e questo è più prossimo a quelli (2,3 e 2,6) che si ottengono accettando le ore dei pendoli fermati, che a quello (3,4) che si ottiene in base all'ora dell'Osservatorio di Costantinopoli.

« Fra i due valori 2,3 e 2,6 poi è da preferire il primo perchè fra due orologi ugualmente ben regolati e che per una data scossa di terremoto si fermano ad ore differenti, il primo che si ferma indicherà evidentemente l'ora

più prossima al vero e quest'ora potrà essere affetta da un errore in più ma non da un errore in meno.

« Veniamo ora alla velocità che risulta dai dati orarî forniti da cinque fra le migliori stazioni sismiche italiane e precisamente da Rocca di Papa, Roma, Siena, Firenze e Pavia.

Stazioni	Distanze dell'epicentro in chilometri	Ora di arrivo delle prime ondulazioni	Differenze di tempo rispetto all'ora dell'osservatorio di Costantinopoli	Velocità che se ne deduce in chilom. a secondo	Differenze di tempo rispetto all'ora del pendolo A	Velocità che se ne deduce in chilom. a secondo	Differenze di tempo rispetto all'ora del pendolo B	Velocità che se ne deduce in chilom. a secondo
		h m s	s		s			
Rocca di Papa	1350	11 29 10 (1)	64	21,0	274	4,9	199	6,9
Roma	1370	11 29 20	74	18,5	284	4,9	209	6,5
Siena	1450	11 29 36	90	16,1	300	4,8	225	6,4
Firenze	1470	11 29 0	54	27,2	264	5,6	189	7,8
Pavia	1650	11 30 37	151	10,9	361	4,6	286	5,8

Da questa tabella risultano la velocità media 18,1 km. a secondo in base all'ora fornita dall'Osservatorio meteorologico di Costantinopoli e le velocità 4,96 ± 0,17 e 6,68 ± 0,33 in base alle ore fornite dai due pendoli fermati. La prima è da escludersi per le ragioni già dette, e perchè non si conosce alcun corpo solido in cui la velocità di un moto ondulatorio qualsiasi arrivi a quel valore. Le altre due sono da accettarsi, ma fra queste è da preferire la prima perchè ottenuta in base all'ora più attendibile per la ragione di sopra esposta.

« Potrebbe nascere il dubbio che io avessi scelto le cinque stazioni della tabella superiore per ottenere più facilmente l'intento desiderato. A rimuovere questo dubbio presento qui un'altra tabella in cui tengo conto di tutti i dati, nessuno escluso, forniti dal Supplemento 109 dell'Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica. In questa tabella, per amore di brevità, tralascio i risultati che si ottengono basandosi sull'ora fornita dall'Osservatorio di Costantinopoli, e mi attengo solo a quelli che si hanno in base alle ore dei

(1) Quest'ora non è quella che trovasi nel suppl. 109 del Bollettino dell'U. C. di meteorologia e geodinamica, ma quella che corrisponde ai primi tremiti che ho scoperto in seguito nel diagramma dopo averlo esaminato con una lente d'ingrandimento.

due pendoli fermati, poichè, come abbiamo già visto, queste sono più prossime al vero.

Stazioni	Distanze dall'epicentro in chilometri	Ora di arrivo delle prime ondulazioni	Differenze di tempo in secondi rispetto al pendolo A	Velocità che se ne deduce	Differenze di tempo in secondi rispetto al pendolo B	Velocità che se ne deduce
		h m s				
Benevento . . .	1200	11 27	144	8,3	69	17,4
Ischia	1250	11 31 27	411	3,0	336	3,7
Catania	1260	11 34	564	2,2	489	2,7
Mineo	1300	11 27 35	179	7,2	104	12,5
Rocca di Papa	1350	11 29 10	274	4,9	199	6,9
Roma	1370	11 29 20	284	4,9	209	6,5
Spinea	1440	11 33 59	563	2,6	488	3,0
Siena.	1450	11 29 36	300	4,8	225	6,4
Padova.	1460	11 31 55	439	3,3	364	4,0
Firenze	1470	11 29	264	5,6	189	7,8
Piacenza . . .	1590	11 35	624	2,5	549	2,9
Pavia	1650	11 30 37	361	4,6	286	5,8

« La velocità media che risulta da questa tabella è 4,49 ± 0,55 km. a secondo in base all'ora del pendolo A; 6,63 ± 1,26 km. a secondo in base all'ora del pendolo B.

« Abbiamo dunque dalle stazioni estere la velocità di propagazione 2,3 e dalle stazioni italiane quella di 4,9 km. a secondo.

« I dati orarî forniti dalle cinque stazioni della penultima tabella sono abbastanza sicuri, quelli poi di Roma e di Rocca di Papa stazioni che hanno direttamente il tempo campione, sono affatto ineccepibili; come possono dunque conciliarsi i due valori trovati l'uno presso a poco doppio dell'altro? È molto facile il conciliarli se si rifletta che gli strumenti da cui si è ottenuta l'ora nelle stazioni estere non sono strumenti adatti allo studio di qualunque movimento di terreno. Essi sono pendoli orizzontali e magnetografi. Questi apparecchi, avendo un ritmo di oscillazione piuttosto lungo, poco si prestano per registrare le onde longitudinali le quali, avendo un breve ritmo di vibrazione, sono registrate da strumenti basati sul principio della massa sta-

zionaria. Le stazioni estere adunque hanno registrato le ondulazioni di ritmo lento, che chiamo trasversali e che hanno la lunghezza di parecchie decine di chilometri; le stazioni italiane invece prima di segnalare o di registrare le ondulazioni trasversali hanno registrato le ondulazioni longitudinali che si propagano con una velocità doppia di quella delle altre. Che se poi prendiamo in considerazione le ore corrispondenti all'arrivo delle onde trasversali nelle stazioni italiane, ritroviamo presso a poco il medesimo risultato che si è avuto per le stazioni estere.

« Che poi si tratti realmente di moti ondulatorî di genere diverso, e non di un solo moto ondulatorio piccolo da principio e che poi vada mano mano ingrandendosi, lo deduco anzitutto dai diagrammi che si ottengono dai sismometrografi e specialmente da quelli collocati in grandi e bassi edificî ove perciò non sia da temere la sovrapposizione del moto ondulatorio proprio del fabbricato. In questi diagrammi il distacco fra le due specie di movimenti, specialmente in alcuni casi, è spiccatissimo. Per citare qualche esempio dirò che, col mio sismometrografo in Rocca di Papa, nel caso del terremoto giapponese del 22 marzo scorso, ottenni un diagramma in cui le onde longitudinali, che aveano sulla carta 0,5 mm. di larghezza, precedevano a grande intervallo le onde trasversali che giunsero sulla carta a 10,0 mm. di larghezza. Mentre le prime erano tutte di ritmo brevissimo e costante, le altre aveano l'enorme e pur costante ritmo di 17 secondi. Nel caso del terremoto del 10 luglio scorso a Costantinopoli, mentre le onde longitudinali non si vedono nel mio diagramma senza ricorrere al microscopio, le onde trasversali nel diagramma hanno la larghezza di 12 millimetri. Nel diagramma di questo medesimo terremoto, fornitomi gentilmente dal dott. Oddone reggente dell'osservatorio di Pavia, il distacco è marcatissimo, specialmente nella componente N-S, perchè mentre le onde del 1° sistema hanno la larghezza di circa un millimetro, quelle dell'altro sistema hanno la lunghezza di parecchi centimetri. In secondo luogo poi dobbiamo di necessità ammettere i due differenti sistemi di onde perchè se si trattasse di un solo sistema le stazioni estere sopracitate, a parità di condizioni avrebbero dovuto segnalare tanto meglio il primo giungere del moto ondulatorio quanto più vicine all'epicentro; da ciò ne sarebbe derivato che le cifre della velocità sarebbero dovute andare scemando col crescere della distanza dal centro, abbiamo visto invece che nulla avviene di tutto questo.

« In conclusione, a me sembra che oramai non possa più mettersi in dubbio nei terremoti la presenza di due diversi sistemi di onde. Le prime a ritmo breve e più difficili a venir registrate, specialmente dai pendoli orizzontali e dai magnetografi, si propagano colla velocità di 4,5 a 5,0 chilom. a secondo; le altre a periodo lentissimo, che sono di molti chilometri di lunghezza e di parecchi decimetri di altezza, si propagano colla velocità di 2,2 a 2,5 chilom. a secondo.

« E qui mi torna opportuno richiamare ciò che già scrissi nella Memoria citata, che cioè questi due valori per le velocità li ritroveremo ogni volta che si tratti di distanze tali, come quelle delle tabelle su esposte, per le quali non abbia più influenza la profondità dell'ipocentro e la varia costituzione dei terreni. Nelle aree epicentrali o nelle loro vicinanze, si potranno trovare, evidentemente per varie ragioni, cifre assai diverse ».

Mineralogia. — *Appunti di mineralogia italiana.* — *Antimonite di Cetine.* Nota di E. Artini, presentata a nome del Socio Struever.

« La miniera detta delle Cetine di Cotorniano, presso Rosia, in Provincia di Siena, fu aperta nel 1878 (1), e il Museo Civico di Milano possiede già dal 1881 due grandi esemplari di antimonite di questa località, dono del sig. C. Scaniglia. I cristalli hanno dimensioni relativamente notevoli, cioè fino a 6 centimetri di lunghezza per 1 $^1/_2$ cent. di grossezza; sono piantati sulla matrice per una estremità dell'asse delle *z*, e spesso terminati all'altra estremità da facce di piramide relativamente ben definite; ma disgraziatamente, come quelli di Pereta, sono profondamente alterati.

« Recentemente però, per mezzo del sig. G. D'Anna, il nostro Museo è venuto in possesso di un interessante esemplare della stessa miniera, nel quale l'antimonite è affatto inalterata, e si presenta in cristallini alquanto più piccoli, ma brillantissimi, e spesso terminati perfettamente. Ho creduto utile sottoporne a misure goniometriche alcuni tra i più splendidi, tanto più che, per quanto io sappia, è questa la prima volta che un'antimonite di località italiana può venir fatta oggetto di studio cristallografico.

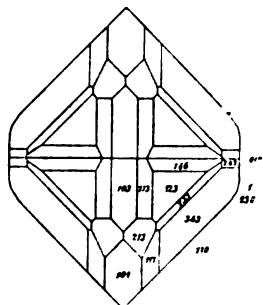
« Le forme osservate sono le seguenti:

$$\begin{matrix} b & m & d & i & z & L & \sigma \\ \{010\}, & \{110\}, & \{230\}, & \{140\}, & \{101\}, & \{103\}, & \{213\}, \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} p & s & \tau & \sigma_3 & \sigma_4 & e & \psi \\ \{111\}, & \{113\}, & 343\}, & \{233\}, & \{243\}, & \{123\}, & \{146\}. \end{matrix}$$

« Nessuna di tali forme è nuova per l'antimonite.

(1) Non è perciò menzionata questa località nella « Mineralogia della Toscana » del D'Achiardi, vol. II, 1873. Questo autore in fatto di antimonite ben cristallizzata cita solo quella di Pereta, in prov. di Grosseto; egli osservò solo cristalli rotti alle estremità con le forme {010}, {110}, {130}, {350}: il Coquand invece avrebbe visto grossi cristalli terminati, che presentavano anche le {100}, {111}.

« I cristallini, sempre prismatici allungati secondo [001], presentano talvolta anche la combinazione di tutte le forme sopra elencate (fig. 1); le }243{ e }230{ mancano talora; rara è soltanto la }111{, che fu anzi osservata sopra un solo cristallo.

« Il pinacoide }010{ è sempre discretamente sviluppato, e con facce molto meno striate che non siano quelle dei tre prismi verticali, dei quali }110{ è quello che ha facce di gran lunga più ampie. Sarebbe stato forse possibile trovare anche talune altre forme nella zona verticale, ma ho creduto buon consiglio tener conto solo di quelle facce che si presentavano ben riconoscibili alla lente semplice, e per le quali potei constatare che stavano almeno in un'altra zona, oltre la verticale.

« I due prismi }101{ e }103{ hanno facce brillantissime, e affatto piane. Del pari le facce di piramide sono sempre bellissime, e si misurano egregiamente, anche quando sono relativamente di poca estensione; solo la }146{ ha facce leggermente striate parallelamente allo spigolo [03$\bar{2}$], e la }243{ si presenta con faccette piccole, e talora un po'curve. Di tutte le piramidi osservate, quella che ha il maggiore sviluppo è la }343{, e, subordinatamente, }123{ e }113{. Ne deriva un tipo di combinazione che è abbastanza diverso da quelli ordinarî della antimonite, e specialmente è notevole la assoluta rarità della piramide fondamentale }111{. Tra i cristalli di antimonite finora studiati non ne conosco altri che presentino un così grande sviluppo della piramide }343{, se non quelli rappresentati nelle fig. 18-22 della Monografia del Krenner (1) provenienti da una drusa di Felsöbánya: questi infatti sono terminati all'estremità da sole facce di }343{, senz'altra piramide.

« I risultati delle mie misure sono esposti nella seguente tabella, accanto ai valori relativi, calcolati dalle costanti determinate dal Dana (2) per l'antimonite del Giappone:

(1) Krystallographische Studien über den Antimonit. - Sitzb. d. K. Akad. der Wiss., Wien 1865, vol. 51, I, pag. 468.

(2) Edw. S. Dana. - On the Stibnite from Japan. - The Amer. Journ. of Science 3a ser. vol. XXVI, n. 153, a. 1883, pag. 214.

a : b : c = 0.99257 : 1 : 1.01788

Spigoli misurati	Angoli trovati (Limiti)	Numero delle osservaz.[1]	Angoli trovati (Medie)	Angoli calcolati
(110) . (010)	44°54' — 45°22'	3	45°7'	45°13'
(230) . (010)	—	1	34.34	33.53
(230) . (233)	—	1	39.21	39.12
(140) . (010)	13.47 — 14.12	2	13.59 ½	14.8
(140) . (103)	—	1	85.27	85.28
(140) . (146)	—	1	55.4	55.1
(140) . (123)	—	1	54.1	53.49
(140) . (343)	—	1	37.32	37.27
(140) . $(\bar{1}46)$	—	1	59.39	59.40
(101) . $(\bar{1}01)$	91.21 — 91.22	2	91.21 ½	91.27
(103) . (101)	26.48 — 26.52	4	26.50	26.51
(103) . $(\bar{1}01)$	—	1	64.38	64.36
(103) . $(\bar{1}03)$	37.41 — 37.50	2	37.45 ½	37.45
(103) . (110)	—	1	76.48	76.44
(213) . (010)	74.16 — 74.26	3	74.21	74.21
(213) . (110)	54.37 — 54.50	2	54.43 ½	54.51
(213) . (103)	—	1	21.53	21.58
(213) . (113)	14.56 — 15.3	2	14.59 ½	14.59
(213) . (233)	24.12 — 24.18	2	24.15	24.24
(213) . $(2\bar{3}3)$	55.40 — 55.43	2	55.41 ½	55.41
$(\bar{2}13)$. $(1\bar{1}3)$	—	1	62.10	62.12
(111) . (101)	35.14 — 35.29	2	35.21 ½	35.24
(111) . (113)	29.33 — 30.13	2	29.53	29.36
(111) . (233)	10.20 — 10.39	2	10.29 ½	10.6
(111) . (343)	—	1	7.52	8.3
(113) . (010)	72.4 — 72.18	5	72.13	72.12
(113) . (103)	17.39 — 17.50	7	17.43	17.48
(113) . $(\bar{1}03)$	—	1	41.9	41.9
(113) . $(1\bar{1}3)$	—	1	35.33	35.36
(113) . $(\bar{1}13)$	35.51 — 35.54	3	35.52	35.52
(113) . $(\bar{1}\bar{1}3)$	—	1	51.2	51.26
(113) . (123)	14.39 — 15.3	6	14.48	14.54
(343) . (010)	46.14 — 46.40	4	46.26	46.33
(343) . (110)	31.15 — 31.26	4	31.22	31.25
(343) . (101)	43.1 — 43.57	6	43.29	43.27
(343) . $(3\bar{4}3)$	—	1	86.58	86.55

Spigoli misurati	Angoli trovati (Limiti)	Numero delle osservaz.[i]	Angoli trovati (Medie)	Angoli calcolati
$(343).(\bar{3}43)$	62°.18′ — 62°.43′	3	62°.31′	62°.38′
(233) . (010)	49.43 — 50.4	4	49.53	49.58
$(233).(2\bar{3}3)$	—	1	80.6	80.5
$(233).(\bar{2}33)$	50.59 — 51.19	4	51.15	51.12
(233) . (343)	8.58 — 9.17	4	9.8	9.8
(243) . (010)	41.21 — 41.42	3	41.31	41.45
$(243).(\bar{2}43)$	—	1	44.00	44.9
(243) . (343)	8.56 — 9.13	3	9.5	9.14
(243) . (233)	—	1	8.29	8.13
(123) . (010)	57.9 — 57.30	5	57.20	57.18
$(123).(\bar{1}03)$	48.6 — 48.7	2	48.6 ½	48.17
$(123).(\bar{1}23)$	31.23 — 31.38	3	31.32	31.35
(123) . (233)	14.28 — 14.43	4	14.34	14.26
(146) . (010)	56.16 — 56.20	3	56.18	56.13
(146) . (103)	—	1	34.45	34.51 ½
$(146).(\bar{1}46)$	—	1	16.17	16.6
(146) . (113)	—	1	17.51	17.58
(146) . (123)	7.40 — 7.49	4	7.43	7.45

« L'antimonite nell'esemplare in questione è su matrice di quarzo compatto, e accompagnata qua e là da cristallini minuti e imperfettamente sviluppati di quarzo, calcite e gesso; di quest' ultimo minerale tengo anzi un altro più piccolo esemplare, con pochi cristalli, non molto ben definiti, ma assai più grossi e limpidissimi.

« Per quanto poi riguarda la giacitura, non è, credo, inutile, riportare quanto ne scrive l'ing. Fabri: « Il giacimento è costituito da un potente « ammasso lenticolare, quarzoso e antimonifero, che trovasi al letto di una for- « mazione calcarea, riferita al retico. In basso succedono degli scisti silicei, « permiani, che più lungi diventano argillosi, micacei. L'ammasso quarzoso, « in alto presso il calcare, racchiude molte vene di calcite, aragonite e gesso, « e cambiando di natura passa gradatamente alla calcarea. Anzi vi si trovano « delle lenti di calcare, e in queste, come nella massa di calcare presso il « giacimento, si trovano delle altre lenti di quarzo antimonifero. Il minerale, « costituito dalla stibina con prevalenza, vi è sparso in noduli, geodi, mac- « chie, e piccole lenti; e in alcune spaccature della roccia si presenta, per « lo più allo stato di ossido, in vene e in forma di incrostazioni » (1).

(1) Annali di Agricoltura, 1890. — Rivista del Serv.° Minerario nel 1888, pag. 113.

P. B.

INDICE DEL VOLUME III, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1894 — 2° SEMESTRE.

INDICE PER AUTORI

C

D

F

G

H

L

M

P

R

S

T

INDICE PER MATERIE

ERRATA CORRIGE

A pag.	312	lin.	22	*invece di:*	diretta	*legg.*	diretto
»	366	»	1	»	18^h, 55^m, 50^s	»	18^h, 55^m, 30^s
»	»	»	5	»	1^m, 50^s	»	1^m, 5^s
»	»	»	30	»	18^h, 1^m, 51^s	»	18^h, 51^m, 51^s